山西大学学报(自然科学版)49(4):657—668,2026
Journal of Shanxi University(Nat. Sci. Ed.)

DOI:10.13451/j.sxu.ns.2024096

Rashba效应影响下铁磁-双量子点-超导系统中自旋依赖的热电特性

李宏展,温祥,王强*
(太原师范学院 物理系,山西 晋中 030619)

摘 要:基于非平衡格林函数和运动方程方法,本文研究了平行双量子点Aharonov - Bohm环与铁磁电极和超导电极耦合体系中Rashba效应作用下自旋依赖的热电特性。研究发现,热电和热自旋参量强烈地依赖于Rashba自旋轨道耦合作用引起的相因子差、双量子点与电极的耦合不对称因子、铁磁电极的自旋极化率、系统温度等参数。在磁通和自旋轨道耦合作用共同调制下,来源于正常粒子隧穿贡献的自旋依赖的热电参量会呈现出丰富的干涉现象。Rashba自旋轨道耦合作用会引起热电品质因子的降低,但是能够增大热自旋品质因子。存在自旋轨道耦合作用时,热自旋转换效率还可以通过调节合适的耦合不对称因子、增加铁磁电极自旋极化率和升高系统温度来进一步提高。

关键词:平行双量子点;格林函数;Rashba自旋轨道耦合;热电和热自旋效应
中图分类号:O469 **文献标志码**:A **文章编号**:0253-2395(2026)04-0657-12

Spin-dependent Thermoelectric Properties in a Ferromagnet-Double Quantum Dot-Superconductor System with Rashba Effect

Li Hongzhan, Wen Xiang, Wang Qiang*
(*Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong* 030619*, China*)

Abstract: In this paper, the spin-dependent thermoelectric properties of a hybrid double quantum dot Aharonov-Bohm interferometer with Rashba effect attached to one ferromagnetic and one superconducting lead are studied based on the non-equilibrium Green's functions and equation of motion method. It is found that the thermoelectric and thermal-spin coefficients are strongly dependent on the Rashba phase difference between the two quantum dots, the coupling asymmetry parameter between two quantum dots and electrodes, the spin polarization of the ferromagnetic electrode and the temperature of electrodes. Under the modulation of magnetic flux and spin-orbit coupling, the spin-dependent thermoelectric parameters derived from the normal particle tunneling exhibit abundant interference phenomena. In the presence of Rashba spin-orbit coupling, the charge figure-of-merit is reduced, but the spin figure-of-merit can be enhanced. The thermal-spin conversion efficiency can be further improved by adjusting the appropriate coupling asymmetry parameter, increasing the spin polarization of the ferromagnetic electrode and increasing temperature.

Key words: parallel dual quantum dot; Green's functions; Rashba spin-orbit coupling; thermoelectric and thermal-spin effect

0 引言

热电效应是指由温度梯度产生电压或电流的现象,被广泛应用于实现高效率的热电转换,这

收稿日期:2024-01-16;**修回日期**:2024-05-14
基金项目:山西省应用基础研究计划项目(201901D211425;202103021223319);山西省高等学校科技创新项目(2021L417)
作者简介:李宏展(1998—),男,山东泰安人,硕士研究生,研究方向为量子输运。E-mail:lhz15092837365@163.com
* **通信作者**:王强(Wang Qiang),E-mail:q2wang332@163.com
引文格式:李宏展,温祥,王强.Rashba效应影响下铁磁-双量子点-超导系统中自旋依赖的热电特性[J].山西大学学报(自然科学版),2026,49(4):657-668. DOI:10.13451/j.sxu.ns.2024096.

对于缓解当前社会能源需求持续增长的问题至关重要。由于传统体材料受到Wiedemann-Franz(WF)定律与Mott关系限制较大,导致很难取得大的热电转换效率。2011年Dubi等[1]发现量子限制效应可以显著提高热电转换效率,因此低维纳米体系的热电性质成为当前科学和技术领域的热点课题。特别是多量子点体系,由于其高度可调的系统参数、低的声子热导率、丰富的量子效应和干涉效应,成为构建热电器件的理想候选者[2-7]。理论研究发现:在平行耦合双量子点体系中,Fano效应和Aharonov-Bohm(AB)效应能显著提高热电效率[2];在串联双量子点系统中,Kondo效应及点间库仑相互作用能有效提升热电系数[3-4];在T型耦合双量子点体系中,干涉效应和库仑相互作用则提高了线性和非线性热电效率[5];在侧向耦合三量子点体系中,Dicke干涉效应能使热电系数强烈违背WF定律[6];而在具有侧耦合量子点的平行耦合双量子点系统中,Fano效应和双极化效应也会有效提高热电效率[7]。同时,不同结构的多量子点体系在量子热机[8]、热电二极管[9]等热电器件领域展现出广阔的应用前景。此外,随着热自旋研究领域的兴起[10],不同量子点体系在实现高效率热自旋转换和新奇热自旋现象上也呈现出潜在的优势[11-17]。例如,当耦合双量子点体系存在Rashba自旋轨道耦合作用(Rashba Spin-orbit Interaction,RSOI)时,温差可以产生纯自旋流[16],热自旋转换效率也会显著提高[17]。

另一方面,由于超导体态密度具有电子-空穴对称性,导致超导体系中表征热电效应的塞贝克系数非常小,因此,如何在超导体系中实现大的热电效应也成为科学家们努力的方向之一。2018年Bergeret等[18]在磁性超导异质结中发现了“巨大”的热电效应,但是操控起来还有一定的限制。如果将量子点嵌入超导异质结中,由于量子点能级离散,超导态密度的电子-空穴不对称性更容易得到,因此量子点耦合超导体系会呈现丰富的热电效应,热电转换效率也会进一步增强。研究表明,在正常金属-量子点-超导结中,单粒子隧穿会产生较大的热电势[19]。在铁磁-单量子点-超导结中,外磁场[20]和微波场[21]作用下大的自旋依赖电子-空穴不对称性会导致巨大的热电效应。在超导-量子点-超导结中,热电效应对电极间相位差依赖性很强,而且会出现热整流现象[22]。特别是,在多量子点耦合超导电极体系中,干涉效应和超导能隙的存在使得共振峰很尖锐,热电和热自旋转换效率会显著提高[23-24]。2023年Dutta等[25]研究发现RSOI也能够进一步增强铁磁-超导结的热电和热自旋效应,但是RSOI对多量子点耦合超导电极体系热电和热自旋效应的影响还尚不清楚,RSOI如何影响多量子点输运系统,能否增强其热电和热自旋效率?这些问题还需要进行深入的研究。本文将考虑平行双量子点AB环耦合到铁磁电极和超导电极的系统,探索存在RSOI情形下相关系统参数和外场变量对热电和热自旋效应的影响,加深对多量子点体系自旋依赖电子输运机制的理解。

1 模型与公式

如图1所示,本文考虑平行双量子点AB环分别耦合到左端的铁磁电极和右端的超导电极,系统的总哈密顿量可以表示为:

$$H=H_F+H_S+H_d+H_T。\tag{1}$$

方程(1)中右边前两项H_F和H_S分别表示左端铁磁电极和右端超导电极的哈密顿量:

$$H_F=\sum_{k,\sigma}\varepsilon_k a_{k\sigma}^{\dagger}a_{k\sigma},\tag{2}$$

$$H_S=\sum_{p,\sigma}\varepsilon_p b_{p\sigma}^{\dagger}b_{p\sigma}+\sum_{p,\sigma}(\Delta b_{p\downarrow}^{\dagger}b_{-p\uparrow}^{\dagger}+\Delta b_{-p\uparrow}b_{p\downarrow}),\tag{3}$$

其中$a_{k\sigma}^{\dagger}(a_{k\sigma})$为左端铁磁电极上能量为$\varepsilon_k$、动量为$k$、自旋为$\sigma$电子的产生(湮灭)算符,而$b_{p\sigma}^{\dagger}(b_{p\sigma})$为右端超导电极上能量为$\varepsilon_p$、动量为$p$、自旋为$\sigma$电子的产生(湮灭)算符。$H_S$的第二项表示超导能隙内库珀对的哈密顿量,$\Delta$为超导能隙。方程(1)中平行双量子点的哈密顿量$H_d$为:

$$H_d=\sum_{\sigma,i=1,2}\varepsilon_i d_{i\sigma}^{\dagger}d_{i\sigma}-\sum_{\sigma}(te^{i\vartheta}d_{1\sigma}^{\dagger}d_{2\sigma}+te^{-i\vartheta}d_{2\sigma}^{\dagger}d_{1\sigma}),\tag{4}$$

其中$d_{i\sigma}^{\dagger}(d_{i\sigma})$为第$i(i=1,2)$个量子点中能量为$\varepsilon_i$电子的产生(湮灭)算符,$t$表示量子点间的隧穿耦合强度。$\vartheta=\pi(\phi_L-\phi_R)/\phi_0$表示左边环与右边环之间磁通引起的相位差,其中$\phi_L(\phi_R)$为左(右)边子环的磁通量,$\phi_0=hc/e$为磁通量子。方程(1)中双量子点与左右电极间的隧穿项H_T可表示为:

$$H_T=\sum_{k\sigma,i=1,2}(V_{Fi\sigma}a_{k\sigma}^{\dagger}d_{i\sigma}+h.c.)+\sum_{p\sigma,i=1,2}(V_{Si\sigma}b_{p\sigma}^{\dagger}d_{i\sigma}+h.c.),\tag{5}$$

其中$V_{Fi\sigma}(V_{Si\sigma})$表示第$i$个量子点与铁磁(超导)电极的隧穿矩阵元。考虑每个量子点存在RSOI并且有磁通穿过AB环,隧穿矩阵元可写为:$V_{F1\sigma}=|V_{F1\sigma}|e^{i\phi/4}e^{-i\tilde{\sigma}\varphi_{R1}/2}$,$V_{F2\sigma}=|V_{F2\sigma}|e^{-i\phi/4}e^{-i\tilde{\sigma}\varphi_{R2}/2}$,$V_{S1\sigma}=|V_{S1\sigma}|e^{-i\phi/4}e^{i\tilde{\sigma}\varphi_{R1}/2}$,$V_{S2\sigma}=|V_{S2\sigma}|e^{i\phi/4}e^{i\tilde{\sigma}\varphi_{R2}/2}$。这里,$\phi=2\pi(\phi_L+\phi_R)/\phi_0$表示穿过AB环磁通量引起的相因子,$\varphi_{R1}$和$\varphi_{R2}$表示两个量子点中由RSOI引起的相因子。$\tilde{\sigma}=1,-1$分别对应自旋向上和自旋向下的电子($\sigma=\uparrow,\downarrow$)。在宽带近似下,第$i$个量子点与铁磁电极和超导电极的线宽函数可表示为:

$$\Gamma_{Fi}^{\sigma}=2\pi|V_{Fi\sigma}|^2\sum_k(\omega-\varepsilon_k),$$
$$\Gamma_{Si}^{\sigma}=2\pi|V_{Si\sigma}|^2\sum_p(\omega-\varepsilon_p)。\tag{6}$$

具体选取为$\Gamma_{F1}^{\sigma}=(1+\tilde{\sigma}p)\Gamma_0$,$\Gamma_{F2}^{\sigma}=(1+\tilde{\sigma}p)\lambda\Gamma_0$,$\Gamma_{S1}^{\sigma}=\lambda\Gamma_0$,$\Gamma_{S2}^{\sigma}=\Gamma_0$,其中$\Gamma_0$是单位线宽函数,$p$为铁磁电极的自旋极化率,$\lambda$为双量子点和两电极之间的耦合不对称因子。

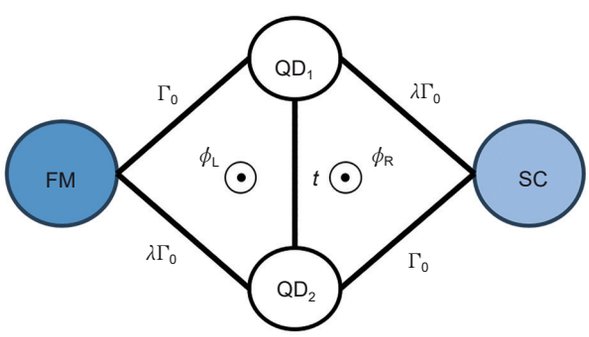


图1 本文考虑的与铁磁电极和超导电极耦合的具有Rashba自旋轨道效应的平行双量子点体系,其中$\phi_L(\phi_R)$表示左(右)边子环的磁通量,Γ_0是单位线宽函数,λ为双量子点和两电极之间的耦合不对称因子

Fig. 1 Schematic of the considered parallel double quantum dot system with Rashba spin-orbit effect coupled to ferromagnetic electrode and superconducting electrode, where $\phi_L(\phi_R)$is the magnetic flux of the left (right) edge subring, Γ_0 is the unit linewidth function, and λ is the coupling asymmetry parameter between the double quantum dots and the two electrodes

为描述含超导电极的量子点系统,引入Nambu表象下的格林函数$G(\tau,\tau')=\ll\Psi(\tau),\Psi^{\dagger}(\tau')\gg$。选取$\Psi^{\dagger}=(d_{1\uparrow}^{\dagger},d_{1\downarrow},d_{2\uparrow}^{\dagger},d_{2\downarrow})$,并且$\Psi=(\Psi^{\dagger})^{\dagger}$。能量空间中量子点的推迟格林函数可整理为Dyson方程:

$$G_{\sigma}^{r}(\omega)^{-1}=g^{r}(\omega)^{-1}-\sum_{\sigma}^{r}(\omega),\tag{7}$$

其中$g^r(\omega)$表示孤立双量子点的推迟格林函数,由运动方程可以求出:

$$g^{r}(\omega)=\begin{pmatrix}\omega-\varepsilon_1 & 0 & te^{-i\vartheta} & 0\\ 0 & \omega+\varepsilon_1 & 0 & -te^{i\vartheta}\\ te^{i\vartheta} & 0 & \omega-\varepsilon_2 & 0\\ 0 & -te^{-i\vartheta} & 0 & \omega+\varepsilon_2\end{pmatrix}。\tag{8}$$

宽带近似下,量子点与电极间耦合对应的推迟自能$\sum_{\sigma}^{r}(\omega)$为:

$$\sum_{\sigma}^{r}(\omega)=-\frac{i}{2}(\Gamma_F^{\sigma}+\Gamma_S^{\sigma}),\tag{9}$$

其中与左端铁磁电极耦合的线宽矩阵Γ_F^{σ}为:

$$\boldsymbol{\Gamma}_F^{\sigma}=\begin{pmatrix} \Gamma_{F1}^{\sigma} & 0 & \sqrt{\Gamma_{F1}^{\sigma}\Gamma_{F2}^{\sigma}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_1/2} & 0 \\ 0 & \Gamma_{F1}^{\bar{\sigma}} & 0 & \sqrt{\Gamma_{F1}^{\bar{\sigma}}\Gamma_{F2}^{\sigma}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi_2/2} \\ \sqrt{\Gamma_{F1}^{\sigma}\Gamma_{F2}^{\sigma}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi_1/2} & 0 & \Gamma_{F2}^{\sigma} & 0 \\ 0 & \sqrt{\Gamma_{F1}^{\bar{\sigma}}\Gamma_{F2}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_2/2} & 0 & \Gamma_{F2}^{\bar{\sigma}} \end{pmatrix}, \tag{10}$$

与右端超导电极耦合的线宽矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_S^{\sigma}$ 为：

$$\boldsymbol{\Gamma}_S^{\sigma}=\rho(\omega)\times\begin{pmatrix} \Gamma_{S1}^{\sigma} & -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S1}^{\sigma}\Gamma_{S1}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi/2} & \sqrt{\Gamma_{S1}^{\sigma}\Gamma_{S2}^{\sigma}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi_1/2} & -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S1}^{\sigma}\Gamma_{S2}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\tilde{\sigma}\varphi_R/2} \\ -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S1}^{\sigma}\Gamma_{S1}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi/2} & \Gamma_{S1}^{\bar{\sigma}} & -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S1}^{\bar{\sigma}}\Gamma_{S2}^{\sigma}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\tilde{\sigma}\varphi_R/2} & \sqrt{\Gamma_{S1}^{\bar{\sigma}}\Gamma_{S2}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_2/2} \\ \sqrt{\Gamma_{S1}^{\sigma}\Gamma_{S2}^{\sigma}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_1/2} & -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S1}^{\bar{\sigma}}\Gamma_{S2}^{\sigma}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{\sigma}\varphi_R/2} & \Gamma_{S2}^{\sigma} & -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S2}^{\sigma}\Gamma_{S2}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi/2} \\ -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S1}^{\sigma}\Gamma_{S2}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{\sigma}\varphi_R/2} & \sqrt{\Gamma_{S1}^{\bar{\sigma}}\Gamma_{S2}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi_2/2} & -\tilde{\sigma}\dfrac{\Delta}{\omega}\sqrt{\Gamma_{S2}^{\sigma}\Gamma_{S2}^{\bar{\sigma}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi/2} & \Gamma_{S2}^{\bar{\sigma}} \end{pmatrix}, \tag{11}$$

其中 $\bar{\sigma}=-\sigma$，$\varphi_R=\varphi_{R2}-\varphi_{R1}$ 为 RSOI 引起的相因子差，φ_1 和 φ_2 分别为 $\varphi_1=\phi-\varphi_R$、$\varphi_2=\phi+\varphi_R$。超导电极的 BCS 态密度 $\rho(\omega)$ 满足：当 $|\omega|>\Delta$ 时，$\rho(\omega)=|\omega|/\sqrt{\omega^2-\Delta^2}$；$|\omega|<\Delta$ 时，$\rho(\omega)=\omega/\mathrm{i}\sqrt{\Delta^2-\omega^2}$。

由于超导电极的存在，粒子可以发生正常粒子隧穿过程和 Andreev 反射过程，因此流过系统的电流和热流都由这两种隧穿过程的贡献组成。自旋依赖的电流 I^{σ} 和热流 $I^{Q\sigma}$ 分别为：

$$I^{\sigma}=I_S^{\sigma}+I_{AR}^{\sigma}, \tag{12}$$

$$I^{Q\sigma}=I_S^{Q\sigma}+I_{AR}^{Q\sigma}, \tag{13}$$

其中每一项的具体形式为：

$$\begin{aligned} I_S^{\sigma}&=\frac{e}{\hbar}\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\left[f_L(\omega-\mu_L)-f_R(\omega)\right]T_S^{\sigma}, \\ I_{AR}^{\sigma}&=\frac{e}{\hbar}\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\left[f_L(\omega-\mu_L)-f_L(\omega+\mu_L)\right]T_{AR}^{\sigma}, \\ I_S^{Q\sigma}&=\frac{1}{\hbar}\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}(\omega-\mu_L)\left[f_L(\omega-\mu_L)-f_R(\omega)\right]T_S^{\sigma}, \\ I_{AR}^{Q\sigma}&=\frac{1}{\hbar}\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}(\omega-\mu_L)\left[f_L(\omega-\mu_L)-f_L(\omega+\mu_L)\right]T_{AR}^{\sigma}。 \end{aligned} \tag{14}$$

这里，$f_{\alpha=L,R}(x)=\left[1+\exp(x/k_BT_{\alpha})\right]^{-1}$ 为电极上温度为 T_{α} 时的费米分布函数，T_S^{σ} 和 T_{AR}^{σ} 分别为正常粒子隧穿和 Andreev 反射引起的透射函数，满足：

$$T_S^{\sigma}=\sum_{i=1,3}(\Gamma_F^{\sigma}G_{\sigma}^{a}\Gamma_S^{\sigma}G_{\sigma}^{r})_{ii}, \tag{15}$$

$$T_{AR}^{\sigma}=\sum_{i=1,3}^{j=2,4}(\Gamma_F^{\sigma}G_{\sigma}^{r}\Gamma_S^{\sigma})_{ij}\,(G_{\sigma}^{a})_{ji}, \tag{16}$$

式中的超前格林函数 G_{σ}^{a} 满足 $G_{\sigma}^{a}(\omega)=[\,G_{\sigma}^{r}(\omega)\,]^{\dagger}$。

考虑铁磁电极在系统自旋弛豫时间较长下的自旋累积，则电极间自旋依赖的电位差为 $\Delta V_{\sigma}=\Delta V+\sigma\Delta V_S$，其中 ΔV 为正常电压，ΔV_S 为自旋偏压。在线性响应情况下，自旋依赖的电流 I^{σ} 和热流 $I^{Q\sigma}$ 可表示为：

$$I^{\sigma}=\mathrm{e}^2L_{11\sigma}\Delta V_{\sigma}+\frac{\mathrm{e}}{T}L_{12\sigma}\Delta T, \tag{17}$$

$$I^{Q\sigma}=\mathrm{e}L_{21\sigma}\Delta V_{\sigma}+\frac{1}{T}L_{22\sigma}\Delta T, \tag{18}$$

其中自旋依赖的昂萨格系数为：

$$L_{11\sigma}=-\frac{2}{\hbar}\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\frac{\partial f}{\partial\omega}(T_S^{\sigma}+2T_{AR}^{\sigma}),\tag{19}$$

$$L_{12\sigma}=L_{21\sigma}=-\frac{2}{\hbar}\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}(\omega-\mu)\frac{\partial f}{\partial\omega}T_S^{\sigma},\tag{20}$$

$$L_{22\sigma}=-\frac{2}{\hbar}\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}(\omega-\mu)^2\frac{\partial f}{\partial\omega}T_S^{\sigma},\tag{21}$$

自旋依赖的电导率G_σ和热电势S_σ可以写成:

$$G_\sigma=L_{11\sigma},S_\sigma=-\frac{1}{T}\frac{L_{12\sigma}}{L_{11\sigma}}。\tag{22}$$

因此,系统的电导率和自旋传导率可定义为$G=G_\uparrow+G_\downarrow$,$G_S=G_\uparrow-G_\downarrow$。同理,热电势和热自旋势可定义为$S=(S_\uparrow+S_\downarrow)/2$,$S_S=(S_\uparrow-S_\downarrow)/2$。而热导率$\kappa$表示为:

$$\kappa=\sum_\sigma\kappa_\sigma=\frac{1}{T}\sum_\sigma\left(L_{22\sigma}-\frac{L_{12\sigma}L_{21\sigma}}{L_{11\sigma}}\right)。\tag{23}$$

对应的电荷品质因子和自旋品质因子为$ZT=GS^2T/\kappa$,$Z_ST=|G_S|S_S^2T/\kappa$,分别描述热电和热自旋转换效率。需要指出的是,这里忽略了声子贡献的热导率κ_{ph}。

2 数值结果与讨论

在数值计算中,选取参数Δ为能量单位,点间耦合强度为$t=0.3\Delta$,单位线宽函数为$\Gamma_0=0.1\Delta$,并设定两个量子点能级相同,即$\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon$。平行双量子点系统中磁通和量子点内的RSOI都会产生相因子,为着重研究RSOI下自旋依赖的输运性质,数值计算中假定磁通不变并设为$\phi=\pi$、$\theta=0$。下面将分别讨论相关参数对系统热电和热自旋输运性质的影响。

2.1 RSOI引起的相因子差φ_R的影响

由公式(10)(11)可知,RSOI对体系自旋输运的贡献取决于相因子差φ_R而不是单个的相因子φ_{Ri}。图2给出了不同φ_R下热电和热自旋系数随量子点能级ε的变化情况,其中双量子点与铁磁和超导电极的耦合考虑对称的情形。如图2(a)所示,$\varphi_R=0$时在超导能隙内电导谱呈现出三个对称的共振峰,其中$\varepsilon=0$处的电导峰来源于双能级Andreev反射,而$\varepsilon=\pm t$处的电导峰来源于单能级Andreev反射[23]。当$\varphi_R\neq0$时,左右两个Andreev电导峰会变得不对称。随着φ_R增大,$\varepsilon=0$处的电导峰不变,而$\varepsilon=\pm t$处的电导峰逐渐变小,并且右峰比左峰下降得快。当$\varphi_R=\pi$时,$\varepsilon=\pm t$处的Andreev电导峰消失。为了解不同自旋粒子隧穿过程对电导的贡献,图3给出了$\varphi_R=\pi/2$时自旋依赖的电导率随能级的变化曲线。从图3(a)可以看出,自旋向上和自旋向下的Andreev反射电导完全相同,这表明铁磁电极和RSOI并不能极化Andreev反射流。Andreev电导峰随φ_R的变化来源于相等的自旋向上和向下Andreev反射电导随φ_R发生相同的变化。在超导能隙附近,正常粒子隧穿引起的电导峰由于其幅值与Andreev电导峰相比很小,所以在电导谱中并不明显。尽管如此,从图3(a)可以看出,铁磁电极和RSOI都可以极化正常粒子隧穿流,在$\varepsilon=\pm\Delta\pm t$附近自旋依赖的电导呈现出典型的干涉现象。这将导致自旋传导率$G_S=G_\uparrow-G_\downarrow$的行为将非常丰富,如图2(b)所示。当$\varphi_R=0$时,在超导能隙深处$G_S$为零,在$\varepsilon=\pm\Delta\pm t$附近$G_S$呈现出对称的四个峰。这是由于$\varphi_R=0$情形下干涉效应由磁通$\phi=\pi$决定,自旋依赖的传导率$G_\uparrow$和$G_\downarrow$都会在$\varepsilon=\pm\Delta\pm t$附近呈现出四个关于费米能级对称的Breit-Wigner共振峰,而且在全部区域满足$G_\uparrow>G_\downarrow$。当$\varphi_R\neq0$时,自旋依赖的相因子导致自旋传导率不再对称,同时G_S随能级ε的变化会发生符号反转。从图3(a)中可以看出,$\varepsilon=\Delta-t$附近的$G_\uparrow$和$\varepsilon=-\Delta+t$附近的$G_\downarrow$会呈现出Fano共振。同时,由于点间耦合t比较小,$\varepsilon=-\Delta+t(\varepsilon=\Delta-t)$附近展宽的$G_\uparrow(G_\downarrow)$Breit-Wigner峰会将$\varepsilon=-\Delta-t(\varepsilon=\Delta+t)$附近变窄的$G_\uparrow(G_\downarrow)$Breit-Wigner峰重合叠加。自旋依赖电导的干涉行为导致自旋传导率G_S在$\varepsilon=-\Delta+t$、$\Delta-t$附近的Fano反共振点处呈现出两个尖峰,而在$\varepsilon=-\Delta-t$和$\varepsilon=\Delta+t$两侧分

别呈现出两个反对称的峰。随着φ_R的增大,自旋依赖电导中的Fano共振会变陡而且峰值显著减小,$\varepsilon=-\Delta-t$附近$G_\uparrow$和$\varepsilon=\Delta+t$附近$G_\downarrow$的Breit-Wigner峰减小,所以G_S共振峰的绝对值随着φ_R的增大而增加,而且能隙附近的自旋电导峰会分别向$\varepsilon=-\Delta+t$、$\varepsilon=\Delta-t$靠近。当$\varphi_R=\pi$时,Fano共振完全消失,$G_\uparrow(G_\downarrow)$只有在$\varepsilon=-\Delta+t$、$\varepsilon=\Delta+t(\varepsilon=-\Delta-t$、$\varepsilon=\Delta-t)$附近出现共振峰,此时自旋传导率在相应位置出现四个峰。

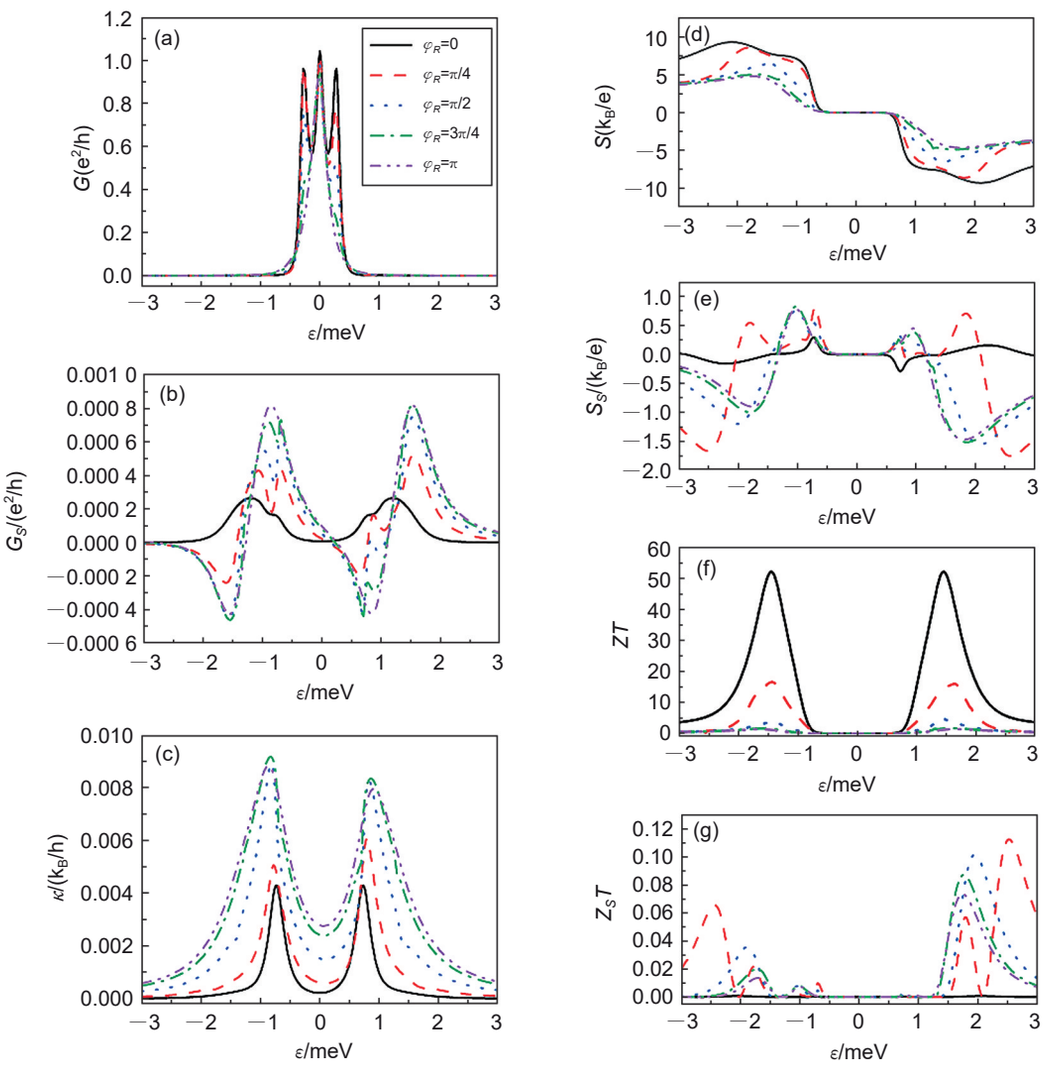


图2 不同相因子差φ_R下热电系数随量子点能级ε的变化曲线

(a)电导G,(b)自旋传导率G_S,(c)热导率κ,(d)热电势S,(e)热自旋势S_S,(f)电荷品质因子ZT,(g)自旋品质因子Z_ST。其他参数选取为:$k_BT=0.15\Delta$,$t=0.3\Delta$,$\lambda=1$,$p=0.3$,$\phi=\pi$,$\theta=0$。

Fig. 2 The thermoelectric coefficients as a function of quantum dot level ε for different phase difference φ_R

(a) conductance G, (b) spin conductance G_S, (c) thermal conductance κ, (d) thermopower S, (e) spin thermopower S_S, (f) figure of merit ZT, and (g) spin figure of merit Z_ST. Other parameters are selected as: $k_BT=0.15\Delta$, $t=0.3\Delta$, $\lambda=1$, $p=0.3$, $\phi=\pi$, $\theta=0$.

需要指出的是,热电和热自旋系数随φ_R呈现4π的周期性变化。在$[-2\pi,2\pi]$周期区间,热电和热自旋系数满足$G\backslash G_s\backslash\kappa(\varphi_R,\varepsilon)=G\backslash G_s\backslash\kappa(-\varphi_R,-\varepsilon)$,$S\backslash S_s(\varphi_R,\varepsilon)=-S\backslash S_s(-\varphi_R,-\varepsilon)$,而在$[0,2\pi]$半周期区间满足$G\backslash G_s\backslash\kappa\backslash S\backslash S_s(\varphi_R,\varepsilon)=G\backslash G_s\backslash\kappa\backslash S\backslash S_s(2\pi-\varphi_R,\varepsilon)$,所以图2只给出了$\varphi_R$从0增大到$\pi$时热电和热自旋系数的变化情况。图2(c)为热导率$\kappa$随能级的变化情况。由于超导能隙内的Andreev反射不会对热流有贡献,热导率来源于正常粒子隧穿。当$\varphi_R=0$时,热导率自旋分量$\kappa_\uparrow$和$\kappa_\downarrow$都在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$处呈现两个对称的Breit-Wigner峰,所以κ也呈现出两个对称的峰。

当φ_R从小增大时,$\varepsilon=\Delta-t$($\varepsilon=-\Delta+t$)处的$\kappa_\uparrow$($\kappa_\downarrow$)峰转变为Fano共振,如图3(b)所示。$\kappa_\uparrow$和$\kappa_\downarrow$的Breit-Wigner峰和Fano共振在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$附近叠加出图2(c)中热导率的两个共振峰。随着φ_R增大,自旋依赖的热导率峰变大,特别是$\varepsilon=-\Delta+t$处的$\kappa_\uparrow$峰显著增大。当$\varphi_R>\pi/2$时,$\varepsilon=\Delta-t$($\varepsilon=-\Delta+t$)附近$\kappa_\uparrow$($\kappa_\downarrow$)的Fano峰开始减小,而$\varepsilon=-\Delta-t$($\varepsilon=\Delta+t$)处$\kappa_\downarrow$($\kappa_\uparrow$)开始呈现Breit-Wigner峰并逐渐增大。因此,随着φ_R的增大,热导率共振峰会向靠近能隙的方向偏移,而且其峰值先显著增强然后缓慢变化。当$\varphi_R=\pi$,热导率自旋分量中的Fano共振消失,$\kappa_\uparrow$($\kappa_\downarrow$)仅在$\varepsilon=-\Delta+t$、$\Delta+t$($\varepsilon=-\Delta-t$、$\Delta-t$)附近出现共振峰。

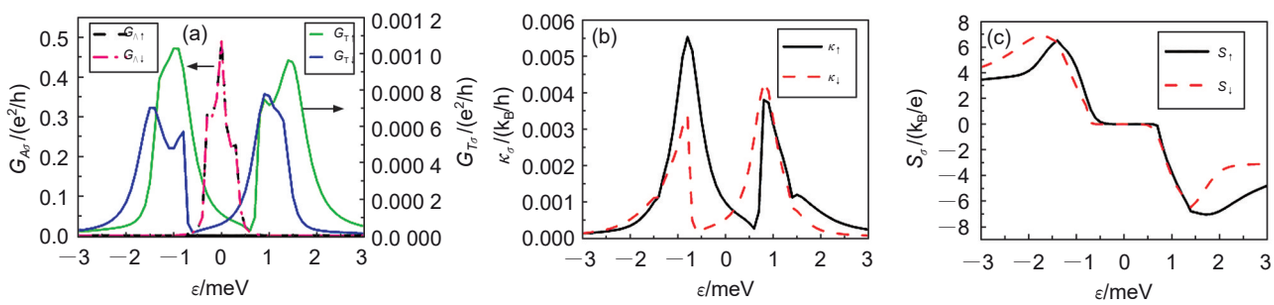


图3 热电系数的自旋分量随量子点能级ε的变化曲线

(a)Andreev反射和正常粒子隧穿的电导率自旋分量$G_{A\sigma}$和$G_{T\sigma}$,(b)热导率的自旋分量κ_σ,(c)热电势的自旋分量S_σ。RSOI相因子差选取为$\varphi_R=\pi/2$,其余参数与图2一致。

Fig. 3 The spin-dependent thermalelectric coefficients as a function of quantum dot level ε

(a) The spin-dependent conductance $G_{A\sigma}$ for Andreev reflection and $G_{T\sigma}$ for normal particle tunneling, (b) spin-dependent thermal conductance κ_σ, (c) spin-dependent thermopower S_σ. The phase difference is selected as $\varphi_R=\pi/2$, other parameters are the same as those of Fig. 2.

图2(d)和图2(e)分别为热电势S及热自旋势S_S随能级的变化情况。从图中可以看到,热电势和热自旋势在超导能隙内都会有一个值为0的平台。这是由于在超导能隙深处单粒子隧穿过程被抑制,而温度偏压不能产生Andreev反射,所以自旋依赖的热电势都为零,如图3(c)所示。当$\varphi_R=0$时,自旋依赖的热电势关于费米能级都呈现反对称曲线,又由于自旋极化仅由铁磁电极产生,$|S_\uparrow|$和$|S_\downarrow|$的差异很小,热自旋势在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$处呈现两个反对称的小峰。当$\varphi_R\neq0$时,$S_\uparrow$和$S_\downarrow$各自的曲线不再反对称,但是$S_\uparrow$的曲线与$S_\downarrow$的曲线近似反对称,因此热电势S的曲线关于费米能级近似反对称,而热自旋势S_S的曲线关于费米能级近似对称。随着φ_R的增大,$|S_\uparrow|$和$|S_\downarrow|$都会减小,所以热电势S的绝对值会逐渐减小,如图2(d)所示。从图3(c)可看出,在$\varepsilon=\Delta+t$和$\varepsilon=-\Delta-t$处,自旋依赖的热电势相等,即$S_\uparrow=S_\downarrow$,$S_S=0$。结合在超导能隙深处的零平台,热自旋势S_S在不同能级区域随φ_R的变化呈现不同的变化趋势,如图2(e)所示。在$-\Delta-t<\varepsilon<\Delta+t$区域,随着$\varphi_R$的增大,$S_S$在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$处的峰值会先增加后减小,而在超导能隙边缘$\varepsilon=\pm\Delta$附近的两个峰会逐渐增加。在$\varepsilon\geqslant\Delta+t$($\varepsilon\leqslant-\Delta-t$)区域,热自旋势的峰会随着$\varphi_R$的增大向$\varepsilon=\Delta+t$($\varepsilon=-\Delta-t$)偏移,而且峰值会减小,特别是靠近能隙的热自旋势正峰会显著减小。当$\varphi_R=\pi$,S_S在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$处的峰消失,只在$\varepsilon=\Delta+t$和$\varepsilon=-\Delta-t$两侧分别呈现两个峰。由于热电势S及热自旋势S_S都有一个零值平台,因此热电品质因子ZT和自旋品质因子Z_ST也会出现一个为零的平台,如图2(f)和图2(g)所示。因为强烈违背Wiedemann-Franz定律,ZT在$\varepsilon=-\Delta-t$和$\varepsilon=\Delta+t$附近呈现出两个极大值。由于热电势S随着φ_R的增大而显著减小,所以ZT会随着φ_R的增大而降低。Z_ST谱中峰值的位置完全由热自旋势S_S决定,其随φ_R的变化规律也与S_S基本类似。从图2(g)可以看出,RSOI可以显著提高热自旋转化效率。需要强调的是,尽管在远离能隙的区域可以获得较大的自旋品质因子,但是在超导能隙附近特别是超

导能隙内的自旋品质因子更容易在实验上操控。

2.2 耦合不对称因子λ的影响

由上部分可知,RSOI对自旋依赖热电参量有明显的增强效应,下面将着重研究其他相关参数对热自旋输运的调制。双量子点系统中耦合不对称因子是非常重要的结构参数[17]。当$\lambda=0$时,系统变为串联耦合双量子点系统。当$0<\lambda<1$时,整个系统为非对称耦合状态。当$\lambda=1$时,系统为对称耦合状态。λ会对系统的电子隧穿产生很大的调制,比如,λ可以调制Andreev反射电导峰的对称性,以及当$\phi=\pi$,$\varphi_R=\pi$时非对称耦合λ仍然可以调制自旋依赖的电导出现Fano共振。为了解λ对存在RSOI下的干涉效应和热自旋效应的进一步调制,图4给出了$\phi=\pi$,$\varphi_R=\pi/2$时不同耦合不对称因子下热自旋参量随量子点能级的变化曲线。当$\lambda=0$时,串联耦合下磁通引起的AB相位将不存在,$G_\uparrow(G_\downarrow)$在$\varepsilon=\pm\Delta\pm t$附近呈现出四个对称的共振峰,而$\kappa_\uparrow(\kappa_\downarrow)$在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$处呈现两个对称的共振峰,所以自旋传导率$G_S$和热导率$\kappa$呈现对称结构。当$\lambda\neq0$时,$G_\uparrow(G_\downarrow)$谱线和$\kappa_\uparrow(\kappa_\downarrow)$谱线分别与图3(a)和图3(b)所示$\lambda=1$情形类似。$G_\uparrow(\kappa_\uparrow)$和$G_\downarrow(\kappa_\downarrow)$分别在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$附近出现Fano共振。随着$\lambda$的增大,自旋依赖电导的Fano共振线和反共振点不变,但是所有共振峰都会减小并且变窄。由于$G_\downarrow$比$G_\uparrow$整体减小的更多,所以自旋传导率G_S的绝对值会随着λ的增加而增大,如图4(a)所示。不同的是,自旋依赖的热导率会随着λ的增大而显著增大,而且共振峰会展宽,所以热导率随着λ的增大而增大,如图4(b)所示。图4(c)给出的热自旋势S_S随不对称因子λ的变化趋势与图2(e)所示热自旋势S_S随φ_R的变化趋势类似。当$\lambda=0$时,热自旋势在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$处呈现两个较小的峰。当$\lambda\neq0$时,热自旋势S_S的绝对值显著增加。随着λ的增大,热自旋势S_S在$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$处的峰值会先增加后减小,而在超导能隙边缘附近的峰会逐渐增加。当λ取较小值(如$\lambda=0.3$)时,$\varepsilon=-\Delta+t$处的热自旋势S_S能够显著增大,因此可以得到较大的热自旋品质因子Z_ST,如图4(d)所示。不同之处在于,随着λ的增大,远离超导能隙的S_S负峰在向超导能隙靠近的同时其绝对值会增大,因此Z_ST也会相应地提高。

2.3 自旋极化率p的影响

接下来考虑铁磁电极的自旋极化率对热自旋输运性质的影响。从图5给出的不同自旋极化率下热自旋系数随能级的变化情况可看出,当铁磁电极变为正常电极($p=0$)时,自旋热电系数仍然会呈现出丰富的干涉效应和较大的值,这表明仅由RSOI也可以极化正常粒子隧穿流。当$p\neq0$时,p调制的Γ_{ai}^{σ}和φ_R的自旋依赖相因子$e^{\pm i\sigma\varphi_R}$共同决定体系的自旋输运。随着p的不断增加,铁磁电极中自旋向上的电子变多,$G_\uparrow$不断增大,而$G_\downarrow$不断减小,因此大于零的G_S逐渐增大,小于零的G_S绝对值逐渐减小,如图5(a)所示。$\kappa_\downarrow$也会随着p的增加而减小,但是$\kappa_\uparrow$随着p的增加变化很小,所以热导率κ会随着p的增大略微减小,如图5(b)所示。从图5(c)可看出,自旋极化率p可以极大地调制热自旋势。在$-\Delta+t<\varepsilon<\Delta-t$区域,由于铁磁电极不能极化Andreev反射流,热自旋势保持平台不变。在热自旋势非零区域,$|S_\uparrow|(|S_\downarrow|)$会随着$p$的增大而增大(减小),所以在$S_\uparrow(S_\downarrow)>0$的区域热自旋势曲线向上移,而在$S_\uparrow(S_\downarrow)<0$的区域热自旋势曲线向下移。特别是,在$-\Delta-t<\varepsilon<-\Delta+t$区域,由于$|S_\downarrow|$显著减小,热自旋势的绝对值会显著增加。从图5(c)还可看出,在$\Delta-t<\varepsilon<\Delta+t$区域,电极的自旋极化可以调制热自旋势$S_S$发生符号的反转。在$-\Delta-t<\varepsilon<-\Delta+t$和$\Delta-t<\varepsilon<\Delta+t$区域,由于自旋电导和热自旋势绝对值增大的同时伴随着热导率值的减小,热自旋品质因子Z_ST会随着p的增大而明显升高,如图5(d)所示。当铁磁电极接近理想的自旋极化时($p=1$),热自旋品质因子与正常电极情形相比可以增强10倍以上。此外,在远离超导能隙区域,与$|S_S|$变化趋势相同,$\varepsilon<-\Delta-t(\varepsilon>\Delta+t)$区域的热自旋品质因子会随着极化率的增大而降低(升高)。

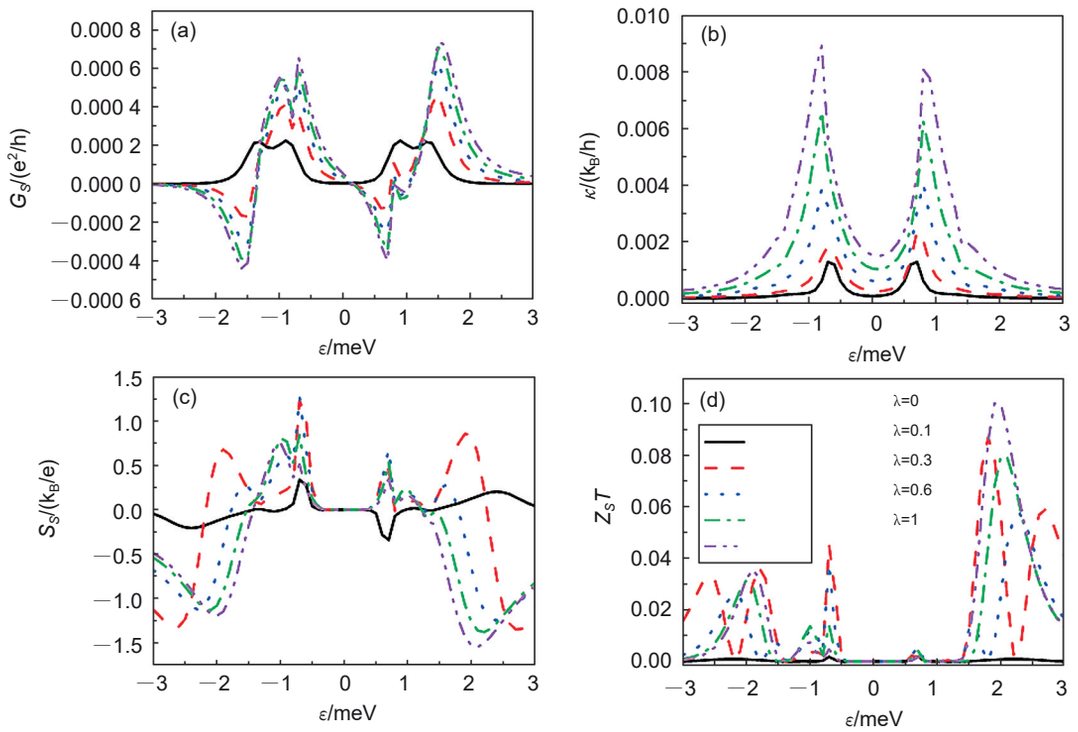


图4 不同耦合不对称因子λ下热自旋系数随量子点能级ε的变化曲线

(a) G_S,(b) κ,(c) S_S,(d) Z_ST。RSOI相因子差选取为$\varphi_R=\pi/2$,其他系统参数与图2相同。

Fig. 4 The thermal-spin coefficients as a function of quantum dot level for different coupling asymmetric factor λ

(a) G_S, (b) κ, (c) S_S, and (d) Z_ST. The phase difference is selected as $\varphi_R=\pi/2$, other parameters are the same as those of Fig. 2.

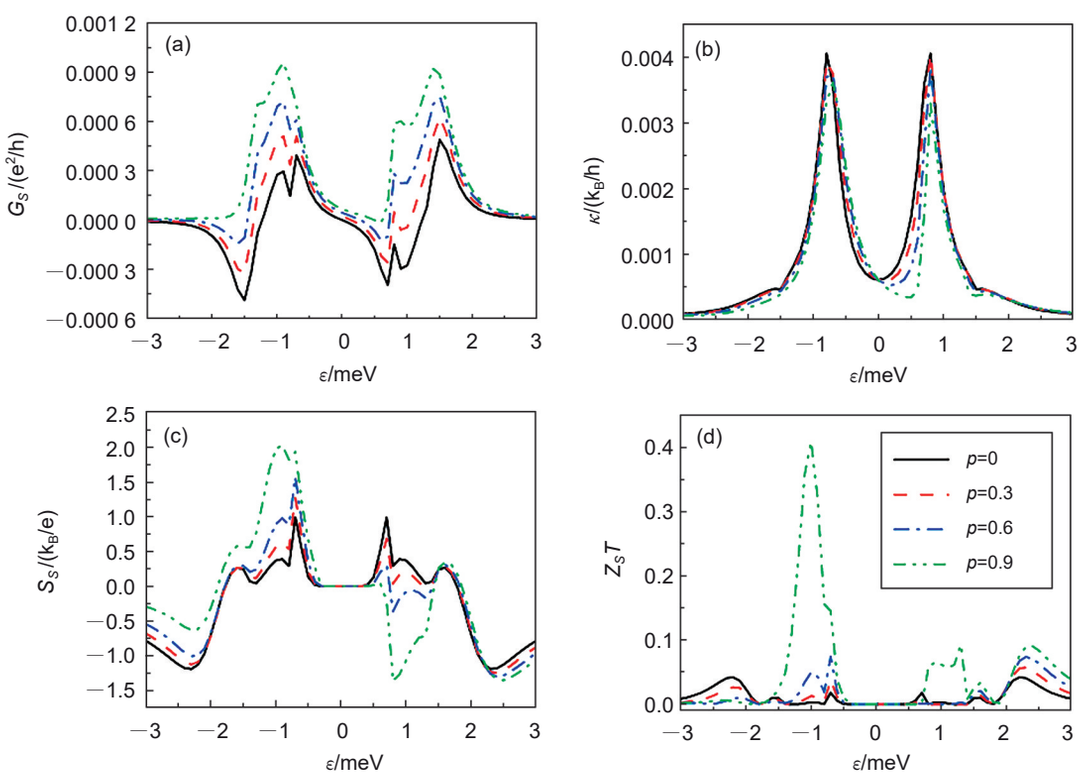


图5 不同自旋极化率p下热自旋系数随量子点能级ε的变化曲线

(a)G_S,(b)κ,(c)S_S,(d)Z_ST。相关参数选取为:$\lambda=0.3$,$\varphi_R=\pi/2$,其余参数的取值与图2一致。

Fig. 5 The thermal-spin coefficients as a function of quantum dot level for indicated values of spin polarization p

(a) G_S, (b) κ, (c) S_S, (d) Z_ST. The relevant parameters are selected as: $\lambda=0.3$, $\varphi_R=\pi/2$, other parameters are the same as those of Fig. 2.

2.4 温度T的影响

由电流公式可知,热自旋系数强烈地依赖费米分布函数,所以电极温度T也会显著影响系统的热自旋输运性质。当温度升高时,Andreev反射过程会被抑制,更多的电子会参与到正常粒子隧穿过程中。因此,自旋依赖的电导$G_\uparrow$和$G_\downarrow$都会随着温度的升高而增大。在$-\Delta-t<\varepsilon<-\Delta+t$和$\varepsilon>\Delta+t$区域$G_\uparrow$比$G_\downarrow$增大的多,而在$\Delta-t<\varepsilon<\Delta+t$和$\varepsilon<-\Delta-t$区域$G_\downarrow$比$G_\uparrow$增大的多,所以自旋电导$G_S$的绝对值随着温度的升高而增大,如图6(a)所示。随着温度的升高,更多带有高能量的粒子会参与到隧穿过程,自旋依赖的热导率$\kappa_\downarrow$、$\kappa_\uparrow$也会随着温度的升高而增大,热导率κ峰会随着温度的升高显著增大而且变宽,如图6(b)所示。在相对高温情形下,费米分布函数被展宽,$\varepsilon=-\Delta-t(\varepsilon=\Delta+t)$处自旋向上粒子(自旋向下粒子)对热导率的贡献增大,所以在热导率谱中呈现出共振峰。从图6(c)可以看出,温度对热自旋势S_S也有很大的影响。由于温度升高时费米分布函数被展宽,在$-\Delta+t<\varepsilon<-t$,$t<\varepsilon<\Delta-t$区域的$|S_\uparrow|$和$|S_\downarrow|$会随着温度的升高而增大。但是,由于温度升高时电极上处于同一能量的粒子数会减少,在大部分能级区域$|S_\uparrow|$和$|S_\downarrow|$会随着温度的升高而减小。在$-\Delta+t<\varepsilon<-t$区域,$|S_\uparrow|$比$|S_\downarrow|$增加较多,而在$t<\varepsilon<\Delta-t$区域,$|S_\downarrow|$比$|S_\uparrow|$增加较多,所以两个区域的热自旋势会随着温度的升高而增大。同时,这两个区域内自旋传导率与热导率的比值也会随着温度的升高而增大,所以热自旋品质因子Z_ST随着温度的升高得到了很大的提升,如图6(d)所示。在相对高温情形,$-\Delta+t<\varepsilon<-t$区间的热自旋品质因子能够达到接近0.5。在超导能隙外的区域,Z_ST随温度的变化与$|S_S|$变化趋势相同。随着温度的升高,$S_\uparrow$和$S_\downarrow$的曲线会变得平滑,S_S和Z_ST峰会向远离费米能级的方向偏移,其中靠近能隙的峰会增大,而远离能隙的峰会减小。从图6(c)还可以看出,在远离超导能隙区域,如$\varepsilon=\pm2\Delta$附近,温度的升高也可以使热自旋势S_S发生符号反转。

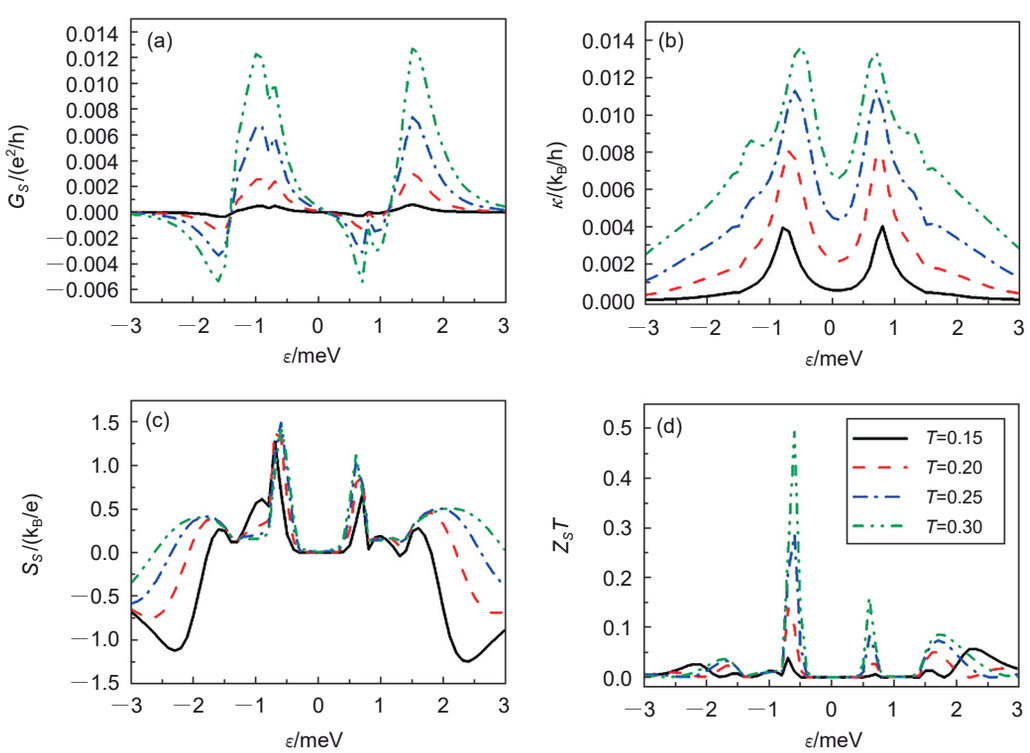


图6 不同温度T下热自旋系数随量子点能级ε的变化曲线

(a)G_S,(b)κ,(c)S_S,(d)Z_ST。相关参数选取为:$p=0.3$,$\lambda=0.3$,$\varphi_R=\pi/2$,其余参数的取值与图2一致。

Fig. 6 The thermal-spin coefficients as a function of quantum dot level for different temperature T

(a) G_S, (b) κ, (c) S_S, (d) Z_ST. The relevant parameters are selected as: $p=0.3$, $\lambda=0.3$, $\varphi_R=\pi/2$, other parameters are the same as those of Fig. 2

3 结论

基于平行耦合双量子点相连左端铁磁电极和右端超导电极的输运系统,本文研究了该体系存在RSOI时自旋依赖的热电特性。研究发现铁磁电极和RSOI并不能极化Andreev反射流,而$\varepsilon=0$,$\pm t$处Andreev反射电导峰的高度和对称性仍可以由φ_R等参数调制。重要的是,铁磁电极和RSOI可以极化正常粒子隧穿流。在磁通和RSOI共同调制下,$\varepsilon=-\Delta+t$,$\Delta-t$附近自旋依赖的电导和热导率会呈现出Fano共振现象。当存在RSOI时,热电势和热电转换效率会降低,而热自旋势和热自旋转换效率可以提高,因此RSOI下体系更适合作为热自旋转换器件。量子点与电极间的耦合不对称因子显著影响系统的热自旋性质,当取较小的耦合不对称因子时超导能隙内的热自旋品质因子会显著增大。当系统存在RSOI且不对称耦合情形下,超导能隙内$\varepsilon=\Delta-t$和$\varepsilon=-\Delta+t$附近的自旋品质因子会随着自旋极化率的增大和温度的升高而显著增大。此外,通过调节门电压、增大耦合不对称度、增加自旋极化率、升高温度,都可以实现热自旋势S_S符号的反转。这些研究结果可以为进一步设计和发展量子点超导热自旋器件提供新的理论依据。

参考文献:

[1] Dubi Y, Diventra M. *Colloquium*: Heat Flow and Thermoelectricity in Atomic and Molecular Junctions[J]. *Rev Mod Phys*, 2011, **83**(1): 131−155. DOI: 10.1103/revmodphys.83.131.

[2] Trocha P, Barnaś J. Large Enhancement of Thermoelectric Effects in a Double Quantum Dot System Due to Interference and Coulomb Correlation Phenomena[J]. *Phys Rev B*, 2012, **85**(8): 085408. DOI: 10.1103/physrevb.85.085408.

[3] Perez Daroca D, Roura-bas P, Aligia A A. Thermoelectric Properties of a Double Quantum Dot out of Equilibrium in Kondo and Intermediate Valence Regimes[J]. *Phys Rev B*, 2023, **108**(15): 155117. DOI: 10.1103/physrevb.108.155117.

[4] Pirot B R, Abdullah N R, Manolescu A, *et al*. Thermal Transport Controlled by Intra- and Inter-dot Coulomb Interactions in Sequential and Cotunneling Serially-coupled Double Quantum Dots[J]. *Phys B Condens Matter*, 2022, **629**: 413646. DOI: 10.1016/j.physb.2021.413646.

[5] Gómez-silva G, Orellana P A, Anda E V. Enhancement of the Thermoelectric Efficiency in a T-shaped Quantum Dot System in the Linear and Nonlinear Regimes[J]. *J Appl Phys*, 2018, **123**(8): 085706. DOI: 10.1063/1.5019922.

[6] Wang Q, Xie H Q, Nie Y H, *et al*. Enhancement of Thermoelectric Efficiency in Triple Quantum Dots by the Dicke Effect[J]. *Phys Rev B*, 2013, **87**(7): 075102. DOI: 10.1103/physrevb.87.075102.

[7] Bai J Y, He Z L, Li L, *et al*. The Influence of Side-coupled Quantum Dots on Thermoelectric Effect of Parallel-coupled Double Quantum Dot System[J]. *Phys B Condens Matter*, 2018, **545**: 377−382. DOI: 10.1016/j.physb.2018.06.040.

[8] Erdman P A, Mazza F, Bosisio R, *et al*. Thermoelectric Properties of an Interacting Quantum Dot Based Heat Engine[J]. *Phys Rev B*, 2017, **95**(24): 245432. DOI: 10.1103/physrevb.95.245432.

[9] Lu J C, Wang R Q, Ren J, *et al*. Quantum-dot Circuit-QED Thermoelectric Diodes and Transistors[J]. *Phys Rev B*, 2019, **99**(3): 035129. DOI: 10.1103/physrevb.99.035129.

[10] Bauer G E W, Saitoh E, Van Wees B J. Spin Caloritronics[J]. *Nat Mater*, 2012, **11**: 391−399. DOI: 10.1038/nmat3301.

[11] Manya M A, Martins G B, Figueira M S. Spin-orbit Coupling Effects on Thermoelectric Transport Properties in Quantum Dots[J]. *Phys Rev B*, 2022, **105**(16): 165421. DOI: 10.1103/physrevb.105.165421.

[12] Yu S C, Chi F, Liu L M, *et al*. Enhanced Spin Seebeck Efficiency in Closed Triple Quantum Dots Ring with Spin-dependent Interdot Couplings[J]. *Int J Theor Phys*, 2019, **58**(9): 2757−2769. DOI: 10.1007/s10773-019-04106-7.

[13] Najdi M A, Mudhafer A, Al-mukh J M, *et al*. The Magneto Thermoelectric Coefficients of Double Quantum Dots in Series Connected to Ferromagnetic Electrodes [J]. *J Magn Magn Mater*, 2024, **596**: 171930. DOI: 10.1016/j.jmmm.2024.171930.

[14] Grosu I, Ţifrea I. Thermoelectric Transport in a Spin-Orbit Mesoscopic Interferometer[J]. *Phys E Low Dimension Syst Nanostruct*, 2024, **155**: 115815. DOI: 10.1016/j.physe.2023.115815.

[15] Weymann I, Barnaś J. Spin Thermoelectric Effects in Kondo Quantum Dots Coupled to Ferromagnetic Leads [J]. *Phys Rev B*, 2013, **88**(8): 085313. DOI: 10.1103/physrevb.88.085313.

[16] Liu Y S, Chi F, Yang X F, *et al*. Pure Spin Thermoelectric Generator Based on a Rashba Quantum Dot Molecule[J]. *J Appl Phys*, 2011, **109**(5): 053712. DOI:

10.1063/1.3560772.

[17] Zheng J, Chi F, Guo Y. Large Spin Figure of Merit in a Double Quantum Dot Coupled to Noncollinear Ferromagnetic Electrodes[J]. *J Phys Condens Matter*, 2012, **24**(26): 265301. DOI: 10.1088/0953-8984/24/26/265301.

[18] Bergeret F S, Silaev M, Virtanen P, *et al*. *Colloquium*: Nonequilibrium Effects in Superconductors with a Spin-splitting Field[J]. *Rev Mod Phys*, 2018, **90**(4): 041001. DOI: 10.1103/revmodphys.90.041001.

[19] Verma S, Singh A. Non-equilibrium Thermoelectric Transport across Normal Metal-Quantum Dot – Superconductor Hybrid System within the Coulomb Blockade Regime[J]. *J Phys: Condens Matter*, 2022, **34**(15): 155601. DOI: 10.1088/1361-648x/ac4ced.

[20] Hwang S Y, López R, Sánchez D. Large Thermoelectric Power and Figure of Merit in a Ferromagnetic-Quantum Dot-Superconducting Device[J]. *Phys Rev B*, 2016, **94**(5): 054506. DOI: 10.1103/physrevb.94.054506.

[21] Xu W P, Zhang Y Y, Li Z J, *et al*. Enhancement of the Thermoelectric Figure of Merit in a Ferromagnet-Quantum Dot-Superconductor Device Due to Intradot Spin-flip Scattering and Ac Field[J]. *Phys Lett A*, 2017, **381**(30): 2404−2411. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.05.016.

[22] Kamp M, Sothmann B. Phase-dependent Heat and Charge Transport Through Superconductor-Quantum Dot Hybrids [J]. *Phys Rev B*, 2019, **99**(4): 045428. DOI: 10.1103/physrevb.99.045428.

[23] Yao H, Zhang C, Li Z J, *et al*. Large Enhancement of Thermoelectric Effects in a Tunneling-coupled Parallel DQD-AB Ring Attached to one Normal and one Superconducting Lead[J]. *J Phys D: Appl Phys*, 2018, **51**(17): 175301. DOI: 10.1088/1361-6463/aab6e4.

[24] Yao H, Cheng C P, Li L L, *et al*. Superior Thermoelectric Properties through Triangular Triple Quantum Dots (TTQD) Attached to one Metallic and one Superconducting Lead[J]. *Nanoscale Adv*, 2023, **5**(4): 1199−1211. DOI: 10.1039/d2na00838f.

[25] Dutta P, Saha A, Jayannavar A M. Thermoelectric Properties of a Ferromagnet-superconductor Hybrid Junction: Role of Interfacial Rashba Spin-orbit Interaction [J]. *Phys Rev B*, 2017, **96**(11): 115404. DOI: 10.1103/physrevb.96.115404.