北京林业大学学报
JOURNAL OF BEIJING FORESTRY UNIVERSITY

基于非线性混合效应模型的蒙古栎1年生苗木生长拟合

许诺 李翔宇 杨明灏 虞家昕 张晓林

Growth modeling of one-year-old *Quercus mongolica* seedlings using a nonlinear mixed-effects model

Xu Nuo, Li Xiangyu, Yang Minghao, Yu Jiaxin, Zhang Xiaolin

引用本文:
许诺, 李翔宇, 杨明灏, 虞家昕, 张晓林. 基于非线性混合效应模型的蒙古栎1年生苗木生长拟合[J]. 北京林业大学学报, 2026, 48(10):98–110. doi: 10.12171/j.1000–1522.20260081
Xu Nuo, Li Xiangyu, Yang Minghao, Yu Jiaxin, Zhang Xiaolin. Growth modeling of one–year–old *Quercus mongolica* seedlings using a nonlinear mixed–effects model[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2026, 48(10):98–110. doi: 10.12171/j.1000–1522.20260081

在线阅读 View online: https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20260081

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

气候敏感的杉木树高胸径非线性混合效应模型研建
Development of climate–sensitive nonlinear mixed–effects tree height–DBH model for *Cunninghamia lanceolata*
北京林业大学学报, 2023, 45(9): 52–61. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20230052

基于非线性混合效应模型的东北红松树高胸径关系
Relationship between tree height and DBH of *Pinus koraiensis* in northeastern China based on nonlinear mixed effects model
北京林业大学学报, 2025, 47(3): 38–48. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20240321

基于非线性混合效应模型的云南松林树高曲线
Tree height curves of *Pinus yunnanensis* forest based on nonlinear mixed effects model
北京林业大学学报, 2025, 47(3): 49–60. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20240063

基于非线性分位数混合效应构建杉木树高曲线模型
Construction of *Cunninghamia lanceolata* tree height curve model based on nonlinear quantile mixed effect
北京林业大学学报, 2023, 45(11): 33–41. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20220496

坡向对冀北山地蒙古栎幼树生长及生物量分配的影响
Effects of aspect on growth and biomass allocation of *Quercus mongolica* saplings in the mountain area of northern Hebei Province, northern China
北京林业大学学报, 2023, 45(12): 49–58. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20230160

功能作图的混合效应模型开发
Mixed–effect model development for functional mapping
北京林业大学学报, 2024, 46(5): 163–172. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20220416

DOI:10.12171/j.1000−1522.20260081

基于非线性混合效应模型的蒙古栎 1 年生苗木生长拟合

许 诺[1] 李翔宇[1] 杨明灏[1] 虞家昕[2] 张晓林[1]
（1. 沈阳农业大学林学院，辽宁 沈阳 110866；2. 辽宁省林业发展服务中心，辽宁 沈阳 110031）

摘要:【目的】筛选适宜描述蒙古栎 1 年生苗木苗高与地径生长的最优非线性生长模型，并构建非线性混合效应模型解析种源与个体层次的变异来源，揭示蒙古栎苗期生长节律及种源间生长差异。**【方法】**以来自辽宁、吉林、黑龙江 3 省 9 个种源地的 757 株蒙古栎 1 年生实生苗为研究对象，采用定株定时测定法，在生长季内（2025 年 6 月 20 日—11 月 20 日）每 30 d 测定一次苗高和地径，共获得 6 次重复观测数据。运用 Logistic、Gompertz 和 von Bertalanffy 3 种非线性生长模型对苗高和地径的生长动态拟合，基于均方根误差（RMSE）和平均绝对误差（MAE）最小原则筛选最优基础模型。在此基础上，进一步构建非线性混合效应模型，将渐近线参数 a 设为随机效应，b 和 k 设为固定效应。采用限制性极大似然法（REML）估计参数，通过似然比检验比较不同随机效应结构的拟合优度，并利用决定系数（R^2）、RMSE 和 MAE 评价模型拟合效果。**【结果】**（1）以 RMSE 最小为主要准则，Logistic 模型在苗高与地径生长拟合中均表现最优：苗高 RMSE 范围为 3.152 ~ 7.965 cm，MAE 范围为 2.459 ~ 6.077 cm，地径 RMSE 范围为 0.549 ~ 0.977 mm，MAE 范围为 0.439 ~ 0.731 mm。（2）基础 Logistic 模型因未考虑数据层次结构，拟合优度偏低，苗高 R^2 介于 0.312 ~ 0.510，地径 R^2 介于 0.453 ~ 0.594。引入种源与个体嵌套随机效应后，非线性混合效应模型的拟合优度显著提升，苗高 R^2 提升至 0.611 ~ 0.852，地径 3%；R^2 提升至 0.685 ~ 0.868，各种源 R^2 平均提升苗高约 0.356、地径约 0.257；RMSE 平均降低苗高约 34%、地径约 33%；MAE 平均降低苗高约 39%、地径约 36%。（3）随机效应方差组分分解结果显示，苗高生长极限的变异主要来源于个体间（方差分量 22.09，占总变异 39.48%），种源间变异次之（方差分量 14.59，占总变异 26.07%）；地径生长变异同样主要来源于个体间（方差分量 0.55，占总变异 44.16%），种源间变异次之（方差分量 0.34，占总变异 27.70%）。（4）种源间生长潜力存在显著差异，抚顺、金州、龙江种源的苗高理论最大生长量（a 值）较高（分别为 30.779、30.038、29.346 cm），柴河、叶赫种源较低（分别为 20.359、19.786 cm）；地径生长方面，龙江种源理论最大地径最高（5.037 mm），盖州种源最低（3.245 mm）。蒙古栎苗期生长呈现“先高后径”的节律特征，9 个种源苗高达到最大生长速率点的时间均早于地径。**【结论】**Logistic 模型可作为蒙古栎 1 年生苗木苗高与地径生长的普适性优选模型。非线性混合效应模型通过引入种源与个体嵌套随机效应，显著提升了模型拟合精度，有效解析了苗期生长性状的层次结构变异。研究结果可为蒙古栎优质苗木培育、苗期管理优化及种质资源早期评价提供科学依据和量化工具。

关键词：蒙古栎；苗高；地径；Logistic 模型；非线性混合效应模型
中图分类号：S723.1；S758.5 **文献标志码：**A **文章编号：**1000−1522(2026)10−0098−13
引文格式：许诺，李翔宇，杨明灏，等. 基于非线性混合效应模型的蒙古栎 1 年生苗木生长拟合［J］. 北京林业大学学报，2026，48(10)：98−110. Xu Nuo, Li Xiangyu, Yang Minghao, et al. Growth modeling of one-year-old *Quercus mongolica* seedlings using a nonlinear mixed-effects model［J］. Journal of Beijing Forestry University, 2026, 48(10): 98−110.

Growth modeling of one-year-old *Quercus mongolica* seedlings using a nonlinear mixed-effects model

Xu Nuo[1] Li Xiangyu[1] Yang Minghao[1] Yu Jiaxin[2] Zhang Xiaolin[1]

收稿日期: 2026−02−12 **修回日期:** 2026−04−26
基金项目: 国家重点研发计划（2024YFD1501400）。
第一作者: 许诺。主要研究方向：森林培育。Email: 654508286@qq.com 地址：110866 辽宁省沈阳市沈河区东陵路 120 号 沈阳农业大学林学院。
责任作者: 张晓林，副教授。主要研究方向：森林培育。Email: zxlsyau@syau.edu.cn 地址：同上。
本刊网址: https://j.bjfu.edu.cn; https://journal.bjfu.edu.cn

(1. College of Forestry, Shenyang Agricultural University, Shenyang 110866, Liaoning, China;
2. Liaoning Forestry Development Service Center, Shenyang 110031, Liaoning, China)

Abstract: ［**Objective**］This study sought to identify the most suitable nonlinear growth model for describing height and ground diameter growth in one-year-old *Quercus mongolica* seedlings, and to develop a nonlinear mixed-effects model that partitions variation at provenance and individual levels, and to characterise the seedling growth rhythm and growth differences among provenances of *Q. mongolica*. ［**Method**］We used 757 one-year-old seedlings from nine provenances across Liaoning, Jilin and Heilongjiang provinces. Height and ground diameter were measured every 30 days during the growing season (20 June to 20 November 2025), giving six repeated observations per seedling. Three growth functions—Logistic, Gompertz and von Bertalanffy—were fitted to the data. The best basic model was selected by minimising root mean square error (RMSE) and mean absolute error (MAE). We then constructed a nonlinear mixed-effects model, treating the asymptotic parameter *a* as random and parameters *b* and *k* as fixed. Parameters were estimated using restricted maximum likelihood (REML). Likelihood-ratio tests were used to compare different random-effect structures, and model performance was evaluated using the coefficient of determination (R^2), RMSE and MAE. ［**Result**］(1) The Logistic model achieved the lowest RMSE across all provenances (3.152–7.965 cm), MAE of 2.459–6.077 cm; for ground diameter, RMSE was 0.549–0.977 mm and MAE was 0.439–0.731 mm. (2) The basic Logistic model, which ignored the hierarchical data structure, exhibited poor fit: R^2 ranged from 0.312 to 0.510 for height and from 0.453 to 0.594 for diameter. After incorporating provenance and individual nested random effects, the mixed-effects model performed substantially better: R^2 increased to 0.611–0.852 for height and 0.685–0.868 for diameter. On average, R^2 rose by about 0.356 for height and 0.257 for diameter, RMSE decreased by about 34% for height and 33% for diameter, and MAE decreased by about 39% for height and 36% for diameter. (3) Variance component decomposition revealed that most of the variation in asymptotic height came from individuals (variance component 22.09, 39.48% of total variation), followed by provenances (14.59, 26.07%). Similarly for ground diameter, individual variation contributed 0.55 (44.16%) and provenance variation 0.34 (27.70%). (4) Growth potential differed significantly among provenances. The Fushun, Jinzhou and Longjiang provenances had higher theoretical maximum height (*a* values: 30.779, 30.038 and 29.346 cm, respectively), while the Chaihe and Yehe provenances had lower values (20.359 and 19.786 cm). For ground diameter, Longjiang had the highest theoretical maximum (5.037 mm) and Gaizhou the lowest (3.245 mm). Seedling growth followed a “height-first, diameter-later” rhythm: all nine provenances reached their peak height growth rate earlier than their peak diameter growth rate. ［**Conclusion**］The Logistic model is a broadly suitable choice for modelling height and ground diameter growth in one-year-old *Q. mongolica* seedlings. By incorporating provenance and individual nested random effects, the nonlinear mixed-effects model greatly improved fitting accuracy and effectively captured the hierarchical variation in seedling growth traits. These findings provide a scientific basis and quantitative tools for cultivating high-quality seedlings, optimising nursery management, and evaluating germplasm resources at an early stage.

Key words: *Quercus mongolica*; seedling height; ground diameter; Logistic model; nonlinear mixed-effects model

生长节律是植物适应环境的周期性表型变化机制。掌握这一规律有助于指导苗木培育管理、评价林分生长潜力，也是制定林木培育与管理方案的重要依据[1]。苗高和地径是衡量苗木生长状况的关键指标，不仅直接反映生物量积累进程，也是判断苗木质量与造林成活率的重要依据[2]。科学刻画其生长轨迹，有助于解析苗木对环境因子的响应机制，为制定合理的育苗措施提供理论支撑[3]。在林木生长曲线拟合中，非线性生长方程因其能够较好地描述植物生长的内在节律而被广泛应用。Logistic、Gompertz、von Bertalanffy 等非线性模型均具备清晰的生长拐点特征，可有效刻画林木生长从缓慢到快速再到平

缓的连续性过程[4–5]。但传统建模方法将不同种源、不同个体的观测数据视为相互独立、来自同一总体，难以处理因种源、个体差异形成的层次结构，也无法有效应对重复测量数据的内在自相关性。为解析数据的层次结构，可对不同种源分别建立生长模型，或构建将种源与个体作为随机效应的混合效应模型，两种途径均有助于提高生长模型的预估精度和适用性。

已有研究对苗木生长规律及生长模型进行了探索，多数研究证实 Logistic 模型在拟合苗高、地径等生长指标时表现最优，能够较为准确地划分苗期生长阶段并估算关键生长参数，这一结论在杉木（*Cunninghamia lanceolata*）[6]、粗皮桉（*Eucalyptus pellita*）[7]、苦楝（*Melia azedarach*）[8]等树种的研究中得到了验证。上述研究为本文的方法选择提供了重要参考。近年来，为了有效处理林木生长数据的层次结构和重复测量自相关，非线性混合效应模型在林木生长模拟中得到了广泛应用。相关研究表明，引入种源、样地或个体等随机效应能显著提升模型的拟合精度与预测能力，例如蒙古栎（*Quercus mongolica*）次生林[9]、红松（*Pinus koraiensis*）人工林[10]、东方山毛榉（*Fagus orientalis*）天然林[11]研究中均有体现。

蒙古栎是中国北方典型的乡土优势树种，兼具涵养水源、防风固沙的生态功能以及用材和化工领域的经济价值[12]。苗期是其生长发育的关键阶段，生长节律直接影响苗木质量与造林成效[13]。目前已有研究揭示了蒙古栎苗期芽萌动、新梢生长等基本规律[14]，本团队前期对不同种源蒙古栎苗期形态及生理性状变异进行了分析[15]。然而，针对多个种源、基于非线性生长模型进行系统拟合与比较的研究仍较为有限。蒙古栎分布范围广，不同种源因地理气候差异可能形成独特的生长节律，对每个种源的样本进行独立建模，是获取针对性生长参数、保障模型预估精度的关键前提。

基于上述考虑，本研究以来自我国 9 个种源地的 757 株蒙古栎 1 年生实生苗为材料，采用定点定株观测方法系统测定其苗高与地径的年生长动态，运用 Logistic、Gompertz 与 von Bertalanffy 3 种非线性生长模型进行拟合分析，通过比较模型参数、拟合优度与预测精度筛选最优模型，并进一步构建非线性混合效应模型，将种源与个体设为随机效应以解析数据的层次结构与重复测量相关性。本研究旨在阐明不同种源蒙古栎苗期生长节律与模型适配规律，精准预测生长动态，解析种源间生长差异，为蒙古栎优质苗木培育、苗期管理优化及种质资源评价提供科学依据。

1 研究区概况与研究方法

1.1 试验地概况

试验地位于辽宁省沈阳市沈阳农业大学植物园（41°50′N、123°34′E）。属温带季风气候，年平均气温 8.1 ℃，年相对湿度 68%，年均降雨量 721.9 mm，年平均日照 2 516.8 h，土壤类型为棕壤土，播种前对苗床进行翻耕和除草。

1.2 试验材料

试验于 2024 年在辽宁、吉林、黑龙江 3 省的 9 个蒙古栎种源地开展优良单株采种工作，种源选择参考李波等[16]基于表型与 SSR 标记的蒙古栎遗传多样性分析结果，筛选出 9 个生长性状突出的代表性种源，具体见表 1。为确保试验的一致性、可比性及结果可靠性，所有种源种子均严格遵循统一标准进行采集、筛选与预处理，重点控制种子质量指标的测定规范。种子采集后，统一去除杂质、破损粒、虫蛀粒及空瘪粒，仅选取籽粒饱满、形态完整、大小均匀

表 1 蒙古栎 9 个种源地地理特征

Tab. 1 Geographic characteristics of 9 provenances of *Quercus mongolica*

种源（简称）	样本量	经纬度	海拔/m	年均温度/℃
黑龙江牡丹江柴河林业局（柴河）	90	44°45′～44°46′N，129°41′～129°42′E	361	3.8
黑龙江鸡西市（鸡西）	60	45°03′～45°05′N，130°53′～130°55′E	557	2.8
黑龙江依兰对青山（对青山）	60	46°08′～46°10′N，129°29′～129°31′E	115	4.0
黑龙江龙江县错海林场（龙江）	90	47°27′～47°28′N，122°51′～122°52′E	222	4.4
吉林永吉县五里河林场（五里河）	97	43°27′～43°29′N，126°28′～126°30′E	310	5.4
吉林四平铁东区叶赫镇林场（叶赫）	90	43°56′～42°58′N，124°31′～124°33′E	196	6.9
辽宁抚顺哈达林场（抚顺）	120	41°52′～41°53′N，124°02′～124°03′E	88	8.2
辽宁营口盖州（盖州）	90	40°07′～40°08′N，121°28′～121°29′E	347	8.6
辽宁金州大黑山（金州）	60	39°06′～39°07′N，120°47′～121°48′E	299	9.4

注：样本量为各试验点采集并用于观测的植株数量。

且无机械损伤的健康种子用于后续试验；种子千粒重、种子长径、短径等核心质量指标，均采用相同仪器与操作流程进行测定，以确保不同种源间种子初始质量条件的标准化，最大限度规避非遗传因素对后续试验结果的干扰。所有种子于 2025 年 4 月 21 日统一播种于沈阳农业大学植物园。

1.3　生长量测定方法

采用定株定时测定法，自 6 月 20 日开始进行苗高和地径生长量测定，在生长期内（2025 年 6 月 20 日—11 月 20 日）每 30 d 用钢卷尺测定苗高和用游标卡尺测量地径，以 9 个种源共 757 株 1 年生蒙古栎实生苗为研究对象，各种源样本量见表 1。

1.4　生长模型选择

为描述蒙古栎幼苗苗高和地径的生长过程，比较了 3 种常用的非线性生长模型：Logistic 模型、Gompertz 模型和 von Bertalanffy 模型[4]，具体表达式如表 2 所示。

1.5　基础模型拟合

对 9 个种源分别独立拟合 Logistic、Gompertz 和 von Bertalanffy 3 种候选生长模型，采用非线性最小二乘法进行参数估计。利用均方根误差（RMSE）和平均绝对误差（MAE）比较 3 种模型的拟合精度并筛选最优基础模型；对筛选出的最优模型，进一步采用决定系数（R^2）、赤池信息准则（AIC）和贝叶斯信息准则（BIC）评价其拟合优度。计算公式参考文献 [17]。所有参数显著性通过 t 检验判断。

1.6　非线性混合效应模型构建

为考虑种源和个体的层次结构相关性，构建非线性混合效应模型。模型形式为

$$y_{ijs}=\frac{a+\upsilon_i+\upsilon_{ij}}{1+b\cdot \mathrm{e}^{-kt_{ijs}}}+\varepsilon_{ijs} \tag{1}$$

式中：y_{ijs}为第 i 个种源第 j 个个体在第 s 个时间点的观测值（苗高或地径），t_{ijs}为生长时间（d）；a、b、k 为固定效应参数，其中 a 为总体渐近线（理论最大生长量），b 为与初始值相关的参数，k 为生长速率参数；$\upsilon_i \sim \mathrm{N}(0,\delta^2_{\mathrm{zy}})$为种源水平随机效应，$\upsilon_{ij} \sim \mathrm{N}(0,\delta^2_{\mathrm{id}})$为个体水平随机效应（嵌套于种源内），$\varepsilon_{ijs}$为残差项，$\varepsilon_{ijs} \sim \mathrm{N}(0,\delta^2_{\varepsilon})$为残差。$\delta^2_{\mathrm{zy}}$、$\delta^2_{\mathrm{id}}$、$\delta^2_{\varepsilon}$分别表示种源间方差、个体间方差和残差方差。

模型采用限制性极大似然法（REML）估计参数。通过似然比检验比较包含种源随机效应的模型与仅含个体随机效应的模型，以判断不同种源间生长潜力的差异是否显著。随机效应的方差分量及显著性通过似然比检验和 Wald 检验评估。

1.7　模型评价与比较

对于基础模型和混合效应模型，分别计算各种源的 R^2、RMSE 和 MAE 等指标。混合效应模型与基础模型的拟合优度比较采用 R^2、RMSE 和 MAE。所有统计分析在 R4.5.2 中完成，非线性混合效应模型拟合使用 nlme 包，基础模型拟合使用 nls 函数。

2　结果与分析

2.1　9 个种源样本苗高 3 个生长模型评价指标对比

为选择最适生长模型，比较了 Logistic、Gompertz 和 von Bertalanffy 3 种非线性模型对 9 个种源苗高生长的拟合效果。表 3 结果表明，Logistic 模型在绝大多数种源上具有最低的均方根误差（RMSE）和平均绝对误差（MAE），或与最优者极为接近，且其参数生物学意义明确，因此，选择 Logistic 模型作为后续分析的基础模型。尽管 3 种模型在多数种源上的 RMSE 和 MAE 差异较小，但 Logistic 模型在绝大多数种源上均获得最低（或接近最低）的 RMSE 和 MAE。

2.2　基于 Logistic 方程的苗高基础模型参数估计

表 4 展示了 9 个种源分别拟合 Logistic 模型得到的生长参数及拟合优度指标。渐近线 a 反映了各种源的理论最大苗高，其中抚顺种源（30.779 cm）、金州种源（30.038 cm）和龙江种源（29.346 cm）的 a 值较高，表明其生长潜力较大；柴河种源（20.359 cm）和叶赫种源（19.786 cm）的 a 值较低。R^2 介于 0.312 ~ 0.510 之间，RMSE 介于 3.152 ~ 7.965 cm，MAE 介于 2.46 ~ 6.08 cm，表明基础模型对苗高生长的解释力有限，存在较大的未解释变异。所有参数估计值均达到极显著水平（$P < 0.001$）。由图 1 可知，9 个种源苗高最大生长速率出现时间介于第 53.5 ~ 92.1 天，其中鸡西种源最早、抚顺种源最晚。

2.3　基于 Logistic 方程的苗高非线性混合效应模型参数估计

混合模型显著提升了拟合精度（表 5），各种源的 R^2 由基础模型的 0.312 ~ 0.510 提高至 0.611 ~ 0.852，RMSE 和 MAE 也大幅降低，如：叶赫种源的 RMSE

表 2　生长模型表达式

Tab. 2　Expression of growth model

模型	Logistic	Gompertz	von Bertalanffy
表达式	$y=\frac{a}{1+b\cdot \mathrm{e}^{-kt}}$	$y=a\cdot \mathrm{e}^{-b\cdot \mathrm{e}^{-kt}}$	$y=a\cdot(1-b\cdot \mathrm{e}^{-kt})^3$

注：y为苗高（cm）或地径（mm），t为生长时间（d），a为渐近线（理论最大生长量），b为与初始值相关的参数，k为生长速率参数。

表 3　9 个种源样本苗高 3 个生长模型评价指标

Tab. 3　Evaluation metrics for three growth models fitted to seedling height data across nine provenances　　cm

种源	Logistic		Gompertz		von Bertalanffy	
	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE
龙江	7.303	5.679	7.306	5.684	7.307	5.675
柴河	3.152	2.459	3.170	2.476	3.164	2.472
金州	5.508	4.226	5.543	4.201	5.519	4.257
对青山	4.686	3.131	4.691	3.141	4.703	3.143
盖州	3.963	3.132	3.971	3.150	3.972	3.131
抚顺	7.965	6.077	8.001	6.046	8.013	6.176
鸡西	5.169	3.803	5.173	3.793	5.174	3.826
五里河	5.875	4.507	5.899	4.492	5.900	4.562
叶赫	4.118	3.389	4.123	3.391	4.131	3.397

注：RMSE为均方根误差，MAE为平均绝对误差。下同。

表 4　基于 Logistic 方程的苗高基础模型参数估计及拟合指标

Tab. 4　Parameter estimation and goodness-of-fit metrics for the basic Logistic model fitted to seedling height data

种源	a/cm	b	k	R^2	AIC	BIC	RMSE/cm	MAE/cm
龙江	29.346	4.398	0.022	0.333	3 687.76	3 704.93	7.303	5.679
柴河	20.359	3.230	0.018	0.510	1 856.11	1 871.66	3.152	2.459
金州	30.038	2.460	0.011	0.314	2 258.11	2 273.66	5.508	4.226
对青山	23.066	2.937	0.014	0.342	3 208.49	3 225.66	4.686	3.131
盖州	21.289	2.444	0.016	0.362	3 262.44	3 279.90	3.963	3.132
抚顺	30.779	8.099	0.023	0.403	3 781.58	3 798.74	7.965	6.077
鸡西	24.921	2.406	0.016	0.312	4 416.70	4 435.02	5.169	3.803
五里河	26.836	3.604	0.019	0.358	3 452.73	3 469.90	5.875	4.507
叶赫	19.786	2.905	0.019	0.341	1 025.09	1 036.75	4.118	3.389

注：所有参数均达到极显著水平（$P < 0.001$）。

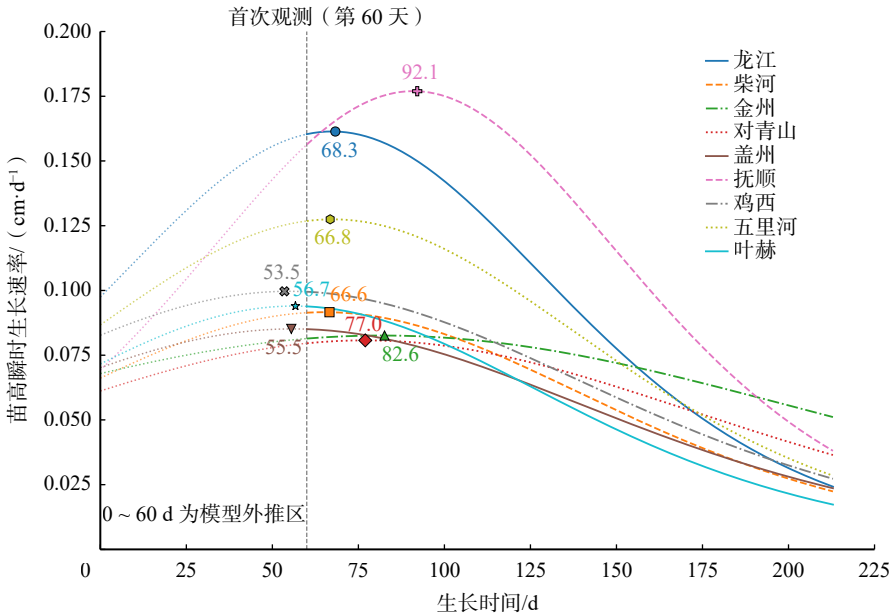


图 1　不同种源蒙古栎苗高瞬时生长速率随时间的变化

Fig. 1　Changes in instantaneous growth rate of seedling height of *Quercus mongolica* among different provenances over time

表 5　基于 Logistic 方程的非线性混合效应模型苗高参数估计及拟合指标

Tab. 5　Parameter estimation and goodness-of-fit metrics for the nonlinear mixed-effects Logistic model fitted to seedling height data

种源	*a*/cm	*b*	*k*	R^2	RMSE/cm	MAE/cm
龙江	28.292	5.897	0.026	0.725	4.696	3.588
柴河	19.658	3.807	0.020	0.852	1.732	1.168
金州	25.306	2.880	0.017	0.713	3.567	2.627
对青山	20.391	4.404	0.022	0.634	3.496	2.051
盖州	20.348	2.995	0.020	0.816	2.133	1.487
抚顺	28.900	11.486	0.028	0.611	6.436	4.799
鸡西	23.788	2.694	0.019	0.678	3.537	2.499
五里河	26.176	4.784	0.023	0.670	4.218	3.075
叶赫	19.227	3.567	0.022	0.778	2.395	1.730

注：固定效应参数*a*、*b*、*k*的显著性*P*值均小于0.001。

由 4.118 cm 降至 2.395 cm。种源间苗高生长潜力存在显著差异，结果与基础模型一致，抚顺、金州、龙江种源生长潜力较高，叶赫、柴河种源相对较低。

随机效应方差组分分解结果（表 6）表明，苗高生长极限的变异主要来源于个体间，方差分量为 22.09，占总变异的 39.48%；种源间变异次之，方差分量为 14.59，占总变异的 26.07%，残差变异占 34.45%。似然比检验表明，包含种源随机效应的模型显著优于仅含个体随机效应的模型（L = 228.18，df = 1，P < 0.001），证实不同种源间生长潜力存在极显著差异。随机效应方差分量显示，种源间标准差为 3.82，个体间标准差为 4.70，均达到显著水平。

表 6　基于 Logistic 方程的苗高非线性混合效应模型随机效应方差组分

Tab. 6　Variance components of random effects for the nonlinear mixed-effects Logistic model fitted to seedling height data

随机效应	标准差	方差分量	总变异占比/%
种源间	3.82	14.59	26.07
个体间	4.70	22.09	39.48
残差	4.39	19.27	34.45

注：似然比检验用于验证种源随机效应的必要性，L = 228.18，df = 1，P < 0.001，显著差异（P < 0.001）表明需引入种源随机效应。下同。

由图 2 可知，苗高基础模型的标准化残差分布离散度较高，存在一定趋势性偏差；而混合效应模型的标准化残差更接近随机均匀分布，无明显系统偏差，与前文混合模型 R^2 提升、RMSE 和 MAE 显著降低的数值结果一致，证实混合效应模型对苗高生长数据的拟合效果更优。

2.4　不同种源地径生长模型的拟合精度比较

对地径生长数据同样比较了 Logistic、Gompertz 和 von Bertalanffy 3 种模型。表 7 结果表明，3 种模型的 RMSE 和 MAE 差异均较小，表明它们均能较好地描述地径生长趋势。尽管差异较小，但 Logistic 模型在 9 个种源上均取得最低（或并列最低）的 RMSE 和 MAE，且其参数生物学意义明确，因此选择 Logistic 模型作为地径生长的基础模型。

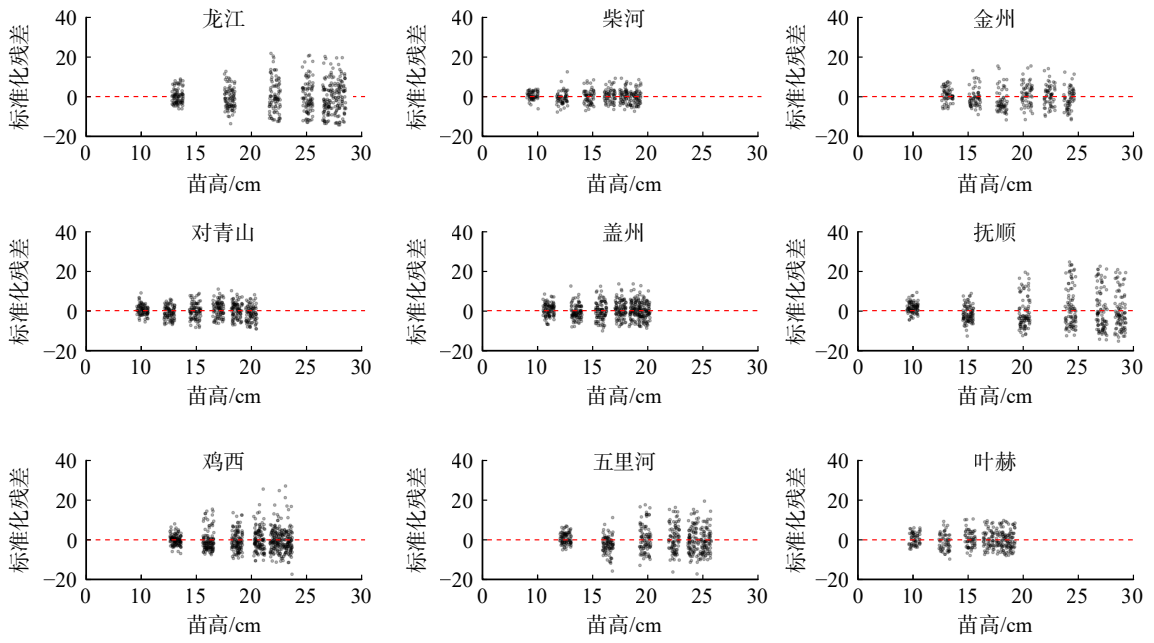
2.5　基于 Logistic 方程的地径基础模型参数估计

各种源基于 Logistic 模型拟合的结果显示（表 8），龙江种源的理论最大地径 *a* 最高（5.037 mm），五里河种源（4.812 mm）和金州种源（4.348 mm）次之，盖州种源（3.245 mm）最低。生长速率参数 *k* 以五里河种源最大（0.026），叶赫种源最小（0.012）。决定系数 R^2 介于 0.453 ~ 0.594，均方根误差 RMSE 介于 0.549 ~ 0.977 mm，平均绝对误差 MAE 介于 0.439 ~ 0.731 mm，模型对地径的解释力略高于苗高。所有参数均极显著（P < 0.001）。由图 3 可知，9 个种源的地径最大生长速率出现时间介于第 88.1 ~ 110.8 天，所有种源苗高达到最大生长速率的时间均早于地径达到最大生长速率的时间，表明苗高先于地径进入速生期，呈现“先高后径”的生长节律特征。

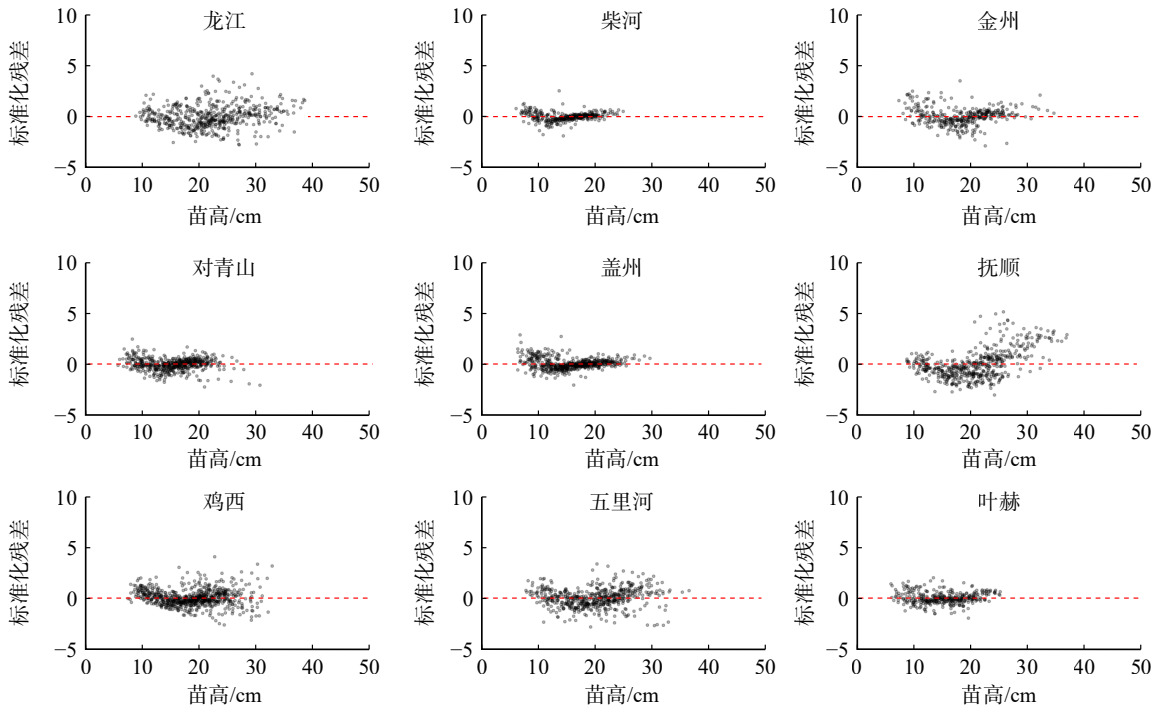
2.6　基于 Logistic 方程的地径非线性混合效应模型参数估计

采用与苗高相同结构的非线性混合效应模型拟合地径生长数据。表 9 结果表明，混合模型大幅提高了拟合精度，各种源的 R^2 由基础模型的 0.453 ~ 0.594 提升至 0.685 ~ 0.868，RMSE 和 MAE 显著降低（如盖州种源的 RMSE 由 0.628 mm 降至 0.324 mm）。种源间地径生长潜力存在显著差异，结果与基础模型基本一致，其中龙江、五里河、金州种源生长潜力较高，叶赫种源最低，柴河、盖州种源次之。

随机效应方差组分分解结果表明（表 10），地径



a Logistic 基础模型苗高残差诊断



b 混合效应模型苗高残差诊断

图 2 苗高 Logistic 基础模型与混合效应模型残差诊断

Fig. 2 Residual diagnostics between the basic Logistic model and the mixed-effects model for height

生长极限的变异主要来源于个体间(方差分量 0.55，占总变异 44.16%)，种源间变异次之(方差分量 0.34，占总变异 27.70%)，残差变异占 28.14%。似然比检验同样证实引入种源随机效应的必要性($L = 284.82$，df = 1，$P < 0.001$)。随机效应方差分量显示，种源间标准差为 0.59，个体间标准差为 0.74，均达到显著水平，进一步表明地径生长潜力在不同种源间存在极显著差异。

由图 4 可知，地径基础模型残差虽分布相对规整，但仍存在局部离散问题；引入种源和个体嵌套随机效应后，地径混合效应模型残差分布更均匀，标准化残差无明显趋势性偏差，进一步验证了混合效应模型能有效提升地径生长数据的拟合精度，与数值指标优化结论相印证。

3 讨 论

掌握蒙古栎 1 年生苗木的生长节律并筛选出合适的生长模型，是优化育苗密度、制定精准培育方

表 7　9 个种源地径 3 个生长模型评价指标

Tab. 7　Evaluation metrics of three growth models fitted to ground diameter growth of nine provenances　　mm

种源	Logistic		Gompertz		von Bertalanffy	
	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE
龙江	0.952	0.719	0.957	0.726	0.958	0.726
柴河	0.640	0.508	0.644	0.512	0.646	0.512
金州	0.771	0.603	0.778	0.608	0.781	0.611
对青山	0.798	0.580	0.800	0.580	0.805	0.594
盖州	0.628	0.494	0.631	0.496	0.634	0.502
抚顺	0.736	0.595	0.741	0.596	0.743	0.598
鸡西	0.815	0.565	0.819	0.575	0.821	0.567
五里河	0.977	0.731	0.988	0.739	0.996	0.754
叶赫	0.549	0.439	0.551	0.439	0.558	0.454

表 8　基于 Logistic 方程的地径基础模型参数估计及拟合指标

Tab. 8　Parameter estimation and goodness-of-fit metrics for the basic Logistic model fitted to ground diameter data

种源	a/mm	b	k	R^2	AIC	BIC	RMSE/mm	MAE/mm
龙江	5.037	9.328	0.022	0.575	1 487.06	1 504.23	0.952	0.719
柴河	3.496	6.020	0.020	0.532	707.83	723.38	0.640	0.508
金州	4.348	8.662	0.022	0.594	842.39	857.93	0.771	0.603
对青山	3.569	7.018	0.020	0.453	1 296.08	1 313.25	0.798	0.580
盖州	3.245	5.823	0.020	0.500	1 118.77	1 136.24	0.628	0.494
抚顺	3.492	11.178	0.024	0.543	1 208.70	1 225.86	0.736	0.595
鸡西	4.094	6.097	0.020	0.493	1 756.61	1 774.93	0.815	0.565
五里河	4.812	14.552	0.026	0.587	1 514.80	1 531.97	0.977	0.731
叶赫	3.509	3.778	0.012	0.472	598.35	613.89	0.549	0.439

注：所有参数均达到极显著水平（$P < 0.001$）。

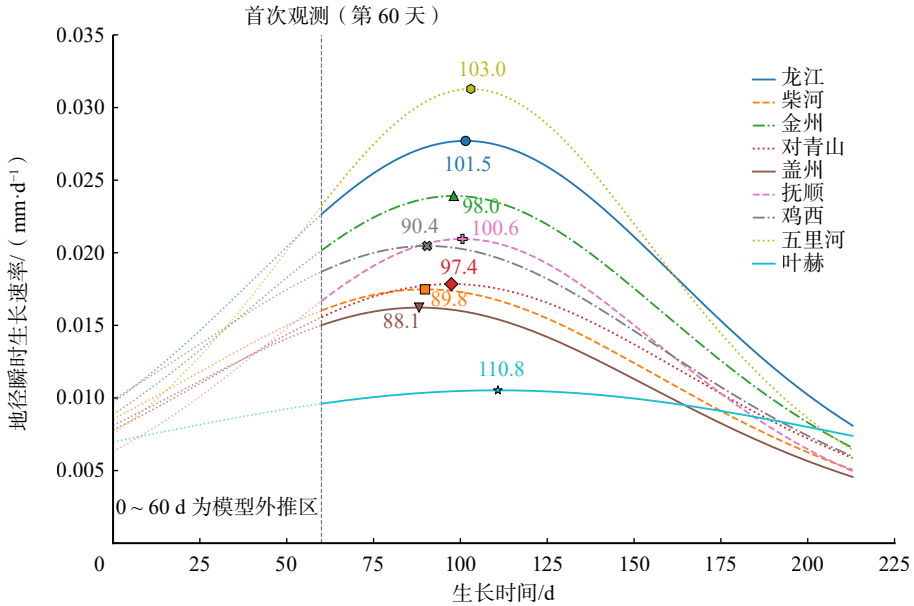


图 3　不同种源蒙古栎地径瞬时生长速率随时间的变化

Fig. 3　Changes in instantaneous growth rate of ground diameter of *Quercus mongolica* among different provenances over time

表 9 基于 Logistic 方程的非线性混合效应模型地径参数估计及拟合指标

Tab. 9 Parameter estimation and goodness-of-fit metrics for the nonlinear mixed-effects Logistic model fitted to ground diameter data

种源	*a*/mm	*b*	*k*	R^2	RMSE/mm	MAE/mm
龙江	4.791	11.895	0.025	0.832	0.599	0.456
柴河	3.377	7.408	0.023	0.842	0.373	0.283
金州	4.161	10.908	0.025	0.797	0.546	0.418
对青山	3.442	11.387	0.025	0.703	0.588	0.401
盖州	3.130	7.098	0.023	0.868	0.324	0.225
抚顺	3.347	13.853	0.027	0.685	0.611	0.490
鸡西	3.896	7.403	0.023	0.724	0.602	0.402
五里河	4.749	18.063	0.028	0.814	0.655	0.483
叶赫	3.070	4.129	0.017	0.799	0.340	0.248

注：固定效应参数*a*、*b*、*k*的显著性*P*值均 < 0.001。

表 10 基于 Logistic 方程的地径非线性混合效应模型随机效应方差组分

Tab. 10 Variance components of random effects for the nonlinear mixed-effects Logistic model fitted to ground diameter data

随机效应	标准差	方差分量	总变异占比/%
种源间	0.59	0.34	27.70
个体间	0.74	0.55	44.16
残差	0.59	0.35	28.14

注：$L = 284.82$，df = 1，$P < 0.001$。

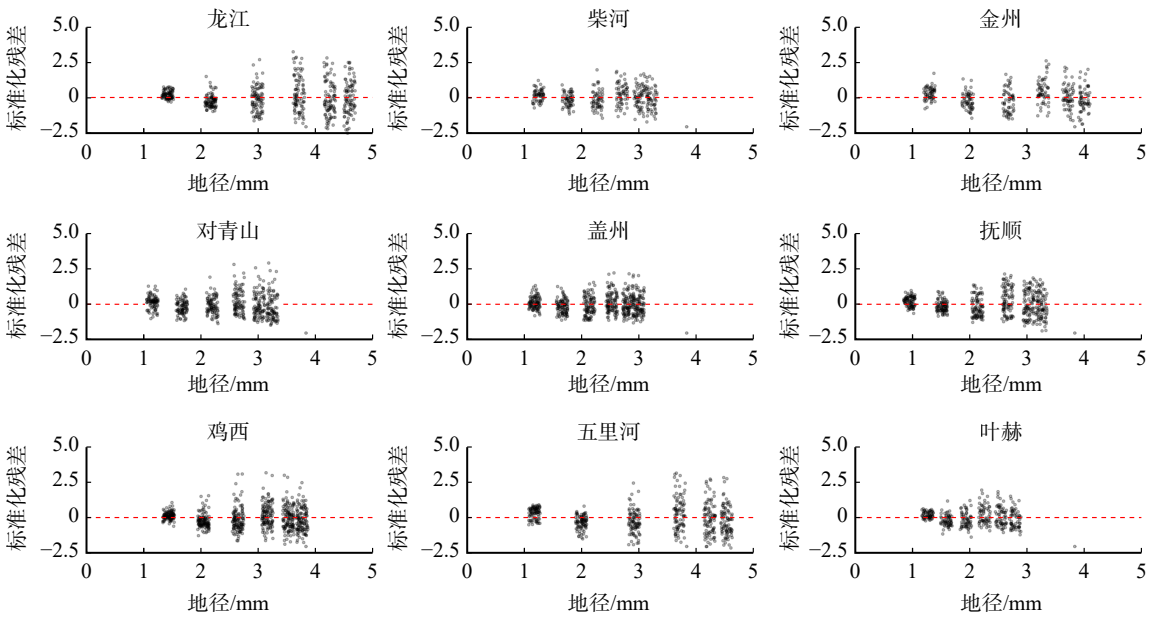
案的基础。本研究采用 Logistic、Gompertz 和 von Bertalanffy 3 种非线性模型，拟合了 9 个种源蒙古栎苗高和地径的生长过程；同时考虑到数据中存在的种源和个体层次结构，引入个体水平随机效应来处理重复测量之间的相关性，构建了非线性混合效应模型。以下基于模型拟合效果与苗木生长规律两方面展开讨论。

3.1 生长模型拟合效果与混合效应模型的适用性

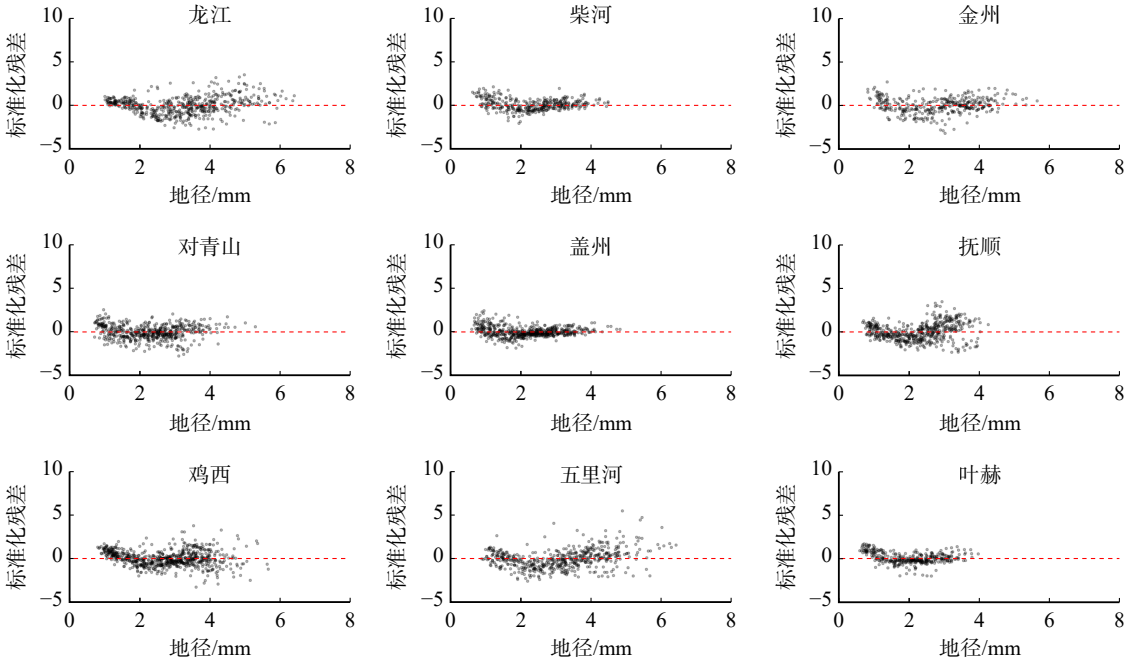
本研究通过比较 3 种非线性生长模型的拟合精度，明确 Logistic 模型在蒙古栎 1 年生苗木苗高与地径生长拟合中均表现最优。在苗高生长方面，Logistic 模型在 9 个种源上的均方根误差最低，平均绝对误差与 Gompertz、von Bertalanffy 模型差异极小。在地径生长拟合中，该模型同样呈现一致优势。这一结果与蒋燚等[18]对黑荆树（*Acacia mearnsii*）0.5 年生幼苗的研究结论一致，同样发现 Logistic 曲线更适合描述苗高和地径的生长过程。Li 等[19]对落叶松杂交无性系（*Larix kaempferi* × *L. gmelinii*）的研究中，Logistic 模型拟合系数均高于 0.943，能够有效模拟生长曲线。于志民等[20]对圆齿野鸦椿（*Euscaphis konishii*）幼苗的研究也表明，Logistic 模型的拟合度较 Gompertz 模型更高，其苗高、地径的拟合度分别达到 0.988、0.985。葛会硕等[21]对小叶杨（*Populus simonii*）幼苗的研究发现，Logistic 模型与 Gompertz 模型均能较好拟合株高生长规律，但不同产区样本的最优基础模型存在差异，在此基础上构建的组合优化模型进一步提高了预测精度，也说明 Logistic 模型具有较广的适用性。上述研究共同印证了 Logistic 模型在阔叶树种苗期生长模拟中的适用性。

然而，基础 Logistic 模型仅以生长时间为自变量，将所有样本视为同一总体，无法处理因种源、个体差异形成的层次结构。本研究中基础 Logistic 模型的 R^2 介于 0.312 ~ 0.510 之间，低于部分同类研究，这主要是因为数据存在明显的种源和个体层次结构，而基础模型未能捕捉这种结构，导致大量变异未被解释。相比之下，罗元等[22]对油松（*Pinus tabuliformis*）不同种群的研究中，各种群苗高、地径生长与 Logistic 方程的相关系数均在 0.9 以上，但其研究对象为种群层面的汇总数据，个体变异已被平均化。当数据存在层次结构时，单一水平的基础模型必然无法充分解释变异。

为解决上述问题，本研究构建了非线性混合效应模型，将渐近线参数 *a* 设为随机效应，*b* 和 *k* 作为固定效应，个体随机效应嵌套于种源内。该结构通过个体水平随机效应解释了同一株苗木重复测量数据间的部分自相关性。残差诊断（图 2、4）显示，混合效应模型的标准化残差分布较基础模型更为均匀，无明显趋势性偏差，表明该模型结构能有效处理数据的层次结构与相关性。引入种源和个体嵌套随机效应后，混合效应模型的 R^2 提升至 0.61 ~ 0.85，RMSE 和 MAE 显著降低。这一提升幅度与周光锋等[23]对麻栎（*Quercus acutissima*）人工林地位指数表



a Logistic 基础模型地径残差诊断



b 混合效应模型地径残差诊断

图 4　地径 Logistic 基础模型与混合效应模型残差诊断

Fig. 4　Residual diagnostics between the basic Logistic model and the mixed-effects model for ground diameter

的研究结果相似，其基础模型 R^2 仅为 0.657 5，而引入样地水平随机效应的非线性混合效应模型 R^2 提升至 0.979 2。李欣宇等[24]对红松（*Pinus koraiensis*）树高–胸径关系的研究也表明，基础模型引入样方随机效应后拟合优度显著提升。冯源等[25]对云南松（*Pinus yunnanensis*）林树高曲线的研究同样采用非线性混合效应模型，将样地作为随机效应显著提升了模型拟合精度。上述研究证实，当数据存在层次结构时，基础模型与混合效应模型的拟合优度存在显著差距。

随机效应方差组分分解结果显示，苗高生长极限的变异中种源间方差分量占 26.07%，个体间占 39.48%；地径生长变异中种源间占 27.70%，个体间占 44.16%。这一结果表明，蒙古栎苗期生长性状的变异主要来源于个体水平，种源间差异次之。似然比检验进一步证实引入种源随机效应的必要性（苗高：L = 228.18，P < 0.001；地径：L = 284.82，P < 0.001），验证了随机效应结构设定的合理性。倪铭岐等[26]对日本落叶松（*Larix kaempferi*）一级枝条数量及密度的研究发现，考虑样木水平的混合效应模型

可以有效地降低异方差性和自相关性，拟合效果优于传统模型。刘帅东等[27]对长白落叶松（*Larix olgensis*）冠长率的研究同样证实，非线性混合效应模型在林木生长模拟中具有明显优势。何星谊等[28]对杉木（*Cunninghamia lanceolata*）优势木胸径生长的研究进一步表明，同时包含立地和气候因子的随机效应模型拟合效果明显优于仅含单一类型随机效应的模型。本研究采用的双层次嵌套随机效应结构有效解析了数据的层次结构，为精准预测苗高与地径生长提供了可靠方法。

3.2 蒙古栎苗期生长规律与种源差异

基于最优 Logistic 模型的分析表明，蒙古栎 1 年生苗木的苗高与地径生长呈现“先高后径”的节律特征，且种源间生长潜力存在显著差异。从模型参数看，抚顺、金州、龙江种源的苗高理论最大生长量较高，而柴河、叶赫种源较低；地径生长方面，龙江种源理论最大地径最高，盖州种源最低，这些差异反映了种源间遗传背景与原生境条件的共同作用。这种种源间生长潜力的显著分化，是蒙古栎对原生地理气候条件长期适应的结果。高纬度低温的龙江种源（年均温 4.0 ℃）同时表现出较高的苗高与地径理论最大值，这与栎属植物分布北缘群体生长受低温驱动、倾向于高效积累生物量以适配环境的规律一致，刘建锋等[29]对不同纬度栓皮栎（*Quercus variabilis*）幼苗的研究发现，高纬度群体对地上部分的投入高于中低纬度群体，叶片叶绿素含量和氮含量随纬度增加而增加，体现了北缘群体通过优化生物量分配提升适应性的特征。低纬度高温的盖州种源（年均温 9.5 ℃）地径生长滞后（a 值 3.245 mm），可能源于其遗传适应策略：该种源原生境水热条件优越、生长季较长，自然选择可能倾向于将更多资源分配于苗高生长以竞争光照，而非地径加粗；迁移至沈阳后，其遗传调控的资源分配模式得以延续，导致地径生长相对滞后。抚顺、金州、五里河等种源的高生长潜力，印证了蒙古栎种源可通过资源分配策略适应温度梯度的结论，李文文[30]对蒙古栎种源变异的研究表明，其表型性状与种源地经度、年均温、年降水量呈显著或极显著相关。柴河种源海拔最高（579 m），年均温仅 3.2 ℃，其生长潜力低于龙江种源（海拔 242 m，年均温 4.0 ℃）。两者虽同为低温环境，但生境不同：龙江位于高纬度平原，柴河位于高海拔山地。樊莹等[31]对长白山蒙古栎幼树的研究发现，随海拔升高叶片光合能力和年生长量显著下降（叶生物量下降 64%，新生枝条生物量下降 59%），这与柴河种源生长受限的研究结果相符。这种种源分化具有明确的遗传基础，李波[16]基于表型和 SSR 分子标记的研究证实，蒙古栎种内遗传多样性丰富（平均 Shannon-Wiener 指数 $H'=1.93$），生长性状变异受地理环境筛选，且种源间平均表型分化系数达 55.24%，遗传距离与地理距离显著相关（$R^2=0.12$，$P<0.001$），与本研究观察到的种源间生长潜力分化相互印证。

在生长节律方面，9 个种源苗高达到最大生长速率点的时间均早于地径，且苗高瞬时生长速率整体高于地径。Qi 等[32]对 18 个栎树品种的研究发现，不同品种间的生长节律存在显著多样性，生长曲线可划分为 3 种模式。宋淑媛等[33]对白桦（*Betula platyphylla*）无性系的研究表明，施肥显著促进高生长的机制是延长了速生期的生长时间、增加了速生点处生长速度，且不同无性系对施肥的响应存在差异。对于生长潜力较高的种源，可在速生期集中加强肥水管理；对于生长潜力较低的种源，则可依据模型预测的生长极限，实施差异化的密度调控。

4 结　　论

本研究采用 Logistic、Gompertz 和 von Bertalanffy 3 种非线性生长模型，对 9 个种源蒙古栎 1 年生苗木的苗高和地径生长动态进行拟合，并进一步构建非线性混合效应模型，以解析种源与个体层次的变异来源。结果表明，Logistic 模型在苗高和地径生长拟合中均表现最优，可作为蒙古栎 1 年生苗木生长模拟的普适性模型。基础 Logistic 模型因未考虑数据层次结构，拟合优度偏低（$R^2=0.312\sim0.510$）。引入种源与个体嵌套随机效应后，混合效应模型的拟合优度显著提升：苗高、地径 R^2 平均提升分别约 0.356 和 0.257，RMSE 平均降低约 34% 和 33%，MAE 平均降低约 39% 和 36%。随机效应方差分解显示，苗高与地径生长变异主要来源于个体间（分别占 39.48% 和 44.16%），种源间差异次之（分别占 26.07% 和 27.70%），且种源随机效应达极显著水平（$P<0.001$），证实了构建混合效应模型的必要性。蒙古栎苗期生长呈现“先高后径”的节律特征，种源间生长潜力存在显著差异：抚顺、金州、龙江种源生长潜力较高，柴河、叶赫种源相对较低。综上，非线性混合效应模型有效提升了蒙古栎苗期生长的预估精度，解析了种源与个体层次的变异结构，可为蒙古栎优质苗木培育、苗期管理优化及种质资源早期评价提供科学依据。

参 考 文 献

[1] Li G Y, Xu J M, Li J, et al. Growth rhythm analysis of young stand and selection of superior families in *Choerospondias axillaris* [J]. Forests, 2022, 13(12): 2145.

[2] Caré O, Gailing O, Müller M, et al. Crown morphology in

Norway spruce (*Picea abies* [Karst.] L.) as adaptation to mountainous environments is associated with single nucleotide polymorphisms (SNPs) in genes regulating seasonal growth rhythm [J]. Tree Genetics & Genomes, 2019, 16(1): 4.

[3] 马子威, 赵瑞, 蒋翔宇, 等. 蒜头果半同胞家系苗期生长特性评价及配合选择 [J]. 林业科学, 2025, 61(10): 96−110.
Ma Z W, Zhao R, Jiang X Y, et al. Evaluation of growth characteristics at seedling stage and combined selection of half-sib families of *Malania oleifera* [J]. Scientia Silvae Sinicae, 2025, 61(10): 96−110.

[4] 王玉虓, 史雯茜, 李倩中, 等. 元宝枫 1 年生苗木生长模型的拟合 [J/OL]. 分子植物育种, 2023: 1−14 [2026−03−10]. https://link.cnki.net/urlid/46.1068.S.20231205.1107.004.
Wang Y X, Shi W Q, Li Q Z, et al. Fitting of one-year-old *Acer truncatum* seedlings [J/OL]. Molecular Plant Breeding, 1−14 [2026−03−10]. https://link.cnki.net/urlid/46.1068.S.20231205.1107.004.

[5] 岩旺, 罗德义, 钟宇, 等. 西南地区青杨派乡土杨树的早期生长性状 [J]. 中南林业科技大学学报, 2022, 42(7): 44−54.
Yan W, Luo D Y, Zhong Y, et al. Early growth characteristics of the native *Populus* in Tacamahaca from southwest China [J]. Journal of Central South University of Forestry & Technology, 2022, 42(7): 44−54.

[6] 邱思玉, 曹元帅, 孙玉军, 等. 杉木人工林与年龄无关的优势高生长模型 [J]. 南京林业大学学报 (自然科学版), 2019, 43(5): 121−127.
Qiu S Y, Cao Y S, Sun Y J, et al. Age-independent dominant height growth model for Chinese fir plantation [J]. Journal of Nanjing Forestry University (Natural Sciences Edition), 2019, 43(5): 121−127.

[7] 赵海文, 周长品, 刘一贞, 等. 粗皮桉早期生长模型拟合以及生长节律研究 [J]. 华南农业大学学报, 2025, 46(2): 212−221.
Zhao H W, Zhou C P, Liu Y Z, et al. Early growth model fitting and growth rhythm of *Eucalyptus pellita* [J]. Journal of South China Agricultural University, 2025, 46(2): 212−221.

[8] 蔡金峰, 郁万文, 汪贵斌, 等. 不同产地苦楝苗期生长节律研究 [J]. 广西植物, 2022, 42(6): 1018−1028.
Cai J F, Yu W W, Wang G B, et al. Annual growth rhythm of *Melia azedarach* seedlings from different seed sources [J]. Guihaia, 2022, 42(6): 1018−1028.

[9] Hu X F, Jin Y S, Zhang X H, et al. Individual tree height increment model for *Quercus mongolica* secondary forest in the northeastern China using generalized nonlinear two-level mixed-effects model [J]. Forests, 2023, 14(11): 2162.

[10] Liu J T, Feng J, Gao H L, et al. Nonlinear mixed-effect branch growth model development for planted Korean pine in Northeast China [J]. Trees, 2024, 38(2): 409−421.

[11] Şahin A. Nonlinear mixed-effect models for height-diameter relationships of oriental beech trees in Artvin region, Eastern Black Sea Region of Türkiye [J]. Scandinavian Journal of Forest Research, 2025, 40(7-8): 396−407.

[12] 李想, 刘万生, 周玮, 等. 蒙古栎次生林群落结构及优势种群点格局分析 [J]. 植物研究, 2020, 40(6): 830−838.
Li X, Liu W S, Zhou W, et al. Analysis on community structure and dominant population point pattern of secondary forest of *Quercus mongolica* [J]. Bulletin of Botanical Research, 2020, 40(6): 830−838.

[13] 陈建伟, 康晓梅, 蔡艺玮, 等. 蒙古栎生长节律及开花结实过程观测 [J]. 北华大学学报 (自然科学版), 2023, 24(6): 737−743.
Chen J W, Kang X M, Cai Y W, et al. Observation of growth rhythm and flowering and fruiting process of *Quercus mongolica* [J]. Journal of Beihua University (Natural Science) , 2023, 24(6): 737−743.

[14] 张同兴, 李昕蔓, 张欢, 等. 蒙古栎不同种源苗期形态及生理性状变异 [J]. 东北林业大学学报, 2025, 53(6): 1−9.
Zhang T X, Li X M, Zhang H, et al. Variation in seedling morphological and physiological traits among different provenances of *Quercus mongolica* [J]. Journal of Northeast Forestry University, 2025, 53(6): 1−9.

[15] 张晓林, 张宝瑞, 许诺, 等. 蒙古栎不同种源家系苗期生长性状变异及前期评价 [J]. 沈阳农业大学学报, 2025, 56(5): 80−89.
Zhang X L, Zhang B R, Xu N, et al. Growth performance of offspring in half-sibling families of *Quercus mongolica* fisch. ex ledeb. at the seedling stage [J]. Journal of Shenyang Agricultural University, 2025, 56(5): 80−89.

[16] 李波. 基于表型和 SSR 分子标记的蒙古栎遗传多样性分析 [D]. 北京: 中国林业科学研究院, 2021.
Li B. Analysis of genetic diversity of *Quercus mongolica* based on phenotype and SSR molecular markers [D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2021.

[17] 程雯, 武晓昱, 叶尔江·拜克吐尔汉, 等. 基于混合效应和分位数回归的温带针阔混交林树高与胸径关系研究 [J]. 北京林业大学学报, 2024, 46(2): 28−39.
Cheng W, Wu X Y, Yeerjiang Baiketuerhan, et al. Research on the relationship between tree height and DBH of temperate coniferous and broadleaved mixed forests based on mixed effects and quantile regression [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2024, 46(2): 28−39.

[18] 蒋燚, 李娟, 刘晓蔚, 等. 黑荆树苗期生长节律研究 [J]. 西南林业大学学报, 2015, 35(1): 17−20.
Jiang Y, Li J, Liu X W, et al. Study on the seedling growth rhythm of *Acacia mearnsii* [J]. Journal of Southwest Forestry University, 2015, 35(1): 17−20.

[19] Li C, Xia H, Bai H, et al. Genetic variation of height growth rhythm between clones of *Larix kaempferi* × *L. gmelini* based on logistic models [J]. Journal of Forestry Research, 2018, 29(5): 1387−1394.

[20] 于志民, 康文娟, 涂淑萍. 基于 Logistic、Gompertz 模型的圆齿野鸦椿幼苗生长模拟与分析 [J]. 江西农业大学学报, 2017, 39(6): 1187−1195.
Yu Z M, Kang W J, Tu S P. Simulation of growth curve based on nonlinear models of Logistic and Gompertz for *Euscaphis konishii* seedling [J]. Acta Agriculturae Universitatis Jiangxiensis, 2017, 39(6): 1187−1195.

[21] 葛会硕, 宋跃朋, 苏雪辉, 等. 基于 Logistic 和 Gompertz 模型的小叶杨幼苗生长组合优化模型 [J]. 北京林业大学学报, 2020, 42(5): 59−70.
Ge H S, Song Y P, Su X H, et al. Optimal growth model of *Populus simonii* seedling combination based on Logistic and Gompertz models [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2020, 42(5): 59−70.

[22] 罗元, 孙琪, 蔡年辉, 等. 油松不同种群 1 年生苗木生长节律研究 [J]. 西南农业学报, 2017, 30(4): 900−906.
Luo Y, Sun Q, Cai N H, et al. Study on annual seedling growth dynamic rhythm of different populations of *Pinus tabulaeformis* [J]. Southwest China Journal of Agricultural Sciences, 2017, 30(4): 900−906.

[23] 周光锋, 徐佳, 赵进红, 等. 基于非线性混合效应模型的泰山地区麻栎人工林地位指数表编制 [J]. 山东农业大学学报 (自然科学版), 2026, 57(1): 179−188.
Zhou G F, Xu J, Zhao J H, et al. Development of a site index table for *Quercus* acutissima plantations in the Mount Tai region based on nonlinear mixed-effects models [J]. Journal of Shandong Agricultural University (Natural Science Edition), 2026, 57(1): 179−188.

[24] 李欣宇, 叶尔江·拜克吐尔汉, 王娟, 等. 基于非线性混合效应模型的东北红松树高−胸径关系 [J]. 北京林业大学学报, 2025, 47(3): 38−48.
Li X Y, Yeerjiang Baiketuhan, Wang J, et al. Relationship between tree height and DBH of *Pinus koraiensis* in northeastern China based on nonlinear mixed effects model [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2025, 47(3): 38−48.

[25] 冯源, 李贵祥, 和丽萍, 等. 基于非线性混合效应模型的云南松林树高曲线 [J]. 北京林业大学学报, 2025, 47(3): 49−60.
Feng Y, Li G X, He L P, et al. Tree height curves of *Pinus yunnanensis* forest based on nonlinear mixed effects model [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2025, 47(3): 49−60.

[26] 倪铭岐, 高慧淋, 刘家腾, 等. 辽东山区日本落叶松一级枝条数量及密度预估模型 [J]. 应用生态学报, 2024, 35(8): 2082−2090.
Ni M Q, Gao H L, Liu J T, et al. Prediction model for the quantity and density of first-order branches of *Larix kaempferi* in eastern area of Liaoning Province, China [J]. Chinese Journal of Applied Ecology, 2024, 35(8): 2082−2090.

[27] 刘帅东, 苗铮, 郝元朔, 等. 基于非线性混合效应模型的长白落叶松人工林冠长率预估模型 [J]. 南京林业大学学报 (自然科学版), 2026, 50(5): 152−160.
Liu S D, Miao Z, Hao Y S, et al. An efficient prediction model for crown ratio for *Larix olgensis* plantations based on nonlinear mixed-effects model [J]. Journal of Nanjing Forestry University (Natural Science Edition), 2026, 50(5): 152−160.

[28] 何星谊, 刘恩林, 吕勇, 等. 基于立地和气候效应的杉木优势木胸径生长模型 [J]. 中南林业科技大学学报, 2026, 46(6): 91−102, 183.
He X Y, Liu E L, Lü Y, et al. A diameter at breast height growth model for dominant Chinese fir trees incorporating site and climatic effects [J]. Journal of Central South University of Forestry & Technology, 2026, 46(6): 91−102, 183.

[29] 刘建锋, 肖文发, 熊定鹏, 等. 不同纬度栓皮栎幼苗生理生态特征的比较 [J]. 植物研究, 2011, 31(4): 467−471.
Liu J F, Xiao W F, Xiong D P, et al. Comparison on the physio-ecological characteristics of *Quercus variabilis* seedlings from various latitude sites [J]. Bulletin of Botanical Research, 2011, 31(4): 467−471.

[30] 李文文. 蒙古栎种源变异及无性繁殖研究 [D]. 北京: 中国林业科学研究院, 2010.
Li W W. Study on provenance variation and asexual propagation of *Quercus mongolica* Fisch. [D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2010.

[31] 樊莹, 乔雪涛, 赵秀海. 长白山自然保护区蒙古栎幼树生理生长特性随海拔梯度的变化 [J]. 北京林业大学学报, 2019, 41(11): 1−10.
Fan Y, Qiao X T, Zhao X H. Physiological and growth variations of *Quercus mongolica* saplings along an elevational gradient in Changbai Mountain Nature Reserve, northeastern China [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2019, 41(11): 1−10.

[32] Qi Z Z, Huang X, Peng Y, et al. Identifying superior growth and photosynthetic traits in eighteen oak varieties for southwest China [J]. Forests, 2024, 15(11): 2006.

[33] 宋淑媛, 顾宸瑞, 李春旭, 等. 应用曲线模型解析施肥对白桦苗期年高生长节律的影响 [J]. 东北林业大学学报, 2021, 49(4): 17−23.
Song S Y, Gu C R, Li C X, et al. Fertilization effect on annual growth rhythm of *Betula platyphylla* using Logistic growth model [J]. Journal of Northeast Forestry University, 2021, 49(4): 17−23.

（责任编辑 范 娟
责任编委 张会儒）