文章编号：1003-1421(2025)12-0035-13
引用格式：赵晓东，苏博艺，宿帅.面向虚拟编组建立阶段的重载列车速度曲线优化方法[J].铁道运输与经济，2025，47(12)：35-47，69.
ZHAO Xiaodong，SU Boyi，SU Shuai. Speed Trajectory Optimization for Heavy Haul Trains during Virtual Marshalling Formation Stage[J]. Railway Transport and Economy，2025，47(12)：35-47，69.

面向虚拟编组建立阶段的重载列车速度曲线优化方法

赵晓东[1,2]，苏博艺[1,2]，宿　帅[1,2]

(1.北京交通大学 自动化与智能学院，北京　100044；2.北京交通大学 先进轨道交通自主运行全国重点实验室，北京　100044)

摘　要：快速建立列车之间的虚拟编组有利于提升运行效率。结合重载列车的特征，提出面向虚拟编组建立阶段的速度曲线优化方法。首先，根据通过道岔的次序将列车分为领头车和跟随车，对于领头车最小化其到达线路终点的时间，对于跟随车最大化其与前车的编组时间，并减少动能变化量。考虑牵引/制动/基本阻力、运行速度、边界条件、安全防护和编组状态等约束条件，构建混合整数非线性规划模型。针对其中的非线性项，采用分段线性和大M法进行了处理，将原模型转换为混合整数线性规划模型，并按照预设的算法步骤使用GUROBI进行求解。最后，基于包神铁路和韶山4B型电力机车的实际数据验证该方法的有效性，并分析不同目标速度和区段长度对虚拟编组时间的影响。结果表明，该方法在多种条件下均能有效实现列车之间的虚拟编组，为速度曲线规划提供参考。

关键词：重载列车；虚拟编组；速度曲线；列车动力学；混合整数线性规划
中图分类号：U292.4　　**文献标识码**：A　　**DOI**：10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20241029008

Speed Trajectory Optimization for Heavy Haul Trains during Virtual Marshalling Formation Stage

ZHAO Xiaodong[1,2]，SU Boyi[1,2]，SU Shuai[1,2]

(1. School of Automation and Intelligence, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. State Key Laboratory of Advanced Rail Autonomous Operation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The rapid formation of virtual marshalling between trains can significantly increase operation efficiency. Considering the characteristics of heavy haul trains, this paper proposed a speed trajectory optimization method for the virtual marshalling formation stage. At first, trains were categorized as either leading or following vehicles based on their sequence through turnouts. For the leading train, the objective was to minimize the time required to reach the endpoint, while for the following train, the objective was to maximize the marshalling time with the preceding train and minimize energy

收稿日期：2024-10-29
基金项目：中央高校基本科研业务费重大项目(2022JBQY001)；国家自然科学基金项目(52172322，U22A2046，52272329，U2468208，52372309，U2468206，U2469211，52372310)；中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划课题(L2022G010，L2023G004，L2024X002)；先进轨道交通自主运行全国重点实验室自主研究课题(RAO2023ZZ001)；国家能源投资集团有限责任公司科研项目(M23L01540，24KY-F-114)

variation. Constraints such as traction/braking/basic resistance force, operational speed limits, boundary conditions, safety protection, and marshalling status were considered to formulate a mixed-integer nonlinear programming model. To address the nonlinear terms, piecewise linearization and the big-M methods were applied so that the original model could be converted into a mixed-integer linear programming model, which was then solved using GUROBI according to the predefined algorithmic steps. Finally, the effectiveness of this method was verified based on real-world data from the Baotou-Shenmu Railway and the Shaoshan 4B electric locomotive. The impact of different target speeds and section lengths on the virtual marshalling time was analyzed. The results show that the proposed method effectively achieves virtual marshalling between trains under various conditions, providing insights for speed trajectory planning.

Keywords: Heavy Haul Train; Virtual Marshalling; Speed Trajectory; Train Dynamics; Mixed-Integer Linear Programming

0　引言

重载铁路凭借运能大、运输成本低等优势，在我国货物运输中占据着举足轻重的地位[1-3]。然而，随着运输需求的持续增长，物理编组和固定闭塞方式暴露出灵活性不足、效率低等问题。为解决这些瓶颈，国家能源投资集团有限责任公司开展了重载铁路列车移动闭塞系统研发和现场试验工作，并于近年来在朔黄铁路(神池南—黄骅港)、包神铁路(万水泉—神木)启动了列车虚拟编组关键技术的研究工作。通过车车通信和先进控制技术，虚拟编组可以让多列列车能够像单列列车一样紧密运行，减少列车间的物理间距，从而显著提升运输效率。因此，虚拟编组技术在重载铁路的应用具有重要的实际意义。

虚拟编组的概念最早由德国布伦瑞克工业大学的Su等[4]于1999年提出，后续吸引了国内外学者的大量关注。例如，Quaglietta等[5]指出有必要确定虚拟编组与实际信号系统相比的潜在优势以证明发展这一技术的合理性。为了实现这一目标，该文献设计了一种列车跟驰模型，并基于英国西南干线的部分线路对虚拟编组下的列车运行进行模拟，验证了虚拟联挂在提升运力方面的优越性。Aoun等[6]分析了列车虚拟编组在高速列车、干线列车、区域列车、城市轨道交通和货运列车5种轨道交通领域投资的市场潜力和运营场景，并针对不同的市场进行了初步的运营情景分析，探讨了面向虚拟编组列车运行控制技术的适用性。宋志丹等[7]引入相对制动距离的概念，并基于此提出了一种限速曲线的计算方法，为下一代列控系统的开发提供了重要参考。唐涛等[8]介绍了虚拟编组列车的概念及其研究现状，重点分析了实现虚拟编组的2项关键技术—列车安全防护和运行控制的研究进展，并指出了目前仍存在的核心问题及潜在的解决方案。邓澄远等[9]从列车参数、区间长度、区间限速和安全间隔等因素出发，分析了列车在区间内虚拟编组与解编作业的过程及其适用性。具体到重载铁路领域，陈永明等[10]设计了基于虚拟编组技术的重载铁路列控系统结构，提出未来需要攻克列车精确定位、列车完整性检查、列车间隔控制等关键技术。杨晓明等[11]对虚拟编组技术下列车追踪运行的全过程进行了详细分析，将其划分为4种状态，并为每种状态提供了相应的追踪间隔计算方法，最终推导出虚拟编组条件下单线重载铁路的通行能力。何晖等[12]基于势能函数及拉萨尔不变性原理设计控制器，提出一种重载列车虚拟编组的协同巡航控制方法。Wang等[13]利用列车纵向动力学，设计了一个考虑空气制动延迟的虚拟编组条件下列车时空协同防撞模型。Zhang等[14]基于列车控制决策的马尔可夫特性，构建了改进的动态规划模型，并建立了咽喉区速度限制约束，通过优化虚拟编组下的重载列车速度曲线，减少列车追踪间隔并降低能耗。

上述研究从多个角度推进了虚拟编组技术的发展，但在重载列车出站并建立虚拟编组阶段的速度曲线优化方面仍然存在空白。为此，针对这一关键阶段，构建了混合整数规划模型，以快速优化重载列车的速度曲线，确保其尽快进入虚拟编组状态。

1　问题描述

为方便对所研究的问题进行描述和建模，符号定义如表1所示。

表1　符号定义

Tab.1　Symbols and definitions

符号	定义	范围
	集合	
$\mathscr{N}$	区段集合	$\mathscr{N}=\{1,\ 2,\ \cdots,\ N\}$
$\mathscr{I}$	列车集合	$\mathscr{I}=\{1,\ 2,\ \cdots,\ I\}$
	索引	
n	区段索引	$n\in\mathscr{N}\cup\{N+1\}$
n_i^{head}	列车i车尾通过道岔时车头所在区段的索引	$n_i^{\mathrm{head}}\in\mathscr{N}$
i	列车索引	$i\in\mathscr{I}$
	参数	
L	线路总长度	$L>0$
l	区段长度	$0<l\leqslant L$
l_n	第n段起始点的相对坐标	$l_n\in\left\{0,\ \frac{L}{N},\ \frac{2L}{N},\ \cdots,\ \frac{(N-1)L}{N}\right\}$
L_i	列车i的长度	$L_i>0$
m_i	列车i的质量	$m_i>0$
g	重力加速度	$9.76\leqslant g\leqslant 9.83$
$F^{\max}\left(E_i(n)\right)$	列车i在单位质量动能为$E_i(n)$时的最大牵引力	$F^{\max}\left(E_i(n)\right)>0$
$B^{\max}\left(E_i(n)\right)$	列车i在单位质量动能为$E_i(n)$时的最大制动力	$B^{\max}\left(E_i(n)\right)>0$
$R\left(E_i(n)\right)$	列车i在单位质量动能为$E_i(n)$时的基本阻力	$R\left(E_i(n)\right)\geqslant 0$
$F_1^{\max},\ F_2^{\max},\ \cdots,\ F_{10}^{\max}$	分段常数函数中的最大牵引力	$F_1^{\max},\ F_2^{\max},\ \cdots,\ F_{10}^{\max}>0$
$B_1^{\max},\ B_2^{\max},\ \cdots,\ B_{10}^{\max}$	分段常数函数中的最大制动力	$B_1^{\max},\ B_2^{\max},\ \cdots,\ B_{10}^{\max}>0$
$E^{\max}(n)$	列车在第n段的最大单位质量动能	$E^{\max}(n)>0$
$v^{\max}(n)$	列车在第n段的限速	$v^{\max}(n)>0$
E^{target}	领头车目标单位质量动能	$E^{\mathrm{target}}>0$
v^{target}	领头车目标速度	$v^{\mathrm{target}}>0$
t^{block}	道岔转换和锁闭的时间	$t^{\mathrm{block}}>0$
$S_{i-1,\ i}^{\mathrm{switch}}$	列车i和前车$i-1$进入正线运行要经过道岔的位置	$S_{i-1,\ i}^{\mathrm{switch}}>0$
S^{margin}	安全裕量	$S^{\mathrm{margin}}>0$
t^{error}	列车虚拟编组状态下可允许的时间误差	$t^{\mathrm{error}}>0$
E^{error}	列车虚拟编组状态下可允许的动能误差	$E^{\mathrm{error}}>0$
$\alpha_1,\ \beta_1,\ \alpha_2,\ \beta_2,\ \cdots,\ \alpha_{10},\ \beta_{10}$	对梯形积分法中的非线性项分段线性化时的参数	$\alpha_1,\ \beta_1,\ \alpha_2,\ \beta_2,\ \cdots,\ \alpha_{10},\ \beta_{10}\in\mathbb{R}$
$\theta_1,\ \theta_2,\ \cdots,\ \theta_{10}$	基本阻力的计算参数	$\theta_1,\ \theta_2,\ \cdots,\ \theta_{10}\geqslant 0$
$\omega_1,\ \omega_2$	目标函数中的权重系数	$\omega_1,\ \omega_2>0$
	决策变量	
$t_i(n)$	列车i到达第n段起始点的时间	$t_i(n)\geqslant 0$
$t_i^{\mathrm{coupled}}(n)$	列车i与前车在第n段的编组时间	$t_i^{\mathrm{coupled}}(n)\geqslant 0$
$\delta_i(n)$	列车i与前车在第n段起始点是否处于虚拟编组状态	$\delta_i(n)\in\{0,\ 1\}$
$E_i(n)$	列车i在第n段起始点时的单位质量动能	$E_i(n)\geqslant 0$
$E_i^{\mathrm{var}}(n)$	列车i从第n段到第$n+1$段的单位质量动能变化	$E_i^{\mathrm{var}}(n)\geqslant 0$
$a_i(n)$	列车i在第n段的加速度	$a_i(n)\geqslant 0$
$F_i(n)$	列车i在第n段的牵引/制动力	$F_i(n)\geqslant 0$
$R_i(n)$	列车i在第n段的基本阻力	$R_i(n)\geqslant 0$
$r_i(n)$	列车i在第n段起始点时与前车的相对制动距离	$r_i(n)\geqslant 0$
$\gamma_i(n)$	编组时间计算公式线性化引入的0-1变量	$\gamma_i(n)\in\{0,\ 1\}$
$\sigma_{i,\ 1}(n),\ \sigma_{i,\ 2}(n),\ \cdots,\ \sigma_{i,\ 10}(n)$	分段线性化引入的0-1变量	$\sigma_{i,\ 1}(n),\ \sigma_{i,\ 2}(n),\ \cdots,\ \sigma_{i,\ 10}(n)\in\{0,\ 1\}$
$y(n),\ z_{i,\ 1}(n),\ z_{i,\ 2}(n),\ \cdots,\ z_{i,\ 10}(n)$	分段线性化引入的连续变量	$y(n),\ z_{i,\ 1}(n),\ z_{i,\ 2}(n),\ \cdots,\ z_{i,\ 10}(n)\geqslant 0$
$\varphi_i(n)$	相对制动距离计算公式线性化引入的0-1变量	$\varphi_i(n)\in\{0,\ 1\}$
$\kappa_{i,\ 1}(n),\ \kappa_{i,\ 2}(n),\ \kappa_{i,\ 3}(n),\ \kappa_{i,\ 4}(n)$	编组状态约束线性化引入的0-1变量	$\kappa_{i,\ 1}(n),\ \kappa_{i,\ 2}(n),\ \kappa_{i,\ 3}(n),\ \kappa_{i,\ 4}(n)\in\{0,\ 1\}$

研究考虑的重载线路由股道、道岔、正线3部分组成。线路总长度为L，单位m，均匀地分为N段，区段的集合表示为$\mathcal{N}=\{1,2,\cdots,N\}$(研究使用的区段是对线路离散化后的表述，与实际中的铁路区段有所差异)，每段的长度为$l=L/N$，m，第n段起始点的相对坐标可以计算为$l_n=(n-1)L/N$。线路上共有I条股道，每条股道可以停放一列列车，因此重载列车的集合可以表示为$\mathcal{I}=\{1,2,\cdots,I\}$。重载线路布局如图1所示，在该示例中，线路长度为$L=600$，均匀地分为6段，则区段的集合$\mathcal{N}=\{1,2,\cdots,6\}$，每段的长度为$l=600/6=100$。线路上共有3条股道，列车集合$\mathcal{I}=\{1,2,3\}$。

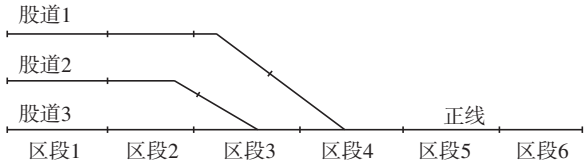


图1　重载线路布局

Fig.1　Layout of heavy haul railway line

这种线路条件下，需要对不同股道上的重载列车进行速度曲线优化以尽快建立虚拟编组。速度曲线中牵引/制动工况下的加速度、巡航工况下的速度，以及不同工况的转换点，直接决定了列车的时空位置和各列车之间的相对时空关系，从而对虚拟编组的建立产生直接影响。因此，优化速度曲线以尽快建立虚拟编组，不仅具有可行性，而且在实际中也具有重要的必要性和可操作性。同时，在虚拟编组建立阶段，速度曲线的优化需要充分考虑重载列车的特征。一方面，重载列车通常采用多机牵引的大编组运行模式，主控与从控机车之间的控制指令依靠无线传输，货车的制动指令依靠空气制动波传输。因此，在列车运行过程中可能出现主控-从控机车控制响应延时，空气制动过程中前部与尾部车辆存在制动/缓解时间差[15]。这导致大编组中各车厢的相对运动增大，列车的纵向冲击也随之加剧，频繁的牵引、制动可能引发车钩断裂。另一方面，重载列车车身较长且惯性大，各列车所处的线路条件存在差异，因此建立虚拟编组时的安全防护必须考虑列车长度和一定的安全裕量，不能像传统研究那样将列车简化为单质点进行处理，否则容易导致列车追尾[16]。

虚拟编组建立过程如图2所示。按照已有的调度方案，列车1和2先后通过道岔，2列车建立虚拟编组的过程可以分为3个阶段：第1阶段，列车1建立车地通信后发车，通过道岔进入正线运行，在列车1未通过道岔或道岔尚未扳动到正确位置之前，列车2不能启动，处于静止状态；第2阶段，在列车1通过道岔且道岔扳动到正确位置并锁闭的前提下，列车2建立车地通信后发车；第3阶段，列车2追近列车1，建立车车通信，当2列车之间保持安全距离且2列车速度相等时，以虚拟编组状态运行。

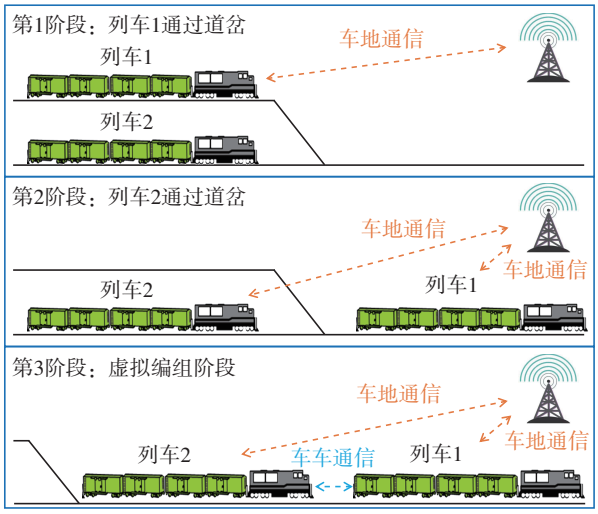


图2　虚拟编组建立过程

Fig.2　Virtual marshalling formation process

2　模型构建

本节将针对上述问题，构建数学优化模型。首先给出基本假设，然后从目标函数和约束条件2部分构建速度曲线优化模型。

2.1　基本假设

假设1：基于已有的调度方案对列车速度曲线进行优化，即重载列车通过道岔的次序已知。

假设2：将第一个通过道岔的重载列车定义为领头车，其余为跟随车。

假设3：领头车过道岔后的目标速度已知，为了保证顺利建立虚拟编组，领头车运行速度不得超过目标速度。

2.2　优化目标

速度曲线优化的核心目标是提升虚拟编组列车

群的运行效率。对于领头车，通过最小化到达线路终点的时间实现这一目标，表示为

$$\min t_1(N+1) \tag{1}$$

式中：1为领头车的索引；由于线路被分为N个区段，$N+1$表示区段N的终止点；$t_1(N+1)$为领头车到达线路终点的时间。

对于跟随车，其运行效率的提升通过最大化与前车的编组时间来实现。在确保领头车最快到达线路终点的前提下，编组时间能够清晰地反映出跟随车的运行效率，编组时间越长，运行效率越高。同时，还需最小化动能变化量，以避免在追赶前车的过程中因频繁的牵引和制动导致车钩断裂。因此，跟随车的优化目标可以表示为

$$\max \omega_1 \sum_{n=1}^{N} t_i^{\text{coupled}}(n) - \omega_2 \sum_{n=1}^{N} E_i^{\text{var}}(n) \tag{2}$$

式中：$t_i^{\text{coupled}}(n)$为列车i与前车在线路的第n段处于编组状态的时间，s；$E_i^{\text{var}}(n)$为列车i从第n段到第$n+1$段的单位质量动能变化，m^2/s^2；ω_1和ω_2为权重系数。

当列车i与前车在线路第n和$n+1$段的起始点都处于虚拟编组状态时，$t_i^{\text{coupled}}(n)=t_i(n+1)-t_i(n)$，即列车$i$与前车在线路的第$n$段处于编组状态的时间等于运行时间，否则，列车$i$与前车在线路的第$n$段处于虚拟编组状态的时间为0。引入0–1变量$\delta_i(n)$，表示列车$i$与前车在线路第$n$段的起始点是否处于虚拟编组状态，从而将编组时间的计算实现为

$$t_i^{\text{coupled}}(n)=\delta_i(n)\delta_i(n+1)\left(t_i(n+1)-t_i(n)\right)$$
$$\forall i \in \mathcal{I}\backslash\{1\},\ n \in \mathcal{N} \tag{3}$$

$$E_i^{\text{var}}(n)=\left|E_i(n+1)-E_i(n)\right| \quad \forall i \in \mathcal{I}\backslash\{1\},\ n\in\mathcal{N} \tag{4}$$

式中：$E_i(n)$为列车i在第n段起始点时的单位质量动能，m^2/s^2。

2.3　约束条件

为精确描述重载列车的运动过程并保证速度曲线的可行性，引入如下数学模型的基本约束。

2.3.1　列车动力学方程

列车的运动学方程是描述列车的速度、加速度、位移等物理量随时间变化的关系。然而，在建模中过多的变量会增加问题的复杂性，进而影响模型的求解速度。因此，研究主要通过列车进入各区段的动能来表述其运动学。根据动能定理，外力所做的功等于物体动能的变化，再根据牛顿第二定律，可以推导得到

$$E_i(n+1)-E_i(n)=a_i(n)l \quad \forall i \in \mathcal{I},\ n \in \mathcal{N} \tag{5}$$

$$m_i a_i(n)=F_i(n)-R_i(n) \quad \forall i \in \mathcal{I},\ n \in \mathcal{N} \tag{6}$$

式中：$E_i(n)$为列车i在第n段起始点时的单位质量动能，m^2/s^2；m_i为列车i的质量，kg；$a_i(n)$为列车i在第n段的加速度，m/s^2；$F_i(n)$和$R_i(n)$分别为列车在第n段的牵引/制动力和基本阻力，N。

列车i在第n段的运行时间计算采用梯形积分法，即

$$t_i(n+1)=t_i(n)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2E_i(n)}}+\frac{1}{\sqrt{2E_i(n+1)}}\right)l$$
$$\forall i \in \mathcal{I},\ n \in \mathcal{N} \tag{7}$$

2.3.2　牵引/制动/基本阻力约束

列车运行过程中，最大牵引力、最大制动力和基本阻力是影响列车的加速和制动能力的关键参数。因此，这三者与列车单位质量动能之间的函数关系是必须考虑的重要约束条件，具体表述为

$$F_i(n) \leqslant F^{\max}\left(E_i(n)\right) \quad \forall i \in \mathcal{I},\ n \in \mathcal{N} \tag{8}$$

$$F_i(n) \geqslant -B^{\max}\left(E_i(n)\right) \quad \forall i \in \mathcal{I},\ n \in \mathcal{N} \tag{9}$$

$$R_i(n)=R\left(E_i(n)\right) \quad \forall i \in \mathcal{I},\ n \in \mathcal{N} \tag{10}$$

式中：$F^{\max}\left(E_i(n)\right)$为列车在单位质量动能$E_i(n)$时的最大牵引力，N，为分段常数函数；$B^{\max}\left(E_i(n)\right)$为列车在单位质量动能$E_i(n)$时的最大制动力，N；$R\left(E_i(n)\right)$为列车在单位质量动能$E_i(n)$时的基本阻力，N。

$$F^{\max}\left(E_i(n)\right)=\begin{cases} F_1^{\max} & 0 \leqslant E_i(n) < E_1 \\ F_2^{\max} & E_1 \leqslant E_i(n) < E_2 \\ \vdots & \\ F_{10}^{\max} & E_9 \leqslant E_i(n) \leqslant E_{10} \end{cases} \tag{11}$$

$$B^{\max}\left(E_i(n)\right)=\begin{cases} B_1^{\max} & 0 \leqslant E_i(n) < E_1 \\ B_2^{\max} & E_1 \leqslant E_i(n) < E_2 \\ \vdots & \\ B_{10}^{\max} & E_9 \leqslant E_i(n) \leqslant E_{10} \end{cases} \tag{12}$$

$$R\left(E_i(n)\right)=\begin{cases}\theta_1 m_i g & 0\leqslant E_i(n)<E_1\\ \theta_2 m_i g & E_1\leqslant E_i(n)<E_2\\ \vdots & \\ \theta_{10} m_i g & E_9\leqslant E_i(n)\leqslant E_{10}\end{cases} \tag{13}$$

式中：θ_1，θ_2，…，θ_{10}为基本阻力的计算参数；g为重力加速度，m/s^2。

2.3.3　运行速度约束

为确保列车运行安全，列车的运行速度不能超过限制速度，避免列车因超速出现脱轨、碰撞或者其他安全事故。由于模型中不含列车速度这一物理量，所以使用单位质量动能来建立运行速度约束。

$$0\leqslant E_i(n)\leqslant E^{\max}(n)\qquad \forall i\in\mathcal{I},\ n\in\mathcal{N}\cup\{N+1\} \tag{14}$$

式中：$E^{\max}(n)$为列车在第n段的最大单位质量动能，m^2/s^2。

$E^{\max}(n)$与限速$v^{\max}(n)$的关系可以表示为

$$E^{\max}(n)=\frac{1}{2}\left(v^{\max}(n)\right)^2\qquad \forall n\in\mathcal{N}\cup\{N+1\} \tag{15}$$

对于领头车，运行速度不得超过目标速度，因此单位质量动能需要进一步限制为

$$0\leqslant E_1(n)\leqslant E^{\text{target}}\qquad \forall n\in\mathcal{N}\cup\{N+1\} \tag{16}$$

式中：E^{target}为目标速度v^{target}对应的单位质量动能，m^2/s^2。

$$E^{\text{target}}=\frac{1}{2}\left(v^{\text{target}}\right)^2 \tag{17}$$

2.3.4　边界条件约束

边界条件定义了列车在边界上的状态，包括列车i在区段1起始点的单位质量动能$E_i(1)$，在区段N终止点的单位质量动能$E_i(N+1)$，以及列车i从区段1起始点发车的时间$t_i(1)$[17]。

领头车在区段1起始点的单位质量动能为0，在区段N终止点的单位质量动能为E^{target}。由于领头车最先开始发车，从区段1起始点发车的时间设置为0。因此，领头车的边界条件为

$$\begin{cases}E_1(1)=0\\ E_1(N+1)=E^{\text{target}}\\ t_1(1)=0\end{cases} \tag{18}$$

跟随车的动能边界条件与领头车相同，而从区段1起始点发车的时间为前车通过道岔且道岔扳动到正确位置并锁闭的时刻。因此，跟随车的边界条件如下所示。

$$\begin{cases}E_i(1)=0\\ E_i(N+1)=E^{\text{target}}\\ t_i(1)=t_{i-1}\left(n_{i-1}^{\text{head}}\right)+t^{\text{block}}\end{cases}\qquad \forall i\in\mathcal{I}\backslash\{1\} \tag{19}$$

式中：t^{block}为道岔转换和锁闭的时间，s；$t_{i-1}\left(n_{i-1}^{\text{head}}\right)$为前车$i-1$的车尾通过道岔时的时间，s；$n_{i-1}^{\text{head}}$为前车$i-1$的车尾通过道岔时车头所在区段的索引。

$$n_{i-1}^{\text{head}}=\left\lceil\frac{L_{i-1}+S_{i-1,\,i}^{\text{switch}}}{l}\right\rceil\qquad \forall i\in\mathcal{I}\backslash\{1\} \tag{20}$$

式中：L_{i-1}为前车$i-1$的车长，m；$S_{i-1,\,i}^{\text{switch}}$为列车$i$和前车$i-1$进入正线运行要经过道岔的位置，m。

2.3.5　安全防护约束

由于领头车前方没有其他列车，因此仅对跟随车施加安全防护条件约束。对于跟随车的安全防护，需要确保与前车之间保持足够的安全距离。由于重载列车车身较长，需综合考虑前方列车的位置、车长以及与前车的相对制动距离。此外，由于各列车所处的线路条件存在差异，还需在安全距离中考虑一定的安全裕量[18]。因此，列车i和前车$i-1$的安全距离约束可以表示为

$$l_n\leqslant s_{i-1}\left(t_i(n)\right)-L_{i-1}-S^{\text{margin}}-r_i(n)\ \text{if}\ E_{i-1}(n)=E^{\text{target}}$$
$$\forall i\in\mathcal{I}\backslash\{1\},\ \left\lceil\frac{S_{i-1,\,i}^{\text{switch}}}{l}\right\rceil\leqslant n\leqslant N \tag{21}$$

式中：l_n为第n段起始点的相对坐标，m；$s_{i-1}\left(t_i(n)\right)$为列车$i$到达第$n$段起始点时前车$i-1$车头所在的位置，m；$S^{\text{margin}}$为安全裕量，m；$r_i(n)$为相对制动距离，m。

由于2列车在通过道岔后才进入同一轨道上运行，安全防护约束只需要从在道岔之后的区段开始，即$n\geqslant\left\lceil S_{i-1,\,i}^{\text{switch}}/l\right\rceil$，计算为

$$r_i(n)=\begin{cases}\dfrac{E_i(n)m_i-E^{\text{target}}m_{i-1}}{B^{\max}\left(E_i(n)\right)} & E_i(n)\geqslant E^{\text{target}}\\ 0 & E_i(n)<E^{\text{target}}\end{cases} \tag{22}$$

$s_{i-1}\left(t_i(n)\right)-L_{i-1}-S^{\text{margin}}-r_i(n)$为列车$i$到达第$n$段起始点时的行车许可位置，只有当$l_n$小于等于该值时，才能够保证行车安全。

2.3.6　编组状态约束

在虚拟编组过程中，当2列车的速度相同且保持一定安全距离时，可以认为2列车处于编组状

态[19]。同时考虑到实际状况，为避免出现跟随车因为线路或其他原因突然无法保持与领头车相同的速度，导致2列车解除编组的情况，还需要考虑动能误差和时间误差。因此，表示编组状态的0–1变量$\delta(k)$可以计算为

$$\delta_i(k)=\begin{cases}1 \ \text{if}\ t_i(n)\geqslant t_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)-t^{\text{error}}\\ \quad \text{and}\ t_i(n)\leqslant t_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)+t^{\text{error}}\\ \quad \text{and}\ E_i(n)\geqslant E_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)-E^{\text{error}}\\ \quad \text{and}\ E_i(n)\leqslant E_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)+E^{\text{error}}\\ \quad \text{and}\ n\geqslant\left\lceil\dfrac{S^{\text{switch}}_{i-1,\,i}}{l}\right\rceil\\ 0 \ \text{otherwise}\end{cases}\tag{23}$$

3　求解方法

由于上述建立的模型为混合整数非线性模型，需要对其中的非线性项进行线性化处理，转换为混合整数线性模型，从而可以通过求解器进行求解。

3.1　模型线性化

3.1.1　编组时间计算公式线性化

编组时间计算公式(3)中存在0–1变量和连续变量的乘积。因此，引入0–1变量$\gamma_i(n)$，将该式线性化为

$$\begin{cases}\gamma_i(n)\leqslant\delta_i(n+1)\\ \gamma_i(n)\leqslant\delta_i(n)\\ \gamma_i(n)\geqslant\delta_i(n)+\delta(n+1)-1\\ t_i^{\text{coupled}}(n)\geqslant 0\\ t_i^{\text{coupled}}(n)\leqslant M\gamma_i(n)\\ t_i^{\text{coupled}}(n)\leqslant t_i(n+1)-t_i(n)\\ t_i^{\text{coupled}}(n)\geqslant t_i(n+1)-t_i(n)-M\left(1-\gamma_i(n)\right)\end{cases}\tag{24}$$

式中：M为一个很大的正数。

若$\delta_i(n)$和$\delta_i(n+1)$中至少有一个为0时，$\gamma_i(n)$等于0，此时列车没有建立虚拟编组，那么编组时间$t_i^{\text{coupled}}(n)$为0；而$\delta_i(n)$和$\delta_i(n+1)$都等于1时，$\gamma_i(n)$等于1，此时列车i和前车$i-1$建立虚拟编组，编组时间$t_i^{\text{coupled}}(n)$为$t_i(n+1)-t_i(n)$。因此，上述公式与公式(3)等价。

3.1.2　动能变化计算公式线性化

动能变化计算公式(4)中存在绝对值，由于优化目标包括最小化动能的变化量，可以将该式线性化为

$$\begin{cases}E_i^{\text{var}}(n)\geqslant E_i(n+1)-E_i(n)\\ E_i^{\text{var}}(n)\geqslant E_i(n)-E_i(n+1)\end{cases}\tag{25}$$

在最优解中，至少一个不等式会达到等号，这意味着在进行线性化后，最优解保持不变。

3.1.3　梯形积分法与牵引/制动/基本阻力约束分段线性化

针对公式(7)梯形积分法中的非线性项采用分段线性的方式[20]。令$y(n)=1\big/2\sqrt{2E_i(n)}$，由于虚拟编组要求的速度、距离误差较小，为减小误差采用10段的分段函数对其进行拟合，即

$$y(n)=\begin{cases}\alpha_1E_i(n)+\beta_1 & 0\leqslant E_i(n)<E_1\\ \alpha_2E_i(n)+\beta_2 & E_1\leqslant E_i(n)<E_2\\ \quad\vdots & \\ \alpha_{10}E_i(n)+\beta_{10} & E_9\leqslant E_i(n)\leqslant E_{10}\end{cases}\tag{26}$$

引入0–1变量$\sigma_{i,\,1}(n)$，$\sigma_{i,\,2}(n)$，…，$\sigma_{i,\,10}(n)$对判断条件线性化，当$\sigma_{i,\,1}(n)$等于1时，代表此时列车i在第n段起始点的单位质量动能在$[0,\ E_1]$内，以此类推。

$$\begin{cases}0-M\left(1-\sigma_{i,\,1}(n)\right)\leqslant E_i(n)\leqslant E_1-\varepsilon-M\left(1-\sigma_{i,\,1}(n)\right)\\ E_1-M\left(1-\sigma_{i,\,2}(n)\right)\leqslant E_i(n)\leqslant E_2-\varepsilon-M\left(1-\sigma_{i,\,2}(n)\right)\\ E_2-M\left(1-\sigma_{i,\,3}(n)\right)\leqslant E_i(n)\leqslant E_3-\varepsilon-M\left(1-\sigma_{i,\,3}(n)\right)\\ \qquad\vdots\\ E_9-M\left(1-\sigma_{i,\,10}(n)\right)\leqslant E_i(n)\leqslant E_{10}-M\left(1-\sigma_{i,\,10}(n)\right)\\ \sigma_{i,\,1}(n)+\sigma_{i,\,2}(n)+\cdots+\sigma_{i,\,10}(n)=1\end{cases}\tag{27}$$

式中：ε为一个很小的正数。

此时，$y(n)$可以写为

$$y(n)=\left(\alpha_1E_i(n)+\beta_1\right)\sigma_{i,\,1}(n)+\left(\alpha_2E_i(n)+\beta_2\right)\sigma_{i,\,2}(n)+\cdots+\left(\alpha_9E_i(n)+\beta_9\right)\sigma_{i,\,9}(n)+\left(\alpha_{10}E_i(n)+\beta_{10}\right)\sigma_{i,\,10}(n)\tag{28}$$

引入连续变量$z_{i,\,1}(n)$，$z_{i,\,2}(n)$，…，$z_{i,\,10}(n)$，可以将$y(n)$的计算进一步线性化为

$$\begin{cases} z_{i,\,1}(n)\geqslant \alpha_1\times E_i(n)+\beta_1-M\left(1-\sigma_{i,\,1}(n)\right)\\ z_{i,\,1}(n)\leqslant \alpha_1\times E_i(n)+\beta_1+M\left(1-\sigma_{i,\,1}(n)\right)\\ z_{i,\,2}(n)\geqslant \alpha_2\times E_i(n)+\beta_2-M\left(1-\sigma_{i,\,2}(n)\right)\\ z_{i,\,2}(n)\leqslant \alpha_2\times E_i(n)+\beta_2+M\left(1-\sigma_{i,\,2}(n)\right)\\ \quad\vdots\\ z_{i,\,10}(n)\geqslant \alpha_{10}\times E_i(n)+\beta_{10}-M\left(1-\sigma_{i,\,10}(n)\right)\\ z_{i,\,10}(n)\leqslant \alpha_{10}\times E_i(n)+\beta_{10}+M\left(1-\sigma_{i,\,10}(n)\right)\\ y(n)=z_{i,\,1}(n)+z_{i,\,2}(n)+\cdots+z_{i,\,10}(n)\\ t_i(n+1)-t_i(n)=\left(y(n+1)+y(n)\right)l \end{cases} \tag{29}$$

对于牵引/制动力约束，$F^{\max}\left(E_i(n)\right)$和$B^{\max}\left(E_i(n)\right)$均为分段常数的形式，因此，线性化的结果如下。

$$\begin{cases} -B_1^{\max}-M\left(1-\sigma_{i,\,1}(n)\right)\leqslant F_i(n)\leqslant F_1^{\max}-\\ \quad M\left(1-\sigma_{i,\,1}(n)\right)\\ -B_2^{\max}-M\left(1-\sigma_{i,\,2}(n)\right)\leqslant F_i(n)\leqslant F_2^{\max}-\\ \quad M\left(1-\sigma_{i,\,2}(n)\right)\\ \quad\vdots\\ -B_{10}^{\max}-M\left(1-\sigma_{i,\,10}(n)\right)\leqslant F_i(n)\leqslant F_{10}^{\max}-\\ \quad M\left(1-\sigma_{i,\,10}(n)\right) \end{cases} \tag{30}$$

对于基本阻力约束，$R\left(E_i(n)\right)$的线性化结果为

$$R\left(E_i(n)\right)=\theta_1 m_i g\sigma_{i,\,1}(n)+\theta_2 m_i g\sigma_{i,\,2}(n)+\cdots+\theta_{10} m_i g\sigma_{i,\,10}(n) \tag{31}$$

3.1.4　相对制动距离计算公式离散化

针对相对制动距离计算公式(22)中的IF-THEN规则，引入0–1变量$\varphi_i(n)$，将其线性化为

$$\begin{cases} E_i(n)\geqslant E^{\text{target}}-M\left(1-\varphi_i(n)\right)\\ E_i(n)\leqslant E^{\text{target}}+M\varphi_i(n)\\ r_i(n)\geqslant 0\\ r_i(n)\leqslant M\varphi_i(n)\\ r_i(n)\geqslant \dfrac{E_i(n)m_i-E^{\text{target}}m_{i-1}}{B^{\max}\left(E^{\text{target}}\right)}-M\left(1-\varphi_i(n)\right)\\ r_i(n)\leqslant \dfrac{E_i(n)m_i-E^{\text{target}}m_{i-1}}{B^{\max}\left(E^{\text{target}}\right)}+M\left(1-\varphi_i(n)\right) \end{cases} \tag{32}$$

由于当两列车位置和速度逐渐趋近时安全防护约束才会产生作用，所以将$B^{\max}\left(E_i(n)\right)$近似为$B^{\max}\left(E^{\text{target}}\right)$。

3.1.5　编组状态约束线性化

针对编组状态约束(23)中的IF-THEN规则，如果IF条件中含有决策变量，则引入一个0–1变量表示相应的IF条件是否成立。因此，引入4个决策变量$\kappa_{i,\,1}(n)$，$\kappa_{i,\,2}(n)$，$\kappa_{i,\,3}(n)$，$\kappa_{i,\,4}(n)$，将含有决策变量的IF条件线性化为

$$\begin{cases} t_i(n)\geqslant t_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)-t^{\text{error}}-\\ \quad M\left(1-\kappa_{i,\,1}(n)\right)\\ t_i(n)\leqslant t_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)+t^{\text{error}}+\\ \quad M\left(1-\kappa_{i,\,2}(n)\right)\\ E_i(n)\geqslant E_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)-E^{\text{error}}-\\ \quad M\left(1-\kappa_{i,\,3}(n)\right)\\ E_i(n)\leqslant E_{i-1}\left(n+\left\lceil\dfrac{L_{i-1}+S^{\text{margin}}}{l}\right\rceil\right)+E^{\text{error}}+\\ \quad M\left(1-\kappa_{i,\,4}(n)\right)\\ \delta_i(n)\leqslant\kappa_{i,\,1}(n),\ \delta_i(n)\leqslant\kappa_{i,\,2}(n),\ \delta_i(n)\leqslant\\ \quad\kappa_{i,\,3}(n),\ \delta_i(n)\leqslant\kappa_{i,\,4}(n)\\ \delta_i(n)\geqslant\kappa_{i,\,1}(n)+\kappa_{i,\,2}(n)+\kappa_{i,\,3}(n)+\kappa_{i,\,4}(n)-3 \end{cases} \tag{33}$$

3.2　求解步骤

根据假设1，研究基于已有的调度方案对列车速度曲线进行优化，按照重载列车通过道岔的次序分为领头车和跟随车。首先求出领头车的速度曲线，然后第1列跟随车追踪领头车建立虚拟编组，第2列跟随车追踪第1列跟随车，以此类推，直到所有列车完成虚拟编组。下面给出了具体的求解步骤。

输入：列车通过道岔的次序。

步骤1：初始化线路与车辆数据。

步骤2：根据列车通过道岔的次序初始化列车集合$\mathcal{I}=\{1,\,2,\,\cdots,\,I\}$。

步骤3：对于列车$i\in\mathcal{I}$依次进行如下计算。

步骤3.1：根据索引i对列车类型进行如下判断。

①如果$i=0$，当前列车为领头车，根据领头车优化目标和约束构建优化模型，并使用GUROBI求解；

②如果$i>0$，当前列车为跟随车，根据前车$i-$

1的速度曲线、跟随车的优化目标和约束构建优化模型，并使用GUROBI求解。

步骤3.2：根据模型求解结果获取列车速度曲线。

输出：所有列车的速度曲线。

4　算例分析

本节将通过多组仿真算例对所提出的方法进行验证。首先设置参数，然后在不同列车数量、目标速度和区段长度下进行3组算例仿真。所有算例基于Python语言编程实现，并调用GUROBI 11.0对模型进行求解，模型的求解时间限制为3 600 s，可接受的最优间隙为1%。

4.1　参数设置

基础参数取值如表2所示。

表2　基础参数取值

Tab.2　Basic parameter values

参数	符号	数值
线路总长度/m	L	3×10^5
区段长度/m	l	1 000
区段数	N	100
列车长度/m	L_i	1 000
列车质量/kg	m_i	5×10^6
编组站内/外限速/(m/s)	$v^{\max}(n)$	5.556/27.778
编组站内/外最大单位质量动能/(m^2/s^2)	$E^{\max}(n)$	15.432/385.802
重力加速度/(m/s^2)	g	9.8
道岔锁闭时间/s	t^{block}	10
道岔位置/m	$S^{\text{switch}}_{i-1,\ i}$	2 000
安全裕量/s	S^{margin}	1 000
可允许的时间误差/s	t^{error}	1
可允许的动能误差/(m^2/s^2)	E^{error}	0.005
编组时间权重系数	ω_1	1
单位质量动能变化权重系数	ω_2	0.01

对于梯形积分法的分段线性拟合参数如表3所示。

牵引/制动/基本阻力参数如表4所示。

4.2　算例1：方法有效性验证

为验证研究提出的数学模型以及求解方法的有效性，本节将领头车的目标速度设置为15 m/s，即v^{target} = 15 m/s，分别针对不同数量的列车进行实验。

求解得到速度–时间和速度–位置图如图3所示，可以看出无论列车数量多少，都可以有效形成虚拟编组，下面将针对3列列车的情况展开分析。列车1为领头车，由于领头车的目标是尽快到达线路

表3　分段线性拟合参数

Tab.3　Piecewise linear fitting parameters

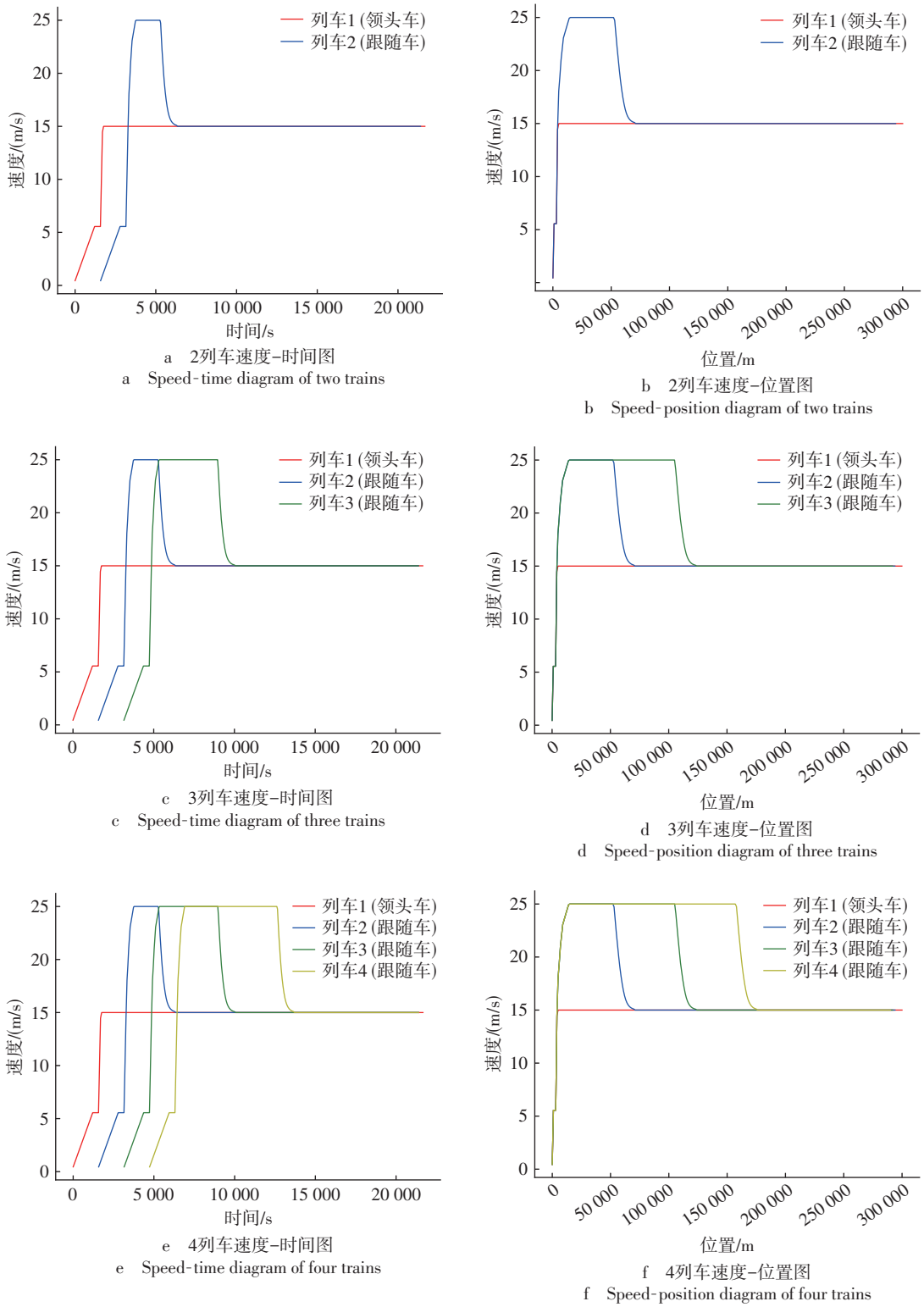
参数	数值	参数	数值	$E_i(n)/(m^2/s^2)$
α_1	−0.249 6	β_1	1.142 96	0~3.858
α_2	-7.76×10^{-3}	β_2	0.21	3.858~15.432
α_3	-1.56×10^{-3}	β_3	0.114	15.432~34.722
α_4	-5.55×10^{-4}	β_4	0.079 28	34.722~61.728
α_5	-2.59×10^{-4}	β_5	0.061	61.728~96.451
α_6	-1.41×10^{-4}	β_6	0.049 64	96.451~138.889
α_7	-8.55×10^{-5}	β_7	0.041 87	138.889~189.043
α_8	-5.55×10^{-5}	β_8	0.036 21	189.043~246.914
α_9	-3.81×10^{-5}	β_9	0.031 912	246.914~312.500
α_{10}	-2.73×10^{-5}	β_{10}	0.028 526	312.500~385.802

表4　牵引/制动/基本阻力参数

Tab.4　Traction/braking/basic resistance force parameters

$E_i(n)/(m^2/s^2)$	$F^{\max}(E_i(n))$/kN	$B^{\max}(E_i(n))$/kN	$R(E_i(n))/$(N/kN)
(0，3.858]	628	447.0	0
(3.858，15.432]	553.5	400.0	2.21
(15.432，34.722]	516.5	400.0	2.34
(34.722，61.728]	496.9	400.0	2.56
(61.728，96.451]	482.9	400.0	2.85
(96.451，138.889]	450	400.0	3.22
(138.889，189.043]	377.5	334.0	3.68
(189.043，246.914]	320.2	287.0	4.21
(246.914，312.500]	280.9	250.0	4.82
(312.500，385.802]	213.5	220.0	5.52

的终点，所以列车1发车后，在编组站内首先加速到5.556 m/s，并保持此速度直至驶出编组站。列车1在驶出编组站后，进一步加速到目标速度15 m/s，并保持此速度运行至线路终点，总运行时间为21 665.48 s。同时，从图3c可以看出，3列列车的发车时间存在一定的间隔，这是由于在模型中施加了边界条件约束。列车1、列车2、列车3依次通过道岔，列车1通过道岔且道岔扳动到正确位置并锁闭的时间为1 578.02 s，此时列车2可以发车，列车2通过道岔且道岔扳动到正确位置并锁闭的时间为3 156.27 s，此时列车3可以发车。由于发车时间不同，各列车在虚拟编组之前的速度曲线也有所差别。从图3d可以看出，由于列车2和列车3发车时间较晚，在驶出编组站后需要加速到一个更大的速度(接近25 m/s)来追上前车，且列车3以更高速度运行的时间相对更长。最后，列车2和列车1在距起点约70 000 m处建立了虚拟编组，编组时间为15 315.61 s，列车3和列车2在距起点约124 000 m



a　2列车速度–时间图
a　Speed-time diagram of two trains

b　2列车速度–位置图
b　Speed-position diagram of two trains

c　3列车速度–时间图
c　Speed-time diagram of three trains

d　3列车速度–位置图
d　Speed-position diagram of three trains

e　4列车速度–时间图
e　Speed-time diagram of four trains

f　4列车速度–位置图
f　Speed-position diagram of four trains

图3　速度–时间和速度–位置图
Fig.3　Speed-time and speed-position diagrams

处建立了虚拟编组，编组时间为11 739.90 s。综上所述，研究所提出方法的有效性得到了验证。

不同列车数量下的计算时间如表5所示，可以看出，随着列车数量的增加，计算时间呈现出线性增长趋势。这得益于研究设计的迭代求解步骤，该方法依次对每列车的速度曲线进行求解，有效避免

表5　不同列车数量下的计算时间　s

Tab.5　Computation time under different numbers of trains

列车数量	2列	3列	4列
计算时间	3 495.68	7 095.97	10 696.08

了因问题规模增大而引发的“组合爆炸”现象，并控制了计算复杂度的指数级增长，进一步验证了方法的有效性。

4.3　算例2：不同目标速度的仿真结果对比

本算例将针对目标速度这一参数进行敏感性分析，分别将领头车的目标速度设置为7.5 m/s，10 m/s，12.5 m/s和15 m/s。不同目标速度下的仿真结果如表6所示，分别列出了列车1(即领头车)的运行时间，列车1与列车2的编组时间，列车2与列车3的编组时间，以及求解模型所需要的计算时间(程序运行时间)。从列车1的运行时间可以看出，随着目标速度的增加，总的运行时间显著降低，但运行时间降低的幅度逐渐变小。例如，当目标速度从7.5 m/s提升至10 m/s时，列车1的运行时间降低了11 122.97 s，而当目标速度从12.5 m/s提升至15 m/s时，列车1的运行时间只降低了4 157.29 s。此外，目标速度的增加也会导致编组时间的降低，这是由于2方面原因导致的。一方面，与列车1的运行时间变化趋势相同，目标速度增加也会缩短跟随车运行时间；另一方面，跟随车想要追上前车并建立虚拟编组更加困难，导致编组时间降低，也使得模型更加难以求解，计算时间从231.47 s逐渐增加至7 095.97 s。

表6　不同目标速度下的仿真结果　s

Tab.6　Simulation results under different target speeds

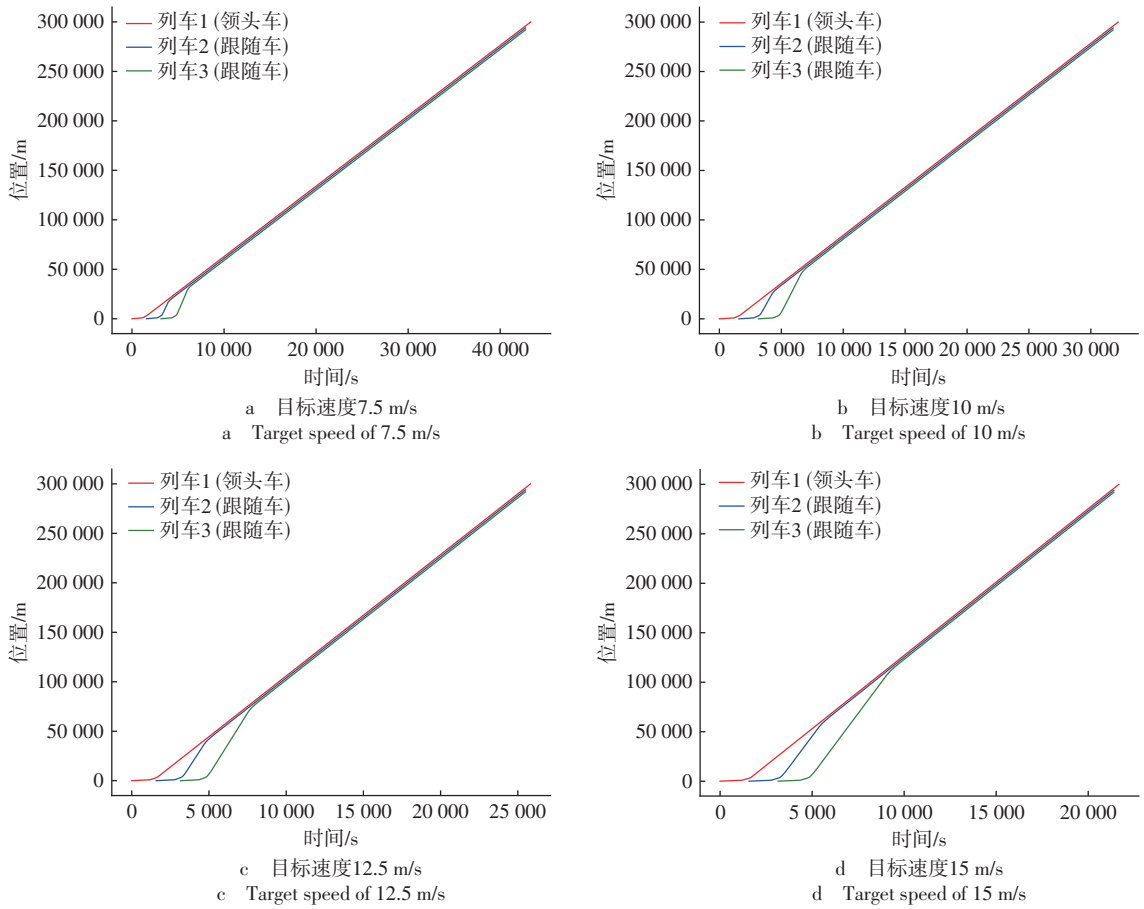
目标速度	列车1的运行时间	列车1与列车2的编组时间	列车2与列车3的编组时间	计算时间
v^{target} = 7.5 m/s	43 325.53	38 927.66	37 100.85	231.47
v^{target} = 10 m/s	32 202.56	27 299.51	25 033.61	4 048.57
v^{target} = 12.5 m/s	25 822.77	20 293.50	17 522.78	6 073.17
v^{target} = 15 m/s	21 665.48	15 315.61	11 739.90	7 095.97

为了更直观地体现目标速度对列车运行的影响，各列车的不同目标速度下的位置–时间图如图4所示。通过观察图中横坐标的范围，可以再次验证随着目标速度的增加，列车运行时间缩短。同时，观察3列车建立虚拟编组时纵坐标的变化可以发现，目标速度的增加导致3列车建立虚拟编组的位置更远，这也印证了上述跟随车想要追上前车并建立虚拟编组更加困难的说法。需要说明的是，建立虚拟编组后，无论目标速度如何变化，列车的位置、车长以及与前车的相对制动距离都保持不变。因此，追踪间隔应始终保持一致。

目标速度的设定需要兼顾效率、安全性、虚拟编组平稳性和能耗。如果单纯从效率角度出发，目标速度越接近限速，运行效率越高。然而，这种设定会显著压缩列车运行的容错空间，特别是在虚拟编组建立后的平稳追踪阶段，一旦因通信延迟、丢包或其他外部扰动引发速度波动，列车可能难以重新建立虚拟编组状态，甚至面临碰撞的风险。此外，随着目标速度的提高，列车的基本阻力将显著增加，这意味着列车需要维持较大的牵引力输出，长时间高速运行不仅增加能耗，还可能使设备处于高负载状态，影响其可靠性和使用寿命。综上所述，基于效率、安全性、虚拟编组平稳性和能耗的综合考虑，目标速度不应一味追求接近限速，与限速保持一定的差距不仅能确保虚拟编组的顺利建立，还为后续的平稳追踪奠定良好基础。目标速度的设定还应参考当前实际运营中重载列车的运行速度，确保引入虚拟编组后可以提升现有运行效率。

4.4　算例3：不同区段长度的仿真结果对比

在研究提出的方法中，列车的运行策略是在每一区段选择相应的加速度，实现匀加速运动、匀减速运动或匀速运动。为验证不同区段长度对仿真结果的影响，本算例考虑以7.5 m/s的目标速度在不同区段长度下进行仿真实验，分别将区段长度设置为250 m，500 m，1 000 m和2 000 m。不同区段长度下的仿真结果如表7所示。根据仿真结果可以得出，随着区段长度的缩短，领头车的运行时间减小，而跟随车的虚拟编组时间增加，且编组时间在总运行时间的占比上升。这表明列车的运行策略趋向精细化，能够提高列车的编组效率。然而，随着区段长度的缩短，计算时间几乎呈指数级增长，但是所带来的运行效率的提升却逐渐减小。在实际应用中，可以根据本算例得到的定量关系以及允许的速度曲线规划时间，选择适当的区段长度以实现运行效率与计算成本的平衡。



a　目标速度7.5 m/s
a　Target speed of 7.5 m/s

b　目标速度10 m/s
b　Target speed of 10 m/s

c　目标速度12.5 m/s
c　Target speed of 12.5 m/s

d　目标速度15 m/s
d　Target speed of 15 m/s

图4　不同目标速度下的位置–时间图

Fig.4　Position-time diagrams under different target speeds

表7　不同区段长度下的仿真结果　s

Tab.7　Simulation results under different section lengths

区段长度	列车1的运行时间	列车1与列车2的编组时间	列车2与列车3的编组时间	计算时间
l = 250 m	42 569.33	40 016.27	39 243.35	7 201.69
l = 500 m	42 821.40	39 629.85	38 505.65	1 603.23
l = 1 000 m	43 325.53	38 927.66	37 100.85	231.47
l = 2 000 m	44 333.79	37 382.31	34 010.57	69.36

5　结论

通过研究虚拟编组建立阶段的重载列车速度曲线优化问题，构建了以提升总体运行效率为目标的优化模型，并设计了基于重载列车通过道岔次序的迭代求解步骤。根据包神铁路和韶山4B型电力机车的实际数据设置参数，并进行多组仿真算例实验，得到以下结论：①所提出的方法可以实现多列列车之间的虚拟编组；②领头车目标速度的提高会增加跟随车追赶并建立虚拟编组的难度，缩短虚拟编组的时间；③区段长度的缩短使列车的运行策略更加精细化，进而提升列车的运行与编组效率，但也带来了计算时间指数级增加的代价。

应用前景方面，研究提出的方法具有较强的普适性，能够根据不同线路和车辆的特点灵活调整参数设置，从而设计出符合特定实际需求的速度曲线，减少重载列车站间运行时间，提升运行效率。同时，该方法不仅为微观控制层面决策提供参考速度信息，便于进行精确的追踪控制，还为宏观调度层面提供编组时间信息，帮助合理安排调度计划，进一步提升整体系统的协调性。应用局限性方面，目前，本研究仅关注虚拟编组建立阶段，未来的研究需要进一步探索解编阶段的速度曲线优化问题，以形成完整的虚拟编组全流程优化方案。尽管研究提出的方法在仿真算例中表现良好，但在实际工程应用中可能会遇到更加复杂的情况和不确定因素。因此，仍需通过现场试验对方法的有效性以及潜在

的问题进行进一步的验证。

参考文献：

[1] 胡亚东. 我国铁路重载运输技术体系的现状与发展[J]. 中国铁道科学，2015，36(2)：1-10.
HU Yadong. Current Status and Development Trend of Technology System for Railway Heavy Haul Transport in China[J]. China Railway Science，2015，36(2)：1-10.

[2] 刘文杰. 国家能源集团产业一体化运营模式下铁路运输能力提升研究[J]. 铁道货运，2023，41(9)：27-33.
LIU Wenjie. Research on Improvement of Railway Transportation Capacity under Industrial Integration Operation Mode in China Energy Investment[J]. Railway Freight Transport，2023，41(9)：27-33.

[3] 丰汉羽，王　涛，石建廷. 朔黄铁路移动闭塞信号系统设计与关键技术研究[J]. 铁道货运，2024，42(1)：50-57.
FENG Hanyu，WANG Tao，SHI Jianting. Design and Key Technology Research on Moving Block Signal System for Shuohuang Railway[J]. Railway Freight Transport，2024，42(1)：50-57.

[4] SU S，SHE J F，WANG D，et al. A Stabilized Virtual Coupling Scheme for a Train Set with Heterogeneous Braking Dynamics Capability[J]. Transportation Research Part C：Emerging Technologies，2023，146：103947.

[5] QUAGLIETTA E，WANG M，GOVERDE R M P. A Multi-State Train-Following Model for the Analysis of Virtual Coupling Railway Operations[J]. Journal of Rail Transport Planning & Management，2020，15：100195.

[6] AOUN J，QUAGLIETTA E，GOVERDE R M P. Investigating Market Potentials and Operational Scenarios of Virtual Coupling Railway Signaling[J]. Transportation Research Record：Journal of the Transportation Research Board，2020，2674(8)：799-812.

[7] 宋志丹，徐效宁，李　辉，等. 面向虚拟编组的列控技术研究[J]. 铁道标准设计，2019，63(6)：155-159.
SONG Zhidan，XU Xiaoning，LI Hui，et al. Study on Virtual-Coupling-Orientated Train Control Technique[J]. Railway Standard Design，2019，63(6)：155-159.

[8] 唐　涛，罗啸林，刘宏杰，等. 城轨列车虚拟编组安全防护与运行控制技术研究进展[J]. 科技导报，2023，41(10)：31-42.
TANG Tao，LUO Xiaolin，LIU Hongjie，et al. Research Review of the Protection and Operation Technology for Virtually Coupled Train Sets in Metros[J]. Science & Technology Review，2023，41(10)：31-42.

[9] 邓澄远，王　卓，陈虹兵，等. 虚拟编组条件下列车区间解耦和耦合适用性分析[J]. 铁道运输与经济，2024，46(8)：198-204，242.
DENG Chengyuan，WANG Zhuo，CHEN Hongbing，et al. Applicability of Train Decoupling and Coupling in Sections Based on Virtual Coupling[J]. Railway Transport and Economy，2024，46(8)：198-204，242.

[10] 陈永明，崔佳诺. 基于虚拟编组技术的重载铁路列控系统研究[J]. 铁道标准设计，2023，67(9)：176-181.
CHEN Yongming，CUI Jianuo. Research on Train Control System of Heavy-Haul Railway Based on Virtual Grouping Technology[J]. Railway Standard Design，2023，67(9)：176-181.

[11] 杨晓明，杨在旭，宋宗莹. 基于虚拟编组技术的单线重载铁路通过能力计算方法研究[J]. 铁道运输与经济，2024，46(6)：17-26，41.
YANG Xiaoming，YANG Zaixu，SONG Zongying. Calculation Method for the Capacity of Single-Track Heavy-Haul Railway Line Based on Virtual-Coupling Technology[J]. Railway Transport and Economy，2024，46(6)：17-26，41.

[12] 何　晖，代　萌，陶维杰，等. 基于多智能体的重载列车虚拟编组协同巡航控制[J]. 中国铁道科学，2023，44(6)：196-205.
HE Hui，DAI Meng，TAO Weijie，et al. Cooperative Cruise Control of Heavy-Haul Train under VCTF Based on Multi-Agent[J]. China Railway Science，2023，44(6)：196-205.

[13] WANG X P，SONG Z Y，ZHU S Y，et al. Space-Time Collision Avoidance and Train Dynamics Constraints-Driven Optimal Control for Heterogeneous Heavy-Haul Trains Platoon Operation Considering Air Brake Delay[J]. Vehicle System Dynamics，2025，63(1)：121-139.

[14] ZHANG K P，GAO J K，XU Z Q，et al. Headway Compression Oriented Trajectory Optimization for Virtual Coupling of Heavy-Haul Trains[J]. Control Engineering Practice，2024，143：105784.

[15] 尚　敬，刘　勇，江　帆. 机车自动驾驶技术研究与应用[J]. 机车电传动，2023(1)：1-12.
SHANG Jing，LIU Yong，JIANG Fan. Research and Application of Locomotive Automatic Operation Technology[J]. Electric Drive for Locomotives，2023(1)：1-12.

[16] 丁永民，马志强，张　军，等. 大秦线3万t重载列车救援

（下转第69页）