文章编号：1003-1421(2026)01-0027-19
引用格式：连惠，田志强，宋琦，等. 轨道列车节能运行研究综述[J]. 铁道运输与经济，2026，48(1)：27-45.
LIAN Hui，TIAN Zhiqiang，SONG Qi，et al. Review of Research on Energy-Efficient Operation of Rail Transit Trains[J]. Railway Transport and Economy，2026，48(1)：27-45.

轨道列车节能运行研究综述

连　惠[1]，田志强[1,2]，宋　琦[1]，靳欣妮[1]，王付霞[1]

(1.兰州交通大学 交通运输学院，甘肃 兰州　730070；2.兰州交通大学 高原铁路运输智慧管控铁路行业重点实验室，甘肃 兰州　730070)

摘　要：轨道列车节能运行是实现交通领域绿色低碳发展的关键举措，对降低运营成本、减少环境污染具有重要意义。研究系统综述了轨道列车节能运行的研究进展，从牵引控制策略、再生制动技术、综合优化策略及智能求解算法4个维度展开分析。研究表明，牵引控制策略通过优化速度曲线和工况转换点实现能耗最小化；再生制动技术通过逆变回馈和储能设备提升能量回收效率；综合优化策略兼顾能耗、准点率和乘客舒适性等多目标平衡；智能求解算法为复杂优化问题提供了高效解决方案。然而，现有研究仍面临动态环境适应性不足、多列车协同优化复杂度高、实时性要求严格等挑战。未来研究应进一步融合人工智能与大数据技术，探索更高效的全局优化方法，推动轨道列车节能运行向智能化、精细化方向发展。

关键词：轨道交通列车；节能运行；牵引控制；再生能量；综合优化；求解方法
中图分类号：U268.6；U2-9　　**文献标识码**：A　　**DOI**：10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20250325002

Review of Research on Energy-Efficient Operation of Rail Transit Trains

LIAN Hui[1]，TIAN Zhiqiang[1,2]，SONG Qi[1]，JIN Xinni[1]，WANG Fuxia[1]

(1. School of Traffic and Transportation, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, Gansu, China; 2. Key Laboratory of Railway Industry on Plateau Railway Transportation Intelligent Management and Control, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, Gansu, China)

Abstract: Energy-efficient operation of rail transit trains is a critical measure for achieving green and low-carbon development in the transportation sector and is of great significance for reducing operational costs and mitigating environmental pollution. This paper systematically reviewed the research progress on energy-efficient operation of rail transit trains, analyzing it from four dimensions: traction control strategies, regenerative braking technologies, integrated optimization strategies, and intelligent solution algorithms. Research indicates that traction control strategies minimize energy consumption by optimizing speed profiles and transition points of operation conditions. Regenerative braking technologies improve energy recovery efficiency through inverter-based feedback and energy storage devices. Integrated optimization strategies balance multiple objectives such as energy consumption, punctuality, and passenger comfort. Intelligent solution algorithms provide efficient solutions for complex optimization problems. However, existing research still faces challenges such as insufficient adaptability to dynamic environments, high complexity in multi-train collaborative optimization, and stringent real-time requirements. Future

收稿日期：2025-03-25　　**修订日期**：2025-06-05
基金项目：国家自然科学基金项目(71761023，72161023)；中央引导地方科技发展资金项目(24ZYQA044)

research should further integrate artificial intelligence and big data technologies to explore more efficient global optimization methods, promoting the intelligent and refined development of energy-efficient operation of rail transit trains.

Keywords: Rail Transit Train; Energy-Efficient Operation; Traction Control; Regenerative Energy; Integrated Optimization; Solution Method

0　引言

轨道列车节能运行是指在轨道交通列车的整个运行过程中，通过集成应用先进技术手段和科学管理方法，系统优化列车能耗结构，提升能源利用效率，从而实现节能减排、降低运营成本、减少环境污染的综合性目标。在全球能源结构转型和生态环境保护的双重背景下，轨道列车节能运行研究已成为学术界和工程界共同关注的前沿课题。

我国交通运输业碳排放量约占全国碳排放总量的10%[1]。轨道交通作为大容量公共交通工具，其能耗问题随着运营规模的持续扩张日益凸显。这不仅制约着行业的可持续发展，也直接影响着整体运营成本效益。特别是在我国“双碳”战略目标的政策导向下，构建低碳交通体系的紧迫性进一步凸显。“双碳”战略明确要求优化交通运输结构，推广节能低碳交通工具，加速推进交通领域绿色转型。在此背景下，轨道交通作为现代综合交通体系的重要组成部分，肩负着引领行业向低碳化、智能化、高效化发展的重要使命。杨洋等[2]基于碳回收期理论的测算表明，能源结构调整和能效水平提升可以对城市轨道交通碳减排带来显著正效应。Dasgupta等[3]基于全球卫星数据的研究证实，地铁系统可使城市人口相关碳排放降低约50%，印证其低碳价值。袁振洲等[4-5]通过低碳效应综述及京津冀碳足迹评估进一步指出，轨道交通碳排放强度显著低于其他客运方式，且能源结构优化对行业碳减排具有关键作用。从技术实践看，杨洋等[6]在铁路内燃机车牵引节能研究中发现，通过道口群约束下的建模优化，可实现显著能耗降低，这为系统节能提供了实证支撑。因此，在政策驱动与技术创新的双重逻辑下，推进轨道交通节能运行不仅是破解行业技术瓶颈的关键路径，更是落实国家碳减排目标、构建绿色交通体系的核心举措。

轨道交通是以固定轨道为导向的公共交通系统总称，依托专用轨道承载列车运行，具备大运量、集约化、高准时性等显著特征。当前，轨道交通制式丰富多元，本研究聚焦的轨道列车专指电力驱动类型，依据技术原理可系统划分为两大类别：一类是传统轮轨列车，其运行依赖轮轨间的黏着作用实现牵引，典型代表包括地铁列车、轻轨列车、普速铁路列车以及高速动车组列车等；另一类为磁浮列车，借助电磁力实现非接触式悬浮与推进，常见形式有中低速磁浮列车和高速磁浮列车。轨道交通列车节能运行是一项复杂的系统工程，其研究范畴涵盖列车设计、运行控制、运营管理等多个维度。从能耗构成来看，轨道交通系统能耗主要包括车站运营能耗、列车辅助设备能耗以及列车牵引能耗三大板块。其中，车站运营能耗属于基础性能耗，列车辅助设备能耗占比相对较小，因此现有研究主要聚焦于列车牵引能耗的优化。牵引能耗是指列车在运行过程中为克服运行阻力做功以及提供前进动能所消耗的能量，是轨道交通系统能耗的主要组成部分。值得注意的是，磁浮列车与传统轮轨列车在运行时的电能消耗方式存在显著差异，除牵引系统耗能外，磁浮列车还需额外消耗电能用于维持悬浮系统的稳定运行。本研究在进行综述分析时未对二者加以明确区分，主要基于以下原因：其一，在节能技术层面，2类列车存在部分技术通用性，例如在空气动力学优化、能量回收等关键节能技术领域，尽管实现方式各有特点，但基本原理与研究方向存在诸多共性，研究成果能够相互借鉴；其二，基于宏观研究需求考量，在开展轨道交通系统的宏观节能研究与规划时，需对各类制式列车的能耗状况进行统筹分析，将磁浮列车纳入统一研究框架，有助于全面评估整个轨道交通网络的节能潜力，进而制定科学合理、适用于全网络的节能策略，明确系统节能发展方向。基于上述原因，后续将不再刻意区分磁浮列车与传统轮轨列车，而是从共性与整体视角出发，探讨轨道交通列车节能运行的关键技术与优化路径。

目前，学术界已在轨道交通节能领域取得了一

系列创新性成果，为系统节能运行提供了坚实的理论支撑和技术保障。这些研究成果主要沿着3个维度展开：牵引控制系统优化、再生制动技术应用以及综合优化策略研究。从系统层级来看，牵引控制系统和再生制动技术属于微观层面的优化范畴，而综合优化策略则着眼于列车开行方案、运行图编制等宏观层面的优化。随着研究深入，优化模型考虑的因素日趋全面，与实际运营场景的契合度不断提升，其核心在于构建精准的数学模型并设计高效的求解算法。值得注意的是，现代信息技术的快速发展，特别是大数据、人工智能等新一代信息技术的深度应用，为轨道交通系统优化管理提供了创新性解决方案，推动系统管理向智能化、精细化方向发展。在此背景下，数据驱动的节能运行模式正逐步成为技术创新的重要方向。由此可见，牵引控制策略、再生制动技术应用、综合优化策略与求解算法之间存在着紧密的逻辑关联：纵向上层层递进，牵引控制与再生制动形成“前端节能”技术链，前者致力于降低能耗，后者实现能量回收；综合优化策略则承担“后端节能”重任，提升系统整体效能；智能算法贯穿研究全程，为各环节提供方法支持。横向上相互耦合，牵引控制策略的制定需充分考虑再生制动特性，如合理分配电制动力；综合优化策略的实施依赖于精准的牵引、制动模型；而智能算法则是实现多目标协同优化的关键桥梁。

基于以上研究进展，为系统梳理轨道列车节能优化研究脉络，研究将从牵引控制系统、再生制动能量利用、综合优化策略以及智能求解算法4个维度进行系统性归纳与评述，并探讨该领域面临的技术挑战与未来发展方向。

1　牵引控制系统

列车牵引控制系统作为保障列车安全、高效运行的核心技术体系，通过精确调控列车的牵引力与制动力，实现对列车的启动、加速运行、匀速运行和制动等的控制。列车牵引控制系统的改进本质上是一个优化问题，其核心在于在满足行车安全的条件下，构建能耗最优的列车运行轨迹。

学术界对牵引控制系统的研究经历了从简单到复杂、从单一到系统的演进过程[7]。在确保列车运行安全性和准点率的前提下，列车在区间运行的速度–距离曲线理论上存在无限多种可能性。列车区间运行速度–距离曲线示意图如图1所示。这一优化过程的关键在于构建科学合理的数学模型。目前普遍采用的研究方法是将列车简化为单质点模型，通过力学分析揭示列车能耗的本质是牵引力做功的过程，如公式(1)所示。这种研究方法不仅具有坚实的理论基础，而且为列车牵引控制系统的优化提供了清晰的研究框架和技术路径。

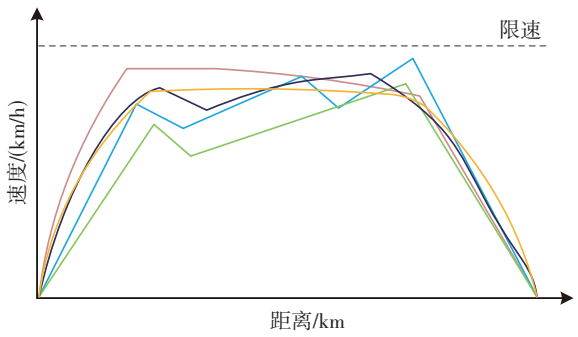


图1　列车区间运行速度–距离曲线示意图

Fig.1　Train section speed–distance curve

$$E = \int P(t)\mathrm{d}t = \int F(t) \cdot v(t)\mathrm{d}t \tag{1}$$

式中：E为牵引能耗，kW·h；$P(t)$为t时刻牵引力功率，kW；$F(t)$为t时刻牵引力，N；$v(t)$为t时刻列车运行速度，km/h。

速度曲线优化研究的历史可追溯至20世纪60年代，Ichikawa[8]对这一领域作出了开创性贡献，首次系统提出了列车运行节能优化问题。鉴于列车运行必须严格遵守线路速度限制的客观要求，研究者将该问题抽象为有界变量优化问题，并基于此建立了理想化的列车运动方程模型。这一开创性研究为后续学者提供了重要的理论基础，促使研究者在不同约束条件下对牵引控制策略展开深入探索。速度曲线不同约束条件下的牵引控制策略优化如表1所示。

在实际工程应用中，牵引控制策略优化可转化为对各工况转换点及其最优序列的求解问题，即精确确定列车在不同运行阶段的最佳操作点及工况转换时机，以实现更高的能效。以四阶段运行策略为例，其划分依据为：①牵引工况。列车施加牵引力，保持加速运行，加速度大于0，牵引力做功主要转化为列车动能和用于克服阻力做功两部分，存

表1　速度曲线不同约束条件下的牵引控制策略优化

Tab.1　Optimization of traction control strategies under different constraints for speed curve

代表学者	核心方法	约束条件	适用场景	核心结论
于春生[9]	分段函数建模，解析法	固定限速、平直轨道、列车旅行时间确定	短区间运行	优化列车牵引控制参数可以降低能耗
Khmelnitsky[10]	极大值原理，数值求解算法	可变限速、可变坡度、列车旅行时间确定	山区铁路	“坡度-速度-动态重规划”耦合优化可降低能耗
Bocharnikov 等[11]	模糊集理论，启发式算法	固定限速、平直轨道、列车时刻表确定	直流线路	优化牵引控制策略可显著提高列车能效
Li 等[12]	庞特里亚金极大值原理，二分法算法	列车运行能耗确定	高速铁路	列车运行牵引策略由巡航速度唯一确定

在能量消耗。②巡航工况。列车施加牵引力保持匀速运行，列车加速度为0，牵引力与列车受到的阻力大小相同，存在能量消耗。③惰行工况。列车不施加牵引力和制动力，只受运行阻力影响。该工况下列车不消耗能量。④制动工况。为达到列车停止运行的目的，列车需施加制动力降低列车运行速度。该工况下列车不消耗能量。列车四阶段运行策略示意图如图2所示。

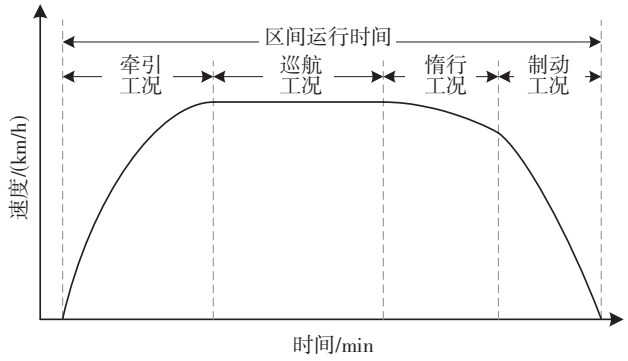


图2　列车四阶段运行策略示意图

Fig.2　Four-stage train operational strategy

这一研究领域的发展可追溯至20世纪80年代，Lee 等[13]率先应用庞特里亚金最大值原理(Pontryagin’s Maximum Principle)，针对不同线路条件提出了相应的节能操纵策略，并将其系统划分为“最大牵引、巡航、惰行、最大制动”4种基本工况。随后，Howlett 等[14]通过理论推导证实了最优牵引策略的存在性。研究表明：对于长距离运行区间，节能策略遵循“牵引-巡航-惰行-制动”的序列；而对于短距离区间，则可考虑省略巡航过程以进一步提升节能效果。Albrecht 等[15]则深入探讨了在最大行程时间限制的陡峭坡道上寻找列车节能驾驶策略的问题，不仅证明了最优切换点的存在性，还提出了局部能量最小化原理。在此基础上，Howlett[16]通过严格的数学推导，证明了在无速度限制条件下，最佳策略由有限个阶段序列组成。针对多列车系统这一复杂场景，Rao 等[17]创新性地以其他列车的功率流和轨道坡度构成的时空区域为背景，构建了最优控制问题模型，并深入分析了限速条件对最优策略的影响机制。

惰行控制作为一种经济有效的节能方法，在平衡列车运行时间与能耗方面发挥着重要作用，特别是在非高峰时段运营中具有显著优势。惰行控制的核心在于：通过合理利用列车的惯性滑行特性，在保证运行安全和准点率的前提下，最大限度地减少牵引能耗。具体而言，惰行控制是指在列车达到一定速度后，主动切断牵引动力，利用列车自身惯性继续滑行，同时根据线路条件和运行需求适时调整制动时机，从而实现节能目标。目前，惰行控制研究主要沿着2个方向展开：其一，聚焦于惰行转换点和惰行时间的优化，同时兼顾列车停站时间和运行时间的协调优化[18-19]；其二，在定时等约束条件下，寻求最优惰行点和惰行次数[20-21]。研究表明，根据实际运营状况动态确定惰行起点可显著提升列车运行的灵活性和节能效果。这种控制策略不仅能够有效降低牵引能耗，还能减少机械磨损，延长设备使用寿命，具有显著的经济效益和环保价值。

随着研究的深入，学者们从多维度拓展了牵引控制策略优化的研究范畴。He 等[22]创新性地将实际线路环境和列车载荷不确定性纳入研究框架，系统分析了客流量波动和线路条件对列车轨迹优化的影响机制。Rao 等[23-24]则进一步考虑了列车运行时间和线路坡道等关键因素，通过理论推导证明了当运行区间中某小节的运行时间约束为正时，该小节的局部最佳行驶速度应适当高于其他小节的全局最

佳行驶速度。更为重要的是，研究者开始关注动态牵引系统效率和再生制动能利用效率的耦合效应，通过引入速度波动函数，分析了不同外部功率输入和轨道坡度条件下，列车最佳速度剖面的形态特征及其对应的最优控制模式。这些研究不仅丰富了牵引控制策略优化的理论体系，也为实际工程应用提供了更为精确的优化方法。

综上所述，牵引控制系统的优化研究经历了从理论简化到工程实用的演进过程。早期研究主要基于理想化假设，考察具有统一速度限制的平直轨道条件下的列车运行特性；随着研究的深入，学者们逐步引入更符合实际运营的复杂条件，包括变化的轨道坡度、区段差异化限速要求以及列车非线性动力学特性等约束因素。研究视角也从单一工况分析扩展到综合考虑不同运行工况的决策优化，探讨了速度曲线与能耗特性的耦合关系。特别是近年来，随着牵引系统动态效率特性的引入，研究范式实现了从静态分析向动态优化的转变，使得牵引控制策略的节能潜力得到更充分的挖掘。这一演进过程体现了牵引控制策略研究从理论探索到工程应用的转化趋势，为列车节能运行提供了日趋完善的理论支撑和技术解决方案。

2　再生制动能量利用

列车再生制动技术是一种将列车制动过程中产生的动能高效转换为电能的前沿技术。再生制动能产生的原理是：当列车进入制动状态时，牵引电机的转速随之降低，此时通过控制系统将电机切换至发电模式，从而将列车的动能转化为电能。这一转换过程产生的电能可通过牵引变流器和受电弓反馈至供电接触网，或由储能装置进行存储，供本列车或其他列车后续使用。研究表明，列车在减速制动过程中产生的制动能量相当可观，约占列车牵引总能耗的30%~50%[25]，这为能量回收提供了巨大潜力。

随着轨道交通列车运营管理技术及设备的持续革新，列车发车间隔显著缩短，导致多列车系统间的相互影响日益凸显。在此背景下，单纯追求单列车区间牵引能耗最小化已无法实现全路网多列车牵引能耗的整体最优。因此，基于再生制动能的节能运行策略研究已成为轨道交通领域一个兼具创新性和应用性的研究课题。从系统全局视角来看，再生制动技术能够有效回收列车制动过程中原本以热能形式耗散的能量，为实现全路网能源优化提供了新的途径。目前，学术界针对再生制动能量的处理与利用，主要在列车运行协同优化、逆变回馈技术和储能技术[26]三大核心领域展开研究。这些技术手段旨在实现再生能量的最大化利用。随着研究的深入，学者们发现单一技术路线存在应用局限性，因此更倾向于采用逆变回馈与储能技术相结合，或与其他技术集成的复合能源解决方案，以提升整体能效。另外，除上述能量利用技术外，传统电阻消耗式方案通过电阻耗散多余制动能量以维持直流牵引网电压稳定，但该方式将制动能量转化为热能散失，造成能源浪费，因此不在讨论范围内。

2.1　列车运行协同优化

列车运行协同优化旨在通过多列车再生制动能量的系统性利用实现节能目标，其核心在于通过调控列车群的相对时空位置，提升再生制动能利用率，进而降低牵引供电系统的总电能消耗。该优化过程无需额外硬件投入，主要通过优化列车运行图、增强多车协同效应，使同一供电区间内牵引列车最大限度吸收制动列车释放的再生能量。再生制动能量的有效利用受多重因素影响，主要包括：时空匹配条件(制动列车与牵引列车的供电区间是否匹配、时间是否同步)，列车制动功率(制动列车产生的瞬时电功率决定了可回收能量的规模)，功率匹配条件(制动功率需小于或等于牵引列车的需求功率，否则多余能量可能被电阻耗散或回馈电网)等。实际可传输的再生制动功率$P_{\text{trans},\ ij}(t)$见公式(2)。

$$P_{\text{trans},\ ij}(t)=\min\left(\left|P_{\text{brake},\ i}(t)\right|,\ P_{\text{traction},\ j}(t),\ P_{\text{line},\ \max}\right)\cdot\rho_{ij}(t) \tag{2}$$

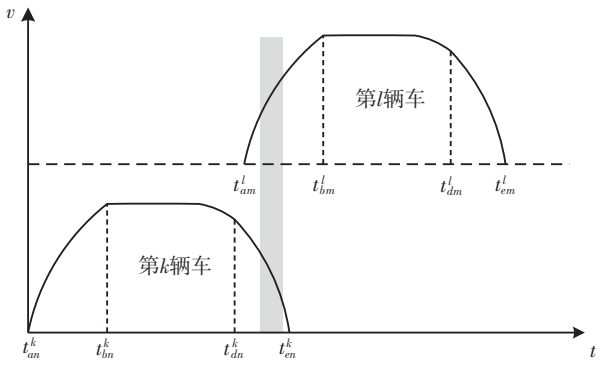
式中：$P_{\text{brake},\ i}(t)$为制动列车瞬时制动功率；$P_{\text{traction},\ j}(t)$为牵引列车的瞬时牵引需求功率；$P_{\text{line},\ \max}$为接触网最大传输容量；$\rho_{ij}(t)$为传输效率系数(受接触网阻抗、距离等因素影响)。

在给定时间窗T内，多列车系统可用再生能总量$E_{\text{reuse}}^{\text{total}}$见公式(3)。

$$E_{\text{reuse}}^{\text{total}}=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i}\int_{T}P_{\text{trans},\ ij}(t)\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

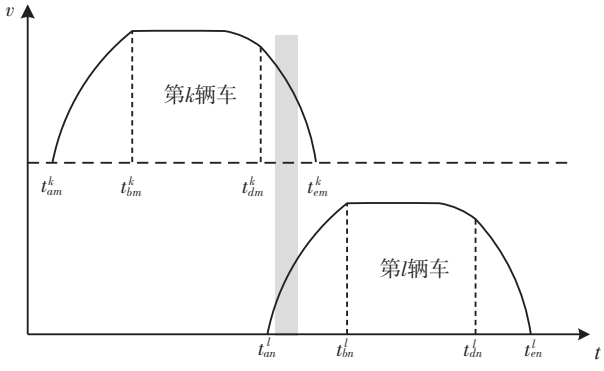
式中：N为运行列车总数。

再生制动能利用量的精确计算需要通过对功率–时间曲线进行积分来量化总能量流动，而实际案例中由于计算规模庞大且复杂，为简化建模和求解过程，通常采用以下合理假设：列车运行时，各列车在牵引工况下的牵引功率恒定，制动工况下的制动功率相同，且在相同区间内的运行时间与运行曲线保持一致。在此基础上，前期研究主要通过优化列车运行图或时刻表来延长同一供电区间内列车的牵引与制动阶段的重叠时间。这种优化策略着重提升列车运行的同步性，使得制动过程中释放的能量能够被同一供电区间内的其他牵引列车有效吸收和再利用，从而显著提高整个系统的能源利用效率。目前，相关研究主要采用时间变量作为优化参数。以列车四阶段运行策略为例，当2列列车处于同一供电区间时，根据其前后位置关系，可将再生制动能利用情景划分为前车制动–后车牵引、前车牵引–后车制动2种典型模式[27-28]。这2种模式下的牵引–制动相位重叠时间关系如图3所示。相关符号说明如表2所示。



a　前车制动–后车牵引

a　Leading train braking–trailing train traction



b　前车牵引–后车制动

b　Leading train traction–trailing train braking

图3　牵引–制动相位重叠时间关系

Fig.3　Temporal relationship of traction–braking phase overlap

表2　符号说明

Tab.2　Explanation of symbols

符号	含义
i	第i个区间
j	第j列车
t_{ai}^{j}	第j列车在第i个区间牵引阶段开始时刻
t_{bi}^{j}	第j列车在第i个区间牵引阶段结束时刻
t_{di}^{j}	第j列车在第i个区间制动阶段开始时刻
t_{ei}^{j}	第j列车在第i个区间制动阶段结束时刻
t_{Ai}^{j}	第j列车在第i个区间牵引阶段持续时间，min
t_{Di}^{j}	第j列车在第i个区间制动阶段持续时间，min
N_1	区间数，个
N_2	列车数，列
m，n	区间编号，$m \leqslant n$
l	牵引列车编号
k	制动列车编号

则情景a有效重叠时间$T'|_{w=1}$可以表达为公式(4)，情景b有效重叠时间$T'|_{w=2}$可以表示为公式(5)。

$$T'|_{w=1}=\begin{cases}\min\left(t_{bm}^{l}-t_{dn}^{k},\ t_{Dn}^{k}\right) & t_{am}^{l}\leqslant t_{dn}^{k}\leqslant t_{bm}^{l}\\ \min\left(t_{Am}^{l},\ t_{en}^{k}-t_{am}^{l}\right) & t_{dn}^{k}\leqslant t_{am}^{l}\leqslant t_{en}^{l}\\ 0 & \text{else}\end{cases}\tag{4}$$

$$T'|_{w=2}=\begin{cases}\min\left(t_{bn}^{l}-t_{dm}^{k},\ t_{Dm}^{k}\right) & t_{an}^{l}\leqslant t_{dm}^{k}\leqslant t_{bn}^{l}\\ \min\left(t_{An}^{l},\ t_{em}^{k}-t_{an}^{l}\right) & t_{dm}^{k}\leqslant t_{an}^{l}\leqslant t_{em}^{k}\\ 0 & \text{else}\end{cases}\tag{5}$$

式中：w为再生制动能利用情景编号，$w=1$为情景a，$w=2$为情景b。

列车运行时刻一般可以看作以发车间隔、停站时间、区间运行时间等变量的相关函数，所以总的重叠时间$T(H,\ D,\ R,\ t_A,\ t_D)$可以概括为公式(6)。

$$T(H,\ D,\ R,\ t_A,\ t_D)=\sum_{w=1}^{2}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{i=1}^{N_2}T'_w(H,\ D,\ R,\ t_A,\ t_D,\ i,\ j)\cdot\lambda_w\tag{6}$$

式中：H为发车间隔，min；D为停站时间，min；R为区间运行时间，min；λ_w为0–1变量，判断列车是否处于同一供电分区，若是则取值为1，否则为0。

文献[29]与[30]以实现列车运行能耗最低，并最大限度利用再生制动能量为核心目标，针对列车运行时刻表展开优化工作，从而达成中低速磁浮列车再生制动能量的直接利用。在确保列车全程运行时间恒定的约束条件下，合理分配区间运行时间，这一举措有利于科学调配列车运行过程中的牵引与制动相位，进而实现再生制动能量更为高效的回

收[31-32]。随着研究的深入，学者们逐渐将更多影响因素纳入考量体系。魏润斌等[33]在研究中充分考量了牵引制动重叠时间分布，以及前后车距离对再生制动能量利用率的影响，并据此建立了以总能耗最低为目标的时刻表优化模型。邓连波等[34]则通过调节供电分区内双向任意列车牵引和制动的重叠时间，对列车区间运行策略进行优化，以此提升再生能的利用效率。Yang等[35]在构建模型时，纳入了不确定列车质量、可变牵引制动力以及基本运行阻力等因素，建立了针对时刻表和速度曲线综合优化问题的两阶段随机规划模型。此外，相关研究还拓展至电网特性对再生能利用的影响分析。文献[36]和[37]深入探讨了电网电压波动及变电所功率峰值约束等因素对再生制动能量利用效率的作用机制，为系统级能量优化提供了新的研究视角。

2.2　逆变回馈技术的应用

逆变回馈技术通过逆变装置将再生制动产生的直流电能转换为交流电，并回馈至轨道交通交流供电网络。该技术能够显著降低能量浪费，提升能源利用效率，从而增强轨道交通系统的经济性。尤其在电网负荷高峰期，回馈的电能有助于缓解电网压力，平衡电力供需。此外，该技术支持能量的双向流动，既可将制动能量回馈电网，也可在必要时从电网获取电能，从而提高系统的灵活性和可靠性[38]。

逆变回馈技术的关键在于解决直流再生能与交流电网的兼容性问题，当前研究主要围绕装置能效影响机制与系统优化设计两大方向展开。

（1）逆变回馈装置的节能效果评估。刘炜等[39]构建了城市轨道交通交直流混合潮流计算模型，结合逆变回馈装置的动态投入策略，系统分析了再生制动能量在相邻列车、逆变装置与交流电网之间的分配机制，揭示了反馈能量在交流供电网络中的时空分布特性。此外，该研究通过量化分析不同启动电压下的能量流动路径，明确了装置投入时机对牵引网压稳定的影响规律。李由等[40]则聚焦于装置运行特性与节能效果的量化关联，通过对比不同启动电压下车载制动电阻的能耗占比，建立了包含能量回收率、网压波动率等指标的系统级节能评估体系，对不同工况下的节能效果进行了综合评估。

（2）逆变回馈系统的优化设计。Lin等[41]提出了一种再生制动能量反馈系统，该系统兼具能量回收与牵引网电压调控功能。通过优化中压能量反馈系统的结构参数，该系统能够高效回馈再生制动能量至交流电网，其输出电流的电能质量符合并网标准，并有效抑制了不同启动阈值下牵引网的电压波动。

为进一步提升回馈电能的质量与系统性能，部分学者探索了更复杂的逆变器拓扑结构。例如，Hou等[42]针对城市轨道交通接触网，提出了一种基于全桥子模块(FBSM)模块化多电平换流器(MMC)、兼具能量回馈与融冰功能的新型直流牵引供电系统。FBSM-MMC作为一种新型电压源换流器(VSC)，可直接调控输出直流电压并导通双极电流，从而灵活控制城轨接触网潮流分布。所提拓扑结构能克服二极管整流机组输出电压下降的固有缺陷，有效延长供电距离并减少牵引变电所数量。这种柔性直流技术可实现广域范围内多台FBSM-MMC协同运行，在电力机车运行时联合完成接触网潮流的双向调控，从而实现列车再生制动能量的就地消纳与优化利用。此外，当机车停运时，FBSM-MMC还可通过调节输出电流防止冬季接触网覆冰，从而降低传统融冰的成本。

2.3　储能设备应用

随着储能技术的快速发展，多种储能方案已成功应用于轨道交通领域。在复杂的实际运行环境中，由于列车运行时空异步性导致的再生能量瞬时供需失衡问题，储能装置展现出独特的优势：通过“储能-释能”的动态调节机制，不仅提高了能量利用率，还兼具电网稳压、应急供电等多重功能[43]。根据储能器件类型，轨道交通储能技术可分为电池储能型、飞轮储能型、电容储能型3类。

应用于轨道交通制动能量回收的电池储能技术以锂电池、蓄电池为主。电池储能系统通过双向DC/DC变换器与直流牵引网连接，实现不同电压等级的互联及能量双向流动[44]。钛酸锂电池凭借高安全性、高功率密度、长循环寿命(优于其他锂电池)及高于超级电容的能量密度等优势，已在城轨储能系统中实现实际应用[45]。吴健等[46]从供能需求、应用场景、电池特性等维度，系统分析了锂离子电池在轨道交通装备中的适应性。

飞轮储能通过电机驱动飞轮高速旋转，实现电能与动能的相互转化。在轨道交通制动能量回收系统中，飞轮储能装置直接接入直流牵引网：列车制动时，再生能量通过逆变器驱动同步电机转动，将电能转化为飞轮的机械能；当牵引网电压降低时，飞轮转速下降，机械能再转化为电能供列车使用[47]。Rupp等[48]建立轻轨列车飞轮储能系统数学模型，证实该技术可降低能耗与运营成本。针对单飞轮容量有限的问题，飞轮储能阵列成为解决方案[49]。Rastegarzadeh等[50]设计的多环飞轮转子系统采用模块化架构，相较单个飞轮，节能效果提升80%，能量容量显著增加。

超级电容储能系统借助电容的充放电机制，实现能量的高效存储与释放。早在2008年，Hu等[51]提出了一种以超级电容器为储能元件，应用于城市轻轨车辆的新型再生制动能量利用系统，此系统在超级电容和牵引逆变器直流环节之间采用双向变流器，超级电容能够将再生制动系统产生的能量储存起来，并在车辆停止时向牵引逆变器直流环节提供能量，从而使再生制动实现率提高20%~80%。Li等[52]开发了针对配备地面式储能装置的地铁系统的实时列车监管策略。李若琼等[53]构建了基于超级电容地面储能的高速磁浮列车再生制动能量利用系统结构，提出基于储能系统实时最大功率约束的能量管理策略，并对系统运行工况进行细致划分，以实现功率的动态分配。由沿线分布式储能装置、牵引变电所、牵引/制动列车共同构成的牵引供电系统是多能源耦合体系，Zhu等[54]在分布式控制架构下，提出基于多智能体深度强化学习的储能系统协同控制策略以实现潮流优化，优化不同超级电容储能装置与列车间的能量分配效果。Jefimowski等[55]则提出超级电容储能系统最小电荷状态(SoC)预测算法，通过动态调整确保制动能量最大化回收。

现有单一储能技术存在显著局限性：电池储能技术成熟、储能量大，但难以兼顾高功率密度与长循环寿命；飞轮储能设备充放电速度快、环境友好、寿命长，但能量容量小、维护复杂；超级电容储能技术制动能量回收率高、电网独立性强，但成本高、能量密度低[56]。为此，混合储能系统成为研究热点。刘宇嫣等[57]针对传统固定阈值策略下再生能量回收效率低的问题，提出基于节能率与经济效益的混合储能容量配置方法，通过构建包含电池-超级电容全寿命周期成本与变电站耗电费用的目标函数，验证了地面式混合储能系统对再生能量利用率的提升作用。Tian等[58]则建立了锂电池-超级电容车载储能系统的数学模型，以储能模块串并联数量为决策变量，综合考虑电气特性、体积重量及DC/DC转换器约束，提出兼顾“削峰填谷”与电能质量的充放电阈值控制策略。

2.4　复合能源利用

在轨道交通再生制动能量利用技术研究中，单一能源利用方式存在明显的局限性。逆变回馈技术虽然能够实现能量回馈电网，但在实际应用中面临3个主要问题：首先，能量回馈过程会对中压环网产生冲击，可能威胁供电安全；其次，在中压环网负荷较低时，容易出现能量倒送现象，降低系统能效；再者，该技术在高密度牵引运行时无法有效抑制牵引网电压跌落。另一方面，储能技术虽然可以灵活存储和释放能量，但由于轨道列车制动功率大、能量高，对储能装置的功率和容量要求严苛，加之设备成本高昂、占地面积大等问题，使其在实际应用中受到限制。针对上述问题，近年来研究者提出了复合能源利用方案，通过将逆变回馈技术与储能技术有机结合，充分发挥各自优势[59]。

李自强等[59]提出了能馈系统与储能系统的协调控制策略，通过分层控制实现了系统在不同工况下的优化运行。Zhao等[60]进一步设计了一种具有双模式功率管理策略的混合系统，可根据地铁站低压负载需求自动切换运行模式：在负载需求较低时优先采用储能系统存储能量，在负载需求较高时则将能量直接回馈至400 V电网。

近年来，可再生能源技术在轨道交通领域的集成应用取得了显著进展。Park等[61]的研究具有突破性，其提出的智能能源管理系统首次实现了“列车运行-再生制动-风光发电-混合储能-主电网”五维能量流的全局优化。该系统采用交流最优潮流(AC-OPF)模型，以全系统运行成本最小化为目标，集成了概率分布函数处理风光出力不确定性、差分进化算法(DEA)求解复杂非线性问题等关键技术。吴磊等[62]提出了包含光伏发电系统、逆变回馈系

统、储能系统在内的多源协同能量管理架构，建立了完整的能源优化体系。Li 等[63]进一步开发了基于多智能体深度强化学习的智能调控框架，通过日前调度与实时控制相结合的多时间尺度优化方法，实现了含分布式光伏和再生制动的城轨牵引网络的经济–环保协同优化。

2.5　小结

在轨道交通能源管理领域，再生制动能量的高效利用是实现系统节能降耗的关键环节。该领域的研究发展呈现出明显的阶段性特征：初期研究主要集中于列车运行协同优化，通过优化多列车的时空分布提升再生制动能的直接利用率。然而，单纯依靠运行图优化难以完全消纳再生能量，仍存在显著的能量浪费现象。随着电力电子技术的进步，逆变回馈技术与储能技术的引入为再生能利用提供了新的解决方案。在逆变回馈技术方面，研究重点从早期的装置效率提升，逐步拓展至网压稳定性控制、电能质量优化以及系统级能效评估等多个维度。储能技术应用则经历了从单一技术到混合系统的演进过程：2000 年英国伦敦地铁率先应用飞轮储能系统，2006 年日本湘西线北陆本线成功部署锂离子电池储能系统[64]，2008 年展开超级电容在轨道交通领域的研究，近年来则趋向于采用电池–超级电容等混合储能架构以克服单一技术的性能局限。当前研究已进入多技术深度融合阶段，复合型再生制动能量利用系统通过协同整合逆变回馈、储能及新能源技术，形成了功能互补的优化体系。这种系统级解决方案不仅显著提升了能量利用，同时实现了经济效益与环境效益的协同优化。

纵观发展历程，轨道交通再生制动能量利用研究实现了从局部优化到全局协同、从单一维度到多目标平衡、从独立技术到系统集成的跨越式发展，为构建高效、低碳的现代轨道交通能源系统提供了坚实的技术支撑。

3　综合优化策略

在轨道列车节能领域，相关研究可划分为微观层面技术优化与宏观层面系统优化 2 个层级。微观层面聚焦于牵引控制系统优化和再生制动技术应用，如第 1 节和第 2 节所述内容。宏观层面则着眼于系统综合优化，通过协同牵引控制与再生制动技术实现节能目标。这 2 个层面并非独立，微观技术为宏观优化提供基础支撑，而宏观策略则通过系统整合进一步释放微观技术的节能潜力。

早期的综合优化是以单一节能为目标，通过对列车牵引控制策略和运行时刻表的调整来实现能耗降低[65-66]。随着研究的深入，学者们逐步将研究视野扩展到更广泛的实际运营因素，致力于构建更加全面、系统的节能优化策略。这些策略不仅关注能源效率的提升，还兼顾乘客出行体验与运营公司的经济效益，力求实现多方利益的平衡与共赢。值得注意的是，综合优化目标的实现往往依赖于行车组织模式的调整，二者在实践中密不可分：优化目标是研究的方向和目的，而行车组织模式则是实现这些目标的具体手段。在模型构建过程中，二者相互交叉、彼此支撑，共同构成了轨道列车节能研究的核心框架。值得注意的是，近年来新技术应用显著改变了传统优化范式，数据驱动技术通过实时感知–决策闭环，突破了静态优化模型的局限性，为综合优化提供了新的求解工具。

3.1　轨道列车节能运行的优化目标

列车节能运行研究的首要任务是清晰界定其核心目标。节能固然是列车运行优化的关键方向，但并非唯一追求。在现实运营场景中，节能目标常需与安全性、准点率、乘客舒适性等其他关键指标进行权衡。正因如此，多目标优化成为列车节能运行研究的核心要义。

Luan 等[67]针对列车延误与能源消耗之间的权衡关系展开研究，将列车运动过程中的能量评估纳入交通管理与列车控制的综合优化问题范畴。通过对列车速度的精准管控，实现减少列车延误的同时降低能源消耗，并提高再生制动能量的利用率。Mo 等[68]从服务质量视角出发，旨在最大程度缩减乘客等待时间与旅行时间，同时降低运营成本，涵盖机车车辆使用、维护以及能源等方面的开支，对列车的发车频率、开行数量以及速度曲线进行优化。Yang 等[69]依托能源再生技术与 AFC 数据，构建了融合能源分配与乘客分配的优化模型，以实现能源利用与乘客出行时间的平衡。Zhang 等[70]则以能耗指数和准点率指数作为目标函数，构建了在行驶时

间既定条件下的列车节能运行优化模型。

3.2　轨道列车节能运行的优化手段

列车运行组织模式是实现节能目标的关键手段。传统的运行组织模式已难以满足复杂多变的运营需求，优化效果不尽人意。与之形成鲜明对比的是，新型运输组织模式在提升服务质量与降低能耗方面展现出显著优势。常见的新型模式包括快慢车模式、可变编组、大小交路运行以及不成对开行方案等。快慢车运行组织模式对列车能耗影响显著。一般而言，列车停车次数越少，行驶速度越快，能耗也就越低。同时，该模式还能有效缩短乘客旅行时间，显著提升列车服务质量。可变编组则具备更强的灵活性，可依据乘客实际需求灵活调整，从而减少资源浪费。列车采用大小交路以及不成对开行方式，能够更好地平衡旅客需求与资源利用。

在相关研究方面，Xie 等[71]以最小化列车延误概率、能耗以及列车行驶时间为目标，构建了列车时刻表与停站方案同步优化模型。孙元广等[72]的研究不仅考虑了快慢车对能耗的影响，还纳入了可变编组以及车底运用因素，将列车的双向开行频率、编组类型、停站方案、首站发车时刻和车底周转计划作为关键决策变量。Zhong 等[73]提出一种需求导向型节能时刻表，并运用灵活编组策略，致力于在改善乘客服务的同时降低地铁系统能耗。冉昕晨等[74]以潮汐客流为研究背景，将列车总牵引能耗最小和乘客总等待时间最小作为目标函数，提出一种综合考虑大小交路和非站站停列车放空运行的运行图优化模型。Mo 等[68]针对地铁线路具有方向依赖性和时变性的客流需求，制定列车不成对开行的运营策略，以实现列车整体运营过程的优化。

3.3　轨道列车节能运行的新技术应用

随着技术的飞速发展，数据驱动技术也逐渐在轨道列车节能领域得到应用。数据驱动的列车节能运行是指通过采集、分析和利用列车运行过程中的各类数据，优化列车运行策略，从而实现节能目标的一种方法。它结合了大数据技术、人工智能算法和列车运行控制技术，旨在提高能源利用效率，降低能耗成本。数据来源可以是列车运行数据(如速度、加速度、牵引力、制动力、位置、到发时刻等)、线路数据(如坡度、曲线半径、限速区段等)、能耗数据(如牵引能耗、辅助设备能耗等)以及客流数据(乘客到达率、等候时间等)等。通过传感器、车载设备和地面系统实时采集数据，监测能耗和运行状态，动态调整运行策略，进一步提高节能效果。主要关注列车延误和需求驱动2个方面。

Zhang 等[75]研究了如何快速将延误列车恢复并有效地将延误的乘客运送到目的地，首先优化列车无延迟节能运行策略，得到全线各区段冗余运行时间内列车的最优运行时间–能耗解集，并基于此对其余区段的延误列车时刻表进行优化和重新调度。Zhong 等[73]根据动态且分布不均匀的乘客需求确定列车的编组、最佳运行速度曲线和列车发车间隔，旨在最大限度地减少等待时间和能源使用。Zhu 等[76]基于变化的列车负载和双向地铁线路的实际速度曲线，提出了一种节能时间表方法，提高可再生能源利用率。

这些研究展现了数据驱动技术在实现列车节能运行方面的巨大潜力，为构建智能化、高效化的轨道交通系统提供了新的技术路径。

4　列车节能运行求解方法

轨道交通列车节能运行优化问题是一个复杂的规划问题，主要涉及到列车运行控制、能量管理、线路特性分析等方面，其复杂性主要体现在以下方面。①多变量和约束条件。列车节能运行优化涉及速度、加速度、制动强度、能量回收效率等多个变量的精细调控，同时还需严格遵守速度限制、容量限制、线路限制等一系列约束条件，确保列车运行的安全与效率。②动态性和非线性。列车运行是一个受多种因素影响的动态过程，包括外部环境(如风速)、线路状况(如坡度、曲线半径)以及列车自身状态(如负载、磨损)等。这些因素相互作用，使得系统呈现出非线性的特点，增加了优化的难度。③不确定性。列车运行过程中，客流量波动、设备突发故障、列车延误等不确定性因素时有发生，这些不可预见的变量要求优化模型具备更高的适应性和鲁棒性。④实时性要求。为了应对运行过程中动态变化的情况，优化策略需要具备实时调整的能力，以确保列车能够迅速适应各种变化，保持高效节能的运行状态。

面对这些挑战，国内外学者致力于构建更贴近实际的运行模型，并探索更加快速有效的求解算法。

牵引控制节能优化算法的发展经历了从解析法到智能算法的迭代过程，体现了从“理想化建模”到“复杂场景适配”的技术演进。早期研究以解析法为主导，包括变分法、庞特里亚金最大值原理[12]等经典方法，通过建立连续动力学方程求解最优速度曲线。后来引入离散化建模，以处理非线性阻力(如Davis阻力模型)和多段限速约束等实际问题，推动研究进入数值优化阶段，这一时期的代表性工作包括伪谱法[77]等数值算法，通过离散状态空间求解最优控制模式。随后智能算法的引入带来了技术突破：一方面，启发式方法[11]显著提升了计算效率；另一方面，强化学习[78]等方法的运用，使得优化方案在复杂运行环境下展现出更强的适应性和鲁棒性。

再生制动能量优化算法的发展轨迹与牵引控制策略优化存在相似性。在技术发展初期，当运行场景相对简单、系统假设较为理想时，解析法因其计算高效性和解的准确性成为首选[79]。随着计算机性能的提升和实际工况复杂度的增加(如考虑网压波动、多车协同等情况)，数值优化方法逐渐成为主流，被广泛应用于列车运行协同优化与逆变回馈技术的优化[80]等。近年来，算法发展进入智能化阶段：初期采用启发式方法[34]处理离散优化问题，随后深度强化学习[81]等先进技术的引入，极大地提高了计算效率。特别值得注意的是，在储能技术及复合能源系统优化领域，研究方法经历了从基于仿真的对比分析[59]到深度强化学习智能优化[54, 63]的跨越式发展，这一演进过程充分体现了建模–仿真–优化研究范式的升级。

现有研究在建模过程中通常将速度设为连续变量，将客流与时刻作离散变量处理，列车停站方案则定义为0–1变量。在开展能耗或时间相关计算时，问题往往呈现出NP–hard特性。根据问题特性与求解策略的不同，现有研究方法可分为精确求解和近似求解2类，近似求解一般包括启发式算法和数据驱动算法，各类方法在求解精度、计算效率和应用场景上具有显著差异。轨道列车节能运行优化算法分类与特性对比如表3所示。

(1) 精确求解。精确求解的目标是找到问题的全局最优解，但是对建模有着高要求，其核心挑战在于如何处理非线性约束和高维状态空间。现有研究将问题线性化，或者将问题分解处理。商业求解器在精确求解方面有显著优势。钱舒杨等[82]将列车的发车时间和停站时间作为决策变量，根据固定的站间速度曲线，将区间的运行时间离散化，得到列车在全线所有区间的功率集，建立关于能耗的混合整数线性规划(MILP)模型，直接调用Gurobi求解器进行求解。但实际模型往往呈现非线性特征，为了获取精确解或便于求解，需要对模型加以处理。Li等[52]运用滚动视界(RH)框架将模型划分为多个窗口，每个决策阶段都是混合整数非线性规划(MINLP)模型，通过引入辅助变量和二进制变量将非线性项等效线性化，并设计出高效的分解算法和迭代机制，从而实时有效地得到精确解。Mo等[68]将原始的MINLP问题拆解为几个子问题，这些子问题可以通过使用前向动态规划算法精确求解。在该算法中，每个阶段仅与其前一阶段(若存在)相关，下一阶段的状态由当前阶段的状态决策生成，且该决策具有唯一性，通过状态转换弧予以表示，最优解通过追溯从结束状态到开始状态的最短路径得出。鉴于决策过程较为复杂，同时设计了加速技术以提升算法的计算效率。Zhong[73]等引入了一个二进制变量，简化了乘客乘车动力学线性约束的公式。通过将列车运行速度离散化，并运用大M法对非线性约束进行松弛，将其转化为线性形式。借助这些线性化技术，将非线性模型重构为等效的MILP模型，再利用商业求解器进行求解。

表3　轨道列车节能运行优化算法分类与特性对比

Tab.3　Classification and feature comparison of optimization algorithms for energy-efficient operation of rail trains

算法类型	代表方法	优势	局限性	适用场景
精确算法	分解算法、模型线性化等	全局最优性保证	计算复杂度高，难以实时应用	小规模问题、离线优化
启发式算法	遗传算法、粒子群算法等	计算效率高，可处理复杂约束	可能陷入局部最优	中大规模组合优化问题
数据驱动算法	深度学习、强化学习等	自适应动态环境，实时性强	需要大量训练数据，可解释性差	高不确定性环境、在线控制

（2）近似求解。近似求解的目标是在合理时间内找到一个接近最优的解，但不保证全局最优性。由于启发式算法具备较强的全局搜索能力，能够依据经验或规则迅速找到可行解，因而受到大多数学者的青睐。鉴于求解问题涉及列车的开行方案、编组类型、车底周转计划以及时刻表等，计算复杂度颇高，孙广元等[72]设计了变邻域搜索算法(VNS)来解决组合优化问题，通过动态切换邻域结构来扩展搜索范围，从而跳出局部最优解。Yang 等[69]、Zhang 等[70]构建了多目标优化模型，采用非支配排序遗传算法(NSGA-II)进行求解，通过非支配排序和拥挤度计算来维护种群的多样性，从而找到一组接近 Pareto 最优前沿的解。

尽管单一采用启发式算法能够在合适时间内找到近似最优解，但后续学者通过对模型进行预处理来改进方法，使得求解过程更加精准高效。拉格朗日松弛算法(Lagrangian Relaxation，LR)可以通过引入拉格朗日乘子，将问题中的“难处理”约束松弛到目标函数中，从而将原问题转化为一个更易求解的松弛问题。Yin 等[83]开发了一种基于 LR 的启发式算法，通过 LR 将原本的各时间间隔车站上车人数的硬性约束转化为目标函数的一部分，并通过区分变量类型来优化求解过程，旨在在满足乘客上车人数约束的同时，实现降低能耗和满足客流需求的运营目标的优化。王义惠等[84]构建了速度-距离网络的整数线性规划模型，采用 LR 算法松弛时间约束，并将其作为惩罚项加入目标函数中，转化为最短路径问题，采用前向动态算法进行求解。交替方向乘子法(ADMM)结合了对偶分解和增广拉格朗日方法的优点，能够将大规模问题分解为多个小规模子问题，并通过对偶变量(拉格朗日乘子)协调子问题的解，从而高效求解，特别适合处理可分离的凸优化问题。Li 等[85]设计了一种基于 ADMM 的分解方法，将最优控制问题分解为每列列车的许多子问题，从而以分布式方式计算整个问题。

随着人工智能技术的进步，数据驱动方法通过机器学习实现端到端的优化决策，深度神经网络和强化学习框架的集成逐步应用到优化列车运行系统中，其技术突破主要体现在多智能体协同和探索能力增强。凭借其智能化和高效化的特性，列车节能运行系统能够更为精准地处理复杂数据，实现更为精细的调度和控制。王若愚等[86]聚焦于列车在区间的运行工况以及停站时间，构建多列车协同工况优化模型，并设计了一种多智能体强化学习算法进行求解，综合考量各列车运行的各种参数信息，实现信息的全面整合。Wang 等[87]为了克服传统实时速度剖面生成方法的局限性和流行的强化学习算法在速度域的有限探索能力，提出了节能最大熵深度强化学习(ES-MEDRL)算法，将拉格朗日乘子和最大策略熵作为惩罚来构建一种新的目标函数，旨在加强对速度域的探索，最大限度地降低列车牵引能耗。

综上所述，随着计算技术的发展，列车节能运行优化研究也得到了长足进步，列车节能运行求解方法代表性成果如表 4 所示。从最初运用庞特里亚金最大值原理对区间运行策略进行优化，到在问题规模较小、变量和约束条件相对简单时采用精确算法(如线性规划和整数规划)求解，能够找到全局最优解。但随着问题规模的不断扩大和复杂度的增加，精确算法在计算时间和资源消耗方面的弊端逐渐凸显，研究者开始转向启发式算法。近年来，随着人工智能技术的迅猛发展，深度学习和强化学习被应用于列车节能运行问题，为该领域提供了更为高效、智能的解决方案。这些算法不仅能够处理高维数据和复杂的决策空间，还能适应不断变化的运行条件和需求，展现出强大的泛化能力和适应性。学者们还将不同算法相互结合，使问题求解更为灵活多样。

5　研究现状总结

综上所述，轨道列车节能运行研究历经多年发展，已在理论模型、技术应用及优化策略等方面取得显著进展。从早期对列车牵引控制系统与再生制动技术的初步研究，到如今在运行组织模式创新、优化策略制定以及先进算法应用等多方面的深入拓展，成果涵盖了理论模型构建、实践方案设计以及技术手段革新等多个维度。然而，由于轨道列车运行本身具备高度复杂性，其运算规模极为庞大，同时运行环境处于动态变化之中，这使得现有研究依然面临诸多棘手且尚未攻克的难题。

表4　列车节能运行求解方法代表性成果

Tab.4　Representative results of solution methods for energy-efficient operation of trains

分类	代表文献	优化目标	模型	核心算法	技术路线	适应性分析
精确求解	钱舒杨等[82]	最大化再生制动能利用率	MILP	Gurobi	时间离散化+功率集构建	适用于小规模确定性优化，计算耗时随问题规模指数增长
	Li等[52]	最小化列车时刻表偏差；最小化乘客等待时间；最小化列车运行能耗	MINLP	滚动视界+等效线性化	非线性项分解为混合整数线性子问题	需权衡窗口大小与计算精度
启发式算法	孙广元等[72]	最小化乘客总旅行时间；最小化牵引能耗成本	MINLP	VNS	动态调整邻域结构(交换/插入/反转算子)	组合优化问题，求解时间可控但可能陷入局部最优
	王义惠等[84]	最小化单列车运行能耗	MINLP	LR+前向动态规划算法	时间约束松弛为惩罚项，转化为最短路径问题	带硬约束的连续控制问题，对偶间隙影响收敛速度
	Li等[85]	最优化列车停站时间和速度曲线	MINLP	ADMM	分布式求解列车子问题，乘子协调全局解	大规模分布式系统，需设计高效的通信机制
数据驱动算法	Wang等[87]	实时优化列车节能速度曲线	MINLP	ES-MEDRL	拉格朗日乘子约束+策略熵最大化	高动态环境，需预训练与在线微调结合

（1）建模精度与实时控制的技术瓶颈。现有研究普遍采用单质点模型简化列车动力学特性，虽然能够有效刻画牵引能耗机理，并运用动态规划、深度强化学习等先进算法实现快速求解，但在复杂运行场景(如陡坡、弯道、客流突变等)下的模型精度仍有不足。若采用更精确的多质点模型或考虑更多参数，又会面临计算复杂度激增的问题，难以满足实时控制的需求。这一矛盾的本质在于：传统基于物理的建模方法依赖于简化假设，而数据驱动方法则需要大量高质量训练数据，二者在实时性与泛化能力方面均存在局限性。

（2）多系统协同优化机制缺失。在再生制动能量利用方面，现有多列车运行协同优化高度依赖牵引-制动相位的精确匹配，但在多列车协同场景下，时空耦合关系导致优化维度呈指数增长。虽然超级电容等储能装置可以缓冲能量，但车载与地面式储能系统的协同控制策略尚未形成统一标准。此外，牵引控制、供电网压、信号系统等关键子系统往往独立优化，缺乏整体协调。例如，能馈系统与电网负荷的动态匹配问题尚未充分纳入列车时刻表优化框架。

（3）动态环境适应性不足。现有研究虽然开始考虑潮汐客流、列车延误等场景下的在线重调度问题，但对于突发故障、极端天气等异常情况，以及与其他交通方式的协同调度研究仍然不足。特别是在保障能效的同时，如何提升整个轨道交通网络的韧性仍需深入探索。此外，数据质量问题(如噪声、缺失)和隐私保护需求(如位置信息)也对模型的可靠性提出了新的挑战。

（4）新型节能技术的工程化壁垒。超导储能、光伏发电等新型节能技术仍处于实验室阶段，面临成本和寿命等工程化难题。例如，超级电容虽然功率密度高，但频繁充放电会加速老化；超导储能具有能量转换效率高、响应速度快等优势，特别适合短时大功率场景，但由于技术实现难度大，目前国内研究主要集中于磁悬浮轨道应用；光伏-能馈-储能多源协同系统需要解决直流电网谐波干扰等技术难题。

6　研究展望

基于对轨道交通列车节能运行领域研究现状的深入剖析，以及面临的挑战，未来的研究可以从以下方向寻求突破。

（1）智能融合建模与实时优化。可以构建“物理模型+数据驱动”混合框架。在微观层面，采用深度强化学习在线生成速度曲线，并嵌入列车动力学约束；在宏观层面，利用联邦学习整合多线路数据，训练能耗预测模型，支撑时刻表滚动优化。这样可以通过物理模型约束AI决策边界，避免黑箱不可解释性，同时利用数据补偿模型未考虑的动态因素。

（2）跨系统协同控制架构。可以设计分层协同优化平台。在能源层，基于动态电价和网压波动，优化储能充放电策略；在运行层，采用分布式算法

求解多列车控制问题，通过牵引-制动时空耦合最大化再生能利用率；在调度层，融合客流预测与列车编组优化，实现动态调整。该架构可实现“能源-运行-调度”的全链条协同优化。

（3）动态鲁棒性增强技术。可以开发基于数字孪生的在线仿真系统。集成列车质量分布、客流随机性等不确定性建模；采用滚动时域控制(RHC)实时调整策略；结合边缘计算在车站部署本地决策节点，降低通信延迟。该系统既能提供高保真测试环境，又能保证决策的时效性。

（4）新技术集成与示范应用。可以推进新型节能技术的工程化应用。例如，在磁悬浮线路试点超导储能，利用其快速响应特性平抑功率尖峰；优化高铁上空光伏组件布局，开发DC/AC多端口变流器；建立“超导储能+光伏”的混合能源系统示范线等。

（5）数据治理与标准化建设。可以完善数据管理体系。例如，构建轨道交通能源管理数据中台，提升数据质量；采用差分隐私技术处理客流数据，确保隐私安全；制定能耗评估ISO标准，统一变量定义与测试场景等。

7　结束语

轨道列车节能运行研究正从单点技术突破迈向系统级智能优化。未来需通过多学科交叉(控制科学、材料科学、信息技术)、多技术融合(AI、储能、可再生能源)、多层级协同(车-站-网)，构建“感知-决策-执行”闭环体系，最终实现“双碳”目标下的轨道交通绿色转型。

参考文献：

[1] 刘志强．加快形成绿色低碳运输方式(经济聚焦)[EB/OL]. (2022-01-14)[2025-03-18]. http://gs.people.com.cn/n2/2022/0114/c183342-35094996. html.

[2] 杨　洋，王雪纯，袁振洲，等．基于碳回收期理论的城市轨道交通碳减排效应测算[J]. 交通运输系统工程与信息，2023，23(5)：1-11，23.
YANG Yang，WANG Xuechun，YUAN Zhenzhou，et al. Calculation for Carbon Emission Reduction Effect of Urban Rail Transit Based on Carbon Recovery Period Theory[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2023，23(5)：1-11，23.

[3] DASGUPTA S，LALL S，WHEELER D. Subways and CO_2 Emissions：A Global Analysis with Satellite Data[J]. Science of the Total Environment，2023，883：163691.

[4] 袁振洲，袁晓敬，杨　洋，等．城市轨道交通低碳效应研究综述[J]. 铁道运输与经济，2024，46(8)：8-23，57.
YUAN Zhenzhou，YUAN Xiaojing，YANG Yang，et al. Review on Research of Low-Carbon Effects in Urban Rail Transit[J]. Railway Transport and Economy，2024，46(8)：8-23，57.

[5] 袁振洲，袁晓敬，杨　洋，等．交通运输业碳足迹测算及其交互效应评估：以京津冀地区为例[J]. 北京交通大学学报，2023，47(6)：74-81.
YUAN Zhenzhou，YUAN Xiaojing，YANG Yang，et al. Carbon Footprint Measurement in Transportation Sector and Assessment of Its Interaction Effects：A Case Study of Beijing-Tianjin-Hebei Region[J]. Journal of Beijing Jiaotong University，2023，47(6)：74-81.

[6] 杨　洋，杨晓彤，黄守刚，等．道口群约束下铁路内燃机车牵引节能运行综合建模[J]. 铁道运输与经济，2025，47(5)：16-26.
YANG Yang，YANG Xiaotong，HUANG Shougang，et al. Comprehensive Modeling for Energy-Saving Operation of Railway Diesel Locomotive Traction under Constraint of Crossing Group[J]. Railway Transport and Economy，2025，47(5)：16-26.

[7] SCHEEPMAKER G M，GOVERDE R M P，KROON L G. Review of Energy-Efficient Train Control and Timetabling[J]. European Journal of Operational Research，2017，257(2)：355-376.

[8] ICHIKAWA K. Application of Optimization Theory for Bounded State Variable Problems to the Operation of Train[J]. Bulletin of JSME，1968，11(47)：857-865.

[9] 于春生．城市轨道车辆节能运行方式的研究[J]. 大连铁道学院学报，1988，9(4)：61-65.
YU Chunsheng. Study of the Energy-Saving Operating Modes for City Rail Transit[J]. Journal of Dalian Railway Institute，1988，9(4)：61-65.

[10] KHMELNITSKY E. On an Optimal Control Problem of Train Operation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control，2000，45(7)：1257-1266.

[11] BOCHARNIKOV Y V，TOBIAS A M，ROBERTS C，et al.

Optimal Driving Strategy for Traction Energy Saving on DC Suburban Railways[J]. IET Electric Power Applications, 2007, 1(5): 675-682.

[12] LI X, CHIEN C F, LI L, et al. Energy-Constraint Operation Strategy for High Speed Railway[J]. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2012, 8(10): 6569-6583.

[13] LEE D H, MILROY I P, TYLER K. Application of Pontryagin's Maximum Principle to the Semi-Automatic Control of Rail Vehicles[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1982, 27(3): 668-674.

[14] HOWLETT P G, MILROY I P, PUDNEY P J. Energy-Efficient Train Control[J]. IFAC Proceedings Volumes, 1993, 26(2): 1081-1088.

[15] ALBRECHT A, HOWLETT P, PUDNEY P, et al. The Key Principles of Optimal Train Control: Part 1: Formulation of the Model, Strategies of Optimal Type, Evolutionary Lines, Location of Optimal Switching Points[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2016, 94: 482-508.

[16] HOWLETT P. A New Look at the Rate of Change of Energy Consumption with Respect to Journey Time on an Optimal Train Journey[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2016, 94: 387-408.

[17] RAO Y, FENG X Y, WANG Q Y, et al. The Optimal Solution to the Energy-Efficient Train Control in a Multi-Trains System-Part 1: The Algorithm Design[J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2025, 21(2): 2267685.

[18] WONG K K, HO T K. Dwell-Time and Run-Time Control for DC Mass Rapid Transit Railways[J]. IET Electric Power Applications, 2007, 1(6): 956-966.

[19] 杨　辉, 张琼洁, 张坤鹏, 等. 动车组节能运行速度优化设定[J]. 信息与控制, 2014, 43(3): 334-338, 343.
YANG Hui, ZHANG Qiongjie, ZHANG Kunpeng, et al. Speed Optimal-Setting of Electric Multiple Units Based on Energy-Efficient Operation[J]. Information and Control, 2014, 43(3): 334-338, 343.

[20] 马超云, 毛保华, 梁　肖, 等. 地铁列车节能运行惰行控制研究[J]. 交通信息与安全, 2010, 28(2): 37-42.
MA Chaoyun, MAO Baohua, LIANG Xiao, et al. Coast Control of Urban Train Movement for Energy Efficiency[J]. Journal of Transport Information and Safety, 2010, 28(2): 37-42.

[21] 丁　勇, 刘海东, 栢　赟, 等. 地铁列车节能运行的两阶段优化模型算法研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2011, 11(1): 96-101.
DING Yong, LIU Haidong, BAI Yun, et al. A Two-Level Optimization Model and Algorithm for Energy-Efficient Urban Train Operation[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2011, 11(1): 96-101.

[22] HE D Q, ZHANG L, GUO S L, et al. Energy-Efficient Train Trajectory Optimization Based on Improved Differential Evolution Algorithm and Multi-Particle Model[J]. Journal of Cleaner Production, 2021, 304: 127163.

[23] RAO Y, SUN P F, WANG Q Y, et al. Optimal Running Time Supplement for the Energy-Efficient Train Control Considering the Section Running Time Constraint[J]. IET Intelligent Transport Systems, 2022, 16(5): 661-674.

[24] RAO Y, LIU Q Q, WANG Q Y, et al. A New Look at the Shape Characteristics of Optimal Speed Profile for Energy-Efficient Train Control Considering Multi-Train Power Flow[J]. Journal of Rail Transport Planning & Management, 2025, 34: 100515.

[25] 赵　坤, 王椹榕, 王德伟, 等. 车载超级电容储能系统间接电流控制策略[J]. 电工技术学报, 2011, 26(9): 124-129.
ZHAO Kun, WANG Shenrong, WANG Dewei, et al. Indirect Current Control Strategy of On-Board Supercapacitor Energy Storage System of Railway Vehicle[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(9): 124-129.

[26] KHODAPARASTAN M, MOHAMED A A, BRANDAUER W. Recuperation of Regenerative Braking Energy in Electric Rail Transit Systems[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2019, 20(8): 2831-2847.

[27] 冯　瑜, 陈绍宽, 冉昕晨, 等. 考虑再生制动能利用的城市轨道交通列车节能运行优化方法研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(2): 15-22.
FENG Yu, CHEN Shaokuan, RAN Xinchen, et al. Energy Saving Operation Optimization of Urban Rail Transit Trains through the Use of Regenerative Braking Energy[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(2): 15-22.

[28] WANG X K, TANG T, SU S, et al. An Integrated Energy-Efficient Train Operation Approach Based on the Space-Time-Speed Network Methodology[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2021, 150: 102323.

[29] 吴星宇. 以节能为目标的中低速磁浮列车站间运行时间优化配置研究[D]. 北京：北京交通大学，2021.

[30] 苏志娟. 基于改进自适应伪谱法的中低速磁浮列车节能驾驶[D]. 北京：北京交通大学，2021.

[31] WANG P L, GOVERDE R M P. Multi-Train Trajectory Optimization for Energy-Efficient Timetabling[J]. European Journal of Operational Research，2019，272(2)：621-635.

[32] 张伯男，姚向明，赵　鹏，等. 考虑高平峰差异的城市轨道交通节能运行图优化研究[J]. 交通运输系统工程与信息，2024，24(3)：164-171.
ZHANG Bonan, YAO Xiangming, ZHAO Peng, et al. Energy-Efficient Timetable Optimization for Urban Rail Transit Considering Difference of Peak and Off-Peak Hours[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2024，24(3)：164-171.

[33] 魏润斌，杜　鹏，杨雍彬，等. 地铁列车再生制动能量利用分析与时刻表优化方法研究[J]. 铁道学报，2020，42(8)：1-9.
WEI Runbin，DU Peng，YANG Yongbin，et al. Analysis on Utilization of Regenerative Braking Energy for Metro Trains and Research on Timetable Optimization Method[J]. Journal of the China Railway Society，2020，42(8)：1-9.

[34] 邓连波，段科屹，汪　晴，等. 城市轨道交通节能列车时刻表优化方法[J]. 系统工程理论与实践，2021，41(6)：1486-1495.
DENG Lianbo，DUAN Keyi，WANG Qing，et al. Energy-Efficient Optimization Method for Urban Rail Transit Timetable[J]. Systems Engineering—Theory & Practice，2021，41(6)：1486-1495.

[35] YANG X，CHEN A，NING B，et al. A Stochastic Model for the Integrated Optimization on Metro Timetable and Speed Profile with Uncertain Train Mass[J]. Transportation Research Part B：Methodological，2016，91：424-445.

[36] KIM K M，KIM K T，HAN M S. A Model and Approaches for Synchronized Energy Saving in Timetabling[C]//9th World Congress on Railway Research，Uiwang：Korea Railroad Research Institute，2011：1-8.

[37] ALBRECHT T. Reducing Power Peaks and Energy Consumption in Rail Transit Systems by Simultaneous Train Running Time Control[J]. Computers in Railways IX，2004，74(3)：885-89.

[38] 赵文飞. 城轨列车再生制动能量回馈系统应用方案综述[J]. 设备监理，2024(1)：6-9，14.
ZHAO Wenfei. Review of the Application Scheme of Regenerative Braking Energy Feedback System for Urban Rail Trains[J]. Plant Engineering Consultants，2024(1)：6-9，14.

[39] 刘　炜，许伶俐，廖　钧，等. 含逆变回馈装置的城市轨道交直流混合潮流计算[J]. 铁道学报，2019，41(11)：65-71.
LIU Wei，XU Lingli，LIAO Jun，et al. Calculation of AC-DC Hybrid Power Flow in Urban Rail Traction Power Supply System with Regenerated Energy Feedback Device[J]. Journal of the China Railway Society，2019，41(11)：65-71.

[40] 李　由，张　浩，卜立峰，等. 从列车运行能耗角度探讨逆变回馈装置节能效果[J]. 铁道科学与工程学报，2020，17(9)：2381-2386.
LI You，ZHANG Hao，BU Lifeng，et al. Discussion of the Energy-Saving Effect of Inverter Feedback Devices from Energy Consumption of Traveling Trains[J]. Journal of Railway Science and Engineering，2020，17(9)：2381-2386.

[41] LIN S，HUANG D，WANG A M，et al. Research on the Regeneration Braking Energy Feedback System of Urban Rail Transit[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology，2019，68(8)：7329-7339.

[42] HOU L X，ZHANG S Q，WEI Y D，et al. DC Traction Power Supply System Based on Modular Multilevel Converter Suitable for Energy Feeding and De-Icing[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems，2024，10(2)：649-659.

[43] 何黎娜. 基于超级电容的地铁再生制动能量回收系统的研究[D]. 长沙：湖南大学，2018.

[44] 张晓虎，张　熊，张克良，等. 储能技术在轨道交通再生制动能量回收的应用[J]. 电气工程学报，2023，18(2)：210-220.
ZHANG Xiaohu，ZHANG Xiong，ZHANG Keliang，et al. Application of Energy Storage Technology in Regenerative Braking Energy Recovery of Rail Transit[J]. Journal of Electrical Engineering，2023，18(2)：210-220.

[45] 诸斐琴，杨中平，林　飞，等. 城轨交通牵引供电系统参数与储能系统容量配置综合优化[J]. 电工技术学报，2019，34(3)：579-588.
ZHU Feiqin，YANG Zhongping，LIN Fei，et al. Synthetic Optimization of Traction Power Parameters and Energy Storage Systems in Urban Rail Transit[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2019，34(3)：579-588.

[46] 吴　健，王占国，张言茹. 锂离子电池在轨道交通装备上的适应性研究[J]. 铁道机车车辆，2022，42(2)：43-49.
WU Jian，WANG Zhanguo，ZHANG Yanru. Research on Adaptability of Lithium Ion Battery in Rail Transit Equipment[J]. Railway Locomotive & Car，2022，42(2)：43-49.

[47] AMIRYAR M，PULLEN K. A Review of Flywheel Energy Storage System Technologies and Their Applications[J]. Applied Sciences，2017，7(3)：286.

[48] RUPP A，BAIER H，MERTINY P，et al. Analysis of a Flywheel Energy Storage System for Light Rail Transit[J]. Energy，2016，107：625-638.

[49] 刘　平，李树胜. 基于飞轮储能阵列的岸桥微网控制系统建模分析[J]. 微特电机，2020，48(6)：33-39，44.
LIU Ping，LI Shusheng. Modeling Analysis on Flywheel Energy Storage Array-Based Shore Power Micro-Grid Control System[J]. Small & Special Electrical Machines，2020，48(6)：33-39，44.

[50] RASTEGARZADEH S，MAHZOON M，MOHAMMADI H. A Novel Modular Designing for Multi-Ring Flywheel Rotor to Optimize Energy Consumption in Light Metro Trains[J]. Energy，2020，206：118092.

[51] HU J S，ZHAO Y K，LIU X J. The Design of Regeneration Braking System in Light Rail Vehicle Using Energy-Storage Ultra-Capacitor[C]//2008 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. 2008，Harbin：IEEE，2008：1-5.

[52] LI S K，YUAN Y，CHEN Z B，et al. Real-Time Train Regulation in the Metro System with Energy Storage Devices：An Efficient Decomposition Algorithm with Bound Contraction[J]. Transportation Research Part C：Emerging Technologies，2024，159：104493.

[53] 李若琼，郑鑫波，李　欣. 计及实时最大功率约束的高速磁浮列车再生制动能量存储利用[J]. 电力自动化设备，2024，44(10)：179-185.
LI Ruoqiong，ZHENG Xinbo，LI Xin. Regenerative Braking Energy Storage and Utilization of High Speed Maglev Train Considering Real-Time Maximum Power Constraints[J]. Electric Power Automation Equipment，2024，44(10)：179-185.

[54] ZHU F Q，YANG Z P，LIN F，et al. Decentralized Cooperative Control of Multiple Energy Storage Systems in Urban Railway Based on Multiagent Deep Reinforcement Learning[J]. IEEE Transactions on Power Electronics，2020，35(9)：9368-9379.

[55] JEFIMOWSKI W，NIKITENKO A，DRĄŻEK Z，et al. Stationary Supercapacitor Energy Storage Operation Algorithm Based on Neural Network Learning System[J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences，2020：733-738.

[56] 刘继宗，张祖涛，王　浩，等. 城轨交通制动能量利用技术研究现状与展望[J]. 西南交通大学学报，2024，59(6)：1322-1345.
LIU Jizong，ZHANG Zutao，WANG Hao，et al. Braking Energy Utilization in Urban Rail Transit：Status and Prospects[J]. Journal of Southwest Jiaotong University，2024，59(6)：1322-1345.

[57] 刘宇嫣，杨中平，林　飞，等. 城轨地面式混合储能系统自适应能量管理与容量优化配置研究[J]. 电工技术学报，2021，36(23)：4874-4884.
LIU Yuyan，YANG Zhongping，LIN Fei，et al. Study on Adaptive Energy Management and Optimal Capacity Configuration of Urban Rail Ground Hybrid Energy Storage System[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2021，36(23)：4874-4884.

[58] TIAN M X，ZHANG W Y，SU Z X. Modeling and Capacity Configuration Optimization of CRH5 EMU On-Board Energy Storage System[J]. Energy Engineering，2025，122(1)：307-329.

[59] 李志强，胡海涛，陈俊宇，等. 城轨交通混合型再生制动能量利用系统及其控制策略[J]. 电力自动化设备，2023，43(11)：203-210.
LI Zhiqiang，HU Haitao，CHEN Junyu，et al. Hybrid Regenerative Braking Energy Utilization System and Its Control Strategy in Urban Rail Transit[J]. Electric Power Automation Equipment，2023，43(11)：203-210.

[60] ZHAO F，ZHU X T，CHEN X Q，et al. Regenerative Braking Energy Recovery System of Metro Train Based on Dual-Mode Power Management[J]. Energy Engineering，2024，121(9)：2585-2601.

[61] PARK S，SALKUTI S R. Optimal Energy Management of Railroad Electrical Systems with Renewable Energy and Energy Storage Systems[J]. Sustainability，2019，11(22)：6293.

[62] 吴　磊，张凌云，吴宗臻，等. 城轨交通多源协同能量管理策略及经济性分析[J]. 铁道运输与经济，2024，46(12)：50-60.
WU Lei，ZAHNG Lingyun，WU Zongzhen，et al. Strategy

and Economic Analysis of Multi-Source Collaborative Energy Management for Urban Rail Transit[J]. Railway Transport and Economy, 2024, 46(12): 50-60.

[63] LI G N, OR S W. Multi-Agent Deep Reinforcement Learning-Based Multi-Time Scale Energy Management of Urban Rail Traction Networks with Distributed Photovoltaic-Regenerative Braking Hybrid Energy Storage Systems[J]. Journal of Cleaner Production, 2024, 466: 142842.

[64] 金 勇, 黄先进, 石春珉, 等. 城市轨道交通地面储能技术应用综述[J]. 电工技术学报, 2024, 39(15): 4568-4582, 4642.
JIN Yong, HUANG Xianjin, SHI Chunmian, et al. Review on Wayside Energy Storage Technology for Urban Rail Transit[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(15): 4568-4582, 4642.

[65] 荀 径, 唐 涛, 宋晓美, 等. 再生制动条件下的城轨列车节能驾驶综合模型[J]. 中国铁道科学, 2015, 36(1): 104-110.
XUN Jing, TANG Tao, SONG Xiaomei, et al. Comprehensive Model for Energy-Saving Train Operation of Urban Mass Transit under Regenerative Brake[J]. China Railway Science, 2015, 36(1): 104-110.

[66] AHMADI S, DASTFAN A, ASSILI M. Energy Saving in Metro Systems: Simultaneous Optimization of Stationary Energy Storage Systems and Speed Profiles[J]. Journal of Rail Transport Planning & Management, 2018, 8(1): 78-90.

[67] LUAN X J, WANG Y H, DE SCHUTTER B, et al. Integration of Real-Time Traffic Management and Train Control for Rail Networks-Part 2: Extensions towards Energy-Efficient Train Operations[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 115: 72-94.

[68] MO P L, D'ARIANO A, YANG L X, et al. An Exact Method for the Integrated Optimization of Subway Lines Operation Strategies with Asymmetric Passenger Demand and Operating Costs[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2021, 149: 283-321.

[69] YANG S P, LIAO F X, WU J J, et al. A Bi-Objective Timetable Optimization Model Incorporating Energy Allocation and Passenger Assignment in an Energy-Regenerative Metro System[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2020, 133: 85-113.

[70] ZHANG Z Y, CHENG X Q, XING Z Y, et al. Pareto Multi-Objective Optimization of Metro Train Energy-Saving Operation Using Improved NSGA-II Algorithms[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2023, 176: 114183.

[71] XIE J, ZHANG J, SUN K Y, et al. Passenger and Energy-Saving Oriented Train Timetable and Stop Plan Synchronization Optimization Model[J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2021, 98: 102975.

[72] 孙元广, 邓澄远, 彭 磊, 等. 潮汐客流需求驱动的地铁列车不成对运行图节能优化方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2024, 24(5): 128-139.
SUN Yuanguang, DENG Chengyuan, PENG Lei, et al. Energy-Efficient Train Timetable Optimization Model for Urban Rail Transit Line with Asymmetric Passenger Demand[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2024, 24(5): 128-139.

[73] ZHONG L H, XU G M, LIU W. Energy-Efficient and Demand-Driven Train Timetable Optimization with a Flexible Train Composition Mode[J]. Energy, 2024, 305: 132183.

[74] 冉昕晨, 陈绍宽, 柏 赟, 等. 应对潮汐客流的城市轨道交通列车节能和乘客节时运行图优化模型[J]. 中国铁道科学, 2022, 43(1): 171-181.
RAN Xinchen, CHEN Shaokuan, BAI Yun, et al. Train Energy-Efficient and Passenger Time-Saving Timetable Optimization Model for Urban Rail Transit Line with Tidal Passenger Flow[J]. China Railway Science, 2022, 43(1): 171-181.

[75] ZHANG L, HE D Q, HE Y, et al. Real-Time Energy Saving Optimization Method for Urban Rail Transit Train Timetable under Delay Condition[J]. Energy, 2022, 258: 124853.

[76] ZHU Z X, WANG F S, YANG R D, et al. Energy-Efficient Timetabling Approach Considering Varying Train Loads and Realistic Speed Profiles[J]. Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems, 2024, 150(7): 04024025.

[77] GOVERDE R M P, SCHEEPMAKER G M, WANG P L. Pseudospectral Optimal Train Control[J]. European Journal of Operational Research, 2021, 292(1): 353-375.

[78] ZHAO Z C, XUN J, WEN X G, et al. Safe Reinforcement Learning for Single Train Trajectory Optimization *via* Shield SARSA[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2023, 24(1): 412-428.

[79] 彭其渊, 李文新, 王艺儒, 等. 基于再生制动的地铁列车

开行策略研究[J]. 铁道学报，2017，39(3)：7-13.
PENG Qiyuan，LI Wenxin，WANG Yiru，et al. Study on Operation Strategies for Metro Trains under Regenerative Braking[J]. Journal of the China Railway Society，2017，39(3)：7-13.

[80] KO H，MIYATAKE M. A Numerical Method for Optimal Operating Problem of a Train Considering DC Power Feeding System[J]. IEEJ Transactions on Industry Applications，2006，126(8)：1104-1112.

[81] 张　淼，张　琦，张梓轩. 基于Q学习算法的高速铁路列车节能优化研究[J]. 铁道运输与经济，2019，41(12)：111-117.
ZHANG Miao，ZHANG Qi，ZHANG Zixuan. A Study on Energy-Saving Optimization for High Speed Railways Train Based on Q-Learning Algorithm[J]. Railway Transport and Economy，2019，41(12)：111-117.

[82] 钱舒杨，李泓羿，石瑞文，等. 计及牵引供电能耗的地铁列车运行图节能优化[EB/OL]. 控制工程，(2024-12-30)[2025-03-18]. https://doi.org/10. 14107/j.cnki.kzgc. 20240639.
QIAN Shuyang，LI Hongyi，SHI Ruiwen，et al. Energy-Saving Optimization of Metro Timetable Considering Traction Power Supply Energy Consumption[EB/OL]. Control Engineering of China，(2024-12-30)[2025-03-18]. https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20240639.

[83] YIN J T，YANG L X，TANG T，et al. Dynamic Passenger Demand Oriented Metro Train Scheduling with Energy-Efficiency and Waiting Time Minimization：Mixed-Integer Linear Programming Approaches[J]. Transportation Research Part B：Methodological，2017，97：182-213.

[84] 王义惠，朱松巍，刘　硕，等. 基于速度距离网络的列车运行曲线优化[J]. 北京交通大学学报，2020，44(2)：36-43.
WANG Yihui，ZHU Songwei，LIU Shuo，et al. Train Trajectory Optimization Based on a Speed-Distance Network[J]. Journal of Beijing Jiaotong University，2020，44(2)：36-43.

[85] LI S K，LIU R H，GAO Z Y，et al. Integrated Train Dwell Time Regulation and Train Speed Profile Generation for Automatic Train Operations on High-Density Metro Lines：A Distributed Optimal Control Method[J]. Transportation Research Part B：Methodological，2021，148：82-105.

[86] 王若愚，周慧娟，秦　勇，等. 基于再生制动能高效利用的列车运行方案优化[J]. 铁道运输与经济，2024，46(12)：76-87.
WANG Ruoyu，ZHOU Huijuan，QIN Yong，et al. Optimization of Train Operation Plans Based on Efficient Utilization of Regenerative Braking Energy[J]. Railway Transport and Economy，2024，46(12)：76-87.

[87] WANG D H，WU J J，WEI Y，et al. Energy-Saving Operation in Urban Rail Transit：A Deep Reinforcement Learning Approach with Speed Optimization[J]. Travel Behaviour and Society，2024，36：100796.

(责任编辑　金　颖)