DOI:10. 20033/j. 1003-7241. (2026)07-0005-06

一种基于随机预测的多体船纵向运动控制方法

李国胜[1], 李军福[2], 祝现染[1], 姜晓道[1]
(1. 华东光电集成器件研究所,江苏 苏州 215163; 2. 蚌埠代表室,安徽 蚌埠 233030)

摘　要:在多体船高速航行过程中,外界随机海浪会对船体施加干扰力和力矩,从而加剧多体船纵向运动(升沉和纵摇)幅度。为了能够有效抑制外界随机海浪引发的船体纵向运动,同时考虑到由于固有机械特性导致的减摇附体攻角输入幅值约束问题,提出一种卡尔曼滤波估计和随机预测结合的多体船纵向运动控制方法。首先,对多体船纵向运动进行建模,包含升沉运动、纵摇运动、减摇附体输入以及干扰输入,将外界海浪干扰的有色噪声转化为白噪声输入响应的形式,从而便于采用卡尔曼滤波方法进行系统状态估计。其次,为了有效利用期望值、方差等系统不确定性分布信息,采用随机预测控制方法将原始随机优化问题转化为等价的确定性控制优化问题,降低控制优化求解难度,同时引入 Laguerre 函数实现性能指标优化参数的降维,从而提高系统实时性。最后,采用数值仿真方法验证了提出方法的有效性。

关键词:高速多体船;纵向运动控制;随机预测控制;卡尔曼滤波;实时性;数值仿真
中图分类号: TP273;U661. 33　　**文献标志码**: A　　**文章编号**: 1003-7241(2026)07-0005-06

A longitudinal stabilization control method for multihull based on stochastic predictive control

Li Guosheng[1], Li Junfu[2], Zhu Xianran[1], Jiang Xiaodao[1]
(1. CNGC East China Institute of Photo-electron ICs, Suzhou 215163, Jiangsu, China;
2. Bengbu Representative Department, Bengbu 233030, Anhui, China)

Abstract: During the high-speed navigation of the multihull, external stochastic waves exert disturbance forces and moments on the hulls, thereby aggravating the amplitude of the longitudinal motions (heave and pitch) of the multihull. To effectively suppress the longitudinal motions of the hull induced by external stochastic waves, while taking into account the amplitude constraint of the attack angles for anti-pitching appendages caused by inherent mechanical characteristics, a longitudinal motion control method for the multihull combining Kalman filtering estimation with stochastic predictive control is proposed. Firstly, the longitudinal motion model of the multihull is established, including heave motion, pitch motion, anti-pitching appendage and disturbance inputs. The colored noise from external wave disturbance is transformed into the input response form of white noise, such that the Kalman filtering method can be utilized to estimate the system states. Secondly, to effectively utilize the system uncertainty distribution information such as expected value and variance, the stochastic predictive control method is utilized to convert the original stochastic optimization problem into the equivalent deterministic control optimization problem, which reduces the solving difficulty of the control optimization. Meanwhile, the Laguerre function is introduced to realize the dimension reduction of the optimization parameters for the performance index, so as to improve the real-time performance of the system. Finally, numerical simulations are carried out to verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: high-speed multihull; longitudinal stabilization control; stochastic predictive control; Kalman filtering method; real-time performance; numerical simulation

与传统单体船型相比,多体船型性能优势明显,如大甲板面积、高载荷比等,但其在高速航行过程中会因为外界随机海浪对船体的作用引发较大幅度的纵向运动,不仅会带来人员晕船等不良影响,而且会降低船舶运动稳定性和危害航行安全。因此,多体船纵向运动幅度抑制问题具有重要的研究意义和工程价值[1]。

在现今的学术研究和工程实践中,通常加装 T 型翼和压浪板等减摇附体设备来实现纵向减摇[2-3],其中常用的 T 型翼和压浪板分别安装在船艏和船艉底部,前者减摇原理是通过增加船体纵向阻尼来减少纵向运动幅度,后者则是改善运动姿态和改变船底水动力分布来实现减阻。在被动固定式附体的基础上,引入 PID 控制[4]以及 $H\infty$ 控制[5]等控制方法来根据多体船当前系统状态实时调整减摇附体攻角输入,从而提高减摇效果。

收稿日期:2024-12-11;**录用日期**:2025-03-31
基金项目:科技部科技创新 2030"新一代人工智能"重大项目(2018AAA0103100)
作者简介:李国胜(1992—),男,博士,研究方向为嵌入式系统开发和运动控制算法。
引用本文:李国胜, 李军福, 祝现染, 等. 一种基于随机预测的多体船纵向运动控制方法[J]. 自动化技术与应用, 2026,45(7):5-10. (Li Guosheng, Li Junfu, Zhu Xianran. et al. A longitudinal stabilization control method for multihull based on stochastic predictive control[J]. Techniques of Automation and Applications, 2026,45(7):5-10.)

但是,上述基于确定性系统的控制器设计未涉及外界海浪干扰特性[6-7],因此对于具有输入约束和随机特性的多体船纵向运动控制问题,采用随机预测控制方法进行纵向减摇控制器设计,实现包含海浪干扰随机特性的多变量控制系统在线约束优化问题的求解。

1 纵向运动控制模型

在建立多体船纵向运动控制模型时,需进行如下的假设:1)多体船航行所处水域无限深,只考虑外界海浪干扰对船体造成的微幅运动;2)船体水下片体部分足够细长;3)船体纵向中截面左右对称,纵向和横向运动之间完全解耦,从而能够简化模型复杂度。

为了减少外界海浪作用产生的较大幅度纵向运动,从根本上来说,就是要尽可能减小海浪干扰对船体的作用,多体船减摇附体包含T型翼和压浪板两部分,通过输入攻角的控制作用改变减摇附体提供的力和力矩。对于多体船纵向运动控制而言,其模型一般可表示[2]为

$$\begin{cases}(m+a_{33})\ddot{x}_3+b_{33}\dot{x}_3+c_{33}x_3+a_{35}\ddot{x}_5+b_{35}\dot{x}_5+c_{35}x_5=F\\(I_{55}+a_{55})\ddot{x}_5+b_{55}\dot{x}_5+c_{55}x_5+a_{53}\ddot{x}_3+b_{53}\dot{x}_3+c_{53}x_3=M\end{cases}\tag{1}$$

式中,x_3,x_5 分别表示升沉位移量和纵摇角;$\dot{x}_3$,$\dot{x}_5$ 和 $\ddot{x}_3$,$\ddot{x}_5$ 分别表示升沉位移量和纵摇角的一阶导数和二阶导数,即各自的速度和加速度;m 表示船体质量,I_{55} 表示关于 y 轴的转动惯量;a_{33},a_{55} 分别表示附加质量和附加转动惯量;b_{33},b_{55} 和 c_{33},c_{55} 分别表示阻尼系数和恢复力系数;a_{35},a_{53},b_{35},b_{53},c_{35},c_{53} 表示力与力矩的耦合系数;$F=F_{\text{wave}}+F_{\text{T-foil}}+F_{\text{flap}}$ 表示对船体的总作用力,分量分别表示海浪、T型翼和压浪板的作用分力;$M=M_{\text{wave}}+M_{\text{T-foil}}+M_{\text{flap}}$ 表示对船体的总作用力矩,分量分别表示海浪、T型翼和压浪板的作用分力矩。

减摇附体T型和压浪板提供的力和力矩可表示为如下形式,即

$$\begin{cases}F_{\text{T-foil}}=k_1\alpha_1,M_{\text{T-foil}}=k_1l_{\text{T-foil}}\alpha_1\\F_{\text{flap}}=k_2\alpha_2,M_{\text{flap}}=k_2l_{\text{flap}}\alpha_2\end{cases}\tag{2}$$

式中,$k_1=\frac{1}{2}\rho AC_{\text{L}_1}V_1^2$,且 α_1,V_1,A,$l_{\text{T-foil}}$ 分别表示T型翼攻角输入、与所处流体间相对速度、有效面积、纵向上到船体重心的距离;$k_2=\frac{1}{2}\rho SC_{\text{L}_2}V_2^2$,且 α_2,V_2,S,l_{flap} 分别表示压浪板攻角输入、与所处流体间相对速度、有效面积、纵向上到船体重心的距离。

结合式(1)和式(2),可将多体船纵向运动控制模型描述为如下一般形式,即

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_m=\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}_m+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}+\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{w}\\\boldsymbol{y}_m=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}_m+\boldsymbol{v}\end{cases}\tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{x}_m=[\dot{x}_3\quad\dot{x}_5\quad x_3\quad x_5]^{\text{T}}$ 为系统状态变量;$\boldsymbol{u}$,$\boldsymbol{w}$ 分别为系统控制输入和外界海浪干扰输入,$\boldsymbol{C}_1$ 为输出矩阵,表示状态变量到输出信号的映射关系;其他参数矩阵分别为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}_0=\begin{bmatrix}m+a_{33}&a_{35}\\a_{53}&I_{55}+a_{55}\end{bmatrix},\boldsymbol{B}_0=\begin{bmatrix}b_{33}&b_{35}\\b_{53}&b_{55}\end{bmatrix}\\&\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}-\boldsymbol{A}_0^{-1}\boldsymbol{B}_0&-\boldsymbol{A}_0^{-1}\boldsymbol{C}_0\\\boldsymbol{I}_{2\times2}&\boldsymbol{0}_{2\times2}\end{bmatrix},\boldsymbol{C}_0=\begin{bmatrix}c_{33}&c_{35}\\c_{53}&c_{55}\end{bmatrix}\\&\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}-\boldsymbol{A}_0^{-1}\\\boldsymbol{0}_{2\times2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_1&k_2\\k_1l_{\text{T-foil}}&k_2l_{\text{flap}}\end{bmatrix},\boldsymbol{G}_1=\begin{bmatrix}-\boldsymbol{A}_0^{-1}\\\boldsymbol{0}_{2\times2}\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4}$$

2 系统状态估计

在多体船纵向运动控制中,外界海浪干扰是一种平稳随机过程的有色噪声[8],而对于有色噪声,由于不满足卡尔曼滤波白噪声输入的使用条件,所以需要先将有色噪声转化为白噪声的输入响应,接着基于卡尔曼滤波方法实现对系统状态的最优估计,即对原系统状态进行扩展,并使得系统状态方程中输入干扰转化为白噪声。

基于有理谱理论,海浪干扰可以描述为如下形式,即

$$G(s)=\frac{b_1s}{s^2+a_1s+a_2}\tag{5}$$

由于干扰包含力和力矩两个部分,因此海浪干扰力和力矩成型滤波器分别表示为

$$G_3(s)=\frac{b_3s}{s^2+a_{31}s+a_{32}}\tag{6}$$

$$G_5(s)=\frac{b_5s}{s^2+a_{51}s+a_{52}}\tag{7}$$

为便于后续进行系统状态扩展,基于式(6)、式(7),将传递函数转化为如下状态空间表达形式,即

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{m}}_3=\boldsymbol{A}_3\boldsymbol{m}_3+\boldsymbol{B}_3\boldsymbol{w}_3,\boldsymbol{y}_3=\boldsymbol{C}_3\boldsymbol{m}_3\\\dot{\boldsymbol{m}}_5=\boldsymbol{A}_5\boldsymbol{m}_5+\boldsymbol{B}_5\boldsymbol{w}_5,\\\boldsymbol{y}_5=\boldsymbol{C}_5\boldsymbol{m}_5\end{cases}\tag{8}$$

式中,$\boldsymbol{m}_3$,$\boldsymbol{m}_5$ 和 $\boldsymbol{y}_3$,$\boldsymbol{y}_5$ 分别表示状态变量和输出变量;$\boldsymbol{w}_3$,$\boldsymbol{w}_5$ 表示白噪声,其中下标3和5分别表示力和力矩。

结合式(3)和式(8),对原系统状态向量进行扩展,则

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}&=\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}+\bar{\boldsymbol{B}}_1\boldsymbol{u}+\bar{\boldsymbol{G}}_1\boldsymbol{W}=\\&\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1&\boldsymbol{G}_1\boldsymbol{C}_{\text{f}}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{A}_{\text{f}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_m\\\boldsymbol{M}_1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\\boldsymbol{0}\end{bmatrix}\boldsymbol{u}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{B}_{\text{f}}\end{bmatrix}\boldsymbol{W}\end{aligned}\tag{9}$$

$$\boldsymbol{y}=\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{V}=[\boldsymbol{C}_1\quad\boldsymbol{0}]\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_m\\\boldsymbol{M}_1\end{bmatrix}+\boldsymbol{V}\tag{10}$$

式中,$\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{x}_m^{\text{T}}\quad\boldsymbol{M}_1^{\text{T}}]^{\text{T}}$ 表示系统状态变量,且有 $\boldsymbol{M}_1=[\boldsymbol{m}_3^{\text{T}}\quad\boldsymbol{m}_5^{\text{T}}]^{\text{T}}$ $\boldsymbol{Y}_f=[\boldsymbol{y}_3\quad\boldsymbol{y}_5]^{\text{T}}$ 表示量测输出,其他参数矩阵分别为 $\boldsymbol{A}_{\text{f}}=\text{diag}[\boldsymbol{A}_3\quad\boldsymbol{A}_5]$,$\boldsymbol{B}_{\text{f}}=\text{diag}[\boldsymbol{B}_3\quad\boldsymbol{B}_5]$,$\boldsymbol{C}_{\text{f}}=\text{diag}[\boldsymbol{C}_3\quad\boldsymbol{C}_5]$。

对状态扩展后的系统进行离散化,那么可得如下离散状态空间方程,即

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k+\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}_k\\&\boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{V}_k\end{aligned}\tag{11}$$

式中,$\boldsymbol{x}_k$,$\boldsymbol{u}_k$,$\boldsymbol{y}_k$ 表示在当前 k 时刻扩展后的系统状态、控

制输入和系统输出，k 为采样时刻；$\boldsymbol{W}$ 表示系统过程噪声，$\boldsymbol{V}$ 表示系统量测噪声，假设两者均为高斯白噪声、各自独立同分布且两者间相互独立，则 $E(\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{W}_j^{\mathrm{T}})=\boldsymbol{Q}_{\mathrm{w}}\delta_{ij}$ 和 $E(\boldsymbol{V}_i\boldsymbol{V}_j^{\mathrm{T}})=\boldsymbol{Q}_{\mathrm{v}}\delta_{ij}$，其中 E 表示数学期望值；δ_{ij} 表示 δ 函数，当且仅当时刻 i，j 相等时为 1，其余均为 0；$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{w}}$，$\boldsymbol{Q}_{\mathrm{v}}$ 分别表示过程噪声协方差矩阵和量测噪声协方差矩阵。

那么，多体船纵向减摇运动控制问题可以描述为如下的确定性优化形式，即

$$\begin{aligned}\min \boldsymbol{J}_k = &\sum_{i=0}^{N-1}(\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}_k(i)+\boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}_k(i)+\\ &\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}(N)\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_k(N))\\ \text{s.t. }&\begin{cases}\boldsymbol{x}_k(i+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k(i)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k(i)+\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}_k(i)\\ \boldsymbol{u}_k(i)\in\boldsymbol{U},\ 0\leqslant i\leqslant N-1\\ \boldsymbol{x}_k(0)=\boldsymbol{x}_k\end{cases}\end{aligned}\tag{12}$$

式中，$\boldsymbol{x}_k(i)=\boldsymbol{x}(k+i\mid k)$，$\boldsymbol{u}_k(i)=\boldsymbol{u}(k+i\mid k)$；$\boldsymbol{W}_k(i)$ 为满足高斯分布的系统过程噪声；$\boldsymbol{Q},\boldsymbol{R},\boldsymbol{P}$ 为加权矩阵，且 $\boldsymbol{Q}\geqslant 0,\boldsymbol{R}>0,\boldsymbol{P}\geqslant 0$；$\boldsymbol{U}$ 为系统控制输入约束集，且 $\boldsymbol{U}=\{\boldsymbol{u}_k(i)\mid \boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\boldsymbol{u}_k(i)\leqslant\boldsymbol{u}_{\max}\}$。

对于优化问题(12)，系统动态模型中包含的外界干扰和量测噪声均为高斯白噪声，那么该系统模型可看作为描述系统动态的随机模型，即表明系统动态信息无法直接采用确定性优化描述，而是需要从概率统计的方式进行分析，所以为了能够适用于随机模型描述的不确定系统，必须对原有确定性优化问题进行适当调整。基于随机预测控制方法，随机优化问题中的性能指标转化为原性能指标的条件期望值，状态约束可转化为期望值约束或概率约束的形式(由于多体船纵向减摇运动控制问题中无状态约束，因此在该随机优化问题中不考虑状态约束问题)，而控制输入约束不需要改变[7]。由此，确定性优化问题(12)可以描述为如下的随机优化问题形式，即

$$\begin{aligned}\min \boldsymbol{J}_k = &E_{y_k}\Big(\sum_{i=0}^{N-1}(\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{x}_k(i)+\boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{u}_k(i))+\\ &\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}(N)\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_k(N)\Big)\\ \text{s.t. }&\begin{cases}\boldsymbol{x}_k(i+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k(i)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k(i)+\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}_k(i)\\ \boldsymbol{y}_k(i)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_k(i)+\boldsymbol{V}_k(i)\\ \boldsymbol{u}_k(i)\in\boldsymbol{U},\ 0\leqslant i\leqslant N-1\\ \boldsymbol{x}_k(0)=\boldsymbol{x}_k\end{cases}\end{aligned}\tag{13}$$

式中，$\boldsymbol{y}_k$ 表示当前 k 时刻的输入输出信息，且 $\boldsymbol{y}_k=\{(\boldsymbol{u}_i,\boldsymbol{y}_i),i=1,2,\cdots,k\}$；$\boldsymbol{W}_k,\boldsymbol{V}_k$ 分别表示当前 k 时刻的系统过程噪声和量测噪声；$\boldsymbol{E}_{y_k}$ 则表示基于系统输入输出信息 $\boldsymbol{y}_k$ 的条件期望值，$\boldsymbol{Q}_1$ 为状态加权矩阵，$\boldsymbol{R}_1$ 为控制量加权矩阵；$\boldsymbol{P}$ 为终端代价矩阵。

由随机优化问题式(13)可知，多体船纵向减摇运动控制算法需要能够有效抵消海浪干扰力和力矩来降低海浪干扰引发的过大纵向运动幅度，并满足减摇附体控制输入约束。基于随机预测的多体船纵向减摇控制基本结构框图如图 1 所示，从图中可以看出，与已有的方法[9]不同，这里将海浪干扰引入控制器设计，并且不直接对外界海浪干扰的随机特性作忽略处理。

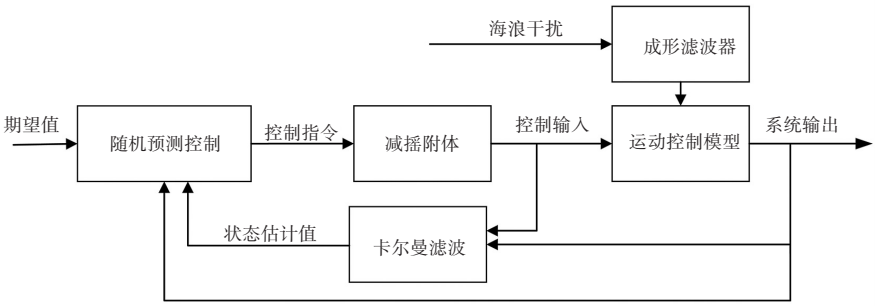


图 1　基于随机预测的纵向减摇控制基本框图

Fig. 1　The block diagram of longitudinal stabilization control based on stochastic predictive control

3　随机预测控制器设计

预测控制是一种适用于包含约束问题的多变量系统控制方法，其核心为有限时域优化。对于多体船纵向减摇运动控制而言，建模误差或海浪干扰必然会造成系统的不确定性，而在一般情况下会假设上述的这种不确定性具备有界性，并针对可能出现的最差情形进行控制器设计，从而导致较大的保守性[10-12]。对此，可不对不确定性进行有界性假设，并为避免系统状态受到强干扰出现硬约束条件不满足的情况，随机预测控制方法采用概率约束的软约束形式。

为了提高随机优化问题(13)的求解效率，将其转化为确定性表达形式，有效降低计算量[13]。令 $\boldsymbol{z}_k(i)$ 表示预测值 $\boldsymbol{x}_k(i)$ 的条件期望值，即 $\boldsymbol{z}_k(i)=\boldsymbol{E}_{y_k}(\boldsymbol{x}_k(i))$。对于初始状态 $\boldsymbol{x}_k(0)=\boldsymbol{x}_k$，假设存在 $\boldsymbol{z}_k(0)=\boldsymbol{E}_{y_k}(\boldsymbol{x}_k(0))=\hat{\boldsymbol{x}}_k$。对于一个线性系统，如果相互独立的初始状态、系统过程噪声、量测噪声都满足高斯分布条件，那么可知系统未来状态同样会满足高斯分布。因此，可采用卡尔曼滤波方法来求取系统状态的最优估计值[14]，具体计算过程如下，即

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{x}}_{k\mid k-1}=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{k-1}\\ &\boldsymbol{P}_{k\mid k-1}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{G}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{w}}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\\ &\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k\mid k-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}_{k\mid k-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}_{\mathrm{v}})-1\\ &\hat{\boldsymbol{x}}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k\mid k-1}+\boldsymbol{K}_k(\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}_{k\mid k-1})\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{P}_k = \boldsymbol{P}_{k|k-1} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}_{k|k-1} \tag{14}$$

式中，$\boldsymbol{P}_{k|k-1}$ 表示系统状态估计误差的协方差，即有 $\boldsymbol{P}_{k|k-1} = E[(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}]$。

为了进一步分析系统状态估计误差，由随机系统模型(11)可求得如下形式的未来时刻系统实际状态变量 $x_k(i)$，即

$$\boldsymbol{x}_k(i) = \boldsymbol{A}^i\boldsymbol{x}_k(0) + \sum_{j=0}^{i-1}[\boldsymbol{A}^{i-j-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k(j) + \boldsymbol{A}^{i-j-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}_k(j)],\quad i \geqslant 1 \tag{15}$$

基于式(13)中分式 1 或对式(14)两边进行数学期望的求取，可得系统状态估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}_k(i)$，即

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k(i) = \boldsymbol{A}^i\hat{\boldsymbol{x}}_k(0) + \sum_{j=0}^{i-1}\boldsymbol{A}^{i-j-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k(j) \tag{16}$$

那么，基于式(15)和式(16)，可将状态估计误差 $\boldsymbol{e}_k(i)$ 表示为如下形式，即

$$\boldsymbol{e}_k(i) = \boldsymbol{x}_k(i) - \hat{\boldsymbol{x}}_k(i) = \boldsymbol{A}^i\boldsymbol{e}_k(0) + \sum_{j=0}^{i-1}\boldsymbol{A}^{i-j-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}_k(j) \tag{17}$$

式中，$\boldsymbol{e}_k(0)$ 表示系统初始状态估计误差，且有 $\boldsymbol{e}_k(0) = \boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k$。

在此基础上，假设 $\boldsymbol{e}_k(0)$ 满足零均值高斯分布，那么可知 $\boldsymbol{e}_k(i)$ 满足零均值高斯分布[11]，估计误差对应的协方差 $\boldsymbol{P}_{k+i|k}$ 可通过如下表达式求得，即

$$\boldsymbol{P}_{k+i|k} = \boldsymbol{E}_{y_k}[\boldsymbol{e}_k(i)\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}}(i)] = \boldsymbol{A}^i\boldsymbol{P}_{k|k}(\boldsymbol{A}^i)^{\mathrm{T}} + \sum_{j=0}^{i-1}\boldsymbol{A}^{i-j-1}\boldsymbol{G}\boldsymbol{Q}_w\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}^{i-j-1})^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

针对随机优化问题(11)中条件期望形式的目标函数，基于以上求取的各式，则可将该目标函数转化为确定性形式，即

$$\boldsymbol{E}_{y_k}[\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{x}_k(i)] = \mathrm{tr}(\boldsymbol{P}_{k+i|k}\boldsymbol{Q}_1) + \hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Q}_1\hat{\boldsymbol{x}}_k(i) \tag{19}$$

$$\boldsymbol{E}_{y_k}[\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}(N)\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_k(N)] = \mathrm{tr}(\boldsymbol{P}_{k+N|k}\boldsymbol{P}) + \hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(N)\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{x}}_k(N) \tag{20}$$

式中，$\hat{\boldsymbol{M}}(k) = [\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{C}]\hat{\boldsymbol{x}}(k)$。

将式(20)代入随机优化问题(13)中的目标函数，则可求得

$$\boldsymbol{J}_k = \sum_{i=0}^{N-1}\mathrm{tr}(\boldsymbol{P}_{k+i|k}\boldsymbol{Q}_1) + \mathrm{tr}(\boldsymbol{P}_{k+N|k}\boldsymbol{P}) + \hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(N)\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{x}}_k(N) + \sum_{i=0}^{N-1}(\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Q}_1\hat{\boldsymbol{x}}_k(i) + \boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}_k(i)) \tag{21}$$

由式(18)可知，状态估计误差协方差的更新方程中无系统控制输入项，那么确定性形式的目标函数(18)可进一步简化为

$$\boldsymbol{J}_k = \hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(N)\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{x}}_k(N) + \sum_{i=0}^{N-1}(\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Q}_1\hat{\boldsymbol{x}}_k(i) + \boldsymbol{u}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}_k(i)) \tag{22}$$

综上，采用条件期望值进行目标函数描述的随机优化问题(13)转化为常见的确定性二次型最优控制问题表达形式：

$$\text{s.t.}\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_k(i+1) = \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}_k(i) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k(i)\\ \boldsymbol{y}_k(i) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_k(i) + \boldsymbol{V}_k(i)\\ \boldsymbol{u}_k(i) \in \boldsymbol{U},\ 0 \leqslant i \leqslant N-1\\ \hat{\boldsymbol{x}}_k(0) = \boldsymbol{E}_{y_k}(\boldsymbol{x}_k(0)) = \boldsymbol{E}_{y_k}(\boldsymbol{x}_k)\end{cases} \tag{23}$$

对于纵向减摇最优控制问题(23)，基于预测控制的滚动优化策略，在当前时刻，采用卡尔曼滤波方法估计系统状态，再利用所估计的系统状态进行最优控制序列 $\boldsymbol{U}'$ 的求解，且在对控制系统施加控制作用时只选取 $\boldsymbol{U}'$ 的首项。在下一时刻，重复上述步骤。

4 减摇控制器的简化设计

对于最优控制问题(23)，通常可采用二次规划进行求解，但是在线优化时域的增大，优化算法中的系统维度和求解复杂度也会随之增大，导致系统实时性的降低。因此，为了能够有效提高系统实时性且保证减摇控制性能，引入 Laguerre 函数对系统优化问题进行重新描述，实现在线优化问题中参数降维，减小在线优化计算量，从而减少优化求解时间和提高系统实时性。

对于预测控制来说，在当前 k 时刻，控制序列 $\boldsymbol{U}'$ 中的各项控制输入参数可以表示为

$$u_k(i) = [\delta(i) \quad \delta(i-1) \quad \cdots \quad \delta(i-N+1)]\boldsymbol{U}' \tag{24}$$

式中，δ 为离散脉冲函数，且有 $\delta(i) = \begin{cases}1, i=0\\ 0, i\neq 0\end{cases}$，即随着 i 的不断增加，该脉冲函数会将控制序列中的输出项不断前移，从而实现对控制输入的准确描述。

对于一个稳定动态系统的脉冲响应 $M(k)$ 和给定的正整数 N'，存在如下关系：

$$M(k) = c_1l_1(k) + c_2l_2(k) + \cdots + c_{N'}l_{N'}(k) \tag{25}$$

式中，$c_1, c_2, \cdots, c_{N'}$ 为 Laguerre 系数；$l_1, l_2, \cdots, l_{N'}$ 为具有正交性的 Laguerre 函数；正整数 N' 表示项数，其作用类似于预测控制时域 N。在此基础上，定义如下形式的 Laguerre 网络，即

$$\boldsymbol{L}(k) = [l_1(k) \quad l_2(k) \quad \cdots \quad l_{N'}(k)]^{\mathrm{T}} \tag{26}$$

$$\text{s.t. } \boldsymbol{L}(k+1) = \begin{bmatrix}a & 0 & 0 & \cdots & 0\\ \beta & a & \ddots & \ddots & 0\\ -a\beta & \beta & \ddots & \ddots & 0\\ \vdots & -a\beta & \ddots & \ddots & 0\\ (-a)^{N'-2}\beta & (-a)^{N'-3}\beta & \cdots & \beta & a\end{bmatrix}\boldsymbol{L}(k)$$

$$\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}(0) = \sqrt{\beta}[1 \ -a \ \cdots \ (-1)^{N'-1}a^{N'-1}] \tag{27}$$

式中，$0 \leqslant a < 1$，$\beta = 1 - a^2$。

结合式(24)和(25)，将当前 k 时刻控制序列中各项控制输入作为稳定动态系统的脉冲响应[15]，式(24)可以采用如下的向量形式进行表示

$$\boldsymbol{u}_k(i) = \sum_{j=1}c_j(k)l_j(i) = \boldsymbol{L}(i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta} \tag{28}$$

式中，$\boldsymbol{\eta} = [c_1 \cdots \ c_{N'}]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{L}(i) = [l_1(i) \ \cdots \ l_{N'}(i)]^{\mathrm{T}}$ 分

别表示 Laguerre 系数和函数的向量形式。

将式(28)代入式(16),可以求得基于 Laguerre 函数向量的系统状态预测值,即

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k(i)=\boldsymbol{A}^i\hat{\boldsymbol{x}}_k(0)+\sum_{j=0}^{i-1}\boldsymbol{A}^{i-j-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{L}(j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta} \tag{29}$$

从式(29)中可以看出,系统未来时刻状态估计值采用 $L^T\boldsymbol{\eta}$ 替代原始控制输入 u, 即通过对系数向量 $\boldsymbol{\eta}$ 的优化计算可以获得所需的最优控制序列。因此,最优控制序列的求解问题转化为求解参数向量 $\boldsymbol{\eta}$ 的问题。另外,从上述 3 个公式中可知,如果 $N'=N$ 并选取 $a=0$, 那么基于 Laguerre 函数的预测控制最优控制序列求解方法等价于经典的二次型方法。

将式(29)和(30)代入目标函数(22),可求得

$$\begin{aligned}&\sum_{i=0}^{N-1}\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(i)\boldsymbol{Q}_1\hat{\boldsymbol{x}}_k(i)=\sum_{i=0}^{N-1}\hat{\boldsymbol{x}}_k{}^{\mathrm{T}}(0)\boldsymbol{A}^{i\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{A}^i\hat{\boldsymbol{x}}_k(0)+\\&2\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=0}^{N-1}\boldsymbol{\Lambda}(i)\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{A}^i\Big)+\eta^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=0}^{N-1}\boldsymbol{\Lambda}(i)\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}(i)\Big)\boldsymbol{\eta}\\&\sum_{i=0}^{N-1}\boldsymbol{u}_k(i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}_k(i)=\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{L}}\boldsymbol{\eta}\end{aligned} \tag{30}$$

式中, $\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}(i)=\sum_{j=0}^{i-1}\boldsymbol{A}^{i-j-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{L}(j)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{R}_{\mathrm{L}}$ 为对角矩阵。

结合上式,原有目标函数可转化为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_k=&\hat{\boldsymbol{x}}_k^{\mathrm{T}}(N)\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{x}}_k(N)+2\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=0}^{N-1}\boldsymbol{\Lambda}(i)\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{A}^i\Big)+\\&\sum_{i=0}^{N-1}\hat{\boldsymbol{x}}_k{}^{\mathrm{T}}(0)\boldsymbol{A}^{i\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{A}^i\hat{\boldsymbol{x}}_k(0)+\\&\boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}\Big(\sum_{i=0}^{N-1}\boldsymbol{\Lambda}(i)\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}(i)+\boldsymbol{R}_L\Big)\boldsymbol{\eta}\end{aligned} \tag{31}$$

由式(28)可知,控制输入约束 $\boldsymbol{U}=\{\boldsymbol{u}_k(i)\mid \boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\boldsymbol{u}_k(i)\leqslant u_{\max}\}$ 可改写为

$$\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_1(0)^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{o}_2^{\mathrm{T}}&\cdots&\boldsymbol{o}_N^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{o}_1^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{L}_2(0)^{\mathrm{T}}&\cdots&\boldsymbol{o}_N^{\mathrm{T}}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\\boldsymbol{o}_1^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{o}_2^{\mathrm{T}}&\cdots&\boldsymbol{L}_N(0)^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\boldsymbol{\eta}\leqslant\boldsymbol{u}_{\max} \tag{32}$$

式中, $\boldsymbol{o}_i$ 表示元素均为 0 的列向量,$i=1,2,\cdots,N$。

综上,多体船纵向减摇控制问题可以简化为如下形式,即

$$\begin{aligned}&\min\ \boldsymbol{J}_k\\&\text{s.t. 式(24),式(27)}\end{aligned} \tag{33}$$

对于上述优化问题,在当前采样时刻求解得出最优参数向量 $\boldsymbol{\eta}^*$, 从而能够快速计算出系统当前时刻最优控制输入序列,并将序列首项施加到系统当中。

5 仿真分析

在仿真过程中,采用文献[2]中的模型参数,并假设多体船航行所处海况等级为四级(有义波高选取为 $H_{1/3}=2$ m);航速 40 节,迎浪航行;多体船纵向运动系统初始状态设置为零,即 $\boldsymbol{x}_m=[0\quad 0\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$。

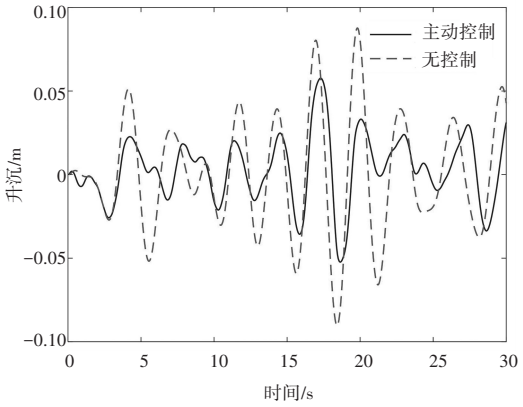


图 2 升沉位移对比

Fig. 2 Comparison of heave displacement

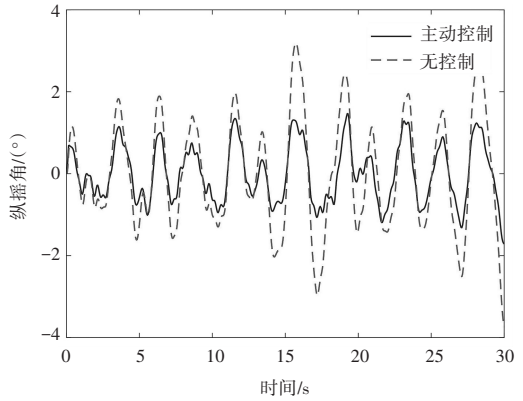


图 3 纵摇角对比

Fig. 3 Comparison of pitch angle

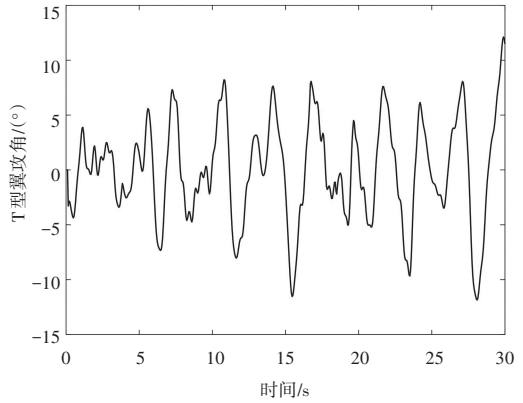


图 4 T 型翼攻角

Fig. 4 Attack angle of T-foil

为了说明减摇附体引入主动控制策略后纵向减摇的效果,针对减摇附体被动式无控制作用和引入主动控制的情况进行仿真对比,仿真结果如图 2~5 所示。从图 2、3 中可以看出,相对于被动式,在对减摇附体引入主动控制,多体船的升沉位移和纵摇角的纵向运动抑制效果得以明显提升。同时,从图 4、5 的减摇附体输入攻角中可以看出,随着船体状态发生变化,输入攻角也会产生变化,尤其是当纵向运动幅度较大时,为了提供更多能够抵消海浪干扰的恢复力和力矩,减摇附体攻角会增大。在主动控制过

程中,减摇附体一直能够满足系统输入约束。

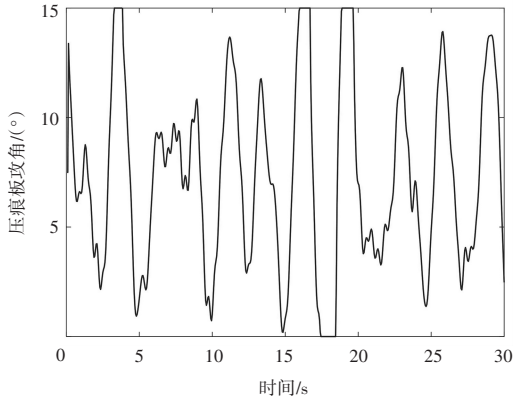


图5 压浪板攻角

Fig. 5 Attack angle of flap

为了进一步验证所设计控制算法的性能,与鲁棒 $H\infty$ 控制方法[5]进行仿真对比,结果如图6、7所示。从图中可以看出,所设计的预测控制方法比鲁棒 $H\infty$ 控制方法取得更好的纵向运动抑制效果。

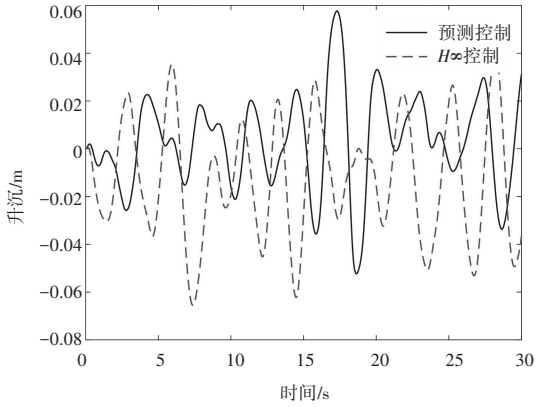


图6 升沉位移对比

Fig. 6 Comparison of heave displacement

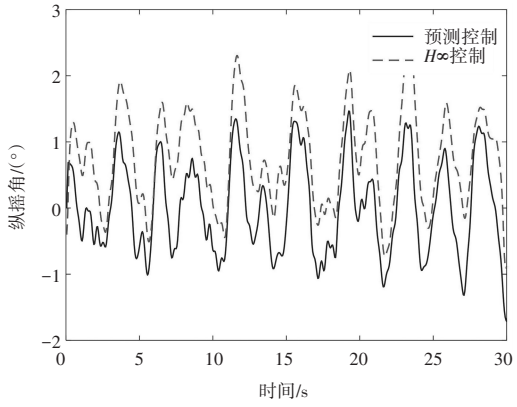


图7 纵摇角对比

Fig. 7 Comparison of pitch angle

6 结论

针对多体船航行中船体受到随机海浪作用而产生较为剧烈的纵向运动,本文提出一种基于随机预测的运动控制方法。所提出方法的改进主要包括如下两个方面:1)将外界海浪干扰作为有色噪声进行处理,实现噪声白化,满足卡尔曼滤波方法条件;2)为了有效利用随机模型的不确定分布统计信息,设计随机预测控制方法,降低保守性,并在优化问题求解中引入 Laguerre 函数来提高系统实时性。对于后续的研究,主要考虑进行船模试验验证相关研究。

参考文献

[1]孙一方, 宗智, 姜宜辰. 船舶在海浪上纵向运动与控制研究综述[J]. 中国舰船研究, 2020, 15(1):1-12.

[2]Zheng L H, Liu Z L, Li G S, et al. Experimental and numerical investigation on heave and pitch motion reduction control of a catamaran [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part M-Journal of Engineering for the Maritime Environment, 2021, 235(2): 311-326.

[3]Liu Z L, Zheng L H, Li G S, et al. An experimental study of the vertical stabilization control of a trimaran using an actively controlled T-foil and flap[J]. Ocean Engineering, 2021, 219:108224.

[4]Zhang J, Liu Z L, Dai X K, et al. Robust decoupled anti-pitching control of a high-speed multihull[J]. Journal of Marine Science and Technology, 2021, 26(4):1112-1125.

[5]Zhang S T, Sun M, Liang L H, et al. $H\infty$ output feedback control method for the T-Foil of the wave piercing catamaran[C]// Proceeding of 11th World Congress on Intelligent Control and Automation. Shenyang:IEEE, 2014:4338-4343.

[6]Zhang J, Liu Z L, Sun T R, et al. Explicit stochastic model predictive control for anti-pitching a high-speed multihull[J]. Applied Ocean Research, 2022(119):102917.

[7]Heirung T N, Paulson J A, O′Leary J, et al. Stochastic model predictive control-how does it work? [J]. Computers & Chemical Engineering, 2018(114):158-170.

[8]乔倩, 范菊. 随机海浪的滤波器模型及仿真[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(5):600-606.

[9]Jiang Y C, Bai J, Liu S, et al. Experimental investigation of T-foil hybrid control strategy for ship motion reduction in head seas[J]. Ocean Engineering, 2022, 243 (1): 110251.

[10]刘昕卓, 苏成利, 施惠元, 等. 时变轨迹下工业过程鲁棒模糊预测控制[J]. 自动化与仪器仪表, 2022(9):16-21.

[11]陈通, 汪祝年, 周鹏, 等. 机器人移动路径跟踪与实时避障方法[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(6):43-45,54.

[12]延寒, 万晖, 孙明. 基于根轨迹分析的PI控制器设计[J]. 自动化技术与应用, 2025, 44(1):20-23,56.

[13]Mesbah A. Stochastic model predictive control: an overview and perspectives for future research[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2016, 36(6):30-44.

[14]Zhang J, Sun T R, Liu Z L. Robust model predictive control for path following of underactuated surface vessels with roll constraints[J]. Ocean Engineering, 2017 (143):125-132.

[15]Saeed J, Wang L P, Fernando N. Model predictive control of phase shift full-bridge DC-DC converter using Laguerre functions[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2022, 30(2):819-826.