

瞬态入渗下圆台形基坑主动土压力的滑移线解答

张宁¹, 张常光², 李海祥²

(1. 长安大学经济与管理学院, 710064 西安; 2. 长安大学建筑工程学院, 710061 西安)

摘 要:为描述瞬态入渗下圆台形基坑主动土压力沿深度的分布规律,基于非饱和土的广义有效应力强度公式和瞬态入渗下的基质吸力,建立了圆台形基坑主动土压力的滑移线方程,继而采用差分迭代法获得了瞬态入渗下非饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答,最后对所得滑移线解答开展准确性验证和影响因素分析。研究表明:所得滑移线解答相比现有解能合理考虑瞬态入渗(时间、入渗率、吸应力非线性分布)、土体类别(砂土、粉土、黏土)、基坑模型参数(墙壁倾角、墙土摩擦角)和环向应力系数对基坑主动土压力的综合影响,其准确性在特定条件下得到文献饱和土圆台形基坑主动土压力滑移线解答(吸应力为0时)、瞬态入渗下平面挡墙主动土压力极限平衡解答(基坑半径趋于无穷时)的退化验证;时间、入渗率对黏土基坑主动土压力大小及分布的影响最明显,对粉土基坑主动土压力的影响次之,而对砂土基坑主动土压力的影响可忽略不计,这是由不同土体的吸应力非线性分布造成的;基坑主动土压力随着墙壁倾角、墙土摩擦角、环向应力系数的增加均显著减小,且沿深度的分布及变化与土体类别密切相关。

关键词:瞬态入渗;圆台形基坑;主动土压力;滑移线法;环向应力系数

中图分类号:O313;TU432

文献标志码:A

文章编号:1000-4939(2025)06-1418-11

Slip line solutions of active earth pressure for a circular platform foundation pit under transient infiltrations

ZHANG Ning¹, ZHANG Changguang², LI Haixiang²

(1. School of Economics and Management, Chang'an University, 710064 Xi'an, China;

2. School of Civil Engineering, Chang'an University, 710061 Xi'an, China)

Abstract: In order to characterize the distribution law of active earth pressure with depth for a circular platform foundation pit under transient infiltrations, this study derived the slip line equation for the active earth pressure of circular platform foundation pits. The derivation was based on the strength equation of generalized effective stress for unsaturated soils and matric suction under transient infiltration conditions. Subsequently, the differential iterative method was adopted to obtain the slip line solution of active earth pressure for circular platform foundation pits under transient infiltrations. Last, the accuracy of the obtained slip line solution was verified, and an influencing factor analysis was conducted. The results indicate that the obtained slip line solution, compared with the existing solutions, can reasonably account for comprehen-

收稿日期:2025-03-31

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 41202191)

通信作者:张常光,教授。E-mail: zcg1016@163.com

引用格式:张宁,张常光,李海祥. 瞬态入渗下圆台形基坑主动土压力的滑移线解答[J]. 应用力学学报, 2025, 42(6): 1418-1428.

ZHANG Ning, ZHANG Changguang, LI Haixiang. Slip line solutions of active earth pressure for a circular platform foundation pit under transient infiltrations[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2025, 42(6): 1418-1428.

sive influences of transient infiltration (time, infiltration ratio, nonlinear profiles of suction stress), soil types (sand, silt, clay), foundation pit model parameters (wall dip angle, wall-soil friction angle), and the circumferential stress coefficient on the active earth pressure of foundation pits. The accuracy of the obtained slip line solution of active earth pressure under specific reduced conditions is demonstrated by comparing it with the slip line solution of circular platform foundation pits in saturated soils (when suction stress is zero), and the limit equilibrium solution of plane retaining walls under transient infiltrations (when the radius of foundation pit tends to infinity) reported in the literature. The influence of time and infiltration ratio on the value and distribution of active earth pressure is most pronounced for foundation pits in clay, followed by foundation pits in silt. However, it is negligible for foundation pits in sand, which is caused by nonlinear profiles of suction stress for different soils. The active earth pressure of foundation pits decreases significantly with the increase of wall dip angle, wall-soil friction angle and circumferential stress coefficient, while its distribution and change with depth are closely related to soil types.

Key words: transient infiltration; circular platform foundation pit; active earth pressure; the slip line method; the circumferential stress coefficient

圆台形基坑由于良好的受力特性、便捷的施工修建和显著的经济效益等优势,广泛出现在重大交通枢纽、超高层建筑和城市地下空间等建设中^[1]。主动土压力是圆台形基坑挡墙设计所依据的主要荷载,确定主动土压力的大小及分布具有重要的理论意义和应用价值。

许多学者采用理论分析、模型试验以及数值模拟探讨了饱和土圆形竖直基坑的主动土压力计算^[2-5],而圆台形基坑相对圆形竖直基坑存在一定的墙壁倾角,LIU等^[6]借助差分迭代法得到了饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答,但干旱、半干旱地区的地下水位较深,基坑周围土体多处于非饱和状态,同时非干旱地区常通过内外降水使地下水位降至坑底以下,坑周土体因含水率降低而变为非饱和土,可见饱和土基坑的主动土压力解答不能反映坑周土体的实际非饱和状态,也不利于发挥坑周土体的真实强度潜力。

关于非饱和土圆台形基坑的主动土压力理论计算,仅有VO等^[7]假定吸应力沿深度为线性分布,推导了非饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答,但难以解决时间、入渗率、土体类别等因素影响以及吸应力沿深度的非线性变化。IVERSON^[8]基于Richards方程建立了降雨瞬态入渗下的基质吸力公式,已用于平面挡墙土压力、边坡稳定性和地基承载力的确定,还未用于求解瞬态入渗下基坑的主动土压力。另外,LU等^[9]借助吸应力概念,提出了对全吸力范围均适用的非饱和土广义有效应力与强度公式。

因此,为解决降雨瞬态入渗时非线性吸应力下

非饱和土圆台形基坑主动土压力的大小及分布,基于非饱和土的广义有效应力强度公式与瞬态入渗下的IVERSON基质吸力,首先构建了圆台形基坑主动土压力的滑移线方程,继而采用差分法对3类边值问题依次插值迭代,求得了瞬态入渗下非饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答,最后对比文献特定理论解答进行准确性退化验证,并开展影响因素分析。

1 基本理论

1.1 圆台形基坑

图1为圆台形基坑主动土压力计算的力学模型,其中基坑顶部半径为 a ;开挖深度为 H ;墙后地表水平;墙壁倾角为 ω ;地表均布荷载为 q 。

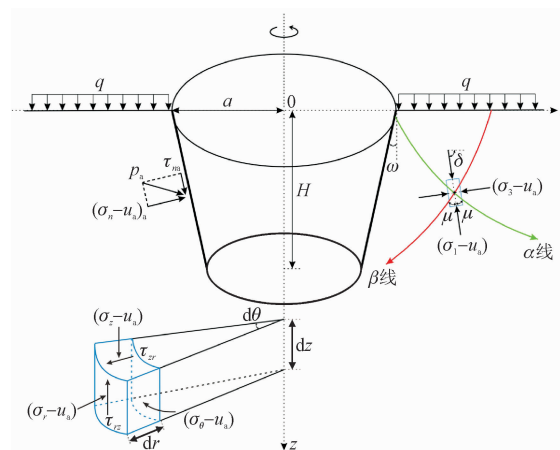


图1 圆台形基坑的力学模型

Fig. 1 Mechanical model of a circular platform foundation pit

选择柱坐标系分析此空间绕 z 轴对称的圆台形基坑主动土压力,取基坑竖直剖面的水平方向与竖直方向分别设为 r 轴、 z 轴,假定墙后单元体的净大主应力 $(\sigma_1 - u_a)$ 与水平 r 轴的夹角为 δ ,单元体破裂面的连线形成了 α 族滑移线与 β 族滑移线,两族滑移线与 $(\sigma_1 - u_a)$ 的夹角都为 μ ,非饱和土强度在滑移线上达到峰值。在图 1 中, $(\sigma_n - u_a)_a$ 和 τ_{na} 分别为土体施加给挡墙的净法向应力、切向应力,二者的合力为基坑挡墙的主动土压力 p_a 。

1.2 非饱和土强度

鉴于非饱和土在高吸力段、低吸力段的力学特性不同,LU 等^[9]提出适用于全吸力范围的广义有效应力 σ' 为

$$\sigma' = (\sigma - u_a) - \sigma^s \quad (1)$$

式中: σ 为总应力; u_a 为孔隙气体的压力; σ^s 为吸应力,其表达式为

$$\sigma^s = - (u_a - u_w), (u_a - u_w) \leq 0 \quad (2a)$$

$$\sigma^s = - \frac{(u_a - u_w)}{\{1 + [\lambda(u_a - u_w)]^n\}^{\frac{n-1}{n}}}, (u_a - u_w) > 0 \quad (2b)$$

式中: u_w 为孔隙水的压力; λ 近似为土体进气值的倒数; n 为无量纲的常数;砂土、粉土、黏土的 λ 和 n 具有不同的取值范围^[9]。

将式(1)代入 Mohr Coulomb 准则得非饱和土的广义有效应力强度公式为

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan \varphi'$$

$$= c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' - \sigma^s \tan \varphi' \quad (3)$$

式中: τ_f 为非饱和土的抗剪强度; c' 和 φ' 分别为有效黏聚力、有效内摩擦角。

1.3 瞬态入渗吸力

采用 IVERSON^[8]推导的瞬态入渗基质吸力公式,需满足:1)在入渗过程中,基质吸力等值线、地下水位线始终与地表平行,且不影响地下水位的深度;2) K_z 为沿 z 方向的渗透系数,砂土、粉土、黏土的 K_z 常相差几个数量级^[9], I_z 为沿 z 方向的降雨强度,而入渗率 I_z/K_z 保持不变, $0 \leq I_z/K_z \leq 1$, $I_z/K_z = 0$ 表示无降雨, $I_z/K_z = 1$ 表示最大入渗;3)地表无积水,忽略水力扩散度 D_0 的变化。

当墙后地表水平时,时间 t 、深度 z 处的压力水头 $\psi(z, t)$ 为^[8]

$$\psi(z, t \leq T) = (z - d)\varepsilon + \frac{I_z}{K_z} \left[\left(\frac{tD}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4D}} - z \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4D}} \right) \right] \quad (4a)$$

$$\psi(z, t > T) = \psi(z, t \leq T) - \frac{I_z}{K_z} \left\{ \left[\frac{(t - T)D}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4(t-T)D}} - z \cdot \operatorname{erfc} \left[\frac{z}{\sqrt{(t - T)D}} \right] \right\} \quad (4b)$$

式中: T 为降雨持时, $t/T \leq 1$ 表示降雨阶段, $t/T > 1$ 表示降雨停后阶段; $D = 4D_0$; d 为沿 z 方向地下水位离地表的距离; ε 为气体扩散系数,可取为 1; $\operatorname{erfc}(\cdot)$ 为余误差函数。

在式(4)求得压力水头后,基质吸力可表示为

$$(u_a - u_w) = |\psi(z, t)\gamma_w| \quad (5)$$

由式(2)、式(4)和式(5)可知,基质吸力 $(u_a - u_w)$ 沿 r 轴不变,吸应力 σ^s 对坐标 z 即沿竖直方向的导数为

$$\frac{\partial \sigma^s}{\partial z} = - \frac{\partial (u_a - u_w)}{\partial z} \left\{ \frac{(1 - n)[\lambda(u_a - u_w)]^n}{1 + [\lambda(u_a - u_w)]^n} + 1 \right\} \cdot \{1 + [\lambda(u_a - u_w)]^n\}^{\frac{1}{n}-1} \quad (6)$$

进而判断 $\psi(z, t)$ 的正负以去掉式(5)的绝对号,再由 $\psi(z, t)$ 对坐标 z 求导得

$$\frac{\partial \psi(z, t \leq T)}{\partial z} = 1 + \frac{I_z}{K_z} \left[- \frac{2z}{tD} \left(\frac{tD}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4D}} - \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4D}} \right) + \frac{4z^2}{\sqrt{\pi tD}} e^{-\left(\frac{z}{\sqrt{4D}} \right)^2} \right] \quad (7a)$$

$$\frac{\partial \psi(z, t > T)}{\partial z} = \frac{\partial \psi(z, t \leq T)}{\partial z} - \frac{I_z}{K_z} \left\{ - \frac{2z}{(t - T)D} \left[\frac{(t - T)D}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4(t-T)D}} - \operatorname{erfc} \left[\frac{z}{\sqrt{(t - T)D}} \right] + \frac{4z^2}{\sqrt{\pi(t - T)D}} e^{-\left[\frac{z}{\sqrt{(t - T)D}} \right]^2} \right\} \quad (7b)$$

在瞬态入渗下,土体重度随着基质吸力的改变而变化。非饱和土的重度 γ 为

$$\gamma = \gamma_d + \frac{\gamma_s - \gamma_d}{\{1 + [\lambda(u_a - u_w)]^n\}^{\frac{n-1}{n}}} \quad (8)$$

式中: γ_d 为干重度; γ_s 为饱和重度。

2 基坑主动土压力

2.1 滑移线方程

在空间绕 z 轴对称问题的图 1 柱坐标系下,单

元体沿径向与竖向的平衡方程为

$$\frac{\partial(\sigma_r - u_a)}{\partial r} + \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial z} + \frac{(\sigma_r - u_a) - (\sigma_\theta - u_a)}{r} = 0 \quad (9a)$$

$$\frac{\partial(\sigma_z - u_a)}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \gamma \quad (9b)$$

式中: $(\sigma_z - u_a)$ 、 $(\sigma_r - u_a)$ 和 $(\sigma_\theta - u_a)$ 分别为沿竖向、径向、环向的净法向应力; τ_{rz} 为作用在 r 平面内指向 z 轴的切应力, τ_{rz} 为作用在 z 平面内指向 r 轴的切应力。

当墙后非饱和土达到强度峰值时, 应力分量可由图 2 得

$$(\sigma_r - u_a) = \sigma'_m(1 + \sin \varphi' \cos 2\delta) - c' \cot \varphi' + \sigma^s \quad (10a)$$

$$(\sigma_z - u_a) = \sigma'_m(1 - \sin \varphi' \cos 2\delta) - c' \cot \varphi' + \sigma^s \quad (10b)$$

$$\tau_{rz} = \sigma'_m \sin \varphi' \sin 2\delta \quad (10c)$$

式中: $\sigma'_m = (\sigma'_1 + \sigma'_3)/2 + c' \cot \varphi'$ 为平均有效应力; σ'_1 和 σ'_3 分别为有效第一主应力、有效第三主应力。

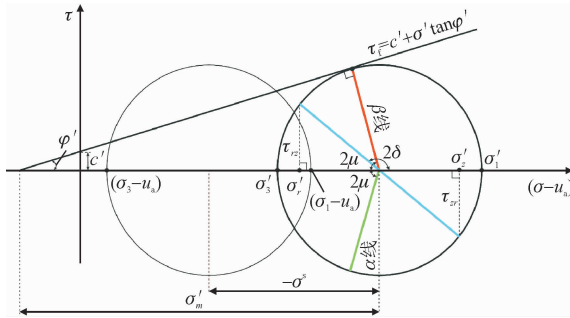


图2 非饱和土的有效应力 Mohr 圆

Fig. 2 Mohr circle of effective stress for unsaturated soils

根据空间绕 z 轴对称问题的应力状态知^[10], 环向应力 σ_θ 为中间主应力 σ_2 , 并假定 $\sigma_\theta = \sigma_3 + m(\sigma_1 -$

$$\rho = -\frac{\cos(\delta + \mu)}{2\sigma'_m \sin \varphi' \cos(\delta - \mu)} \left[\gamma - \frac{\partial \sigma^s}{\partial z} + \frac{\partial \sigma^s}{\partial r} \tan(\delta + \mu) \right] + \frac{\sin(\delta - \mu) + (m-1)\sin(\delta + \mu)}{2r \cos(\delta - \mu)} \quad (14c)$$

$$\kappa = \frac{\cos(\delta - \mu)}{2\sigma'_m \sin \varphi' \cos(\delta + \mu)} \left[\gamma - \frac{\partial \sigma^s}{\partial z} + \frac{\partial \sigma^s}{\partial r} \tan(\delta - \mu) \right] - \frac{\sin(\delta + \mu) + (m-1)\sin(\delta - \mu)}{2r \cos(\delta + \mu)} \quad (14d)$$

式中: σ_0 为单位应力, 以保证量纲符合要求。

由图 1 可知, α 滑移线、 β 滑移线的斜率方程为

$$\alpha \text{ 线: } \frac{dz}{dr} = \tan(\delta - \mu) \quad (15a)$$

$$\beta \text{ 线: } \frac{dz}{dr} = \tan(\delta + \mu) \quad (15b)$$

将参数 η 与 ξ 对坐标 r, z 进行全微分并同除以 dr , 继而结合式 (13) 和式 (15) 得沿 α 滑移线、沿 β

$\sigma_3)/2, 0 \leq m \leq 2$, 其中 m 为环向应力系数, 反映环向应力 σ_θ 与第一主应力 σ_1 、第三主应力 σ_3 之间的大小关系: $m=2$ 时 $\sigma_\theta = \sigma_1$, 对应 Haar-Von Karman 假定; $m=1$ 时 $\sigma_\theta = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$, $m=0$ 时 $\sigma_\theta = \sigma_3$ 。由式 (10) 得净环向应力 $(\sigma_\theta - u_a)$ 为

$$(\sigma_\theta - u_a) = \sigma'_m[1 + (m-1)\sin \varphi'] - c' \cot \varphi' + \sigma^s \quad (11)$$

将式 (10) 和式 (11) 代入式 (9) 得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sigma'_m}{\partial r} (1 + \sin \varphi' \cos 2\delta) + \frac{\partial \sigma'_m}{\partial z} \sin \varphi' \sin 2\delta + \\ & 2\sigma'_m \sin \varphi' \left(\frac{\partial \delta}{\partial z} \cos 2\delta - \frac{\partial \delta}{\partial r} \sin 2\delta \right) + \\ & \frac{\sigma'_m \sin \varphi' (\cos 2\delta - m + 1)}{r} = -\frac{\partial \sigma^s}{\partial r} \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sigma'_m}{\partial z} (1 - \sin \varphi' \cos 2\delta) + \frac{\partial \sigma'_m}{\partial r} \sin \varphi' \sin 2\delta + \\ & 2\sigma'_m \sin \varphi' \left(\frac{\partial \delta}{\partial z} \sin 2\delta + \frac{\partial \delta}{\partial r} \cos 2\delta \right) + \\ & \frac{\sigma'_m \sin \varphi' \sin 2\delta}{r} = \gamma - \frac{\partial \sigma^s}{\partial z} \end{aligned} \quad (12b)$$

差分迭代法已广泛用于滑移线方程的求解, 由图 2 可知 $\mu = \pi/4 - \varphi'/2$ 。由式 (12a) 和式 (12b) 分别乘以 $\sin(\delta \pm \mu)$ 、 $\cos(\delta \pm \mu)$, 两式相减并除以 $\pm 2\sigma'_m \sin \varphi' \cos(\delta \mp \mu)$ 得

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \tan(\delta - \mu) = \rho, \quad \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \tan(\delta + \mu) = \kappa \quad (13)$$

式中, 参数 η, ξ, ρ, κ 的表达式为

$$\eta = \frac{1}{2} \cot \varphi' \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma_0} - \delta \quad (14a)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cot \varphi' \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma_0} + \delta \quad (14b)$$

滑移线的平衡方程为

$$\frac{d\eta}{dr} = \rho, \quad \frac{d\xi}{dr} = \kappa \quad (16)$$

最后, 只需联立求解式 (15) 和式 (16)。假设已知 A 点、 B 点的 $(r, z, \sigma'_m, \delta, \gamma)$, 且 A 点在 α 滑移线上, B 点在 β 滑移线上。利用差分法迭代求得 α 滑移线与 β 滑移线的交点 P 为

$$r_P = \frac{z_B - z_A - r_B \tan(\delta_B + \mu) + r_A \tan(\delta_A - \mu)}{\tan(\delta_A - \mu) - \tan(\delta_B + \mu)} \quad (17a)$$

$$z_P = z_B + (r_P - r_B) \tan(\delta_B + \mu) \quad (17b)$$

$$\xi_P = \xi_B + (r_P - r_B) \kappa_B, \eta_P = \eta_A + (r_P - r_A) \rho_A \quad (17c)$$

$$\delta_P = \frac{\xi_P - \eta_P}{2} \quad (17d)$$

$$\sigma'_{mP} = \sigma_0 e^{\tan \varphi' (\xi_P + \eta_P)} \quad (17e)$$

式中: $\rho_A = \rho(r_A, z_A, \sigma'_{mA}, \delta_A, \gamma_A)$, $\kappa_B = \kappa(r_B, z_B, \sigma'_{mB}, \delta_B, \gamma_B)$, $\eta_A = \eta(\sigma'_{mA}, \delta_A)$, $\xi_B = \xi(\sigma'_{mB}, \delta_B)$; 下角标 A 、 B 和 P 分别对应 A 点、 B 点、 P 点。

2.2 主动土压力

图3为圆台形基坑主动土压力滑移线法求解时的3类边值问题^[11]: Cauchy问题、Riemann问题与混合问题。由图3(a)可知,地表处的净大主应力 $(\sigma_1 - u_a)$ 为地表均布荷载 q ,地表处的 δ_g 、 σ'_{mg} 分别为

$$\delta_g = \pi/2, \sigma'_{mg} = \frac{q + c' \cot \varphi' - \sigma^s}{1 + \sin \varphi'} \quad (18)$$

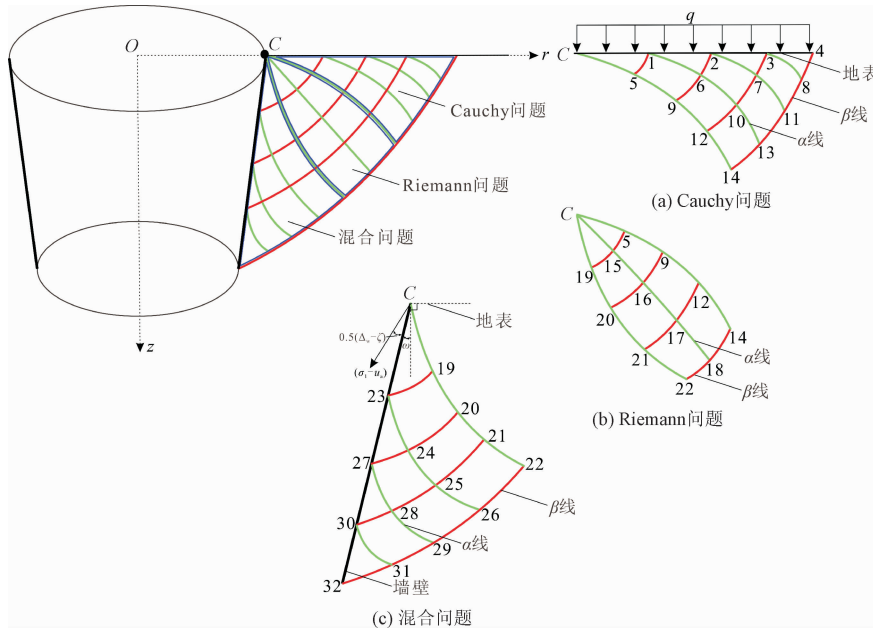


图3 3类边值问题的迭代计算

Fig.3 Iterative computations for three types of boundary value problems

$$\begin{aligned} (\sigma_n - u_a)_a &= \sigma'_{mw} [1 - \sin \varphi' \cos(\Delta_w - \zeta)] - \\ &\quad c' \cot \varphi' + \sigma^s, \\ \tau_{na} &= \sigma'_{mw} \sin \varphi' \sin(\Delta_w - \zeta) \end{aligned} \quad (20a)$$

由图3(c)与图4墙壁处的有效应力 Mohr 圆, 得墙壁点的 z_w 、 δ_w 和 Δ_w 分别为

$$\begin{aligned} z_w &= -(r_w - a) \cot \omega, \\ \delta_w &= \pi/2 + \omega + (\Delta_w - \zeta)/2, \\ \Delta_w &= \arcsin \left[\frac{(\sigma'_{mw} - c' \cot \varphi' + c_w \cot \zeta) \sin \zeta}{\sigma'_{mw} \sin \varphi'} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

式中: ζ 为墙土摩擦角; c_w 为墙土黏聚力; 下标 w 代表墙壁。

从地表点开始, 联立式(17)~式(19), 依次由 Cauchy 问题求出地表至 C 点延伸的第一条 α 滑移线范围内各点的数据, Riemann 问题求出由 C 点延伸的 α 滑移线与 β 滑移线的交点数据, 混合问题求出基坑墙壁点的 $(r_w, z_w, \sigma'_{mw}, \delta_w, \gamma_w)$, 进而结合式(20a)将墙壁点的 σ'_{mw} 转换为净法向应力 $(\sigma_n - u_a)_a$ 、切向应力 τ_{na} , 最后由式(20b)求得瞬态入渗下非饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答。需要注意的是, 逐渐减小地表点的间隔, 直至墙壁处相邻两次迭代得到的主动土压力相差小于 0.01 kPa。

$$p_a = \frac{(\sigma_n - u_a)_a}{\cos \left[\arctan \frac{\tau_{na}}{(\sigma_n - u_a)_a} \right]} \quad (20b)$$

上述基于非饱和土的广义有效应力强度公式和

基质吸力的 IVERSON 公式,所建立的瞬态入渗下非饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答即式(20),相比现有的饱和土^[6]或假定吸应力线性分布的非饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答^[7],可合理描述砂土、粉土、黏土基坑在不同的入渗率、非线性吸应力、墙壁倾角、墙土摩擦角和环向应力系数下随着深度、时间变化的主动土压力大小及分布规律,具有广泛的适用性和重要的理论意义。

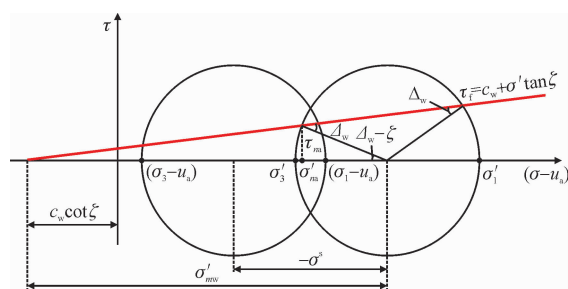


图4 墙壁处的有效应力 Mohr 圆

Fig. 4 Mohr circle of effective stress at the wall

3 对比验证

下面将通过与吸应力为 0 时饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答^[6]、瞬态入渗下基坑半径趋于无穷时平面挡墙主动土压力的极限平衡解答^[11]进行对比,以验证本研究解答在特定条件下退化的准确性。

3.1 饱和土圆台形基坑

LIU 等^[6]考虑墙壁倾角、墙土摩擦角等因素,提出了饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答,属于本研究解答在吸应力为 0 时的一个特例。图 5 为本研究吸应力为 0 时与文献[6]的饱和土圆台形基坑主动土压力 p_a 对比,相关参数为:基坑顶部半径 $a = 20$ m,开挖深度 $H = 25$ m,墙土黏聚力 $c_w = 20$ kPa,地表均布荷载 $q = 20$ kPa;饱和土的重度 $\gamma = 20$ kN/m³,有效黏聚力 $c' = 20$ kPa,有效内摩擦角 $\varphi' = 30^\circ$;环向应力系数 $m = 2$,对应 Haar-Von Karman 假定即 $\sigma_\theta = \sigma_1$ 。

由图 5 可看出,本研究吸应力为 0 时退化的饱和土圆台形基坑主动土压力与文献[6]的饱和土圆台形基坑主动土压力滑移线解答吻合良好,二者的平均绝对相对误差仅为 2.4%,这是因地表点间隔不同造成的迭

代差异,验证了本研究解答的退化准确性;但相比文献[6],本研究解答还能用于分析瞬态入渗吸应力非线性分布下不同类别土体圆台形基坑主动土压力随着深度、时间的变化规律,可详见下文 4.1 节。

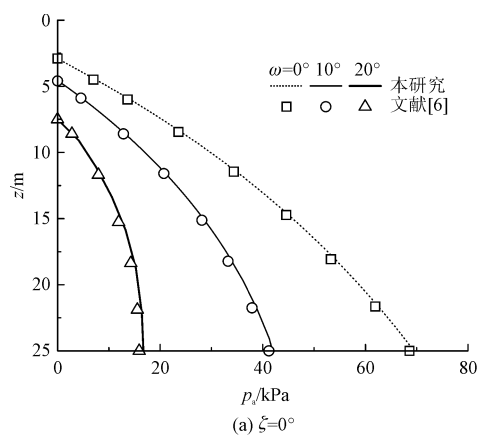
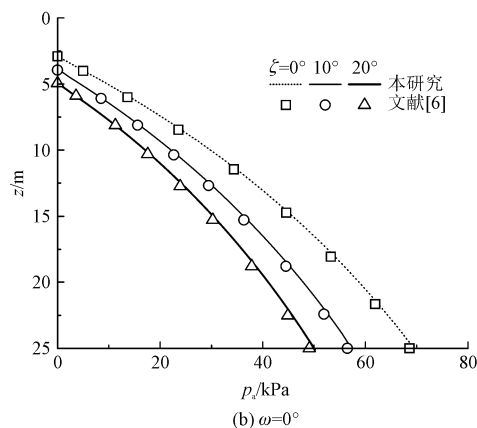
(a) $\xi = 0^\circ$ (b) $\omega = 0^\circ$

图5 退化对比饱和土圆台形基坑主动土压力解答

Fig. 5 Reduced comparisons of active earth pressure for the circular platform foundation pit in saturated soils

3.2 瞬态入渗平面挡墙

HU 等^[12]同样依据非饱和土的广义有效应力强度公式与瞬态入渗 IVERSON 吸力,由薄层单元法建立了非饱和土平面挡墙主动土压力的极限平衡解答。当基坑半径趋于无穷时,图 6 为本研究圆台形基坑退化为细长基坑时与文献[12]的瞬态入渗下非饱和土平面挡墙主动土压力 p_a 对比,相关参数为:墙高 $H = 6$ m,墙壁倾角 $\omega = -30^\circ$,墙土摩擦角 $\zeta = 15^\circ$,墙土黏聚力 $c_w = 0$ kPa;地下水位离地表的距离 $d = 15$ m,地表均布荷载 $q = 0$ kPa;砂土的饱和重度 $\gamma_s = 20$ kN/m³、干重度 $\gamma_d = 17$ kN/m³、有效黏聚力 $c' = 0$ kPa,有效内摩擦角 $\varphi' = 30^\circ$,渗透系数 $K_s = 1 \times 10^{-5}$ m/s,水力扩散度 $D_0 = 0.025$ m²/s;参数 $\lambda =$

0.1 kPa^{-1} 、 $n = 1.89$;降雨持时 $T = 1 \times 10^4 \text{ s}$,时间 $t = 1 \times 10^4 \text{ s}$;环向应力系数 $m = 1$,对应平面应变状态即 $\sigma_\theta = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 。

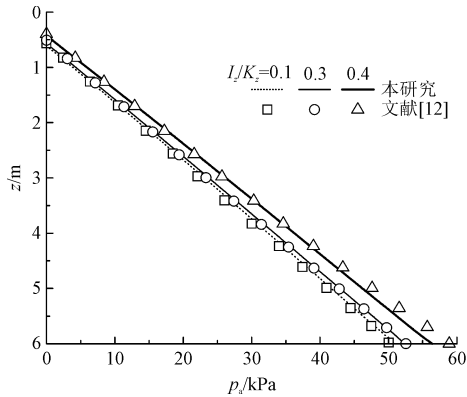


图6 退化对比瞬态入渗平面挡墙主动土压力解答

Fig. 6 Reduced comparisons of active earth pressure for the plane retaining wall under transient infiltrations

由图6可看出,本研究退化为细长基坑时由滑移线法所得主动土压力差分迭代解答,非常接近文献[12]的平面挡墙主动土压力极限平衡解答,特别

表1 基坑周围非饱和土参数

Tab. 1 Unsaturated soil parameters around foundation pits

土体类别	$\gamma_s/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	$\gamma_d/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	c'/kPa	$\varphi'/(^{\circ})$	$K_z/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$D_0/(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	$\lambda/(\text{kPa}^{-1})$	n
砂土	24	21	0	30	3×10^{-4}	1.4×10^{-2}	0.5	8.5
粉土	22	19	7	22	4×10^{-7}	1.2×10^{-2}	0.03	2.5
黏土	20	17	10	15	5×10^{-8}	1.0×10^{-2}	0.01	2.0

4.1 瞬态入渗

4.1.1 时间

时间 t 与降雨持时 T 之比即 t/T 在 $(0, 1]$ 内代表降雨阶段,而大于1代表降雨停后阶段,图7为在深度 $z = 7.5 \text{ m}$ 处基质吸力 $(u_a - u_w)$ 随时间 t 的变化。

是在入渗率 $I_z/K_z = 0.1, 0.3$ 时,且总体上二者的平均绝对相对误差为4.9%,这既表明了本研究解答的退化合理性,也说明其对圆台形基坑和平面挡墙的主动土压力计算均适用,相比文献[12]具有更广阔的工程应用前景。

4 影响因素分析

主要探讨瞬态入渗时间 t 、入渗率 I_z/K_z 形成的基质吸力非线性与吸应力非线性、墙壁倾角 ω 、墙土摩擦角 ζ 和环向应力系数 m 对非饱和土基坑主动土压力大小及分布的影响特性,算例相关参数为:基坑顶部半径 $a = 8 \text{ m}$,开挖深度 $H = 15 \text{ m}$,墙土黏聚力 $c_w = 0.5c'$;地下水位离地表的距离 $d = 18 \text{ m}$,地表均布荷载 $q = 30 \text{ kPa}$,降雨持时 $T = 3 \text{ h}$;墙壁倾角 $\omega = 5^{\circ}$,墙土摩擦角 $\zeta = 5^{\circ}$,环向应力系数 $m = 1$ 即 $\sigma_\theta = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 。基坑周围土体分别设为砂土、粉土和黏土,3类土体根据文献[9]给定具体参数值,如表1所示。

由图7可看出,当入渗率 $I_z/K_z = 0.5, 1$ 时,随时间 t 的增加,基质吸力先非线性减小后非线性增大,且入渗率越大,基质吸力下降的幅度也越大。此外,土体类别不同,基质吸力变化的幅度也有差异,砂土基质吸力随时间的变化幅度最大,黏土基质吸力随时间的变化幅度最小,而粉土基质吸力随时间的变化幅度居中。

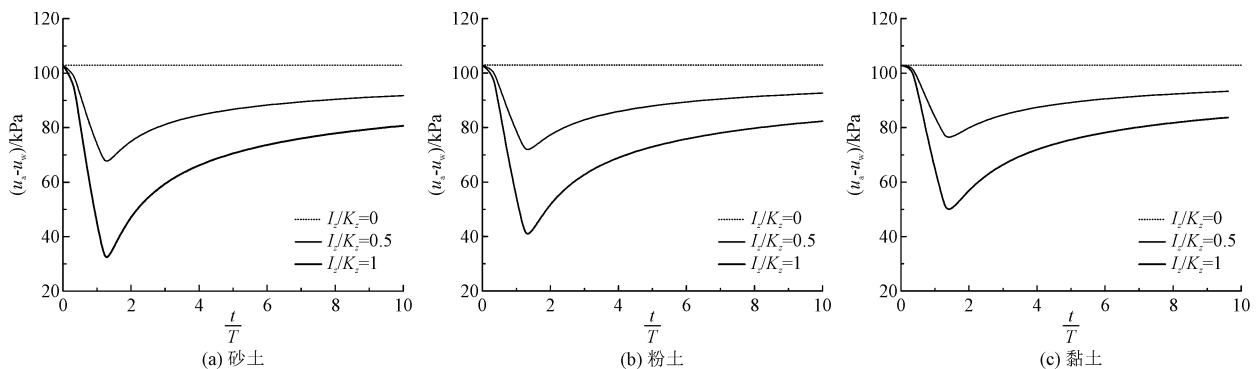


图7 基质吸力随时间的变化

Fig. 7 Changes of matrix suction with time

为取得基质吸力的最小值,需先判断压力水头的正负以去掉式(5)的绝对号,再对时间 t 进行求导,如式(21)所示,并由 $\partial\psi(z,t)/\partial t=0$ 求时间 t ,得

$$\frac{\partial\psi(z,t\leq T)}{\partial t} = \frac{I_z}{K_z} \left[\frac{D}{2\pi} \left(\frac{tD}{\pi} \right)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4D}} + \frac{z^2}{t^2 D} \left(\frac{tD}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4D}} - \frac{2z^3}{\sqrt{\pi} t^2 D} e^{-\left(\frac{z}{2D}\right)^2} \right] \quad (21a)$$

$$\frac{\partial\psi(z,t>T)}{\partial t} = \frac{\partial\psi(z,t\leq T)}{\partial t} -$$

$$\frac{I_z}{K_z} \left\{ \frac{D}{2\pi} \left[\frac{(t-T)D}{\pi} \right]^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4(t-T)D}} - \frac{2z^3}{\sqrt{\pi} (t-T)^2 D} e^{-\left[\frac{z}{2(t-T)D}\right]^2} + \frac{z^2}{(t-T)^2 D} \left[\frac{(t-T)D}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{z^2}{4(t-T)D}} \right\} \quad (21b)$$

在深度 $z=7.5$ m 处,砂土、粉土、黏土的基质吸力分别在 $t/T=1.33$, 即 $t=3.99$ h、 $t/T=1.38$ 即 $t=4.14$ h、 $t/T=1.45$ 即 $t=4.35$ h 时达到最小值。因此,基质吸力并不是在降雨停止 $t=T$ 时达到最小

出基质吸力达到最小值的时间与入渗率 I_z/K_z 无关,而与深度 z 、水力扩散度 D_0 、降雨持时 T 等因素有关。

值,而是具有一定的滞后性。

当入渗率 $I_z/K_z=1$ 时,图8为不同时间 t 下基质吸力沿深度的分布。

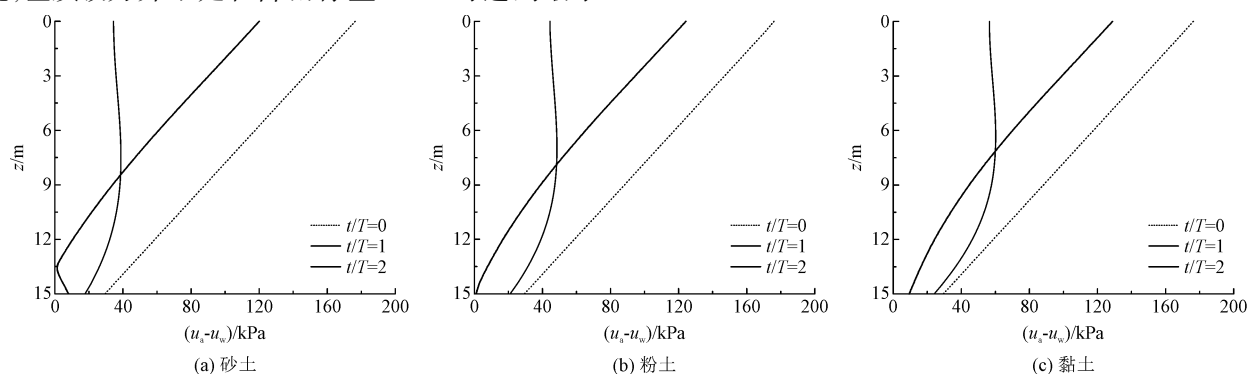


图8 基质吸力沿深度的分布

Fig. 8 Distributions of matric suction with depth

由图8可看出,基质吸力沿深度的非线性变化与具体的参数有关,并没有统一的规律,如在图8(b)中,当 $t/T=0,2$ 时,基质吸力沿深度逐渐减小,但当 $t/T=1$ 时,基质吸力沿深度先略微增大后明显减小;砂土、粉土、黏土分别在深度 $z=8.3$ 、 7.8 、

7.2 m处, $t/T=1$ 与 $t/T=2$ 的基质吸力相等。

吸应力对基坑主动土压力的影响相比基质吸力更为直观,图9为吸应力 σ^s (取绝对值)沿深度的非线性分布,可看出黏土吸应力在不同时间 t 下的大小及分布变化最显著,粉土的次之,砂土的吸应力几乎为0。

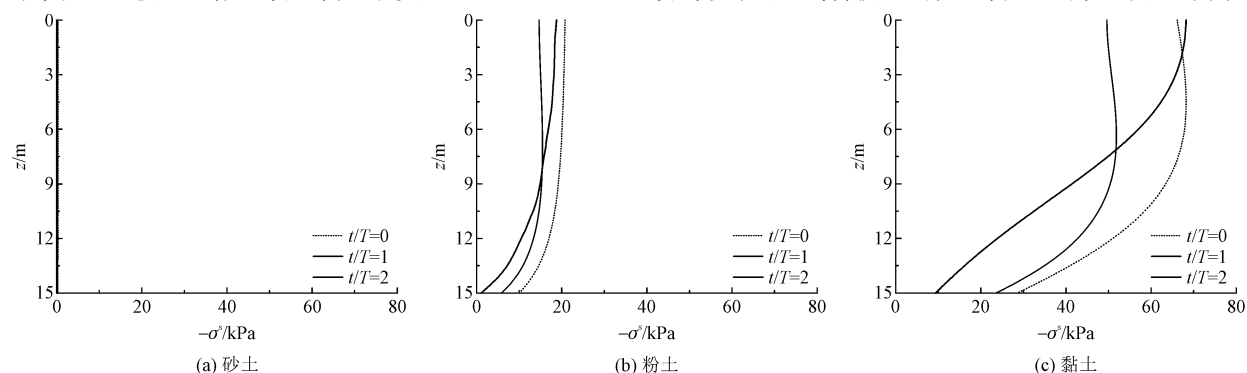


图9 吸应力沿深度的分布

Fig. 9 Distributions of suction stress with depth

当入渗率 $I_z/K_z=1$ 时,图10为不同时间 t 下基坑主动土压力 p_a 沿深度的分布,可看出黏土基坑在

不同时间 t 下主动土压力大小及分布的变化最明显,粉土基坑的次之,砂土基坑可忽略变化;粉土、黏

土基坑分别在 $z=8.7、7.4\text{ m}$ 处, $t/T=1$ 与 $t/T=2$ 的主动土压力相等。此外, $t=0$ 时主动土压力最小, 即

降雨将导致主动土压力的增大, 需考虑不同时间下的主动土压力变化, 以提高基坑挡墙设计的合理性。

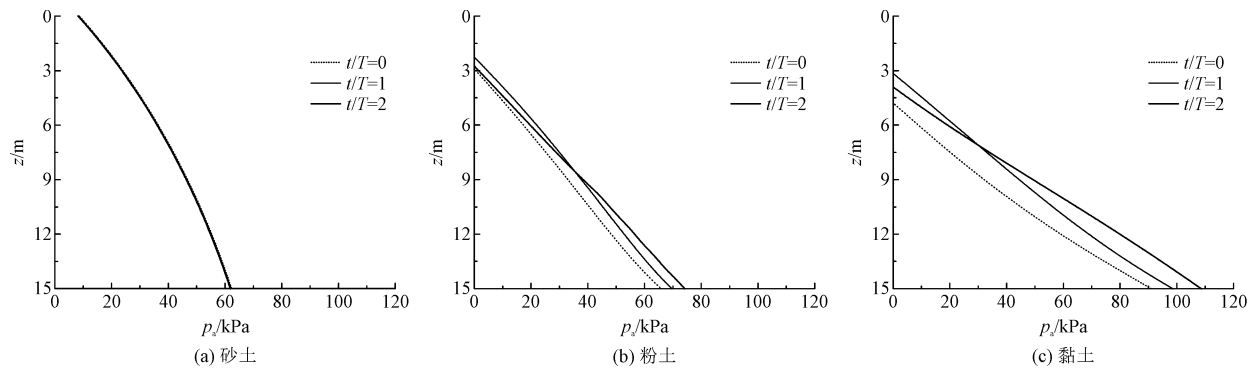


图 10 不同时间下主动土压力沿深度的分布

Fig. 10 Changes of active earth pressure with depth at different time points

4.1.2 入渗率

入渗率 $I_z/K_z=0$ 表示无降雨, $I_z/K_z>0$ 表示存在瞬态入渗, $I_z/K_z=1$ 表示最大入渗。当时间 $t=T$

时, 不同入渗率下基坑主动土压力 p_a 沿深度的分布, 如图 11 所示。

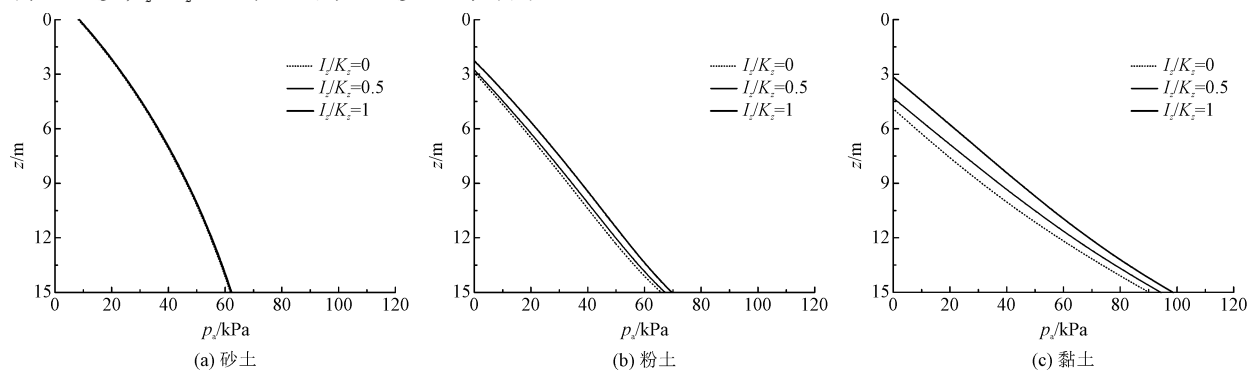


图 11 不同入渗率下主动土压力沿深度的分布

Fig. 11 Changes of active earth pressure with depth for different infiltration ratios

由图 11 可看出, 黏土基坑主动土压力的大小及分布受入渗率的影响最大, 粉土基坑的次之, 而砂土基坑的与入渗率几乎无关。当 $I_z/K_z=0$ 时, 3 种土体基坑的主动土压力均最小, 且随着入渗率的增加, 粉土、黏土基坑主动土压力不断增大, 这是由于入渗

率增加使得基质吸力下降。若忽略入渗率对主动土压力的不利影响, 可诱发基坑工程安全事故。

在深度 $z=15\text{ m}$ 处, 不同入渗率下基坑主动土压力 p_a 随时间 t 的变化, 如图 12 所示。

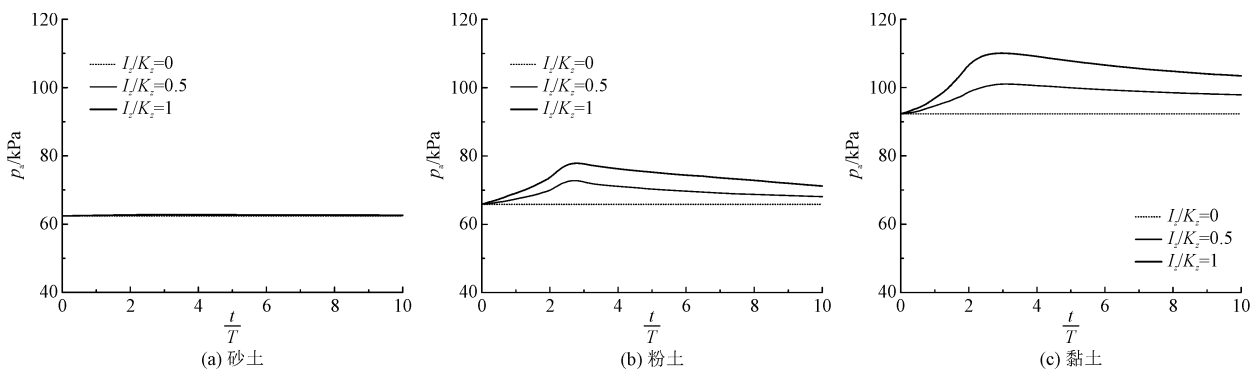


图 12 不同入渗率下主动土压力随时间的变化

Fig. 12 Changes of active earth pressure with time for different infiltration ratios

由图 12 可看出,当 $I_z/K_z = 0.5, 1$ 时,随时间 t 的增加,粉土、黏土基坑主动土压力均先增大后减小,且入渗率最大即 $I_z/K_z = 1$ 时,主动土压力变化的幅度最大,但具体变化幅度则与土体类别有关。

4.2 基坑模型参数

墙壁倾角、墙土摩擦角为圆台形基坑模型的基本参数。当时间 $t = T$,入渗率 $I_z/K_z = 1$ 时,图 13 为

墙壁倾角 ω 对基坑主动土压力 p_a 的影响,图 14 为墙土摩擦角 ζ 对基坑主动土压力 p_a 的影响。

由图 13 可看出,随着墙壁倾角 ω 的增加,主动土压力明显减小但沿深度分布基本不变,同样在图 14 中,随着墙土摩擦角 ζ 的增加,主动土压力也在减小且沿深度分布变化很小,但墙壁倾角的影响程度相比墙土摩擦角的大些,故改变墙壁倾角、墙土摩擦角可使基坑更加安全。

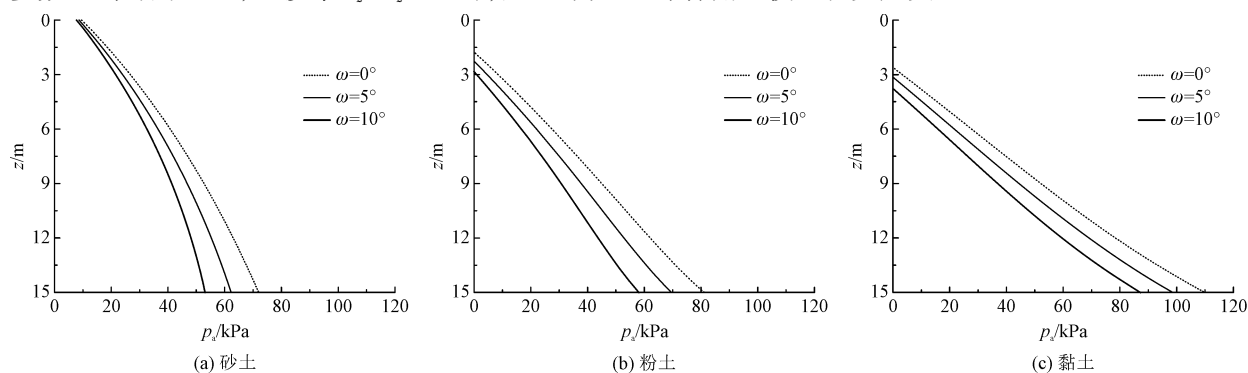


图 13 墙壁倾角对主动土压力的影响

Fig. 13 Influence of the wall dip angle on the active earth pressure

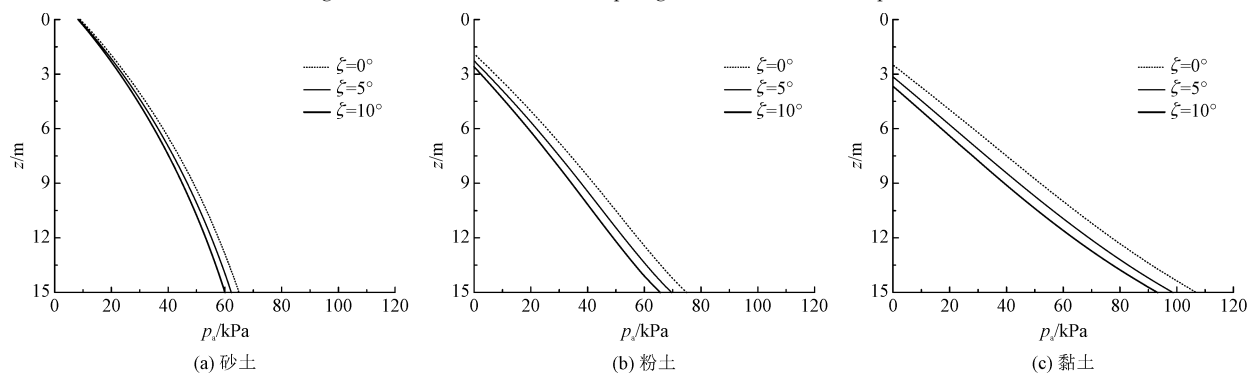


图 14 墙土摩擦角对主动土压力的影响

Fig. 14 Influence of the wall-soil friction angle on the active earth pressure

4.3 环向应力系数

环向应力系数 m 越大,表示环向应力即中间主

应力越大。当时间 $t = T$,入渗率 $I_z/K_z = 1$ 时,图 15 为环向应力系数 m 对基坑主动土压力 p_a 的影响。

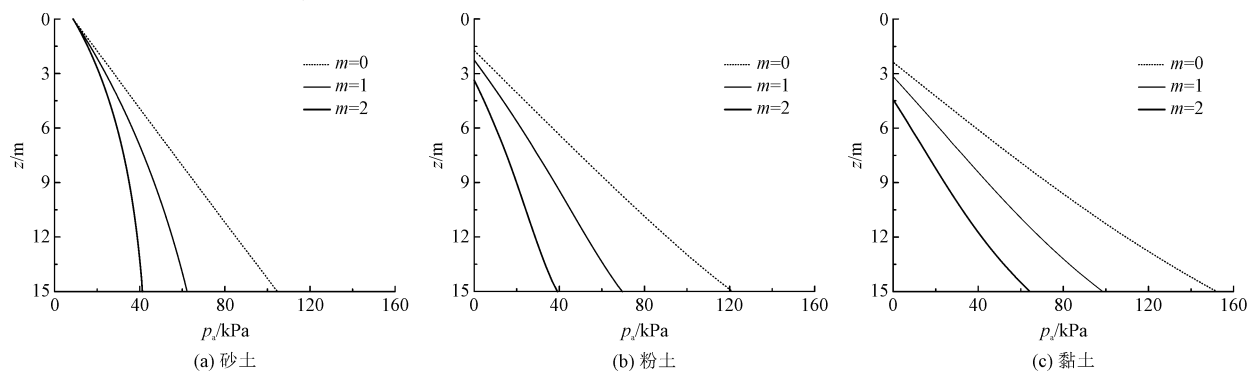


图 15 环向应力系数对主动土压力的影响

Fig. 15 Influence of the circumferential stress coefficient on the active earth pressure

由图15可看出,环向应力系数对主动土压力大小及分布的影响均很显著,随着环向应力系数的减小,主动土压力明显增大且沿深度分布更加线性化。环向应力系数 $m=2$ 即 $\sigma_\theta = \sigma_1$, 对应 Haar-Von Karman 假定,所得主动土压力过小,基于此的基坑挡墙设计偏于危险。

5 结 论

1) 结合非饱和土的广义有效应力强度公式与瞬态入渗下基质吸力的 IVERSON 公式,所建立的瞬态入渗下非饱和土圆台形基坑主动土压力的滑移线解答相比现有解有效解决了瞬态入渗(时间、入渗率、吸应力非线性分布)、土体类别(砂土、粉土、黏土)、基坑模型参数(墙壁倾角、墙土摩擦角)与环向应力系数的综合影响,具有广泛的适用性和重要的理论意义。

2) 本研究结果与文献饱和土圆台形基坑主动土压力滑移线解答、瞬态入渗下平面挡墙主动土压力极限平衡解答的良好吻合,验证了所得基坑主动土压力滑移线解答在特定条件下退化的准确性和合理性,相比现有解能探讨更多的因素影响规律,可为圆台形基坑的设计与施工优化提供有益指导。

3) 瞬态入渗时间、入渗率对3种非饱和土基坑主动土压力大小及分布的影响存在明显差异,其中黏土基坑主动土压力的变化最明显,粉土基坑主动土压力的变化次之,砂土基坑主动土压力几乎不变,这与不同土体的吸应力非线性分布有关;基坑主动土压力随着时间的增加先增大后减小,而随入渗率的增加而增大。

4) 墙壁倾角、墙土摩擦角对基坑主动土压力大小的影响显著,随着墙壁倾角、墙土摩擦角的增加,主动土压力均在减小,但沿深度分布基本不变;改变环向应力系数可得到环向应力的多种取值,主动土压力随着环向应力系数的增加而明显减小,且沿深度分布更加线性化。选取合适的基坑模型参数和环向应力系数,可提高基坑挡墙设计的安全性。

参考文献:

- [1] XIONG G J, CHEN J J, LI M G, et al. General axisymmetric active earth pressure obtained by the characteristics method based on circumferential geometric condition[J]. Science China technological sciences, 2020, 63(2): 341-356.
- [2] CHO J, LIM H, JEONG S, et al. Analysis of lateral earth pressure on a vertical circular shaft considering the 3D arching effect[J]. Tunnelling and underground space technology, 2015, 48: 11-19.
- [3] 闫澍旺, 李嘉, 闫玥, 等. 轴对称主动土压力问题的滑移线解[J]. 岩土力学, 2018, 39(11): 4133-4141.
YAN Shuwang, LI Jia, YAN Yue, et al. A solution for axisymmetric active earth pressure by slip line method[J]. Rock and soil mechanics, 2018, 39(11): 4133-4141 (in Chinese).
- [4] CHEHADEH A, TURAN A, ABED F. Lateral earth pressures acting on circular shafts considering soil-structure interaction[J]. International journal of geotechnical engineering, 2019, 13(2): 139-151.
- [5] 毛盘, 张旭东, 叶斌, 等. 特深圆形竖井土压力分布模式及影响因素研究[J]. 地下空间与工程学报, 2022, 18(1): 257-267.
MAO Pan, ZHANG Xudong, YE Bin, et al. Study on earth pressure distribution pattern of ultra-deep circular shaft and its influential factors[J]. Chinese journal of underground space and engineering, 2022, 18(1): 257-267 (in Chinese).
- [6] LIU F Q, WANG J H. A generalized slip line solution to the active earth pressure on circular retaining walls[J]. Computers and geotechnics, 2008, 35(2): 155-164.
- [7] VO T, RUSSELL A. Rigid retaining walls interacting with unsaturated soils in axial symmetry[C]//Proceedings of the 4th Congrès International de Géotechnique-Ouvrages-Structures. Singapore: Springer Singapore, 2018: 775-785.
- [8] IVERSON R M. Landslide triggering by rain infiltration[J]. Water resources research, 2000, 36(7): 1897-1910.
- [9] LU N, LIKOS W J. Unsaturated soil mechanics[M]. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2004.
- [10] 俞茂宏, 李建春, 张永强. 空间轴对称塑性问题的统一特征线理论[J]. 中国科学(E辑), 2001, 31(4): 323-331.
YU Maohong, LI Jianchun, ZHANG Yongqiang. Unified characteristics line theory of spacial axisymmetric plastic problem[J]. Science in China (series E), 2001, 31(4): 323-331 (in Chinese).
- [11] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 2版. 杭州: 浙江大学出版社, 1999.
- [12] HU Q Z, LI Y G. Active soil pressure of unsaturated soil under rainfall conditions[J]. Advances in civil engineering, 2022, 2022(1): 7039420.

(编辑 吕茵)