文章编号:1674-2974(2026)02-0001-13 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2026151

# 考虑制动时滞的智能汽车稳定性控制方法

周兵†,韦文豪,潘倩兮 ,姜笑坤 ,崔庆佳
(湖南大学 机械与运载工程学院,湖南 长沙 410082)

**摘 要**:信息感知、控制器运算以及执行器间隙等因素形成的制动时滞会造成直接横摆力矩控制(DYC)失稳问题.对此,提出了一种考虑制动时滞的稳定性控制方法.首先用一阶惯性和纯延迟环节来表示制动指令的延迟与滞后过程,然后将实际横摆力矩作为状态量引入传统DYC上层被控系统中,并基于状态增广的思想将上层时滞控制系统转化为不含显性延迟的等效无时滞系统,再通过线性二次调节(LQR)算法求解等效横摆力矩.同时,为了进一步提高控制器延迟鲁棒性,在DYC下层控制中还引入了一种预测方法预测车辆在未来一系列控制量输入后的转向状态,并结合传统制动策略提出了新的制动策略.最后基于7自由度动力学模型的仿真试验显示所设计控制器能够在制动时滞下快速将横摆角速度跟踪误差稳定在0左右,且仿真时域上制动频率和制动力也整体降低.同一初速度的双移线路况,车辆在新控制器控制下能以更高的车速通过,直线段质心侧偏角能快速收敛至0,综合验证了所设计控制器有较高的延迟鲁棒性.

**关键词**:直接横摆力矩控制;线性二次调节;制动时滞;状态预测
**中图分类号**:U461.5 **文献标志码**:A

# Stability control method for intelligent vehicle considering braking delay

ZHOU Bing†, WEI Wenhao, PAN Qianxi, JIANG Xiaokun, CUI Qingjia
(College of Machanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract**: Braking delays caused by factors such as information perception, controller operation, and actuator gaps can induce instability in direct yaw moment control (DYC). To address this issue, a stability control method that accounts for braking delay is proposed. Firstly, the delay and lagprocess of the braking command is performed using a first-order inertia and pure delay link. Then, the actual yaw moment is introduced as a state quantity into the traditional DYC upper-level controlled system. Using state augmentation, the upper-level delay control system is transformed into an equivalent delay-free system without explicit delay. The equivalent yaw moment is then solved through the linear quadratic regulator (LQR) algorithm. Meanwhile, to further enhance the delay robustness of the controller, a prediction method is introduced in the lower-level control of DYC to predict the vehicle's steering state after a series of control inputs in the future, and a new braking strategy is proposed in combination with the traditional braking strategy. Finally, simulation experiments based on a 7-degree-of-freedom dynamic model show

* **收稿日期**:2025-01-05
**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(52202466),National Natural Science Foundation of China(52202466)
**作者简介**:周兵(1972—),男,湖南长沙人,湖南大学教授,博士生导师
† 通信联系人,E-mail: zhou_bingo@163.com

that the designed controller can quickly stabilize the yaw rate tracking error at around 0 under braking delay, and the braking frequency and braking force are also reduced overall in the simulation time domain. In a double lane change scenario at the same initial speed, the car with new controller can pass through with a higher speed overall, and the lateral deviation angle of the center of mass in the straight section can quickly converge to zero, comprehensively verifying that the designed controller has high delay robustness.

**Key words**: direct yaw moment control (DYC); linear quadratic regulator (LQR); braking delay; state prediction

在智能化背景下,汽车底盘控制技术目前正朝着线控化、一体化、自主可控的方向发展,对底盘执行器的响应精度和实时性有了更高的要求.当下由于汽车上传感与通信设备的大量应用[1-3],巨量信息处理和复杂系统会难以避免地给底盘的$X$、$Y$、$Z$三向控制带来系统延迟,不加处理则会直接影响到智能汽车行驶稳定性,暴露安全问题.因此,在车辆稳定性控制系统设计中考虑系统延迟对提高车辆驾驶安全性具有重要的意义.

主动前轮转向(AFS)和DYC是常用的车辆稳定性控制方法.前者通过计算转向轮附加转角改善车辆的稳定性[4],而后者则通过施加附加制动力矩进行控制[5],两者有各自的优缺点和适应工况,所以一般会集成AFS和DYC,在不同工况下以其中一种方式为主,另一种为辅对车辆进行控制[6-11].例如Pan等[6]通过构造轮胎侧向力饱和点和车轮转角间的映射关系来确定AFS和DYC的干预准则,通过$\beta-\beta'$相图划分车辆行驶稳定性区域,然后根据实际状态到区域边界的距离确定AFS和DYC的控制权重.Wang等[7]设计了基于支持向量机的驾驶风格模型,在AFS或DYC的权重设计中,考虑了驾驶员驾驶风格.此外还有Wu等[11]定义了一种二维工作区域$\alpha_y-\beta$,划定AFS和DYC的工作区间,具体由车辆实际状态所处区间确定采取单独控制还是混合控制.具体设计时一般跟踪参考横摆角速度或质心侧偏角、滑移率等.涉及理论有模型预测控制[12]、滑模控制[13]和LQR控制[14]等.但在该领域的研究中很多学者会假设控制量的计算和施加是不耗时的.这么做在一定程度上是可行的,因为只要延迟时间未达到系统能够承受的临界阈值就不会影响系统稳定性,只会削弱系统一定的响应能力.然而一旦超过,必然会使得控制系统无法收敛,已有相关理论研究可以证实这一点[15],并且Ye等[16]和Aydin等[17]还基于稳定性分析理论提出了他们各自研究的ABS和LFC-EVs系统所用控制器的延迟时间临界阈值分析计算方法.所以当延迟时间超过临界阈值后,如何弱化延迟对控制器稳定性的影响成了一个重要的研究方向.

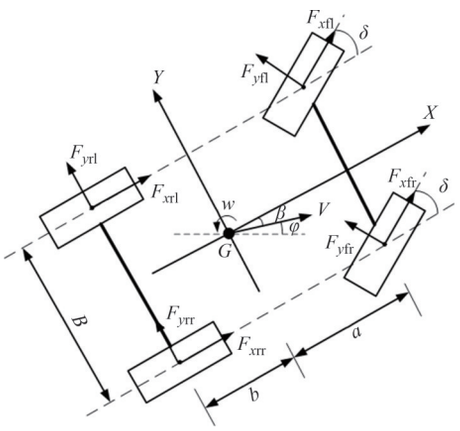
首先有许多学者在控制器设计环节前提出了很多系统延迟时间估计方法以供他人研究使用[18-20],并且都在一定条件下验证了其准确性.具体到控制器设计环节,Fujinaka和Araki[21]在研究中提出了一种将历史控制量扩充为被控状态量的方法对有延迟的控制系统进行转化,基于转化后的系统进行控制器设计;Xu等[22]利用该思想,解决了转向延迟下的路径跟踪控制问题;Xia等[23]在系统时滞研究中推导得到一种被控量转化理论,将被控量根据延迟时间进行一定的转化能使得系统不含显示时滞,让控制问题可解.Zhang等[24]结合该方法设计了一种积分滑模预测控制模型增强了AFS控制系统的延迟鲁棒性.除此之外,车联网领域也涉及一些考虑通信延迟的车车协同控制研究[25-27].可以看到,车控领域已积累了一定的系统延迟控制研究成果,但涉及汽车底盘稳定性控制时仍难找到更多的参考资料,尤其是在制动延迟方面.

为了提高制动系统延迟鲁棒性,本文做了一些研究.在DYC控制器设计中添加了制动器响应时滞环节,基于LQR控制推导了一种等效模型,针对等效模型计算上层控制量——直接横摆力矩.同时为了进一步提高车辆行驶稳定性,在下层控制器中引入了一种状态预测方法预测未来转向状态并结合传统制动策略提出了新的制动轮选择策略进行制动.最后,通过Matlab/Simulink仿真对控制器进行了验证.

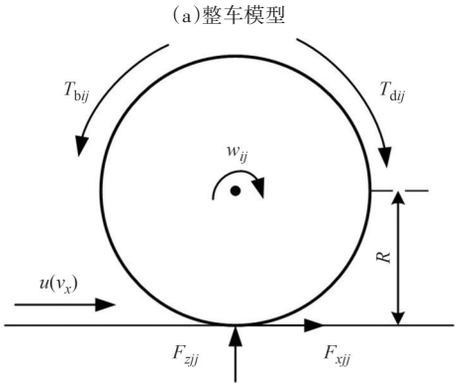
## 1 车辆模型

为了降低模型的复杂度,便于设计控制器,建模

时忽略了车辆悬架系统的垂直运动以及车身侧倾运动带来的影响,建立了如图1所示的包括车辆纵向、侧向、横摆以及4个车轮转动的7自由度非线性车辆模型,本文的控制器便建立在此模型上.




(a)整车模型




(b)轮胎模型

图1　七自由度车辆模型

Fig.1　7-dof vehicle model

### 1.1　车辆动力学模型

如图1所示,根据牛顿第二运动定律,车辆纵向、侧向、横摆三个自由度的动力学方程分别为:

$$m(\dot{u}-wv)=(F_{xfl}+F_{xfr})\cos\delta-(F_{yfl}+F_{yfr})\sin\delta+F_{xrl}+F_{xrr} \tag{1}$$

$$m(\dot{v}+wu)=(F_{xfl}+F_{xfr})\sin\delta+(F_{yfl}+F_{yfr})\cos\delta+F_{yrl}+F_{yrr} \tag{2}$$

$$I_z\dot{w}=a\left[(F_{xfl}+F_{xfr})\sin\delta+(F_{yfl}+F_{yfr})\cos\delta\right]+0.5B\left[(F_{xfr}-F_{xfl})\cos\delta+(F_{yfl}-F_{yfr})\sin\delta\right]+0.5B(F_{xrr}-F_{xrl})-b(F_{yrl}+F_{yrr}) \tag{3}$$

式中:$F_{xfl}$、$F_{xfr}$、$F_{xrl}$、$F_{xrr}$分别为左前轮、右前轮、左后轮、右后轮所受的纵向力(下标中fl表示左前,fr表示右前,rl表示左后,rr表示右后,以下同理);$F_{yfl}$、$F_{yfr}$、$F_{yrl}$和$F_{yrr}$分别为四个车轮所受的侧向力;$\delta$为前轮转角;$m$为整车质量;$I_z$为整车绕$z$轴的转动惯量;$B$为轮距;$a$和$b$分别为质心到前、后轴的距离;$u$为车辆纵向速度,$v$为车辆侧向速度,$w$为车辆的横摆角速度.

同理,四个车轮的动力学方程如下:

$$\begin{cases} I_w\dot{w}_{fl}=T_{dfl}-T_{bfl}-RF_{xfl} \\ I_w\dot{w}_{fr}=T_{dfr}-T_{bfr}-RF_{xfr} \\ I_w\dot{w}_{rl}=T_{drl}-T_{brl}-RF_{xrl} \\ I_w\dot{w}_{rr}=T_{drr}-T_{brr}-RF_{xrr} \end{cases} \tag{4}$$

式中:$I_w$为车轮转动惯量;$R$为车轮半径;$w_{fl}$、$w_{fr}$、$w_{rl}$和$w_{rr}$分别为四个轮胎转速;$T_{dfl}$、$T_{dfr}$、$T_{drl}$和$T_{drr}$分别为四个车轮的驱动力矩;$T_{bfl}$、$T_{bfr}$、$T_{brl}$和$T_{brr}$分别为四个车轮制动力矩.车辆模型参数如表1所示.

**表1　车辆模型参数**

**Tab.1　Vehicle model parameters**

| 参数 | 数值 |
|---|---|
| 整车质量$m$/kg | 1 550 |
| 整车绕$z$轴转动惯量$I_z$/(kg·m$^2$) | 3 234 |
| 轮距$B$/m | 1.55 |
| 质心到前轴距离$a$/m | 1.4 |
| 质心到后轴距离$b$/m | 1.65 |
| 车轮滚动半径$R$/m | 0.335 |
| 车辆质心高度$h_g$/m | 0.54 |
| 车轮转动惯量$I_w$/(kg·m$^2$) | 1.8 |

### 1.2　轮胎模型

轮胎模型十分重要,它能够体现不同路面附着系数和车辆状态下地面对车辆作用力的特点.常用的轮胎模型有刷子轮胎、魔术轮胎等.魔术轮胎基于试验数据,不仅在试验范围保持高精度,而且在超过极限值一定程度时仍可使用,在有限工况下外推的置信度较高,所以本文采用魔术轮胎模型.模型的纵向力和侧向力表达式如下:

$$\begin{cases} F_{x_0}=D_x\sin\left\{C_x\arctan\left[B_x(\lambda+s_h)-E_x(B_x(\lambda+s_h)-\arctan(B_x(\lambda+s_h)))\right]\right\} \\ F_{y_0}=\mu D_y\sin\left\{\dfrac{5-\mu}{4}C_y\arctan\left[(2-\mu)B_y\alpha(1-E_y)+E_y\left(B_y\alpha-\arctan(2-\mu)B_y\alpha\right)\right]\right\} \end{cases} \tag{5}$$

式(1)~(5)构成本文被控车辆模型.式(5)中:$\mu$为路面附着系数;$\lambda$为纵向滑移率;$s_h$为水平偏移量;$\alpha$为轮胎侧偏角;$B_x$、$B_y$均为刚度因子;$C_x$、$C_y$均为形状因子;$D_x$、$D_y$均为峰值因子;$E_x$、$E_y$均为曲率因子.因子表达式分别为:

$$\begin{cases} C_x = b_0, D_x = b_1F_z^2 + b_2F_z \\ B_xC_xD_x = \dfrac{b_3F_z^2 + b_4F_z}{e^{b_5}F_z} \\ E_x = b_6F_z^2 + b_7F_z + b_8 \\ C_y = a_0, D_y = a_1F_z^2 + a_2F_z \\ B_yC_yD_y = a_3\sin\left[a_4\arctan(a_5F_z)\right] \\ E_y = a_6F_z^2 + a_7F_z + a_8 \end{cases} \tag{6}$$

式中:$F_z$为轮胎垂向力;$a_0$~$a_8$和$b_0$~$b_8$均为常数,如表2所示.考虑到转向和制动的联合工况下,轮胎侧、纵向力会限制在附着椭圆上,对侧向力和纵向力进行修正,如下:

$$\begin{cases} \sigma_x = \dfrac{\lambda}{\lambda+1}, \sigma_y = \dfrac{\tan\alpha}{1+\lambda}, \sigma = \sqrt{{\sigma_x}^2 + {\sigma_y}^2} \\ F_x = F_{x_0}\dfrac{\sigma_x}{\sigma}\sigma_x, F_y = F_{y_0}\dfrac{\sigma_y}{\sigma}\sigma_y \end{cases} \tag{7}$$

**表2 魔术公式轮胎模型参数**

**Tab.2 MF tire model parameters**

| 参数 | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_5$ | $a_6$ | $a_7$ | $a_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 数值 | 1.3 | −22.1 | 1 011 | 1 078 | 1.82 | 0.208 | 0 | −0.354 | 0.707 |
| 参数 | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_5$ | $b_6$ | $b_7$ | $b_8$ |
| 数值 | 1.65 | −21.3 | 1 144 | 49.6 | 226 | 0.069 | −0.006 | 0.056 | 0.486 |

四个轮胎的侧偏角$\alpha$和滑移率$\lambda$计算公式见式(8)和(9):

$$\begin{cases} \alpha_{\mathrm{fl}} = \dfrac{v + aw}{u - 0.5Bw} - \delta, \alpha_{\mathrm{fr}} = \dfrac{v + aw}{u + 0.5Bw} - \delta \\ \alpha_{\mathrm{rl}} = \dfrac{v - bw}{u - 0.5Bw}, \alpha_{\mathrm{rr}} = \dfrac{v - bw}{u + 0.5Bw} \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} \lambda_{\mathrm{fl}} = \dfrac{Rw_{\mathrm{fl}} - (u - 0.5Bw)}{\max(u - 0.5Bw, Rw_{\mathrm{fl}})} \\ \lambda_{\mathrm{fr}} = \dfrac{Rw_{\mathrm{fr}} - (u + 0.5Bw)}{\max(u + 0.5Bw, Rw_{\mathrm{fr}})} \\ \lambda_{\mathrm{rl}} = \dfrac{Rw_{\mathrm{rl}} - (u - 0.5Bw)}{\max(u - 0.5Bw, Rw_{\mathrm{rl}})} \\ \lambda_{\mathrm{rr}} = \dfrac{Rw_{\mathrm{rr}} - (u + 0.5Bw)}{\max(u + 0.5Bw, Rw_{\mathrm{rr}})} \end{cases} \tag{9}$$

考虑大加速度下的车轮载荷转移,四个车轮垂向载荷分别为:

$$\begin{cases} F_{z\mathrm{fl}} = mg\dfrac{b}{2(a+b)} - ma_x\dfrac{h_g}{2(a+b)} - ma_y\dfrac{h_gb}{B(a+b)} \\ F_{z\mathrm{fr}} = mg\dfrac{b}{2(a+b)} - ma_x\dfrac{h_g}{2(a+b)} + ma_y\dfrac{h_gb}{B(a+b)} \\ F_{z\mathrm{rl}} = mg\dfrac{a}{2(a+b)} + ma_x\dfrac{h_g}{2(a+b)} - ma_y\dfrac{h_ga}{B(a+b)} \\ F_{z\mathrm{rr}} = mg\dfrac{a}{2(a+b)} + ma_x\dfrac{h_g}{2(a+b)} + ma_y\dfrac{h_gb}{B(a+b)} \end{cases} \tag{10}$$

式中:$a_x$为纵向加速度;$a_y$为侧向加速度.

本文假设控制器所需信息可直接获取,传感延迟与制动系统延迟时间共为$\tau$,然后基于上述7自由度模型在制动时滞下设计稳定性控制器.

## 2 控制器设计

图2显示了智能汽车的整车控制流程,可以看到车辆通过摄像头等工具获取外界环境信息,同时通过传感器或者算法获得自身状态,然后通过自身的智驾域控制器和底盘域控制器综合处理这些信息,发送合适的指令控制车辆进行驱动、制动、转向等.其中应用了大量的传感器和线控技术,涉及信息获取、参数计算、命令传输等过程,因此会难以避免地造成执行器工作延迟,若不加以考虑,将会影响控制器效果.

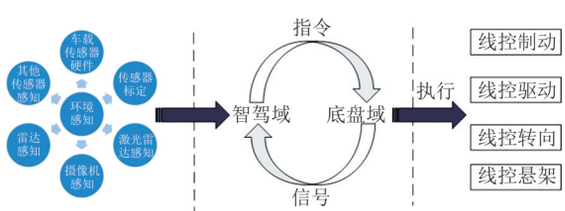



图2 智能汽车整车控制流程

Fig.2 Control process of intelligent vehicle

### 2.1 延迟对传统DYC-LQR控制的影响

DYC控制中,上层控制器常用线性二自由度车辆在角阶跃输入下得到的状态值作为状态参考值:

$$\begin{cases} w_{\mathrm{r}} = \dfrac{u/(a+b)}{1 + Ku^2}\delta \\ \beta_{\mathrm{r}} = \dfrac{b + mau^2/\left[C_{\mathrm{r}}(a+b)\right]}{(a+b)(1+Ku^2)}\delta \end{cases} \tag{11}$$

式中:$K = m/(a+b)^2\cdot(a/C_{\mathrm{r}} - b/C_{\mathrm{f}})$.$C_{\mathrm{r}}$为后轮侧偏刚度;$C_{\mathrm{f}}$为前轮侧偏刚度;受到路面附着系数的约束,给予两者限制:

$$\begin{cases} |w_r| \leqslant \dfrac{\mu g}{u} \\ |\beta_{r\max}| \leqslant \arctan(0.02\mu g) \end{cases} \tag{12}$$

把理想横摆角速度$w_r$和理想质心侧偏角$\beta_r$当作状态变量构成列矩阵$\boldsymbol{X}_r=[\beta_r, w_r]$,汽车前轮转角$\delta$作为输入,根据线性二自由度模型得到理想的操纵特性模型:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\beta}_r\\ \dot{w}_r\end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{X}}_r}=\underbrace{\begin{bmatrix}\dfrac{C_f+C_r}{mu} & \dfrac{C_fa-C_rb}{mu^2}-1\\ \dfrac{C_fa-C_rb}{I_z} & \dfrac{(C_fa^2+C_rb^2)}{I_zu}\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}}\underbrace{\begin{bmatrix}\beta_r\\ w_r\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{X}_r}+\underbrace{\begin{bmatrix}-\dfrac{C_f}{mu}\\ -\dfrac{C_fa}{I_z}\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{B}}\delta \tag{13}$$

$\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$为系数矩阵,$\dot{\boldsymbol{X}}_r$为状态变量导数.当给整车施加横摆力矩后,车辆操纵特性方程变为:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\beta}\\ \dot{w}\end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{X}}}=\underbrace{\begin{bmatrix}\dfrac{C_f+C_r}{mu} & \dfrac{C_fa-C_rb}{mu^2}-1\\ \dfrac{C_fa-C_rb}{I_z} & \dfrac{(C_fa^2+C_rb^2)}{I_zu}\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}}\underbrace{\begin{bmatrix}\beta\\ w\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{X}}+\underbrace{\begin{bmatrix}-\dfrac{C_f}{mu}\\ -\dfrac{C_fa}{I_z}\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{B}}\delta+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{I_z}\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{H}}\Delta M_z \tag{14}$$

由式(13)~式(14)得误差方程:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{X}+\boldsymbol{H}\Delta M_z \tag{15}$$

式中:$\Delta\boldsymbol{X}=[\beta-\beta_r, w-w_r]$,$\Delta\dot{X}$为其变化率;$\Delta M_z$为附加横摆稳定性力矩;$\boldsymbol{H}$为力矩系数矩阵.基于LQR设计DYC控制器,根据式(15)求解黎卡提方程得到反馈矩阵$\boldsymbol{K}_f$,最终得到上层控制量$\Delta M_z=-\boldsymbol{K}_f\Delta\boldsymbol{X}$.传统制动策略如表3所示.将$\Delta M_z$按照制动策略通过式(16)转化为对应车轮的制动力矩即可对车辆进行稳定性控制.

$$\begin{cases} M_{bfl}^{-}=\Delta M_z/\left(\dfrac{B}{2}\cos\delta-a\sin\delta\right)R \\ M_{bfr}^{-}=\Delta M_z/\left(\dfrac{B}{2}\cos\delta+a\sin\delta\right)R \\ M_{brl}^{-}=\Delta M_z/\left(\dfrac{B}{2}\right)R \\ M_{brr}^{-}=\Delta M_z/\left(\dfrac{B}{2}\right)R \end{cases} \tag{16}$$

**表3　传统制动策略**

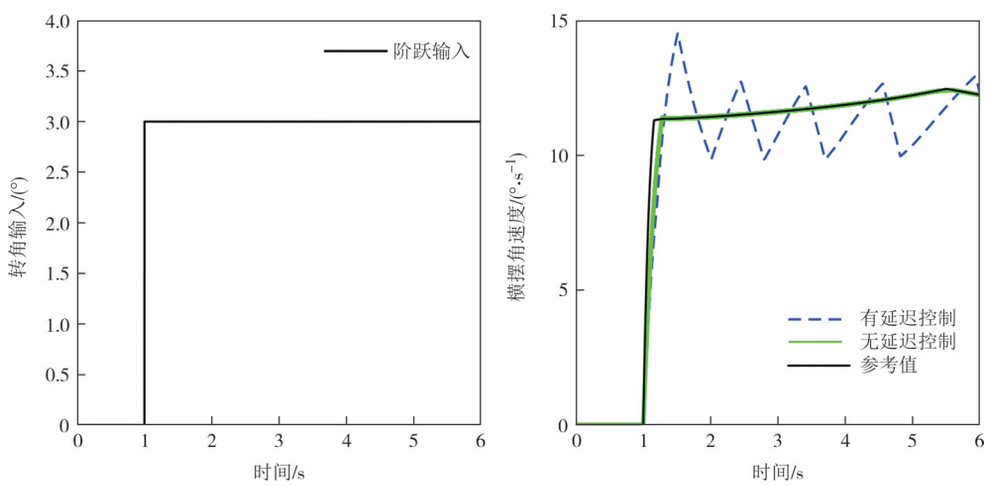
**Tab.3　Traditional braking strategy**

| $w$ | $w-w_r$ | 当前转向状态 | 制动轮选择策略 | 所形成的附加横摆力矩 |
|---|---|---|---|---|
| + | + | 左转过多转向 | 右前轮制动 | $\Delta M_z<0$ |
| + | 0 | 中性转向 | 不制动 | $\Delta M_z=0$ |
| + | − | 左转不足转向 | 左后轮制动 | $\Delta M_z>0$ |
| − | + | 右转不足转向 | 右后轮制动 | $\Delta M_z<0$ |
| − | 0 | 中性转向 | 不制动 | $\Delta M_z=0$ |
| − | − | 右转过多转向 | 左前轮制动 | $\Delta M_z>0$ |

由于受路面附着系数限制,地面给车轮制动力矩的极限值为:

$$M_{b\max}=\sqrt{(\mu F_{zij})^2-F_{yij}^2}\,R,\ (ij=\mathrm{fl,fr,rl,rr}) \tag{17}$$

多数文献中将执行器的延迟特性直接用纯延迟环节表示[28-29],则实际的制动力矩更新为$M_{bij}(t-\tau)$,$\tau$为延迟时间.假设$\tau$取0.2 s,车以初速度$u$=15 m/s,在路面附着系数$\mu$=0.3的路面上进行角阶跃输入,仿真结果如图3所示.可以从图3(b)的横摆角速度




(a)角阶跃输入　　(b)制动延迟下横摆角速度响应

图3　制动延迟对传统控制器的影响

Fig.3　The impact of braking delay on traditional controller

响应中看出,传统DYC-LQR控制器受制动延迟影响较大,横摆角速度无法收敛,在期望横摆角速度附近来回波动,波动幅度达到0~5(°)/s,而没有延迟时则能够快速稳定跟踪期望值,因此有必要考虑延迟对该控制系统的影响.

### 2.2 考虑制动延迟特性的控制策略设计

本文设计的控制框架如图4所示.上层控制器的设计是在传统DYC-LQR控制方法的基础上结合延迟特性将时滞系统转化为等效的无时滞系统,进而接收车辆的实际状态值和二自由度模型输出的状态参考值,以此计算所需的整车横摆力矩大小.下层控制器包括一个预测器,通过车辆当前状态state($t$)、当前输入input($t$)和未来一系列输入input($t+k$)来计算$t+\tau$时刻的转向状态,通过新制动策略将上层控制器传递而来的横摆力矩转化为相应车轮的制动力矩施加给制动车轮.

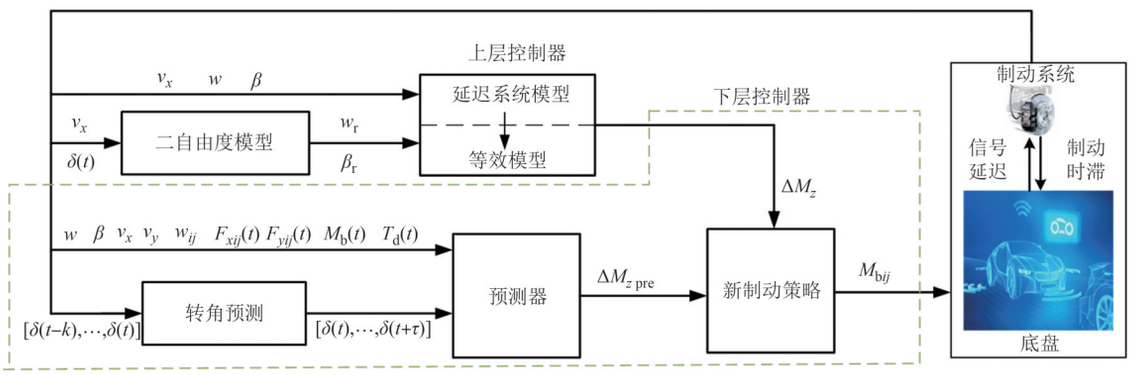



图4 控制逻辑框图

Fig.4 The control logic block diagram

#### 2.2.1 新上层控制器

本文为了体现系统客观的延迟以及响应所具有的一定的滞后性,将接收信息计算命令值到制动响应这段时间用纯延迟环节表示,从响应产生力矩到达到目标值这个过程用一阶惯性环节来近似[22]:$1/(\tau_{st}s+1)$,$\tau_{st}$为时间常数,本文设计时取0.01.而制动力矩时滞给整车横摆力矩带来的直接影响便是导致$\Delta M_z$时滞,所以可将$\Delta M_z(t)$近似表示为:

$$\Delta\dot{M}_{z_real}(t)=\Delta M_{z_order}(t-\tau)/\tau_{st}-\Delta M_{z_real}(t)/\tau_{st} \tag{18}$$

联立式(14)和式(18)得:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\Delta\dot{\boldsymbol{X}}\\ \Delta\dot{M}_{z_real}\end{bmatrix}}_{\dot{\tilde{\boldsymbol{X}}}}=\underbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{H}\\ \boldsymbol{O} & -1/\tau_{st}\end{bmatrix}}_{\tilde{\boldsymbol{A}}}\underbrace{\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{X}\\ \Delta M_{z_real}\end{bmatrix}}_{\tilde{\boldsymbol{X}}}+\underbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}\\ 1/\tau_{st}\end{bmatrix}}_{\tilde{\boldsymbol{H}}}\Delta M_{z_order}(t-\tau) \tag{19}$$

对式(19)进行离散化得:

$$\tilde{\boldsymbol{X}}(k+1)=\bar{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{X}}(k)+\bar{\boldsymbol{H}}\Delta M_{z_order}(k-N) \tag{20}$$

式中:$N=\tau/T$,$T$为采样时间,本文取0.001 s;$\bar{\boldsymbol{A}}=(1+T\tilde{\boldsymbol{A}})$;$\bar{\boldsymbol{H}}=T\tilde{\boldsymbol{H}}$.为了将该系统转换为无时滞系统,将当前时刻起往前$N$个采样点的控制量扩充为状态量,增广系统为:

$$\hat{\boldsymbol{X}}(k+1)=\hat{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{X}}(k)+\hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{U}(k) \tag{21}$$

式(21)中相关矩阵如下:

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{X}}(k+1)=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{X}}(k+1)_{3\times1}\\ \Delta M_{z_order}(k-N+1)\\ \Delta M_{z_order}(k-N+2)\\ \vdots\\ \Delta M_{z_order}(k)\end{bmatrix}\\ \hat{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{X}}(k)=\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{A}}_{3\times3} & \bar{\boldsymbol{B}}_{3\times1} & 0 & \cdots & 0\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O} & 1 & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0\\ \boldsymbol{O} & O & 0 & 0 & 1\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{X}(k)_{3\times1}\\ \Delta M_{z_order}(k-N)\\ \Delta M_{z_order}(k-N+1)\\ \vdots\\ \Delta M_{z_order}(k-1)\end{bmatrix}\\ \hat{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{U}(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}_{3\times1}\\ 0\\ \vdots\\ 0\\ 1\end{bmatrix}\Delta M_{z_order}(k)\end{cases} \tag{22}$$

可以看到新系统控制量已经不含显性延迟,称其为等效系统.对等效系统进行控制,本文采用LQR

控制方法,最优控制量$\boldsymbol{U}(t)$满足:

$$\boldsymbol{U}(t)=-\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}\hat{\boldsymbol{X}}(t) \tag{23}$$

式中:$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}$为反馈系数,$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}=(\boldsymbol{R}+\hat{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{H}}^{-1})\hat{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{A}}$.$\boldsymbol{P}$通过求解黎卡提方程(24)得到:

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{Q}+\hat{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{A}}-\hat{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{R}+\hat{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{H}})^{-1}\hat{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\hat{\boldsymbol{A}} \tag{24}$$

$\boldsymbol{Q}$为被控状态量的权重矩阵,$\boldsymbol{R}$为控制量的权重系数.求解后$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}\in\boldsymbol{R}^{N+3}$,$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}(1)$为对质心侧偏角的反馈控制系数,$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}(2)$为对横摆角速度的反馈控制系数,$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}(3)$则为对当前控制量的反馈补偿系数,$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}(1,4:\mathrm{end})$为对历史控制量的反馈补偿系数.

以横摆角速度反馈和实际横摆力矩反馈作为控制量,则:

$$\Delta M_z(t)=-\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}(2)\hat{\boldsymbol{X}}(2)-\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}(3)\hat{\boldsymbol{X}}(3) \tag{25}$$

矩阵$\hat{\boldsymbol{A}}$,$\hat{\boldsymbol{H}}$的维度和大小由纵向车速和延迟时间决定,维度较大时求解器计算较慢.为提高算法实时性,本文预先在不同延迟时间和车速下求解反馈系数并制成表格$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}=f(u,N)$,算法运行时通过实时查表得到$\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}$值并计算反馈控制量.

2.2.2　新下层控制器

下层控制器功能是接收上层控制器传输来的横摆稳定性力矩$\Delta M_z$,给对应车轮施加合适的制动力矩以使车辆横摆防止失稳.由于根据当前转向状态所得到的控制量$\Delta M_z$在$\tau$秒后才可施加给车辆,而其方向未必符合$\tau$秒后的转向状态,方向不同会起到恶化作用,因此提出新的制动策略如表4所示.

**表4　新制动策略**

**Tab.4　The new braking strategy**

| $w$ | $w-w_{\mathrm{r}}$ | 当前转向状态 | 未来转向状态预测($\tau$秒后) | 制动轮选择策略 | 形成的附加横摆力矩 |
|---|---|---|---|---|---|
| + | + | 左转过多转向 | 右转不足/左转过多 | 右前轮制动 | $\Delta M_z<0$ |
| + | 0 | 中性转向 | — | 不制动 | $\Delta M_z=0$ |
| + | − | 左转不足转向 | 右转过度/左转不足 | 左后轮制动 | $\Delta M_z>0$ |
| − | + | 右转不足转向 | 左转过度/右转不足 | 右后轮制动 | $\Delta M_z<0$ |
| − | 0 | 中性转向 | — | 不制动 | $\Delta M_z=0$ |
| − | − | 右转过多转向 | 左转不足/右转过多 | 左前轮制动 | $\Delta M_z>0$ |

通过对未来转向状态进行预测,若当前控制量$\Delta M_z$方向符合预测转向状态,即根据传统制动策略进行制动,否则采用不制动的策略,即令$M_{bij}=0$.预测方法主要是基于未来一段时间$t$内的控制量序列$\delta_{0\sim t}$、$M_{b(0\sim t)}$预测$t$秒后的车辆状态值.假设预测时域为$[0,t]$,采样步长为$T$,具体步骤[30]如下:

1)用二次多项式来近似拟合未来一小段时域$[0,t]$内的前轮转角:

$$\delta^{-}=k_1t^2+k_2t+k_3 \tag{26}$$

根据历史采样点$\delta_{-2t}$、$\delta_{-t}$以及当前转角$\delta_0$计算出二次多项式系数:

$$\begin{cases}k_1=\dfrac{\delta_{-2t}-2\delta_{-t}+\delta_0}{2t^2}\\ k_2=\dfrac{\delta_{-2t}-4\delta_{-t}+3\delta_0}{2t}\\ k_3=\delta_0\end{cases} \tag{27}$$

则可以通过该二次多项式对未来时域$[0,t]$中的一系列采样时刻点的前轮转角大小$[\delta_0,\delta_{jT},\cdots,\delta_t]$进行预测,其中$j=0,1,2,\cdots,t/T$.同时本文还加入了一次项外推法来模拟线性输入:

$$\begin{cases}\delta^{+}=k_2t+k_1\\ k_1=\delta_0\\ k_2=\dfrac{\delta_0-\delta_{-t}}{t}\end{cases} \tag{28}$$

最终的前轮转角预测序列则由式(28)得到,而$M_{b(0\sim t)}$则为历史值$M_{b(-t\sim 0)}$.

$$\delta=\xi\delta^{-}+(1-\xi)\delta^{+} \tag{29}$$

2)以7自由度模型作为预测模型,将上述序列作为模型输入迭代代入即可得到$t$时刻的车辆状态响应.首先,基于车辆7自由度动力学方程以及当前车辆的转角和车轮力矩输入得到各个状态量加速度的初始迭代值:$\dot{w}(j)$, $a_x(j)$, $a_y(j)$, $\dot{w}_{ij}(j)$.同时将上一刻的横摆角速度$w(j-1)$、纵向速度$v_x(j-1)$、侧向速度$v_y(j-1)$和车轮转速$w_{ij}(j-1)$作为状态量的初始迭代值.

横摆角速度、纵向速度导数、侧向速度导数迭代:

$$\begin{cases}w(j)=w(j-1)+\dot{w}(j)T\\ \dot{v}_x(j)=a_x(j)+v_y(j-1)w(j)\\ \dot{v}_y(j)=a_y(j)-v_x(j-1)w(j)\end{cases} \tag{30}$$

纵向速度、侧向速度、车轮转速、质心侧偏角、车轮中心速度迭代:

$$\begin{cases} v_x(j) = v_x(j-1) + \dot{v}_x(j)T \\ v_y(j) = v_y(j-1) + \dot{v}_y(j)T \\ w_{ij}(j) = w_{ij}(j-1) + \dot{w}_{ij}(j)T \\ \beta(j) = \arctan\left(\dfrac{v_y(j)}{v_x(j)}\right) \\ v_{xij}(j) = (v_x(j) \mp 0.5Bw(j))\cos\delta_j + \\ \qquad (v_y(j) + aw(j))\sin\delta_j, (ij = \mathrm{fl}, \mathrm{fr}) \\ v_{xij}(j) = v_x(j) \mp 0.5Bw(j), (ij = \mathrm{rl}, \mathrm{rr}) \end{cases} \tag{31}$$

车轮垂向力、滑移率、侧偏角迭代:

$$\begin{cases} F_{zij}(j) = \dfrac{mgb}{2(a+b)} - \dfrac{ma_x(j)h_g}{2(a+b)} \mp \\ \dfrac{ma_y(j)h_g b}{B(a+b)}, (ij = \mathrm{fl}, \mathrm{fr}) \\ F_{zij}(j) = \dfrac{mga}{2(a+b)} + \dfrac{ma_x(j)h_g}{2(a+b)} \mp \\ \dfrac{ma_y(j)h_g a}{B(a+b)}, (ij = \mathrm{rl}, \mathrm{rr}) \\ \lambda_{ij}(j) = \dfrac{w_{ij}(j)R - v_{xij}(j)}{\max(v_{xij}(j), w_{ij}(j)R)}, (ij = \mathrm{fl}, \mathrm{fr}, \mathrm{rl}, \mathrm{rr}) \\ \alpha_{ij}(j) = \arctan\left(\dfrac{v_y(j) + aw(j)}{v_x(j) \mp 0.5Bw(j)}\right) - \delta_j, (ij = \mathrm{fl}, \mathrm{fr}) \\ \alpha_{ij}(j) = \arctan\left(\dfrac{v_y(j) - bw(j)}{v_x(j) \mp 0.5Bw(j)}\right), (ij = \mathrm{rl}, \mathrm{rr}) \end{cases} \tag{32}$$

式中:$j = (1, 2, \cdots, N = t/T)$.根据每步迭代的垂向力、滑移率、侧偏角代入魔术轮胎公式中可以得到每一步纵向力$F_{xij}(j)$和侧向力$F_{yij}(j)$.然后代入车辆动力学方程中即可得到下一步迭代所需的量:$\dot{w}(j+1)$, $a_x(j+1)$, $a_y(j+1)$和$\dot{w}_{ij}(j+1)$.如此迭代$N$步得到$t$秒后的$w_1(t)$和$\beta_1(t)$.

3)短时间内假设状态量变化率不变,则有:

$$\begin{cases} w_2(t) = 2w(0) - w(-t) \\ \beta_2(t) = 2\beta(0) - \beta(-t) \end{cases} \tag{33}$$

4)对两者加权求最终的状态预测量:

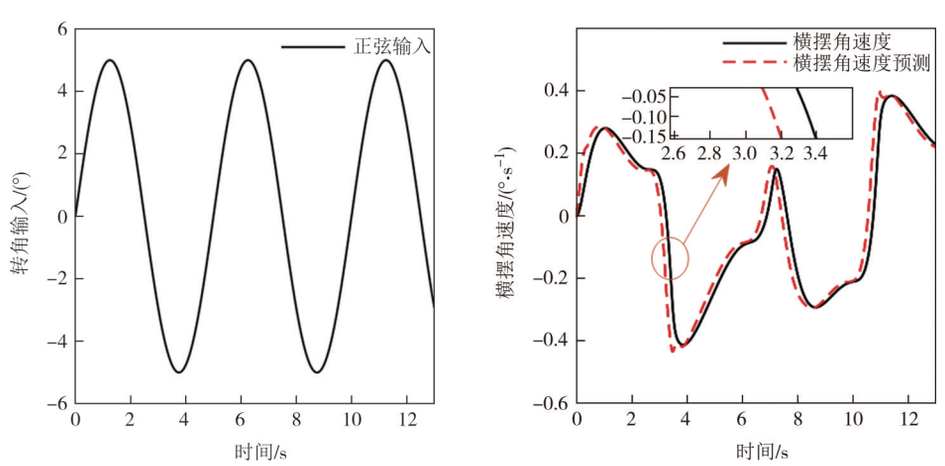
$$\begin{cases} w_{\mathrm{pre}} = \rho_1 w_1 + (1-\rho_1)w_2 \\ \beta_{\mathrm{pre}} = \rho_2 \beta_1 + (1-\rho_2)\beta_2 \end{cases} \tag{34}$$

## 3 仿真验证

### 3.1 预测器效果验证

为了验证预测器能否比较准确地预测未来时间段的车辆状态,基于7自由度车辆模型,分别施加图5(a)的正弦输入和图6(a)的鱼钩输入,对横摆角速度进行预测,设置预测时间$\tau$ = 0.2 s,路面附着系数$\mu$ = 0.3,初速度$u$ = 15 m/s.图5(b)和图6(b)分别对应两者的横摆角速度预测结果.

从图5和图6可以看出所引入的预测器能比较准确地预测出0.2 s后的横摆角速度值,因此所引入的预测器可以用来预测未来转向状态.



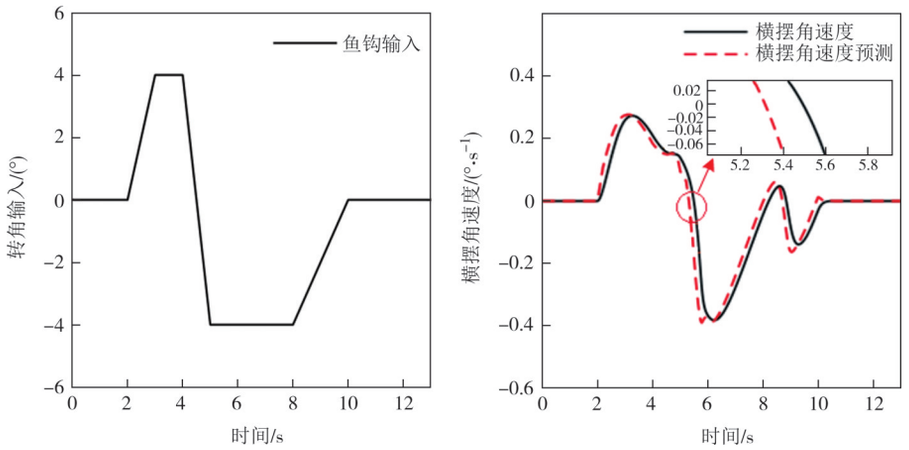

(a)正弦输入 (b)正弦输入横摆角速度预测值

图5 正弦输入预测效果验证

Fig.5 Verification of prediction effect using sinusoidal input

### 3.2 等效DYC-LQR控制器效果验证

为了方便,将LQR对传统模型的控制和对等效模型的控制分别表述为传统DYC-LQR控制和等效DYC-LQR控制.图7显示的是初速度$\mu$=15 m/s,路面附着系数$\mu$=0.3,延迟时间$\tau$ = 0.2 s,正弦转角输入工况下的两种模型控制效果对比.由图7(c)的制动力矩响应可以看出,传统DYC-LQR控制受到制动时滞的影响不停切换制动轮进行制动,由图7(b)可知车辆横摆角速度始终无法收敛(蓝线),响应类似于锯齿状波动,波动值在0~5 (°)/s不等.图7(d)的制动

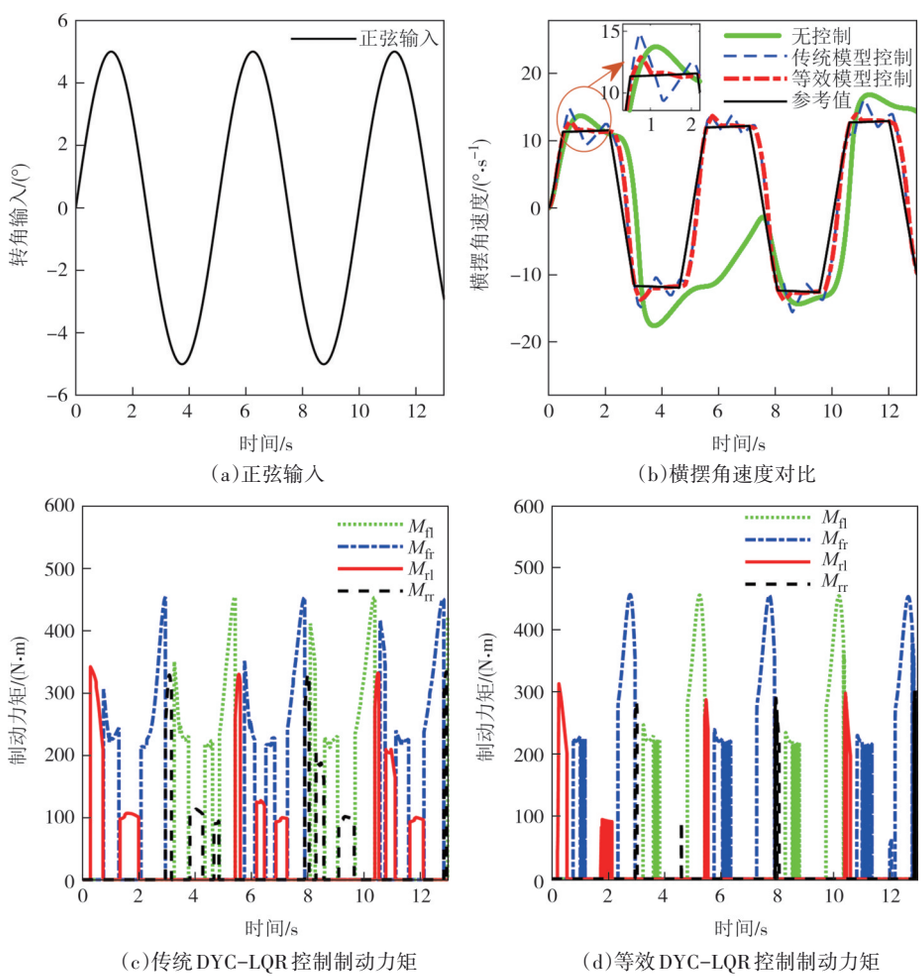



(a)鱼钩输入　　(b)鱼钩输入横摆角速度预测值

图 6　鱼钩输入预测效果验证

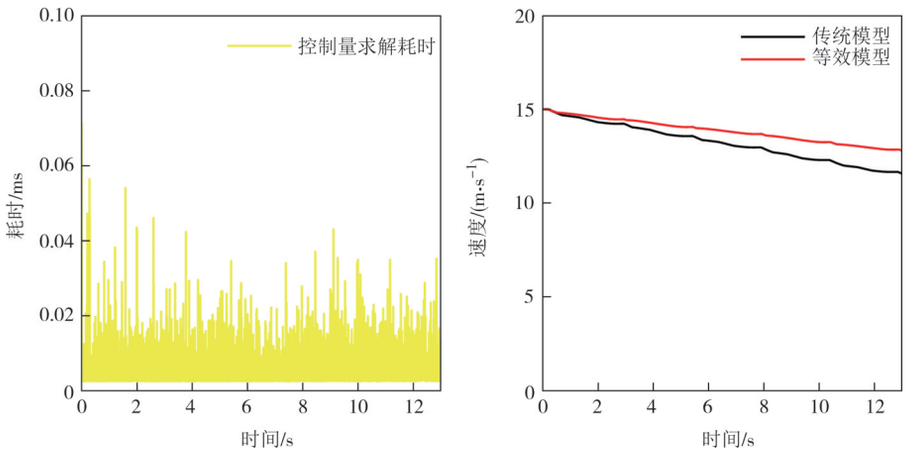
Fig.6　Verification of prediction effect using fish hook input

力矩为等效DYC-LQR控制的效果.相比于传统模型控制,可以明显看到制动频率大幅降低,且制动强度也整体较小.以0~1 s时域来看,传统控制左后轮制动力矩$M_{rl}$值在区间210~345 N·m上,右前轮制动力矩$M_{fr}$值在225~310 N·m,而等效模型控制$M_{rl}$值在205~320 N·m范围内,$M_{fr}$维持在225 N·m左右,因此,传统模型的速度降低得更快,因为制动耗费了更多的能量,这可从图7(f)速度表现中看到.进一步,从图7(b)中可以看到等效模型控制的横摆角速度响应平滑(红线),从仿真时域的0.5~2.2 s来看,横摆角速度超调误差最大达到1.5(°)/s,然后快速稳定在参考值附近,没有上下剧烈抖动.




(a)正弦输入　　(b)横摆角速度对比

(c)传统DYC-LQR控制制动力矩　　(d)等效DYC-LQR控制制动力矩

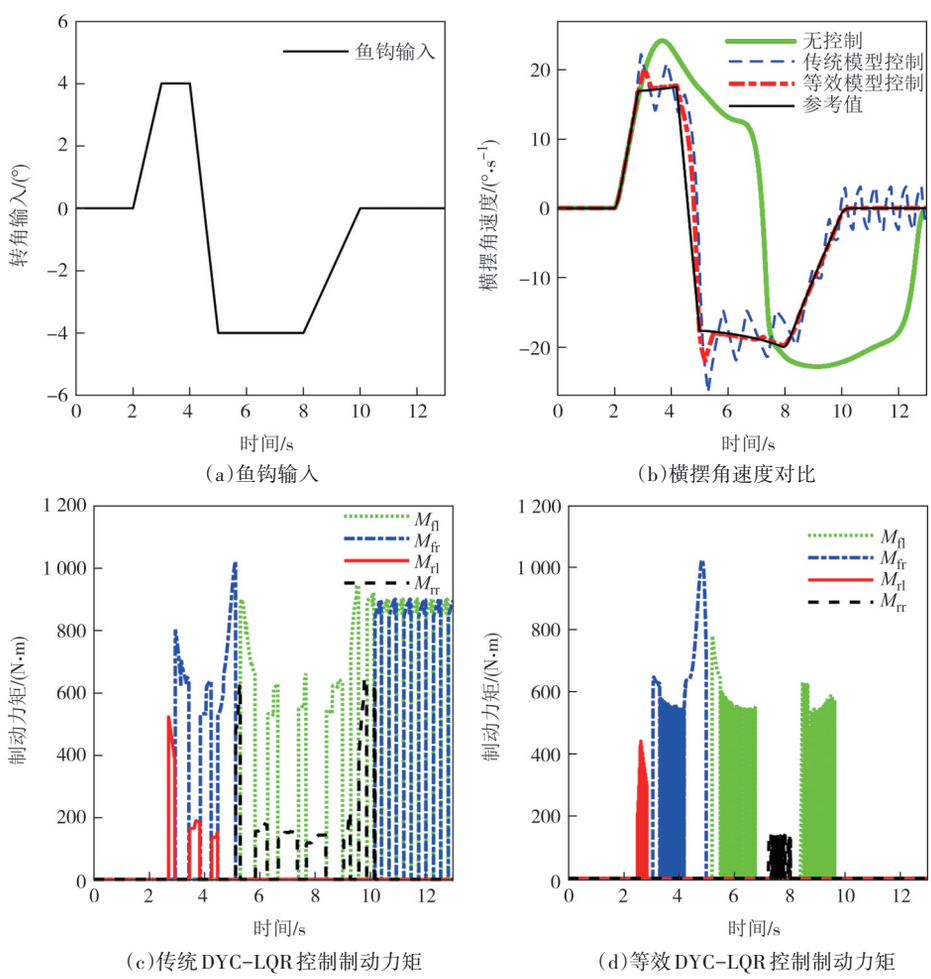



(e)等效求解 (f)速度对比

图 7 低附着、正弦输入下的控制器效果对比

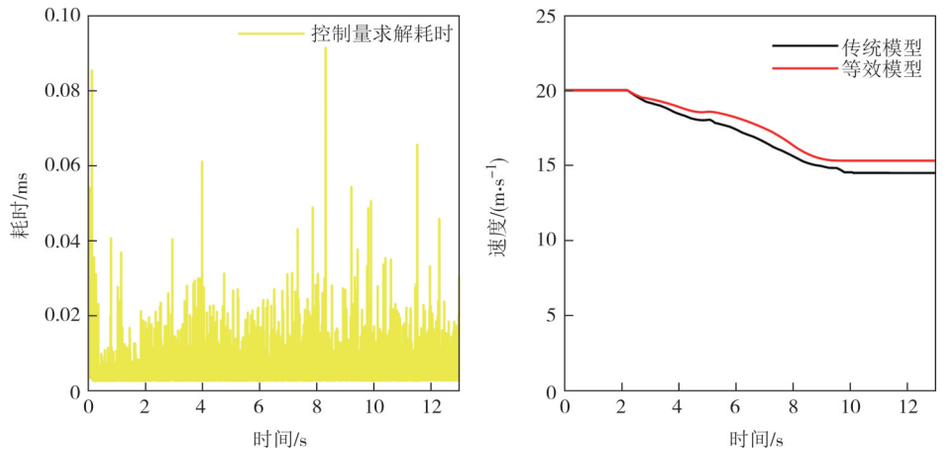
Fig.7 Comparison of controller effects under low attachment and sinusoidal input

为了进一步验证等效控制器的效果,在高附着系数$\mu = 0.6$的路面上进行如图 8 所示的鱼钩输入,初速度$u = 20$ m/s,$\tau = 0.2$ s.图 8(b)是横摆角速度对比,结果依旧显示,无控制下车辆横摆角速度已经失控,传统DYC-LQR控制在制动延迟的情况下出现了较大横摆角速度抖动,不能收敛.而等效DYC-LQR控制在大部分时域上的响应误差基本为0.图 8(c)和8(d)则分别是该工况下传统与等效控制的制动轮响应情况,结果显示等效模型控制在制动力大小以及制动频率上优于传统DYC-LQR控制.




(a)鱼钩输入 (b)横摆角速度对比

(c)传统DYC-LQR控制制动力矩 (d)等效DYC-LQR控制制动力矩

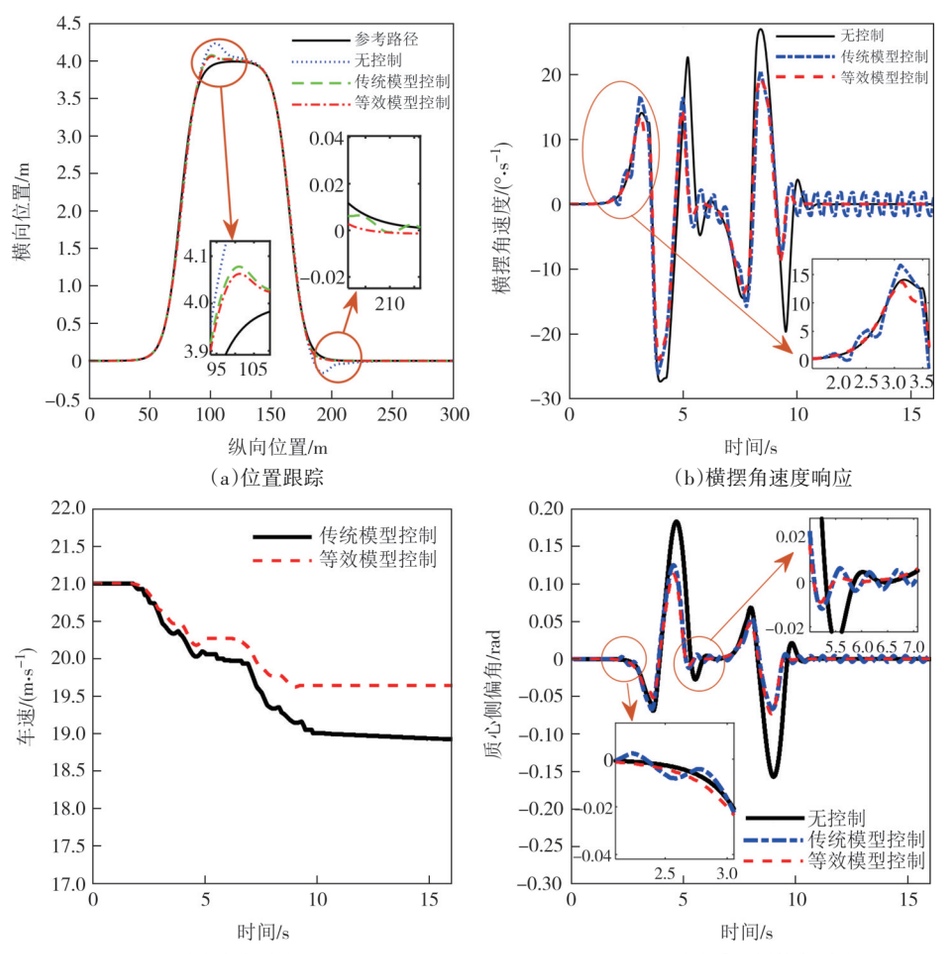



(e)等效求解　　(f)速度对比

图 8　高附着、鱼钩输入下的控制器效果对比

Fig.8　Comparison of controller effects under high attachment and fishhook input

上述仿真未考虑具体道路情况,为了验证等效模型在实际道路行驶时的稳定性控制效果,在路面附着系数$\mu$ = 0.4 的双移线道路上以初速度 21 m/s 行驶,传统模型和等效模型在LQR 控制器的作用下的路径跟踪及稳定性效果如图 9 所示.从图 9(a)中可以看到LQR 控制的等效模型行驶路径更加平滑,图 9(b)显示行驶过程中等效模型横摆角速度值更小,且响应没有抖动,体现了较好的舒适度与稳定




(a)位置跟踪　　(b)横摆角速度响应

(c)速度对比　　(d)质心侧偏角对比

图 9　双移线路径跟踪稳定性控制

Fig.9　The stability control of double line tracking

性,并且可以从图9(c)中看到,等效模型相较传统模型是以更高的速度通过的,因此能够体现其具有更好的稳定性,抗延迟能力也更强.

## 4 结 论

1)在所设置的0.2 s制动延迟下,等效DYC-LQR控制器控制的车辆横摆角速度在不同工况下的响应均较平滑稳定,控制误差能够快速收敛到0附近,并且制动频率和制动强度也更低,能达到更好的稳定性能.

2)与传统控制器相比,等效控制器的上层被控模型推导时因加入了执行器时滞环节,采用了纯延迟和一阶惯性环节来近似制动器时滞,更符合客观事实.同时,由于当前计算的控制量需经过一定时间才真正执行,控制量方向与车辆在一定延迟时间后所需的控制量方向不匹配则可能会恶化稳定性.通过结合未来转向状态所设计的新制动策略则要更加完备.结果也表明控制器在等效控制和新制动策略下展现了较好的对延迟的鲁棒性.

未来将进一步通过硬件在环(HIL)试验验证所设计控制器的控制效果.

## 参考文献


[1] PADEN B, ČÁP M, YONG S Z, et al. A survey of motion planning and control techniques for self-driving urban vehicles [J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2016, 1(1): 33-55.

[2] SINGH K B, ALI ARAT M, TAHERI S. Literature review and fundamental approaches for vehicle and tire state estimation [J]. Vehicle System Dynamics, 2019, 57(11): 1643-1665.

[3] LIU Y G, PAN C. Cooperative spacing control for Autonomous Vehicle platoon with input delays [C]//2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC). May 28-30, 2016, Yinchuan, China. IEEE, 2016: 6238-6243.

[4] ZHOU C, LIU X H, XU F X. Intervention criterion and control strategy of active front steering system for emergency rescue vehicle [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 148: 107160.

[5] LAI F. Integrated four-wheel steering and direct yaw-moment control for autonomous collision avoidance on curved road [J]. SAE International Journal of Commercial Vehicles, 2024, 17(1): 103-121.

[6] PAN Q X, WU X J, ZHOU B, et al. Research on intervention criterion and stability coordinated control of AFS and DYC [J]. International Journal of Vehicle Design, 2022, 90(1/2/3/4): 116.

[7] WANG S, ZHANG H C, ZHAO X, et al. Research on lateral stability control strategy for distributed drive electric vehicles considering driving style [J]. Journal of the Franklin Institute, 2024, 361(10): 106921.

[8] LIU H, LIU C, HAN L J, et al. Handling and stability integrated control of AFS and DYC for distributed drive electric vehicles based on risk assessment and prediction [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(12): 23148-23163.

[9] BARARI A, SARAYGORD AFSHARI S, LIANG X H. Coordinated control for path-following of an autonomous four in-wheel motor drive electric vehicle [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2022, 236(11): 6335-6346.

[10] SHUAI Z B, ZHANG H, WANG J M, et al. Combined AFS and DYC control of four-wheel-independent-drive electric vehicles over CAN network with time-varying delays [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(2): 591-602.

[11] WU J, CHENG S, LIU B H, et al. A human-machine-cooperative-driving controller based on AFS and DYC for vehicle dynamic stability [J]. Energies, 2017, 10(11): 1737.

[12] WU J Y, WANG Z P, ZHANG L. Unbiased-estimation-based and computation-efficient adaptive MPC for four-wheel-independently-actuated electric vehicles [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 154: 104100.

[13] YANG H H, LIU W T, CHEN L, et al. An adaptive hierarchical control approach of vehicle handling stability improvement based on steer-by-wire systems [J]. Mechatronics, 2021, 77: 102583.

[14] CHEN X B, HAN Y Q, HANG P. Researches on 4WIS-4WID stability with LQR coordinated 4WS and DYC [M]//Advances in dynamics of vehicles on roads and tracks. Cham: Springer International Publishing, 2020: 1508-1516.

[15] GU K Q, KHARITONOV V, CHEN J. Stability of time-delay systems [M]. MA; Basel: Birkhäuser, 2003.

[16] YE Q, GAO C J, WANG R C, et al. Stability analysis of the anti-lock braking system with time delay [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2022, 236(4): 671-682.

[17] AYDIN Ö, SÖNMEZ Ş, AYASUN S. Stability delay margin computation of multi-area load frequency control system with electric vehicle using critical eigenvalue tracing method [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2023, 45(5): 874-885.

[18] CATTALDO M, FERRER A, MÅGE I. Variable time delay estimation in continuous industrial processes[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2024, 246: 105082.

[19] MA X Y, HUANG C Q. Data-driven approach for time-delay estimation of industrial processes[J]. ISA Transactions, 2023, 137: 35-58.

[20] GAMAL M, SADEK N, RIZK M R M, et al. Delay compensation using Smith predictor for wireless network control system[J]. Alexandria Engineering Journal, 2016, 55(2): 1421-1428.

[21] FUJINAKA T, ARAKI M. Discrete-time optimal control of systems with unilateral time-delays[J]. Automatica, 1987, 23(6): 763-765.

[22] XU S B, PENG H E, TANG Y F. Preview path tracking control with delay compensation for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(5): 2979-2989.

[23] XIA Y, LIU G P, SHI P, et al. Sliding mode control of uncertain linear discrete time systems with input delay[J]. IET Control Theory & Applications, 2007, 1(4): 1169-1175.

[24] ZHANG Y, XIE Z C, WONG P K, et al. Two-level LPV model based sliding mode predictive control with actuator input delay for vehicle yaw stability[J]. SAE Technical Paper Series, 2022, 1: 2022-1-0905.

[25] SHEN Z P, LIU Y G, LI Z M, et al. Cooperative spacing sampled control of vehicle platoon considering undirected topology and analog fading networks[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(10): 18478-18491.

[26] LIU Y G, GAO H L, ZHAI C J, et al. Internal stability and string stability of connected vehicle systems with time delays[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(10): 6162-6174.

[27] HU J Y, BHOWMICK P, ARVIN F, et al. Cooperative control of heterogeneous connected vehicle platoons: an adaptive leader-following approach[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 977-984.

[28] 孙楠, 张文明, 杨珏. 军用双挂汽车列车的气压制动系统建模与仿真[J/OL]. 兵工学报, 2024: 1-14. (2024-04-23). https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2176.TJ.20240422.1743.008.html.

SUN N, ZHANG W M, YANG J. Modeling and simulation of pneumatic brake system of military double-trailer truck train[J/OL]. Acta Armamentarii, 2024: 1-14. (2024-04-23). https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2176.TJ.20240422.1743.008.html. (in Chinese)

[29] QI J, MO S R, KRSTIC M. Delay-compensated distributed PDE control of traffic with connected/automated vehicles[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(4): 2229-2244.

[30] ZHANG L Q, WU Y, LI B Y, et al. A novel manoeuvre stability controller based on vehicle state prediction and intellectual braking torque distribution[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2020, 234(1): 136-151.