



高洁, 中国工程院院士, 著名物理学家, 四川大学凝聚态物理首席教授。1962 年毕业于北京大学物理系, 长期从事量子物理实验科学研究, 是我国超导及量子计量领域的主要奠基人之一。主持完成多项国家重大课题, 在约瑟夫森效应、电压基准等方面取得国际领先成果, 两次获国家科技进步奖。曾任国际计量委员会委员, 获国家级有突出贡献中青年专家、全国先进工作者等荣誉。

任意子编织统计: 从基础物理到可扩展量子计算

何建红, 高 洁

(四川大学物理学院, 成都 610064)

摘 要: 拓扑量子计算旨在将量子信息编码于非阿贝尔任意子的非局域自由度中, 通过编织与融合操作实现操控, 从而为容错量子计算提供一条极具前景的路径。非阿贝尔任意子因其非平庸的编织统计与内禀拓扑容错性, 被视为实现可扩展、抗退相干量子计算的核心载体。本文系统回顾了任意子物理近四十年的关键进展, 从分数统计的早期理论预言到分数量子霍尔态中任意子编织的直接实验验证, 全面梳理了法布里-珀罗(Fabry-Pérot)干涉仪、马赫-曾德(Mach-Zehnder)干涉仪、任意子对撞机等关键实验方案的物理原理与核心发现。在此基础上, 重点讨论了以 $\nu=5/2$ 态为代表的偶数分母分数量子霍尔态的拓扑序表征、非阿贝尔统计的输运与干涉探测方法。进一步综述了石墨烯、转角过渡金属硫族化合物等新型材料体系中拓扑量子态的前沿进展, 以及基于超导量子处理器模拟非阿贝尔编织的人工量子平台。最后, 展望了从任意子物理迈向可扩展拓扑量子计算原型器件所面临的关键挑战与未来突破方向。

关键词: 任意子; 分数量子霍尔效应; 非阿贝尔统计; 拓扑量子计算; 编织统计; 干涉测量

中图分类号: O413 **文献标志码:** A **DOI:** 10.19907/j.0490-6756.260245

Anyon braiding statistics: From fundamental physics to scalable quantum computing

HE Jianhong, GAO Jie

(College of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: Topological quantum computation aims to encode quantum information in the nonlocal degrees of freedom of non-Abelian anyons and manipulate it through braiding and fusion operations, offering a promising pathway to fault-tolerant quantum computation. Non-Abelian anyons, with their nontrivial braiding statistics and intrinsic topological fault tolerance, are regarded as a key building block for realizing scalable and decoherence-resistant quantum computing. This review systematically surveys the key developments in anyon physics over the past four decades, from the early theoretical prediction of fractional statistics to direct

收稿日期: 2026-07-29 修回日期: 2026-08-18 接受日期: 2026-08-19

基金项目: 四川省国际科技创新合作项目(2026YFHZ0025); 国家重点研发计划项目(2022YFF0608302)

作者简介: 何建红(1985—), 男, 湖北荆州人, 副教授, 研究方向为任意子量子输运. E-mail: hejianhong@scu.edu.cn

通信作者: 高洁. E-mail: gaojie@scu.edu.cn

experimental verification of anyon braiding in fractional quantum Hall states. The physical principles and key findings of essential experimental schemes, including Fabry-Pérot interferometers, Mach-Zehnder interferometers, and anyon colliders, are comprehensively covered. Based on these foundations, the characterization of topological order in even-denominator fractional quantum Hall states, exemplified by the $\nu=5/2$ state, and transport and interferometric probes of non-Abelian statistics are discussed in detail. Furthermore, recent advances in topological quantum states in novel material platforms, including graphene and twisted transition metal dichalcogenides, are reviewed, together with artificial quantum platforms that simulate non-Abelian braiding using superconducting quantum processors. Finally, the key challenges and future directions on the path from anyon physics to scalable topological quantum computing prototype devices are outlined.

Keywords: anyons; fractional quantum Hall effect; non-Abelian statistics; topological quantum computation; braiding statistics; interferometry

量子计算利用量子叠加与纠缠,有望在特定计算任务上提供超越经典计算的指数级加速。然而,量子比特极易受环境噪声和退相干影响,这成为构建大规模实用量子计算机的核心瓶颈。传统量子纠错方案通过将逻辑量子比特编码于大量物理比特之上实现容错,但所需物理比特数量庞大(每个逻辑比特通常需上千个物理比特),对量子硬件的规模和保真度提出了严苛要求。在此背景下,拓扑量子计算提供了一条截然不同的路径:与其主动纠错对抗退相干,不如利用物质的拓扑相天然保护量子信息。在此框架中,量子信息被非局域地编码于具有拓扑简并基态空间的准粒子激发中,使得任何局域微扰都无法改变量子态^[1-2]。这种内禀的容错能力使拓扑量子计算成为实现可扩展量子计算极具前景的方案。

在三维空间中,粒子交换统计仅存在玻色子(交换波函数对称)和费米子(交换波函数反对称)两种可能。但在二维空间中,拓扑约束允许更丰富的交换统计类型——任意子(anyons)^[1]。任意子的交换相位不再局限于 ± 1 ,可取任意值。更为重要的是,当体系中存在多个任意子时,基态可能出现拓扑简并。任意子的交换操作(即编织)作用在简并基态空间上,可实现非平凡的幺正变换,这正是非阿贝尔任意子(non-Abelian anyons)的核心特征^[2-3]。阿贝尔任意子的编织仅产生一个相位因子 $e^{i\theta}$,而非阿贝尔任意子的编织则对应高维表示中的矩阵操作。利用这一性质,量子信息可被编码于非阿贝尔任意子的简并基态空间,通过设计特定的编织操作序列实现拓扑量子门,从而完成容错量子计算。由于信息非局域地分布在空间分离的任意子上,任何局域噪声或扰动都无法破坏编码信息,使其具备本征的容错保护能力^[2,4]。

本文围绕低维量子系统(尤其是分数量子霍尔系统)中的任意子物理,系统梳理从基础理论、实验探测到未来应用的进展。首先,阐述非阿贝尔任意子的理论基础,包括分数统计的理论预言和主要实现方案;其次,回顾分数电荷的直接观测和阿贝尔任意子统计的实验验证;然后,聚焦偶数分母分数量子霍尔态中的非阿贝尔任意子探测及拓扑序判别;接着,介绍新型材料体系中的拓扑量子态进展以及人工量子平台上非阿贝尔编织的模拟;最后,分析当前面临的关键科学挑战,并对未来的发展方向进行展望。

1 非阿贝尔任意子理论基础与实现方案

任意子的概念源于二维空间中粒子交换统计的独特拓扑性质。1984年,Arovas、Schrieffer和Wilczek利用Berry相位方法严格证明了分数量子霍尔效应(Fractional Quantum Hall Effect, FQHE)中准粒子的分数统计性质^[1]。他们构建了Laughlin态中准空穴和准粒子的波函数,通过计算准粒子绕闭合回路运动所积累的Berry相位,得出准粒子的交换相位为 $\Delta\phi=\pi\nu$ (ν 为填充因子)。对于 $\nu=1/m$ 的Laughlin态,交换相位为 π/m ,清晰地表明这些准粒子既非玻色子也非费米子,而是服从分数统计的任意子^[1]。分数统计的物理本质在于FQHE中的准粒子同时携带分数电荷与涡旋性,当一个准粒子绝热环绕另一个运动时,会同时受到Aharonov-Bohm(AB)效应和统计相位的双重影响,二者分别源于分数电荷和涡旋自由度,共同产生非平庸的分数交换相位^[4]。三维空间中粒子交换仅有玻色子与费米子两种可能,其根源在于粒子世界线可连续形变而不相交;而在二维空间中,

两条世界线无法在不穿越的条件下连续形变,拓扑约束由此允许更为丰富的统计类型^[2,4]。图 1 展示了非阿贝尔任意子编织的核心思想,当多个任意子在二维平面内交换时,不同的编织序列对应于不同的幺正变换,系统末态取决于编织操作的拓扑顺序,这正是非阿贝尔统计区别于阿贝尔统计的本质特征^[5]。

实现非阿贝尔任意子的核心前提是构建具有拓扑简并基态空间的系统,使得粒子的交换操作对应于非对易的幺正矩阵变换,而非仅仅产生一个标量相位。在这一体系中,Majorana 零模(Majorana Zero Mode, MZM)作为伊辛(Ising)型任意子,因其编织操作可直接实现 Clifford 量子门而成为当前最受关注的准粒子候选者^[2]。目前,搜寻 MZM 的实验平台依据物理机制大致可分为 5 类(图 2):分数量子霍尔干涉测量、半导体-超导体纳米线、磁性原子链、铁基超导体以及相偏置约瑟夫森结。

1.1 Majorana 零模的实现方案

分数量子霍尔态是理论上最早预言存在非阿贝尔任意子的体系。对于 $\nu=5/2$ 态(候选的 Moore-Read Pfaffian 态或其粒子-空穴共轭态),准粒子激发服从 Ising 型非阿贝尔统计,编织操作可产生 Clifford 门^[2]。利用法布里-珀罗干涉仪(Fabry-Pérot Interferometer, FPI)与马赫-曾德干

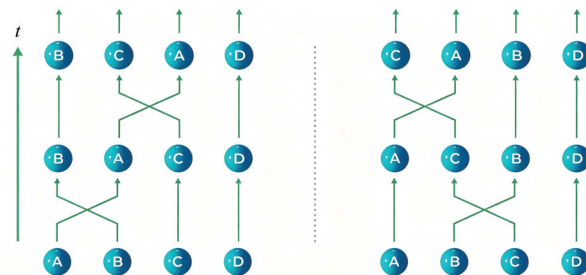


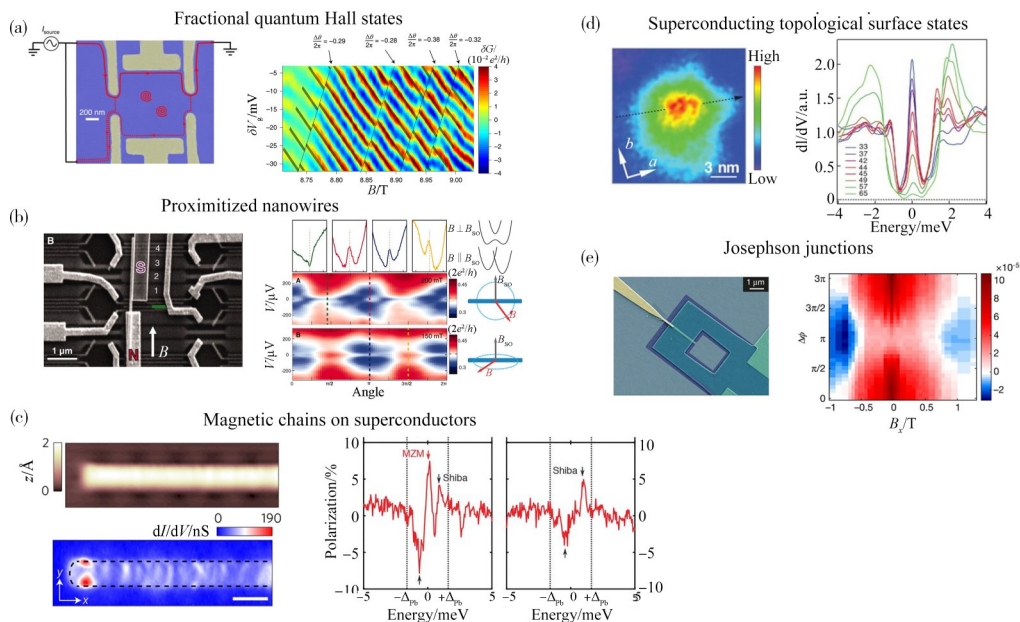
图 1 非阿贝尔任意子编织与幺正变换

拓扑量子相中非阿贝尔任意子的低能量量子态依赖于交换(编织)操作的顺序。图中展示了任意子 A、B、C、D 的两个不同编织序列(如 Ising 任意子),它们实现不同的幺正变换并产生不同的量子末态。该幺正变换仅依赖于编织的拓扑结构,可用于量子信息处理^[5]。

Fig. 1 Non-Abelian anyon braiding and unitary transformations

The low-energy quantum states of non-Abelian anyons in a topological quantum phase depend on the order of exchange (braiding) operations. The figure shows two different braiding sequences of anyons A, B, C, D (such as Ising anyons), which realize different unitary transformations and produce distinct quantum final states. These unitary transformations depend only on the topological structure of the braids and can be used for quantum information processing^[5].

涉仪(Mach-Zehnder Interferometer, MZI)进行边缘态干涉测量,是探测准粒子统计相位的核心手段。在 $\nu=1/3$ 的阿贝尔分数量子霍尔态中,干涉实验已明确验证了任意子的阿贝尔交换统计^[6];在



(a) 分数量子霍尔干涉测量,利用 FPI 探测 $\nu=5/2$ 态伊辛型任意子的非阿贝尔统计^[6]; (b) 半导体-超导体纳米线,由自旋-轨道耦合纳米线与 s 波超导体构成的异质结在两端束缚 MZM^[7]; (c) 磁性原子链,在超导体表面组装的 Fe 原子链两端产生 MZM^[8-9]; (d) 铁基超导体,在 $\text{FeTe}_{0.55}\text{Se}_{0.45}$ 的涡旋中心束缚 MZM; (e) 相偏置约瑟夫森结,通过调控相位差实现拓扑超导^[10]。

图 2 Majorana 零模的实现方案

Fig. 2 Experimental schemes for realizing Majorana zero modes

$\nu=5/2$ 态中,类似实验观测到的结果虽与Ising型非阿贝尔任意子的理论预期相符,但目前的证据仍属统计性质,且对微观干涉几何的依赖性问题尚未完全解决。

半导体-超导体纳米线(图2b)平台利用强自旋-轨道耦合半导体(如InAs、InSb)与s波超导体(如Al)的异质结,通过近邻效应诱导类p波超导,有望在纳米线两端产生MZM。零偏压电导峰最早在InSb纳米线中被观测到^[7],但后续研究表明,Andreev束缚态和无序等平凡机制也可产生类似信号,由此促使学界提出了更严格的判定标准,如隧穿电导标度行为与 4π 周期约瑟夫森效应。

尽管外延生长技术提升了界面质量,无序问题仍是该平台的核心瓶颈。磁性原子链(图2c)平台通过在Pb等超导体表面组装Fe原子链,借助Yu-Shiba-Rusinov(YSR)能带与Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida(RKKY)相互作用进入拓扑超导相。扫描隧道显微镜(Scanning Tunneling Microscopy, STM)测量首次在磁性原子链中观测到高度局域的零能端态^[8],其自旋极化特征随后也被进一步揭示^[9],但链中大量低能隙内态的存在使得拓朴能隙的识别极为困难。

铁基超导体(图2d)如 $\text{FeTe}_{0.55}\text{Se}_{0.45}$,其体态超导与拓朴表面态共存。在涡旋中心观测到不随空间分裂的零能束缚态^[10],避免了人工异质结的界面无序问题,但MZM的稳定性高度依赖于掺杂与体态性质。

相偏置约瑟夫森结(图2e)基于HgTe、InAs等强自旋-轨道耦合半导体的约瑟夫森结,通过调节超导相位差扩展拓朴相区。在HgTe量子阱中已观测到零偏压峰^[11],但该平台同样面临平凡态与MZM的区分难题。尽管上述五大平台均已观测到与MZM一致的间接实验信号,决定性的非阿贝尔编织统计证据仍然缺失。因此,超越零偏压峰等间接指标,发展干涉测量与编织操作等直接验证方案,是当前及今后Majorana研究的核心任务;同时,范德华异质结和转角材料等新兴体系也为突破现有瓶颈提供了新的可能。

1.2 任意子统计的干涉与输运测量原理

将任意子的编织统计信息转化为可测量的输运信号,是实验探测的核心任务。FPI与MZI是两种主要的干涉测量构型。在FPI中,准粒子沿分数量子霍尔边缘态传播,经量子点接触(Quantum

Point Contact, QPC)分束与合束形成闭合干涉回路;回路内存在的准粒子使干涉条纹受到AB相位与统计相位的联合调制。针对FPI准粒子干涉,已有系统理论框架建立^[12],揭示了回路面积与准粒子数涨落之间的竞争效应。除干涉测量外,2016年,介观任意子对撞机方案被提出^[13],通过测量两个稀薄任意子束在QPC处碰撞产生的电流互关联来直接探测交换统计。该方案指出,对于费米子,泡利不相容原理导致电流互关联严格为零;而对于任意子,互关联为负值,意味着统计排斥效应减弱。在Laughlin态 $\nu=1/3$ 的情形下,归一化噪声功率约为-2,这为任意子统计提供了一种不依赖相位相干的鲁棒探测途径^[13]。Grosfeld、Simon和Stern^[14]提出了利用开关噪声探测任意子统计的方案。在双量子点接触干涉仪中,岛上准粒子数的热涨落使电导信号随时间随机切换。他们预言,对于 $\nu=5/2$ 态的非阿贝尔准粒子,开关噪声将呈现独特的奇偶效应:当岛上准粒子数为偶数时,电导在2个值之间涨落;为奇数时则在3个值之间涨落,这一现象根源于Majorana费米子的非阿贝尔性质^[14]。进一步的研究表明,即使利用常规的单QPC自关联散粒噪声装置,也能揭示任意子的编织统计^[15]。

2 分数电荷与阿贝尔任意子的实验观测

基于前述干涉与输运理论,实验上已对阿贝尔任意子的分数电荷和交换统计进行了验证,奠定了任意子物理的坚实基础。从散粒噪声中首次捕捉到分数电荷信号,到干涉仪和对撞机中交换统计相位的直接提取,这些进展不仅证实了二维拓朴序中任意子激发的基本预言,也为在更复杂系统中探寻非阿贝尔统计提供了可靠的实验范式。本节将聚焦这些里程碑式的实验发现,展示阿贝尔任意子物理从验证到精细操控的实验路径。

2.1 分数电荷的散粒噪声观测

分数电荷是任意子最为直观的可观测物理特征。1997年开展的散粒噪声实验^[16-17],在填充因子($\nu=1/3$)的Laughlin态体系中,测得隧穿准粒子的有效电荷($e^*=e/3$)。该结果首次通过实验证实Laughlin准粒子具备分数电荷特性,推动任意子物理完成从理论研究迈向实验验证的重要跨越(图3)。

2.2 编织统计的干涉与对撞验证

2020 年,两项开创性实验首次直接验证了阿贝尔任意子的交换统计。FPI 实验在 $\nu=1/3$ 态中通过干涉条纹随磁场和栅极电压的演化,提取出准粒子的统计相位,为任意子编织提供了直接证据。同年,基于任意子对撞机的实验通过测量两

个稀薄任意子束碰撞的电流交叉关联,在 $\nu=1/3$ 态中测得广义 Fano 因子约为 -2 。这一负的交叉关联成为任意子统计的主要特征,同时表明对撞机是一种无需依赖相位相干的普适统计探测工具^[18](图 4)。

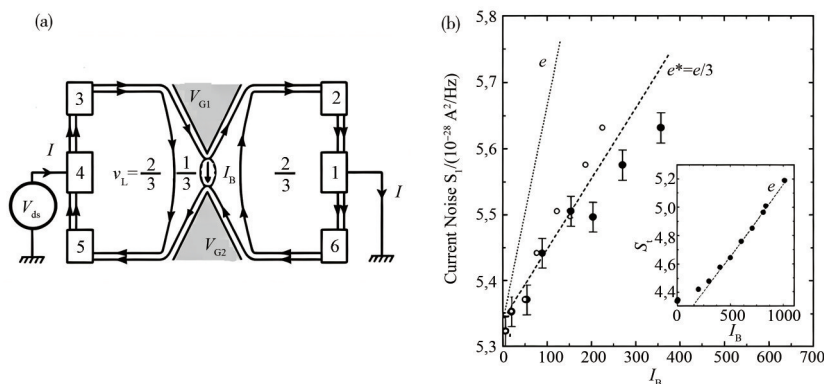
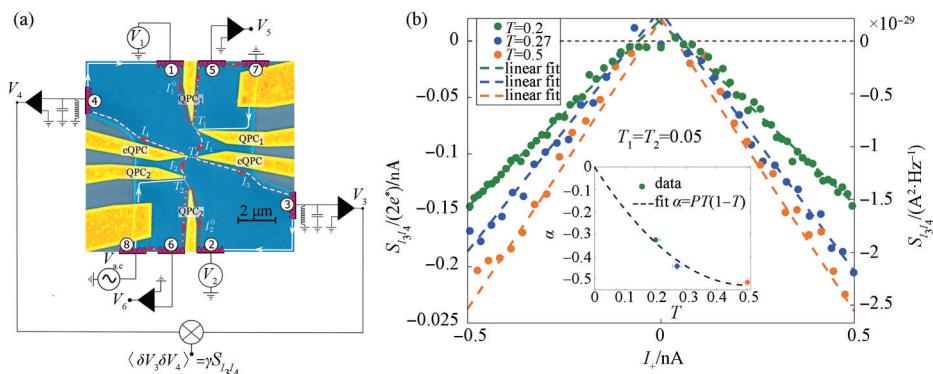


图 3 $\nu=1/3$ 态中沿路径 A 测量的隧穿噪声数据:纵轴为散粒噪声谱密度 S_I ,横轴为背散射电流 $I_B=(e^2/3h)V_{ds}-I$ (实心圆)和 $I_B(1-R)$ (空心圆)。虚线为 $e/3$ 准粒子的预期斜率,点线为电子的预期斜率。插图为整数量子霍尔区($\nu=4$)中相同归一化电导 $G \approx 0.32 e^2/h$ 下的电子隧穿噪声数据($T=42$ mK),与主体图分数区数据($T=25$ mK)形成对比^[17]。

图 3 分数电荷的隧穿噪声观测

Fig. 3 Tunneling noise observation of fractional charge



(a) 准粒子对撞排斥准概率 p 的示意图,两个任意子从同一输出边缘通道出射的概率 K 被因子 $(1 \mp p)$ 修正。电压 V 产生流向 QPC₁ 和 QPC₂ 的电流 I_0 ,两个源 QPC 处于弱背散射区($T_1, T_2 \ll 1$),作为随机泊松源产生稀薄任意子束,随后在对撞 QPC(cQPC)处发生碰撞。左下方图为样品的伪彩色 SEM 图像;(b) 任意子碰撞的 Fano 因子, $T_1=T_2=0.05$ 时交叉关联噪声 S_{II} 随总输入电流 I_+ 的变化(不同颜色对应不同中心 QPC 透射率 T),虚线为线性拟合。插图为拟合斜率 α 随 T 的变化,拟合得到 Fano 因子 $P=-2.1 \pm 0.1$,证实了任意子统计导致的反聚束效应^[18]。

图 4 任意子对撞机实验的器件原理与 Fano 因子测量

Fig. 4 Device principle and Fano factor measurement of the anyon collider experiment

2.3 Hong-Ou-Mandel干涉与统计提取

洪-欧-曼德尔(Hong-Ou-Mandel, HOM)干涉作为量子光学中区分全同粒子统计的经典方法,已成功推广至任意子体系。理论工作指出,利用周期性 Lorentz 电压脉冲激发的分数激发可实现 HOM 干涉,其干涉谷宽度由热时间尺度 $\hbar/(\pi k_B T)$ 普适决定,与入射波包宽度无关,可直接归因于入射任意子与量子点接触处热激发任意子的编织效

应^[19]。后续实验进一步实现了统计诱导纠缠熵的测量,通过 HOM 干涉成功分离统计诱导纠缠与相互作用诱导纠缠(图 5),建立起从输运噪声直接提取统计相关纠缠的通用框架^[20]。

2.4 阿贝尔任意子的编织

2023 年以来,阿贝尔任意子实验沿多个方向取得重要突破。稀薄任意子束分割实验证实了统计对分割噪声的影响^[21],MZI 则首次直接展示了

任意子的交换统计^[22](图6)。2025年,时域任意子编织通过时域路径控制直接测量了编织相位,手征Luttinger液体中普适任意子隧穿行为也获得了实验证实^[23-24]。2026年,高质量AlGaAs/GaAs异质结中 $\nu=1/3$ 态边缘隧穿标度指数 g 被精确测定为 0.333 ± 0.001 ,在整个不可压缩平台上保持鲁棒锁定,首次明确证明了任意子隧穿的拓扑鲁棒性,并表明边缘隧穿可与干涉仪结合以可靠表征体态拓扑序^[25]。最近,粒子-空穴共轭态($\nu=2/3, 3/5, 4/7$ 等)的Mach-Zehnder干涉实验发现了任意子相干成簇与解离的新现象^[26]。顶栅未充电时,磁通周期呈现 $\Delta B(1/\nu)\Phi_0$ 且Fano因子 $F\approx\nu$,表明隧穿的是束缚成簇的任意子;引入局域准粒子后成簇解离,磁通周期恢复正常但Fano因子保持不变。揭示出低温下准粒子可能以Laughlin准粒子形式隧穿的新物理图像,为任意子多体效应研究开辟了新的方向。

3 偶数分母分数量子霍尔态与非阿贝尔任意子

在阿贝尔任意子的统计性质获得充分验证之后,寻找非阿贝尔任意子已成为该领域的核心目标。阿贝尔任意子的编织仅产生可交换的相位因子,而非阿贝尔任意子的编织则对应于高维非对易幺正矩阵,后者是实现拓扑量子计算的关键资源。偶数分母分数量子霍尔态,尤其是 $\nu=5/2$ 态,因其理论上可能承载Ising型任意子并具有拓扑简

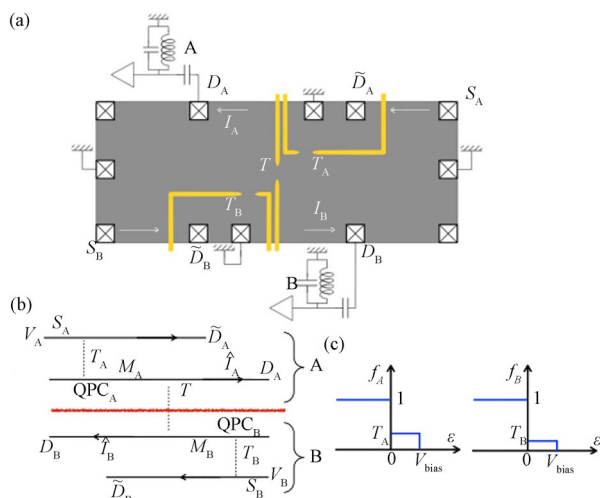


图5 HOM干涉仪测量原理

Fig. 5 Measurement principle of the HOM interferometer

并基态,被认为非阿贝尔平台最受瞩目的候选者,其拓扑序判定至今仍是凝聚态物理中极具挑战性的核心科学问题。

3.1 $\nu=5/2$ 态的拓扑序之争

$\nu=5/2$ 分数量子霍尔态因其稳定的量子化霍尔平台,一直被视为最有可能承载非阿贝尔任意子的体系,但其微观拓扑序的判定却长期充满争

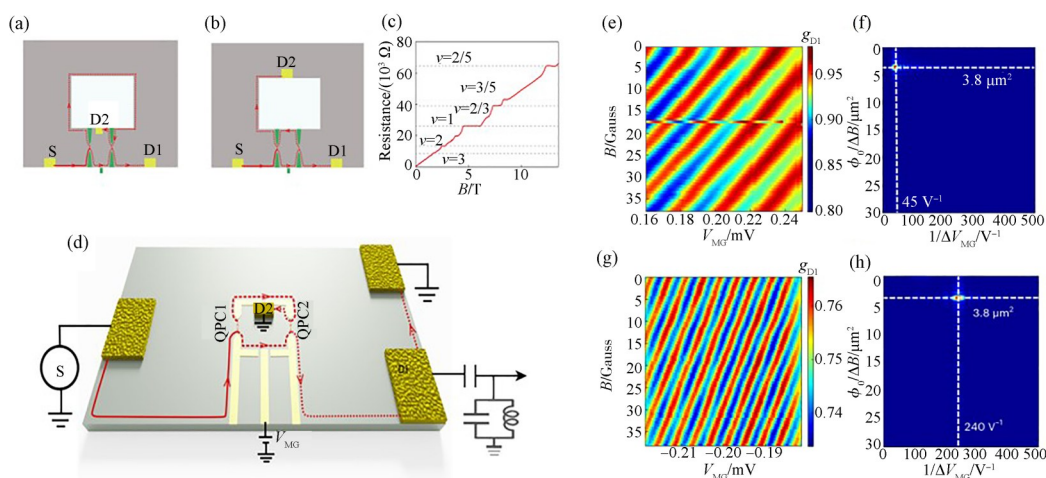


图6 MZI中的任意子编织相位观测

Fig. 6 Observation of anyon braiding phase in the MZI

议。Moore-Read Pfaffian 态 (Pf) 作为最早提出的候选者, 具备 Ising 型任意子激发和 3 个拓扑简并基态, 边缘包含前向传播的 Majorana 费米子和手征玻色子^[2]。然而, 粒子-空穴对称分析揭示其共轭态——反 Pfaffian 态 (APf), 其拥有完全不同的拓扑序, 边缘携带后向传播的 Majorana 模和玻色子模, 热霍尔电导 κ_H 符号与 Pf 态相反 (APf 为 $-1/2$, Pf 为 $3/2$)^[27]。在零朗道能级混合的理想极限下, Pf 与 APf 能量简并, 实验识别的难题由此而来^[27-29]。图 7 展示了一种利用电荷输运区分 $\nu=5/2$ 不同候选拓扑序的理论方案^[30]。

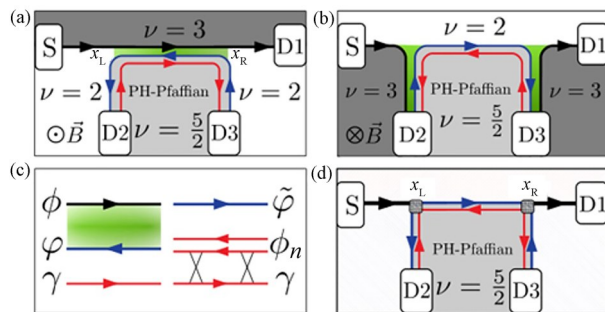
粒子-空穴对称分析被进一步推广到一般 level- k Read-Rezayi 态, 指出 $\nu=2/5$ ($k=3$) 对应的反 Read-Rezayi 态的热霍尔电导符号与阿贝尔层级态不同, 为拓扑序的实验鉴别提供了新依据^[29]。2023 年的精确对角化和纠缠谱研究在中等朗道能级混合强度下发现 $\nu=5/2$ 态存在一个重入反量子化相, 具有热力学极限下的能隙, 且区别于传统候选者, 进一步扩展了该态的拓扑相图^[31]。最近, 一种基于 π 形几何结构的方案被提出, 仅通过电荷输运测量即可灵敏区分不同的非阿贝尔拓扑序, 显著降低了实验复杂度^[32]。

区分 Pf 与 APf 的关键突破口来自热霍尔电导测量, 二者的理论预言在符号和绝对值上均有明确差异。与此同时, 一系列基于散粒噪声和电荷输运的理论方案为拓扑序识别提供了互补途径: 电荷输运测量可有效区分不同候选者^[30]; 平衡化边缘态的完整分类表明散粒噪声能够揭示边缘重构下的拓扑序^[33]; 在缺乏上游中性模的体系中, 自关联与交叉关联噪声可提取分数电荷信息以辅助判别^[34]; 量子点接触输运分析则给出了反 Pfaffian 态的特征信号^[28]。

$\nu=2/5$ 态作为层级分数量子霍尔态, 传统上被归为阿贝尔的 Jain 复合费米子态, 但非阿贝尔的 Read-Rezayi 序也一直被视为可能的备选。FPI 实验在 $\nu=2/5$ 态中观测到偏离预期阿贝尔图像的干涉行为, 暗示其中存在更丰富的拓扑物理^[35]。进一步的手性 MZI 研究实现了该态中任意子编织的清晰干涉观测, 提取的统计相位信息为区分 $\nu=2/5$ 态的拓扑序提供了关键约束^[36]。

3.2 非阿贝尔任意子的输运与编织理论预言

任意子对撞机同样为非阿贝尔统计的探测提供了有力工具。理论工作将任意子对撞机推广至



$\nu=5/2$ 区域与 $\nu=2$ 和 $\nu=3$ 整数态相邻, (a) 与 (b) 中整数态的构型互换; 隧穿将电子模与半子模的密度-密度相互作用重整化至电荷模与中性模退耦合的不动点 (c); 中性模被马约拉纳模部分补偿, 使得两种构型最终呈现相同的最小边缘结构 (d)^[30]。

图 7 粒子-空穴 Pfaffian 态拓扑序的实验构型与边缘结构
Fig. 7 Experimental configuration and edge structure of the particle-hole Pfaffian topological order

$\nu=5/2$ 非阿贝尔态, 预言了非阿贝尔任意子碰撞所产生的独特电流噪声特征, 使散粒噪声成为一种可能的识别手段^[15,37]。后续研究进一步提出, 通过测量 Majorana 干涉仪的交流电导可直接提取非阿贝尔编织的动力学相位^[38]。针对边缘激发中电荷任意子与中性任意子共存的情形, 一种注入式 Fabry-Pérot 干涉方案被提出, 可通过对比有无注入时的干涉振幅和相位来分别提取两种任意子的编织矩阵元, 且对体-边缘耦合具有鲁棒性^[39]。此外, 描述边缘模间隧穿的非平衡任意子态理论框架已初步建立, 揭示出隧穿任意子的有效势依赖其类型, 非平衡态呈现幂律能量分布, 并且“热”任意子可隧穿至高于源化学势的区域。这一普适行为可由一个见证函数捕获, 体现了编织统计对非平衡输运的深刻影响^[40]。

任意子编织信号的提取高度依赖于干涉可见度和边缘态的稳定性。时域干涉测量方案利用隧穿电导对统计的敏感性, 为不完全相干条件下的探测提供了替代途径^[41]。 $\nu=5/2$ 态中的重入行为进一步凸显了该体系物理的复杂性^[31]。利用干涉仪探测中性模编织统计的提议将非阿贝尔表征的范畴拓展到了携带中性荷的准粒子^[39]。近期理论进展揭示了一个长期被忽略的关键因素: 任意子的有限空间宽度对编织信号有决定性影响。当交换相位 $\theta > \pi/2$ 时, 即使极小的有限宽度也能极大地改变输运特征, 例如对于 $\nu=2/5$ ($\theta=3\pi/5$), 零宽度模型预言的负隧穿电流在引入极小宽度后转变为正, 成功化解了此前理论与实验的长期分歧^[42]。独立的有限孤立子宽度效应研究进一步确

认了这一物理图像^[43]。此外,以 $\nu=2/3$ 态为模型系统的分析表明,量子化电导平台并不唯一对应于特定的微观机制,多种完全不同的机制可以产生相同的电导平台,而散粒噪声测量则能将它们区分开来;该研究还预言了一个源于非常规机制的新电导平台 $5/9 e^2/h$,对正确解读任意子输运实验信号具有重要意义^[44]。

4 新型材料体系中的拓扑量子态

随着分数量子霍尔系统中任意子物理研究的不断深入,传统GaAs基异质结在材料品质和实验可及性上的瓶颈日益显现,促使学界将目光投向具有更高可调性和更强关联效应的新型二维材料体系。这些新兴平台不仅大幅提升了干涉可见度和准粒子操控的灵活性,还引入了谷自由度、莫尔超晶格等全新的调控维度,为拓扑量子态的探索开辟了更广阔的空间。

4.1 石墨烯体系中的任意子

石墨烯因其独特的能带结构、可调载流子密度、大能隙以及优异的近程屏蔽能力,已成为研究分数量子霍尔效应和任意子编织的新型材料平台。2024年,基于双层石墨烯h-BN封装异质结的FPI在 $\nu=1/3$ 态中成功观测到清晰的AB干涉振荡,周期为3个磁通量子,与 $e/3$ 准粒子电荷一致。尤为引人注目的是,在恒定填充因子下电荷连续变化时干涉条纹无相位跳跃,而在恒定密度下则出现准粒子离散添加与移除所导致的相位跳跃,这正是任意子分数统计的预期特征^[45]。2025年,石墨烯干涉仪中观测到任意子编织与电报噪声,揭示了准粒子在干涉回路中的随机占据和释放过程对干涉信号的直接调制(图8)^[46]。2026年,双层石墨烯中的偶数分母分数量子霍尔态(如 $\nu=1/2$ 等)也实现了AB干涉,将石墨烯基任意子干涉测量拓展至可能承载非阿贝尔激发的重要参数区间^[47]。同年,单层石墨烯Fabry-Pérot干涉实验利用准粒子弛豫远慢于测量的时间窗口,独立控制了干涉面积与局域任意子数,在 $\nu=1/3$ 态中观测到大量 $\Delta\theta\approx 2\pi/3$ 的离散相位跳变,清晰验证了阿贝尔任意子的分数统计。更为重要的是,单个任意子的隧穿事件被证实为瞬时且不可逆的过程,而准粒子达到平衡的时间则超过20 min,表明介观量子霍尔器件的平均“拓扑荷”可以在小时量级上保持稳定,这种极端的非平衡稳态为执行多步编

织门操作提供了充裕的时间窗口,是容错拓扑量子计算走向实用化的重要前提^[48]。

4.2 转角过渡金属硫族化合物体系中的任意子

转角过渡金属硫族化合物(Transition-Metal Dichalcogenides, TMD)异质结,特别是转角 MoTe_2 ,为研究非阿贝尔拓扑态开辟了全新的材料途径。理论预言表明,转角 MoTe_2 中可通过能带结构工程设计出高朗道能级的类比体系,从而承载非阿贝尔拓扑序^[49]。这一方案不依赖外加磁场,而是利用莫尔势产生的拓扑能带结构模拟朗道能级的量子化效应,为实现零磁场条件下的拓扑量子计算提供了崭新的路径。

4.3 拓扑绝缘体/超导体异质结构中的任意子

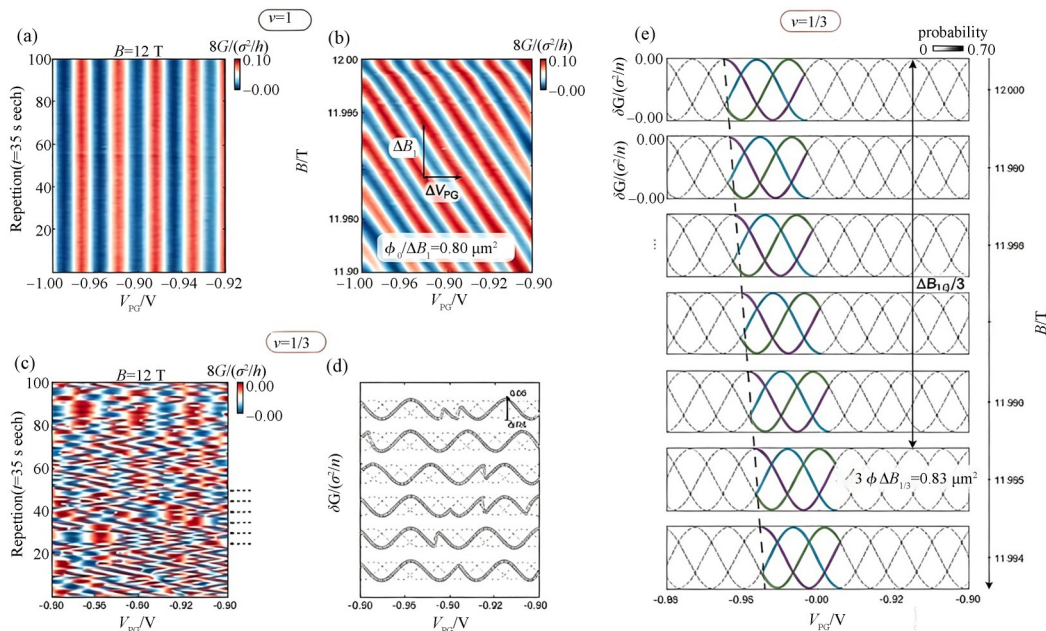
拓扑绝缘体与超导体形成的异质结构是搜寻Majorana零模的另一重要实验体系。近年来,孤立的弹道非阿贝尔界面通道已在实验上成功实现,展示了Majorana模式在界面输运中的独特行为,为在异质结中操控Majorana任意子并验证其非阿贝尔统计提供了明确的实验平台^[50]。与分数量子霍尔体系相比,拓扑绝缘体/超导体异质结构的突出优势在于与现有半导体工艺的兼容性,以及Majorana零模在更大空间尺度上的稳定性。然而,这一体系在准粒子的可控制备和编织操作方面仍面临重大挑战,目前距离完整的非阿贝尔编织实验验证尚有相当距离。

5 人工量子平台上的非阿贝尔编织模拟

在实际凝聚态体系中直接制备和操控非阿贝尔任意子面临极低温、强磁场等苛刻实验条件的制约,严重限制了准粒子的大规模集成与动态控制,而样品的无序和缺陷也导致编织操作的保真度难以保证。可编程量子处理器作为一种高度可控的人工平台,为模拟非阿贝尔编织和验证拓扑量子门提供了全新的实验路径。它虽无法直接复现真实材料的拓扑序,但可通过灵活的量子电路设计模拟任意子的编织、融合和测量等核心操作,为拓扑量子计算建立关键的原理验证环境。

5.1 超导处理器中的非阿贝尔编织

2023年,Google量子AI团队在超导量子处理器上首次实现了图顶点的非阿贝尔编织(图9)。通过设计特定的量子电路和纠错编码,该实验在人造系统中成功模拟了非阿贝尔任意子的编织过



(a) $\nu=1$ 整数态中 100 次重复 V_{PG} 扫描的干涉电导, 显示振荡的时间稳定性; (b) $\nu=1$ 振荡的磁场依赖性, 展示 AB 周期性; (c) $\nu=1/3$ 态中 100 次重复 V_{PG} 扫描, 随机电报噪声引起随机态跳变; (d) 单次扫描中可分辨出 3 条正弦支路, 相邻支路间相位差为 $2\pi/3$; (e) 二维直方图展示 3 个分支随磁场的连续演化, 磁通超周期对应 $e/3$ 准粒子电荷, 提取的平均编织相位为 $2\pi \times (0.3336 \pm 0.0051)$, 与 $\nu=1/3$ 任意子的理论交换相位 $2\pi/3$ 高度一致^[46]。

图 8 石墨烯 FPI 中 $\nu=1/3$ 态的 AB 干涉与任意子编织相位

Fig. 8 Aharonov-Bohm interference and anyon braiding phase at $\nu=1/3$ in a graphene FPI

程及其逻辑操作, 从计算层面验证了非阿贝尔编织的基本原理^[51]。2024 年, Fibonacci 任意子的非阿贝尔编织也在超导量子处理器上得以实现^[52]。Fibonacci 任意子源于 level-2 Read-Rezayi 态, 其融合规则使其仅凭编织操作即可实现任意量子门, 从而支持通用量子计算。该实验成功演示了 Fibonacci 任意子的编织与融合操作, 充分展示了量子处理器作为拓扑物态模拟器的强大潜力^[52]。

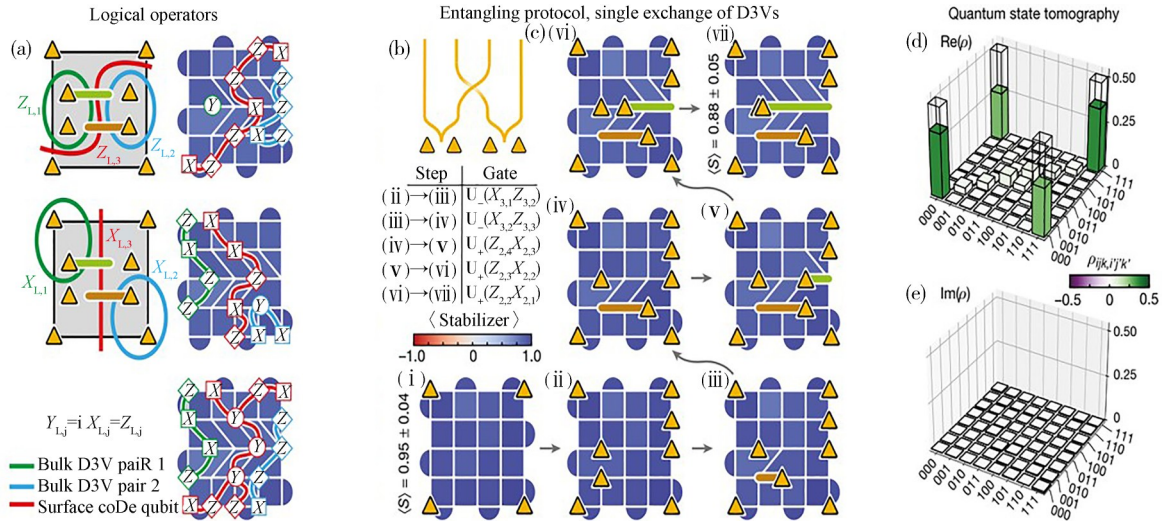
5.2 人工平台与真实凝聚态体系的互补性

人工量子平台在操控性和可编程性上具有显著优势, 但无法完全替代对真实凝聚态体系中本征任意子的研究。二者的互补关系体现在多个层面。在物理真实性层面, 真实体系中的任意子直接源于电子关联的拓扑效应, 其编织是物理空间中的真实过程, 而非量子门层级的数字模拟。准粒子的内禀特性, 如有限宽度^[43-44]、边缘态重构^[53]、体-边缘耦合^[54]和退相干机制^[36], 只能在原生材料体系中被揭示和理解, 而这些因素对于评估拓扑量子计算的工程可行性至关重要。在可扩展性层面, 超导量子处理器可借助量子比特数的扩展来模拟更大规模的任意子编织, 但每一步模拟操作都需大量纠错资源; 而在真实凝聚态体系中, 拓扑保护是内禀的, 一旦制备出非阿贝尔态, 编织操作

本身即受保护, 无需额外的纠错层。当前两种路径相互促进: 人工平台为编织原理和量子门操作提供验证, 真实体系则揭示拓扑序的微观物理与材料限制。未来, 从真实体系中实现可扩展拓扑量子比特, 将依赖于人工平台的操作方案设计与真实体系材料物性理解的深度融合。

6 四川大学物理学院在任意子实验探测方面的进展

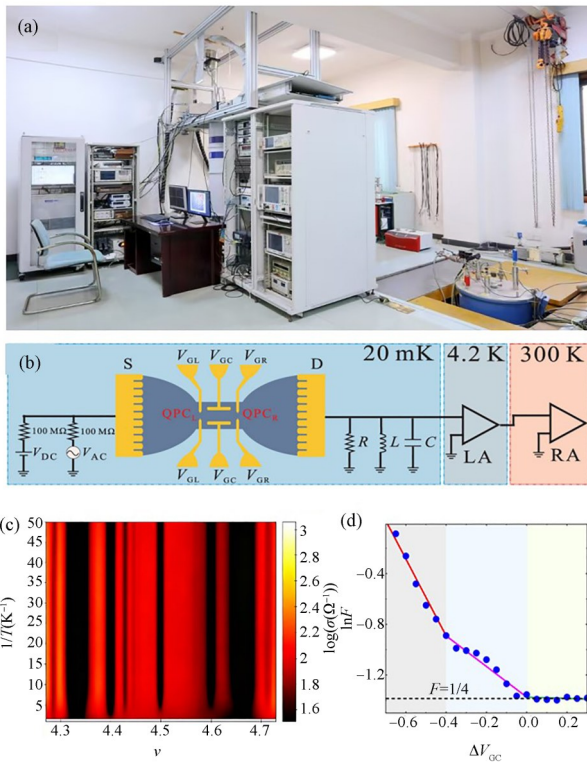
本课题组近年来自主设计搭建了一套集极低温 (20 mK)、强磁场 (12 T) 和高频微波 (40 GHz) 于一体的多模态量子态精密测量平台, 实现了优于 $10^{-5} e^2/h$ 的量子态操控精度以及低于 $10^{-30} A^2/Hz$ 的散粒噪声分辨率^[55]。基于该平台, 本课题组研制了 GaAs/AlGaAs 异质结多量子点接触器件, 利用开关噪声测量了 $e/5$ 阿贝尔任意子的统计性质, 为分数统计在更高阶分数量子霍尔态中的验证提供了实验支撑。此外, 通过分区域顶栅设计与调控技术, 成功制备了以超薄氮化硼为插层的双层石墨烯器件^[56], 在其中观测到了 $\nu=9/2$ 等偶数分母分数量子霍尔态, 为探索非阿贝尔任意子提供了器件基础。



(a) 3个逻辑量子比特的逻辑算符定义,其中8个任意子编码3个逻辑量子比特;(b)世界线示意图,通过单个编织操作将初始乘积态转化为纠缠态;(c)编织协议各步的稳定器测量值,展示了量子态的演化过程;(d,e)量子态层析重建的密度矩阵实部(d)和虚部(e),显示出Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ)态 $(|000\rangle + |111\rangle)/\sqrt{2}$ 的特征峰结构,与理想GHZ态的保真度为 $0.623 \pm 0.004^{[51]}$ 。

图9 超导量子处理器上非阿贝尔任意子编码逻辑量子比特的纠缠态制备

Fig. 9 Entanglement generation of logical qubits encoded with non-Abelian anyons on a superconducting quantum processor



(a)四川大学物理学院量子态精密测量系统;(b)双量子点接触器件中阿贝尔任意子探测实验示意图;(c)在双层石墨烯样品中观测到 $\nu=9/2$ 偶数分母分数态;(d)双量子点接触器件中散粒噪声Fano因子随中间栅电压的变化关系^[55]。

图10 分数量子霍尔体系的实验平台与任意子探测结果

Fig. 10 Experimental platforms and anyon-detection results for fractional quantum Hall systems

7 任意子研究展望

经过近40年的探索,任意子物理已从早期理论构想发展为凝聚态物理与量子信息科学交叉领域中最富活力的前沿之一。阿贝尔任意子的分数统计已在分数量子霍尔干涉仪和对撞机实验中获得决定性验证^[57-58],非阿贝尔任意子的间接信号也正从多种平台不断涌现^[59]。与此同时,超导量子处理器和离子阱等人工量子多体系统已成功模拟任意子编织与融合操作,为拓扑量子计算提供了兼具可控性与可编程性的原理验证环境。然而,从这些基础物理发现迈向真正可扩展的拓扑量子芯片,仍需面对多方面的深刻挑战。当前的核心矛盾在于拓扑保护的有效性与实验操控的精细度之间的平衡:一方面,拓扑量子比特的容错能力依赖能隙的鲁棒性和基态简并的拓扑性质,要求材料具有极高的纯度与极低的电子温度;另一方面,实现编织逻辑门又必须对任意子进行精确的时空操控,任何主动探测或移动都可能引入退相干。因此,未来10年的关键突破将离不开材料体系、操控技术和编码方案三个方向的协同推进。

就材料体系而言,分数量子霍尔系统仍是最具理论可信度的非阿贝尔任意子载体。石墨烯及其范德华异质结构凭借大能隙、高迁移率和栅极可调性,已成为探索任意子统计的主力平台,但进一步提升样品质量、抑制电荷密度不均匀与无序

涨落依然是关键任务。基于自旋-轨道耦合半导体与超导体的拓扑异质结以及铁基超导体等本征拓扑材料,为 MZM 的工程化实现提供了另一条路径,然而界面无序和能隙过小仍是制约因素。未来,转角过渡金属硫族化合物等莫尔材料有望开辟零磁场拓扑量子态的全新方向,从而摆脱强磁场对芯片集成的限制。这些不同材料路径的并行推进,将共同构筑未来拓扑量子芯片的硬件基础。

在操控技术方面,从单任意子操控到多任意子协同编织,需要跨越多个数量级的设备复杂度。当前 FPI 和 MZI 已能分辨单准粒子的相位跳变,但其操控仍依赖准静态栅极电压调节,远未达到通用量子门所需的动态编译水平^[60]。发展时域操控和微波频段驱动技术,有助于实现更快速的门操作,同时必须建立并行化的非破坏读取方案,在不扰动量子态的前提下高效获取多比特信息。此外,边缘态的空间模式控制、边缘重构的抑制以及准粒子有限宽度效应的合理利用,都需系统性地融入器件设计与测量方案,以提升干涉保真度和操作可重复性。

编码架构与产业化的协同同样不可或缺。将物理编织过程映射为逻辑量子门是拓扑量子计算区别于传统纠错码的本质特征。近期在离子阱处理器上实现的量子双模型普适门集和量子态制备,证明了有限群非阿贝尔拓扑序能够兼顾可扩展制备与计算普适性,是一种精巧的编码架构。下一步的核心任务是将这类编码方案移植到真实凝聚态体系中,建立相应的容错编译框架,实现从局域静电操控到拓扑准粒子编织路径的完整映射。从更宏观的视角看,拓扑量子计算正从学术探讨加速向产业驱动的形态过渡:以微软 Station Q 计划、IBM 和谷歌等为代表的企业,正将大量资源投向马约拉纳基量子比特和拓扑纠错架构,推动可规模化加工与低温测控一体化的工程进程^[58]。这一趋势将促进半导体微纳加工、低温射频测控和数字量子编译等多学科技术的深度融合,任意子物理的基础研究也将为产业化持续提供创新源泉。

总体而言,可扩展拓扑量子芯片的实现需要物理学家、材料科学家与电子工程师的紧密协作。从发现新的拓扑量子相,到精确操控准粒子编织,再到构建完整的容错计算架构,每一步都蕴含着重大的科学挑战和技术机遇。随着对多体关联和

拓扑序认识的不断加深,以及制造工艺与量子控制水平的持续进步,基于非阿贝尔任意子的抗退相干量子计算平台有望从蓝图走向现实,成为未来容错量子信息处理的坚实支柱。

8 结 论

任意子物理历经 40 余年的发展,已从早期的理论预言成长为凝聚态物理与量子信息科学深度交融的前沿领域。本研究以非阿贝尔任意子的理论框架、实验探测及量子计算应用为主线,梳理了从阿贝尔任意子统计验证到非阿贝尔候选态探测的研究主线。在理论基础方面,从分数统计到非阿贝尔编织再到拓扑容错架构的完整理论体系已经建立。在实验探测方面,研究范式经历了从分数电荷的间接观测到任意子编织统计的直接验证,再到时域操控与人工量子平台模拟的演进,实验能力呈现出从原理验证向精细操控跃升的态势。干涉仪与对撞机等方案在阿贝尔任意子体系中的验证已取得决定性突破,石墨烯、拓扑异质结及莫尔材料等新体系持续拓展了任意子物理的材料和器件领域。然而,非阿贝尔任意子的决定性实验确认仍未实现,准粒子退相干、边缘态重构及有限宽度效应等基础问题对干涉保真度和可重复性构成实质性制约。当前面临的核心瓶颈在于拓扑保护与实验操控相互制约的物理现实,以及编码方案从人工平台向真实凝聚态体系移植的关键跨越。未来的任意子物理研究需融合基础物理发现、材料科学进步与量子工程技术创新,强化理论与实验的深度协同,以应对可扩展拓扑量子计算日益迫近的技术需求。

参考文献:

- [1] Arovas D, Schrieffer J R, Wilczek F. Fractional statistics and the quantum Hall effect [J]. *Phys Rev Lett*, 1984, 53(7): 722-723.
- [2] Nayak C, Simon S H, Stern A, *et al.* Non-Abelian anyons and topological quantum computation [J]. *Rev Mod Phys*, 2008, 80(3): 1083-1159.
- [3] Ivanov D A. Non-Abelian statistics of half-quantum vortices in p -wave superconductors [J]. *Phys Rev Lett*, 2001, 86(2): 268-271.
- [4] Stern A. Anyons and the quantum Hall effect—A pedagogical review [J]. *Ann Phys*, 2008, 323(1): 204-249.
- [5] Yazdani A, von Oppen F, Halperin B I, *et al.* Hunting

- for Majoranas [J]. *Science*, 2023, 380 (6651): eade0850.
- [6] Nakamura J, Liang S, Gardner G C, *et al.* Direct observation of anyonic braiding statistics [J]. *Nat Phys*, 2020, 16(9): 931-936.
- [7] Mourik V, Zuo K, Frolov S M, *et al.* Signatures of Majorana fermions in hybrid superconductor-semiconductor nanowire devices [J]. *Science*, 2012, 336(6084): 1003-1007.
- [8] Nadj-Perge S, Drozdov I K, Li J, *et al.* Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor [J]. *Science*, 2014, 346 (6209): 602-607.
- [9] Jeon S, Xie Y, Li J, *et al.* Distinguishing a Majorana zero mode using spin-resolved measurements [J]. *Science*, 2017, 358(6364): 772-776.
- [10] Wang D, Kong L, Fan P, *et al.* Evidence for Majorana bound states in an iron-based superconductor [J]. *Science*, 2018, 362(6412): 333-335.
- [11] Ren H, Pientka F, Hart S, *et al.* Topological superconductivity in a phase-controlled Josephson junction [J]. *Nature*, 2019, 569(7754): 93-98.
- [12] Halperin B I, Stern A, Neder I, *et al.* Theory of the Fabry-Pérot quantum Hall interferometer [J]. *Phys Rev B*, 2011, 83: 155440.
- [13] Rosenow B, Levkivskiy I P, Halperin B I. Current correlations from a mesoscopic anyon collider [J]. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 156802.
- [14] Grosfeld E, Simon S H, Stern A. Switching noise as a probe of statistics in the fractional quantum Hall effect [J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 226803.
- [15] Lee B, Han C, Sim H S. Negative excess shot noise by anyon braiding [J]. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 016803.
- [16] de-Picciotto R, Reznikov M, Heiblum M, *et al.* Direct observation of a fractional charge [J]. *Phys B Condens Matter*, 1998, 249/250/251: 395-400.
- [17] Saminadayar L, Glatli D C, Jin Y, *et al.* Observation of the $e/3$ fractionally charged Laughlin quasiparticle [J]. *Phys Rev Lett*, 1997, 79(13): 2526-2529.
- [18] Bartolomei H, Kumar M, Bisognin R, *et al.* Fractional statistics in anyon collisions [J]. *Science*, 2020, 368(6487): 173-177.
- [19] Jonckheere T, Rech J, Grémaud B, *et al.* Anyonic statistics revealed by the Hong-Ou-Mandel dip for fractional excitations [J]. *Phys Rev Lett*, 2023, 130: 186203.
- [20] Zhang G, Hong C, Alkalay T, *et al.* Measuring statistics-induced entanglement entropy with a Hong-Ou-Mandel interferometer [J]. *Nat Commun*, 2024, 15: 3428.
- [21] Lee J Y M, Hong C, Alkalay T, *et al.* Partitioning of diluted anyons reveals their braiding statistics [J]. *Nature*, 2023, 617: 277-281.
- [22] Kundu H K, Biswas S, Ofek N, *et al.* Anyonic interference and braiding phase in a Mach-Zehnder interferometer [J]. *Nat Phys*, 2023, 19(4): 515-521.
- [23] Ruelle M, Frigerio E, Baudin E, *et al.* Time-domain braiding of anyons [J]. *Science*, 2025, 389 (6755): eadm7695.
- [24] Guerrero-Suarez R, Suresh A, Maiti T, *et al.* Universal anyon tunnelling in a chiral Luttinger liquid [J]. *Nat Phys*, 2025, 21(11): 1787-1793.
- [25] Suresh A, Guerrero-Suarez R, Maiti T, *et al.* Topological robustness of anyon tunneling at $\nu = 1/3$ [J]. *Phys Rev Lett*, 2026, 136: 176602.
- [26] Ghosh B, Labendik M, Umansky V, *et al.* Coherent bunching of anyons and dissociation in an interference experiment [J]. *Nature*, 2025, 642 (8069): 922-927.
- [27] Levin M, Halperin B I, Rosenow B. Particle-hole symmetry and the Pfaffian state [J]. *Phys Rev Lett*, 2007, 99: 236806.
- [28] Park J, Spånslätt C, Mirlin A D. Fingerprints of anti-Pfaffian topological order in quantum point contact transport [J]. *Phys Rev Lett*, 2024, 132: 256601.
- [29] Bishara W, Fiete G A, Nayak C. Quantum Hall states at $\nu=2/(k+2)$: Analysis of the particle-hole conjugates of the general level- k Read-Rezayi states [J]. *Phys Rev B*, 2008, 77: 241306(R).
- [30] Yutushui M, Stern A, Mross D F. Identifying the $\nu = 5/2$ topological order through charge transport measurements [J]. *Phys Rev Lett*, 2022, 128: 016401.
- [31] Das S, Das Sa, Mandal S S. Anomalous reentrant $5/2$ quantum Hall phase at moderate Landau-level mixing strength [J]. *Phys Rev Lett*, 2023, 131: 056202.
- [32] Yutushui M, Stern A, Mross D F. Universal charge conductance at Abelian-non-Abelian quantum Hall interfaces [J]. *Phys Rev Lett*, 2025, 134: 206301.
- [33] Manna S, Das A, Goldstein M, *et al.* Full classification of transport on an equilibrated $5/2$ edge via shot noise [J]. *Phys Rev Lett*, 2024, 132: 136502.
- [34] Batra N, Feldman D E. Different fractional charges from auto- and cross-correlation noise in quantum Hall states without upstream modes [J]. *Phys Rev*

- Lett, 2024, 132: 226601.
- [35] Nakamura J, Liang S, Gardner G C, *et al.* Fabry-Pérot interferometry at the $\nu = 2/5$ fractional quantum Hall state [J]. Phys Rev X, 2023, 13: 041012.
- [36] Ghosh B, Labendik M, Musina L, *et al.* Anyonic braiding in a chiral Mach-Zehnder interferometer [J]. Nat Phys, 2025, 21(9): 1392-1397.
- [37] Lee J Y M, Sim H S. Non-Abelian anyon collider [J]. Nat Commun, 2022, 13: 6660.
- [38] Nava A, Egger R, Hassler F, *et al.* Non-Abelian anyon statistics through ac conductance of a Majorana interferometer [J]. Phys Rev Lett, 2024, 133: 146604.
- [39] Han C, Lee J Y M, Sim H S. Anyon interferometry to detect braiding statistics of neutral modes [J]. Phys Rev Lett, 2024, 133: 186603.
- [40] Zhang G, Gornyi I, Gefen Y. Landscapes of an out-of-equilibrium anyonic sea [J]. Phys Rev Lett, 2025, 134: 096303.
- [41] Schiller N, Shapira Y, Stern A, *et al.* Anyon statistics through conductance measurements of time-domain interferometry [J]. Phys Rev Lett, 2023, 131: 186601.
- [42] Iyer K, Ronetti F, Grémaud B, *et al.* Finite width of anyons changes their braiding signature [J]. Phys Rev Lett, 2024, 132: 216601.
- [43] Thamm M, Rosenow B. Effect of the soliton width on nonequilibrium exchange phases of anyons [J]. Phys Rev Lett, 2024, 132: 156501.
- [44] Manna S, Das A, Gefen Y, *et al.* Multiple mechanisms for emerging conductance plateaus in fractional quantum Hall states [J]. Phys Rev Lett, 2025, 134: 256503.
- [45] Kim J, Dev H, Kumar R, *et al.* Aharonov-Bohm interference and statistical phase-jump evolution in fractional quantum Hall states in bilayer graphene [J]. Nat Nanotechnol, 2024, 19(11): 1619-1626.
- [46] Werkmeister T, Ehrets J R, Wesson M E, *et al.* Anyon braiding and telegraph noise in a graphene interferometer [J]. Science, 2025, 388(6748): 730-735.
- [47] Kim J, Dev H, Shaer A, *et al.* Aharonov-Bohm interference in even-denominator fractional quantum Hall states [J]. Nature, 2026, 649(8096): 323-329.
- [48] Samuelson N L, Cohen L A, Wang W, *et al.* Slow quasiparticle dynamics and anyonic statistics in a fractional quantum Hall Fabry-Pérot interferometer [J]. Phys Rev X, 2026, 16: 011062.
- [49] Wang C, Zhang X W, Liu X, *et al.* Higher Landau-level analogs and signatures of non-Abelian states in twisted bilayer MoTe₂ [J]. Phys Rev Lett, 2025, 134: 076503.
- [50] Dutta B, Umansky V, Banerjee M, *et al.* Isolated ballistic non-abelian interface channel [J]. Science, 2022, 377(6611): 1198-1201.
- [51] Google Quantum AI and Collaborators. Non-Abelian braiding of graph vertices in a superconducting processor [J]. Nature, 2023, 618(7964): 264-269.
- [52] Xu S, Sun Z Z, Wang K, *et al.* Non-Abelian braiding of Fibonacci anyons with a superconducting processor [J]. Nat Phys, 2024, 20(9): 1469-1475.
- [53] Cohen L A, Samuelson N L, Wang T, *et al.* Spontaneous localization at a potential saddle point from edge state reconstruction in a quantum Hall point contact [J]. Phys Rev Lett, 2025, 134: 076302.
- [54] Nakamura J, Liang S, Gardner G C, *et al.* Impact of bulk-edge coupling on observation of anyonic braiding statistics in quantum Hall interferometers [J]. Nat Commun, 2022, 13(1): 344.
- [55] Guo H, Yue X, Wang S, *et al.* Shot noise with interaction effects in mutually coupled Fabry-Pérot cavities [J]. Phys Rev B, 2026, 113: 155305.
- [56] Mayorov A S, Wang P, Yue X K, *et al.* Quantum-Hall effect at 0.002 T in graphene [J]. Nat Commun, 2026, 17: 2003.
- [57] Glidic P, Maillet O, Aassime A, *et al.* Cross-correlation investigation of anyon statistics in the $\nu = 1/3$ and $\nu = 2/5$ fractional quantum Hall states [J]. Phys Rev X, 2023, 13: 011030.
- [58] Ruelle M, Frigerio E, Berroir J M, *et al.* Comparing fractional quantum Hall Laughlin and Jain topological orders with the anyon collider [J]. Phys Rev X, 2023, 13: 011031.
- [59] Yutushui M, Hermanns M, Mross D F. Non-Abelian phases from the condensation of Abelian anyons [J]. Phys Rev Lett, 2025, 135: 056501.
- [60] Lo C F B, Lyons A, Gresh D, *et al.* Universal gates from braiding and fusing anyons on quantum hardware [J]. Nature, 2026, 655(8123): 591-597.

(责任编辑: 于白茹)