doi:10.12068/j.issn.1005-3026.2026.20250024

4SPS/RRR绳驱-弹簧并联腰部康复机器人设计与性能分析

王海芳，战迪鑫，丁旭刚，马成龙
（东北大学秦皇岛分校 控制工程学院，河北 秦皇岛 066004）

摘 要：针对外骨骼穿戴式腰部康复机器人存在的动平台转动中心偏差及刚性驱动兼容性差等问题，设计了一种基于弹簧的绳索驱动的4SPS/RRR并联腰部康复机器人．首先，基于螺旋理论的型综合原理，构型并优选出符合腰部解剖学特征和运动需求的机器人结构．其次，结合运动/力传递性能指标，优化机构的布局及关键结构参数．最后，对优化后机构的工作空间与刚度特性进行了分析．研究表明，该机器人通过仿生驱动与约束优化，有效解决了传统机器人的运动偏差及二次损伤风险，且结构参数优化确保了设计的合理性，可为患者提供精准、高效的康复训练．

关 键 词：腰部康复；绳驱-弹簧并联机构；螺旋理论；运动性能分析；刚度
中图分类号：TP 242 **文献标志码**：A **文章编号**：1005-3026(2026)04-0051-11

Design and Performance Analysis of 4SPS/RRR Cable-Driven Parallel Robot with Springs for Lumbar Rehabilitation

WANG Hai-fang, *ZHAN Di-xin*, *DING Xu-gang*, *MA Cheng-long*
(School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China. Corresponding author: WANG Hai-fang, E-mail: hfwang0335@126.com)

Abstract: There are issues such as deviation of the moving platform's rotation center and limited compatibility with rigid actuation mechanisms in exoskeleton-based wearable robots for lumbar rehabilitation. To solve these problems, a 4SPS/RRR cable-driven parallel robot with springs for lumbar rehabilitation was proposed. First, based on the type synthesis principle of screw theory, a robot structure was configured and selected to align with the anatomical characteristics and motion requirements of the lumbar region. Secondly, the layout and key structural parameters of the mechanism were optimized by incorporating motion/force transmission performance indices. Finally, the workspace and stiffness characteristics of the optimized mechanism were analyzed. The study shows that the robot, through biomimetic drive and constraint optimization, effectively resolves motion deviation and secondary injury risks of traditional robots. Moreover, the optimization of structural parameters ensures design rationality, facilitating precise and efficient rehabilitation training for patients.

Key words: lumbar rehabilitation; cable-driven parallel mechanism with spring; screw theory; motion performance analysis; stiffness

随着现代生活方式的改变，我国腰部疾病发病率显著上升．全球疾病负担研究显示，每年约36.6%的人口出现腰背痛症状，且超过60%的患者症状反复发作[1]．慢性非特异性腰痛(chronic nonspecific

收稿日期：2025-03-24
基金项目：国家自然科学基金资助项目(62273326)；河北省自然科学基金资助项目(F2024501008)；中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N2423021)．
作者简介：王海芳(1976—)，男，山西高平人，东北大学副教授．
通信作者：王海芳，E-mail:hfwang0335@126.com.

low back pain, CNLBP)尤为常见,且年轻化趋势愈发显著[2].研究表明,脊柱肌群协同失调是慢性腰痛的核心病理机制,亟需通过规范化康复训练重建肌肉功能[3].在此背景下,腰部康复机器人凭借精准、高效的训练方式,成为替代人工康复的重要手段[4].

现有腰部康复机器人可分为刚性结构驱动和柔性结构驱动两大类,并可进一步细分为末端执行器牵引式和外骨骼穿戴式[5].

在末端执行器牵引式腰部康复机器人领域,Tadano等[6]设计的腰部康复牵引床,Chen等[7]设计的包括可准确复现人体腰部运动、辅助腰部损伤患者训练的柔索驱动并联机器人,可实现腰、髋和膝关节康复训练的柔索驱动并联康复机器人等.然而,牵引床在牵引力控制上不够精确,易引发腰背肌痉挛和脊柱错位,柔索驱动并联机构刚度不足,易受外部约束限制,影响康复效果.

在外骨骼穿戴式腰部康复机器人领域,Kang等[9]设计了玻璃纤维弹簧驱动外骨骼,Lee等[10]设计了腰椎退行性平背辅助机器人等.该类康复机器人主要康复目的不是针对腰部肌群的重复性任务训练,而是辅助腰椎疾病患者更好的搬运物体或减少行走阻力以降低对腰椎的进一步损伤.Guo等[11]设计的3RPR并联腰椎康复机器人、王凯[12]设计的4SPS/S外骨骼式机器人等,则更适用于慢性非特异性腰痛患者腰部肌群重复性、任务性锻炼的康复机器人.然而,该类腰部康复机器人未考虑动平台转动中心与腰椎运动中心一致性问题.

本文基于柔性驱动刚性结构的外骨骼穿戴式腰部康复机器人,结合腰部解剖学原理和运动特点,通过构型综合及优选,设计了4SPS/RRR绳驱-弹簧并联腰部康复机器人.首先,该腰部康复机器人通过采用柔索驱动元件替代传统刚性驱动元件以模拟腰部肌肉,降低了结构质量,减少对患者的二次损伤,实现仿生驱动,使康复过程更接近健康人体的自然运动.其次,引入RRR约束支链确保动平台转动中心与腰椎运动中心重合,进一步优化人机兼容性.最后,采用弹簧与绳索并联配置,克服动平台必须位于定平台下方的限制,并提高了系统被动刚度.

1 腰部康复机器人设计

1.1 腰部结构与运动特点分析

依据腰部的解剖结构,人体腰部主要由腰椎、周围肌肉群及附属软组织构成,如图1所示.根据《法医学关节活动度检验规范》[13],腰部的生理运动范围包括屈伸、侧屈及扭转,其具体测量数值为:前屈0~90°,后伸0~20°,左右侧屈均为0~30°,扭转0~30°(如图2所示).针对康复中期的慢性非特异性腰痛患者肌力下降导致的运动受限特性,其腰部活动范围低于正常水平[14].

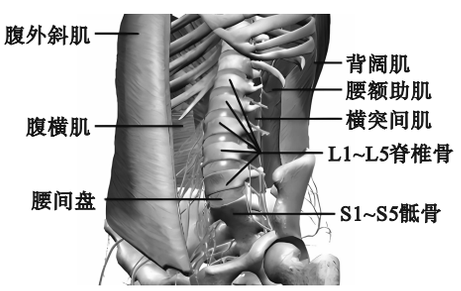


图1 腰部生理结构图[12]

Fig. 1 Lumbar anatomy illustration [12]

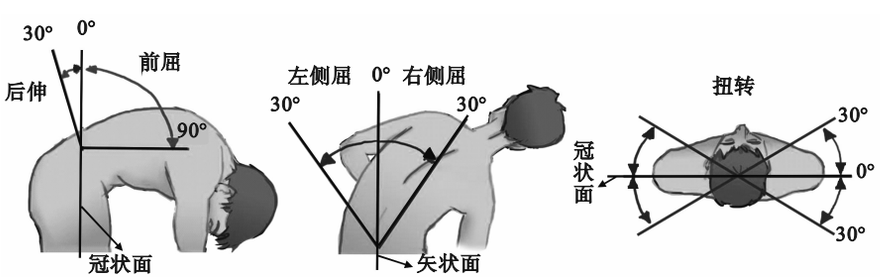


图2 健康人体腰部运动范围[15]

Fig. 2 Healthy lumbar range of motion[15]

基于核心稳定康复训练法[16],要求患者在腰部屈伸、侧屈和扭转训练过程中需要保持上半身躯干挺直状态.为此建立三转动自由度球杆模型:将L1~L5节腰椎简化为刚性杆,S1节骶骨等效成球窝关节,L5节腰椎与S1节骶骨连接处等效成球副S,如图3所示.

1.2 腰部康复机器人构型综合与优选

基于建立的三转动自由度球杆模型,将

L1~L5节腰椎等效为需要构型的球副S目标约束支链,腰部肌群等效为整体并联机构的偏转支链.基于目标约束支链并结合腰部结构、运动特点,采用基于螺旋理论的型综合原理,对整体机构的穿戴部分偏转支链进行构型综合并优选.

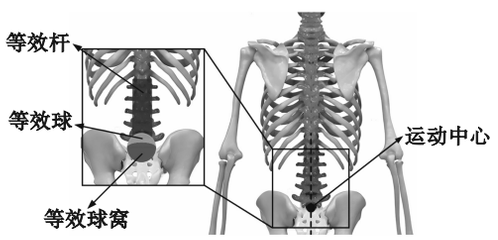


图3　人体腰部运动等效图[17]

Fig. 3　Equivalent diagram of lumbar motion[17]

球副S约束支链的运动螺旋为

$$\left.\begin{aligned}\$_1&=(1\quad 0\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_2&=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_3&=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0).\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

使用求解齐次线性方程组的零空间方法[18]求解球副的约束支链约束螺旋系:

$$\left.\begin{aligned}\$_1^{\mathrm{r}}&=(1\quad 0\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_2^{\mathrm{r}}&=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_3^{\mathrm{r}}&=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0).\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

通过对目标球副约束支链的运动螺旋分析可知,目标球副约束支链的约束螺旋空间为几何条件空间汇交的约束螺旋三系,且约束螺旋均为约束力线矢[19].当球副作为机构的约束支链时,机构的总约束与球副目标约束支链的约束相同.为确保机构的几何转动中心与等效球副中心点重合,偏转支链应满足约束力线矢均过等效球副运动中心点的构型准则.

根据并联机构约束与支链约束之间的关系,偏转支链的约束数目存在4种情况:0,1,2,3.每种情况对应不同的单一偏转支链约束空间特性,如表1所示.考虑到球副目标约束支链是由腰椎骨骼等效构成,不应作为实际约束支链,故偏转支链的约束数目必须为3.如表1所示,该约束空间通过限制3个平移自由度,确保机构运动与腰部解剖学运动的几何一致性.

表1　基于球副的三转动自由度机器人偏转支链约束类型

Table 1　Constraint type of deflection branch chain of a three-rotational robot based on spherical pair

并联机构约束空间	等效球副约束支链约束空间	偏转支链约束数目	单一偏转支链约束空间
		0	无
		1	
		2	
		3	

在此种情况下,偏转支链约束螺旋为

$$\left.\begin{aligned}\$_1^{\mathrm{r}}{}'&=(1\quad 0\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_2^{\mathrm{r}}{}'&=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_3^{\mathrm{r}}{}'&=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0).\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

则偏转支链的运动螺旋为

$$\left.\begin{aligned}\$_1'&=(1\quad 0\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_2'&=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\\ \$_3'&=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0).\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

将$\$_1,\$_2,\$_3$线性组合后有

$$\left.\begin{aligned}\$_1''&=(a_1\quad b_1\quad c_1;0\quad 0\quad 0),\\ \$_2''&=(a_2\quad b_2\quad c_2;0\quad 0\quad 0),\\ \$_3''&=(a_3\quad b_3\quad c_3;0\quad 0\quad 0).\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

通过线性组合,得到了满足目标球副约束支链的三自由度腰部康复机构的实际约束支链类型为$({}^iR^jR^kR)_N$,其中i,j,k表示空间3个线性无关的轴线,N表示3个连续的转动副中心轴线交于空间一点N,N与球副中心点重合.考虑到此种支链的R副通常由电机驱动,无法由绳索驱动,因此,$({}^iR^jR^kR)_N$支链作为限制动平台自由度和保证动平台转动中心与人体腰部实际转动中心一致的无动力单一约束偏转支链.

$({}^iR^jR^kR)_N$支链作为无动力单一约束偏转支链,因此将腰部肌群等效为驱动偏转支链.驱动偏转支链的约束数目应为0,满足要求的支链构

型有 SPS，UPS，UCU 等．该康复机构采用绳索驱动，而绳索只在受拉时发挥作用，故绳索驱动的并联机构的动平台在不依赖外界约束运动时，必须在定平台下方，即靠自身重力完成整体并联机构动平台的完全约束．而穿戴式腰部康复机构的动平台位于定平台上方，故引入弹簧并与绳索并联配置，形成驱动支链的驱动 P 副．考虑到只允许弹簧发生伸缩变化，故本文采用两端为球副的 SPS 支链作为该康复机器人的驱动偏转支链．综上所述，本文设计出穿戴式 4SPS/RRR 绳驱−弹簧并联腰部康复机器人．

1.3 腰部康复机器人设计

如图 4a 所示，腰部康复机器人由 4SPS/RRR 并联机构、绳索收放模块、绳索滑轮组三部分构成．其中，主体 4SPS/RRR 并联机构通过宽度可调节式框架穿戴于患者腰部，其定平台与动平台分别定位于患者腰椎 L5 和 L1 节平面处．人机接触界面集成柔性气垫层以提升佩戴舒适性．绳索由收放模块驱动，经滑轮组导向后连接至 4SPS/RRR 并联机构．外框架采用 6061 铝型材构建，并在垂直铝材底部安装福马轮，便于移动和调节．定平台通过双侧立柱调节高度．

图 4b 展示了主体 4SPS/RRR 并联机构．驱动支链由两端球铰、中段绳索、弹簧及连接件组成．绳索经安装于定平台下表面的弧面出线器引入、穿过定平台中空万向球铰，并依次通过弹簧、动平台球铰，终端由锁线器锁紧以保持张力．弹簧采用双端固定方式，连接于锥型嘴连接件与弹簧紧固基座之间．为避免关键支链干涉，RRR 约束支链采用双 L 形正交结构，有效避免了与 SPS 驱动支链的空间干涉问题．平台系统采用分体式设计，定平台与动平台通过具有双向调节功能的宽度适配器连接，以适应不同体型康复患者．

绳索收放模块如图 4c 所示，步进电机通过弹性联轴器驱动双光杆导向机构，使绕线筒在旋转收放过程中产生轴向位移，该运动特性通过精密匹配螺纹杆导程与绕线槽螺距实现．该设计可确保出线点空间位置恒定，有效消除传统收放装置常见的绳索交叠、震荡等问题．

拉力监测系统如图 4d 所示，采用应变式压力传感器与 V 型导向轮集成方案，可精准监测治疗过程中的力学参数变化．

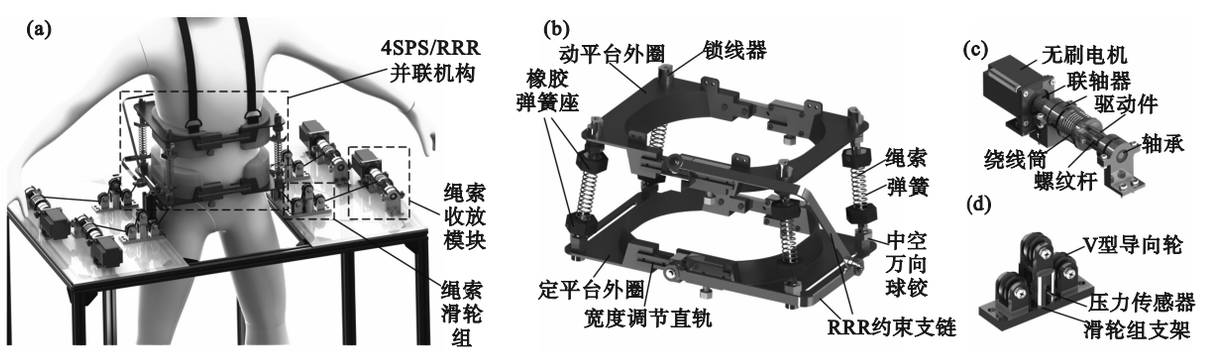


图 4 4SPS/RRR 绳驱−弹簧并联腰部康复机器人结构

Fig. 4 Structure of 4SPS/RRR cable-driven parallel robot with springs for lumbar rehabilitation

(a)—整体结构；(b)—4SPS/RRR 并联机构；(c)—绳索收放模块；(d)—绳索滑轮组．

2 机构运动学分析

运动学分析是机器人性能分析的理论基础，4SPS/RRR 并联机构简图如图 5 所示，由定平台、动平台、4 根绳索弹簧驱动支链、RRR 约束支链组成．该并联机构的全局坐标系定义为 $O-XYZ$，原点 O 为定平台形心，X 轴水平平行于定平台且延长线交于定平台 a_1a_4 边中点，Z 轴垂直于定平台，Y 轴由右手定则确定．局部坐标系定义为 $O_1-X_1Y_1Z_1$，O_1 点与 O 点重合，X_1 轴水平平行于动平台且垂直于 Z_1 轴，Z_1 轴垂直于定平台且与定平台交于 O_1' 点，O_1O_1' 距离为 h，Y_1 轴由右手定则确定．S_{ij} 为定平台（i=1）或动平台（i=2）的球铰运动中心，j=1，2，3，4，表示球铰编号；a_i 为定平台连接点；b_i 为动平台连接点；P_i 为第 i 条支链的移动副；$\boldsymbol{T}_i$ 为第 i 条绳索拉力；C_1，C_2 为定平台结构尺寸；D_1，D_2 为动平台结构尺寸．$\boldsymbol{R}_1$，$\boldsymbol{R}_3$ 分别代表固连于定或动平台的 RRR 约束支链两端的转动副，且位于所在边线中点，$\boldsymbol{R}_2$ 代表 RRR 约束支链中间转动副，3 个转动副转动轴线交于 $O(O_1)$ 点．在初始状态（动平台与定平台平行）下，局部坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 与全局坐标系 $O-XYZ$ 重合．

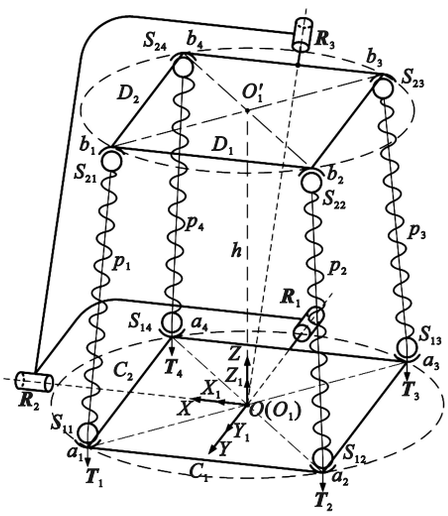


图5　4SPS/RRR 绳驱-弹簧并联机构简图

Fig. 5　Schematic diagram of 4SPS/RRR cable-driven parallel mechanism with spring

2.1　机构自由度分析

采用螺旋理论对4SPS/RRR并联机构的自由度进行定性分析.如图6a所示,以 a_i 为原点建立第 i 条SPS支链的分支坐标系 $O_i-X_iY_iZ_i$,分支坐标系方向与全局坐标系一致.支链 a_ib_i 的绳索弹簧拟驱动副的方向余弦为 $(x_{a_i}\quad y_{a_i}\quad z_{a_i})^{\mathrm{T}}$,$x_{a_i}$ 和 y_{a_i} 表示 b_i 点在 XOY 平面的投影,z_{a_i} 表示 b_i 点距离定平台的垂直距离.

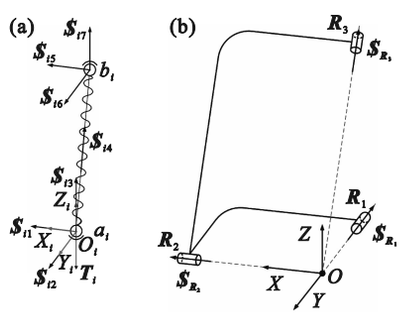


图6　SPS支链和RRR支链螺旋布局

Fig. 6　Spiral layout of SPS and RRR branch chains

(a)—SPS支链;(b)—RRR约束支链.

支链 a_ib_i 的运动螺旋系可表示为

$$\$_{i1}=(1\quad 0\quad 0;0\quad 0\quad 0),\ \$_{i2}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\ \$_{i3}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0),\ \$_{i4}=(0\quad 0\quad 0;x_{a_i}\quad y_{a_i}\quad z_{a_i}),\ \$_{i5}=(1\quad 0\quad 0;0\quad z_{a_i}\quad -y_{a_i}),\ \$_{i6}=(0\quad 1\quad 0;-z_{a_i}\quad 0\quad x_{a_i}),\ \$_{i7}=(0\quad 0\quad 1;y_{a_i}\quad -x_{a_i}\quad 0). \tag{6}$$

通过求解第 i 条SPS支链的约束螺旋系,结果为不存在任意约束螺旋.如图6b所示,支链RRR的运动螺旋系为

$$\$_{R_1}=(0\quad -1\quad 0;\ 0\quad 0\quad 0),\ \$_{R_2}=(a_{R_2}\quad 0\quad c_{R_2};\ 0\quad 0\quad 0),\ \$_{R_3}=(a_{R_3}\quad b_{R_3}\quad c_{R_3};\ 0\quad 0\quad 0). \tag{7}$$

同理,RRR支链约束螺旋系为

$$\$^{\mathrm{r}}_{R_1}=(1\quad 0\quad 0;0\quad 0\quad 0),\ \$^{\mathrm{r}}_{R_2}=(0\quad 1\quad 0;0\quad 0\quad 0),\ \$^{\mathrm{r}}_{R_3}=(0\quad 0\quad 1;0\quad 0\quad 0). \tag{8}$$

SPS支链不约束动平台任意自由度,因此整体机构的约束螺旋系为RRR支链约束螺旋系.由约束螺旋系可知,动平台受到沿坐标系 $O-XYZ$ 三轴的约束力,那么整体4SPS/RRR绳驱-弹簧并联机构的动平台自由度为沿坐标系 $O-XYZ$ 三轴的转动.

综上所述,4SPS/RRR绳驱-弹簧并联机构可以满足患者的前屈后伸、左右侧屈和扭转的康复训练要求.

2.2　运动学逆解分析

逆运动学分析是根据末端执行器位姿求解驱动关节所需的关节变量,本文根据动平台位姿求解绳索弹簧支链长度变化、长度变化速度,得到机构的速度雅可比矩阵.在任意康复姿态下求解绳索弹簧支链长度,实质是求解全局坐标系中 a_ib_i 两点间距离.

设动平台参考点为动平台形心 O_1',定义全局坐标系下,动平台姿态欧拉角为 $\boldsymbol{M}=(\alpha\ \beta\ \gamma)^{\mathrm{T}}$,则局部坐标系相对于全局坐标系的旋转矩阵为

$${}^{o}_{o_i}\boldsymbol{R}=\mathrm{Rot}(Z,\gamma)\mathrm{Rot}(Y,\beta)\mathrm{Rot}(X,\alpha)=\begin{bmatrix}\cos\gamma\cos\beta & \cos\gamma\sin\beta\sin\alpha-\sin\gamma\cos\alpha & \cos\gamma\sin\beta\cos\alpha+\sin\gamma\sin\alpha\\ \sin\gamma\cos\beta & \sin\gamma\sin\beta\sin\alpha+\cos\gamma\cos\alpha & \sin\gamma\sin\beta\cos\alpha-\cos\gamma\sin\alpha\\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha\end{bmatrix}. \tag{9}$$

$\boldsymbol{b}_i(i=1,2,3,4)$ 点在全局坐标系下表达式为

$$\boldsymbol{Ob}_i={}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{b}_i={}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}\cdot(\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{O}_1'+\boldsymbol{O}_1'\boldsymbol{b}_i). \tag{10}$$

设绳索弹簧支链 a_ib_i 的长度为 $L_i(i=1,2,3,4)$,则支链长度矢量表达式为

$$\boldsymbol{L}_i={}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}\cdot(\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{O}_1'+\boldsymbol{O}_1'\boldsymbol{b}_i)-\boldsymbol{Oa}_i. \tag{11}$$

则该机构的逆运动学模型为

$$l_i=\|\boldsymbol{L}_i\|,i=1,2,3,4. \tag{12}$$

对于该并联康复机器人,其速度雅可比矩阵可定义为:动平台参考点 O_1' 的运动速度与绳索弹簧支链长度变化速度的线性变换.

由矢量数量积法则,式(12)可变形为

$$l_i^{\,2}=\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{L}_i. \tag{13}$$

对式(13)两端同时对时间t求导有

$$2l_i\dot{l}_i=\left({}^{o}_{o_1}\dot{\boldsymbol{R}}\cdot\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{b}_i\right)^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{L}_i+\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\cdot\left({}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{b}_i\right)=2\cdot\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\cdot\left({}^{o}_{o_1}\dot{\boldsymbol{R}}\cdot\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{b}_i\right). \tag{14}$$

整理有

$$l_i\dot{l}_i=\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\cdot\left({}^{o}_{o_1}\dot{\boldsymbol{R}}\cdot\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{b}_i\right). \tag{15}$$

其中,旋转矩阵${}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}$对时间$t$求导为

$${}^{o}_{o_1}\dot{\boldsymbol{R}}=\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\cdot{}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}={}^{o}_{o_1}\boldsymbol{\omega}\times{}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}. \tag{16}$$

式中:$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})$为角速度算子矩阵;${}^{o}_{o_1}\boldsymbol{\omega}$为动平台在全局坐标系下的角速度.

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})=\begin{bmatrix}0 & -{}^{O}_{O_{1Z}}\omega & {}^{O}_{O_{1Y}}\omega\\ {}^{O}_{O_{1Z}}\omega & 0 & -{}^{O}_{O_{1X}}\omega\\ -{}^{O}_{O_{1Y}}\omega & {}^{O}_{O_{1X}}\omega & 0\end{bmatrix}, \tag{17}$$

$${}^{o}_{o_1}\boldsymbol{\omega}=\left({}^{O}_{X}\omega\quad {}^{O}_{Y}\omega\quad {}^{O}_{Z}\omega\right)^{\mathrm{T}}. \tag{18}$$

将式(16)代入式(15)中得

$$l_i\dot{l}_i=\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\cdot\left({}^{o}_{o_1}\boldsymbol{\omega}\times{}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{b}_i\right). \tag{19}$$

根据三重积公式继续推导有

$$l_i\dot{l}_i=\left({}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{b}_i\times\boldsymbol{L}_i^{\mathrm{T}}\right)\cdot{}^{o}_{o_1}\boldsymbol{\omega}. \tag{20}$$

将式(20)整理成矩阵形式有

$$\boldsymbol{J}_q\cdot\dot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{J}_x\cdot{}^{O}_{O_1}\boldsymbol{\omega}. \tag{21}$$

式(21)整理得

$$\dot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{J}\cdot{}^{O}_{O_1}\boldsymbol{\omega}. \tag{22}$$

其中:

$$\dot{\boldsymbol{q}}=\left(\dot{l}_1\quad\dot{l}_2\quad\dot{l}_3\quad\dot{l}_4\right), \tag{23}$$

$$\boldsymbol{J}=\left({}^{o}_{o_1}\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{O}_i\boldsymbol{b}_i\times\frac{\boldsymbol{L}_i}{l_i}\right)^{\mathrm{T}},(i=1,2,3,4). \tag{24}$$

矩阵$\boldsymbol{J}$即为该并联康复机器人的速度雅可比矩阵,也称为动平台参考点运动速度的一阶影响系数矩阵,是后续运动性能分析的基础.

3 运动性能分析

为保证腰部康复机器人的稳定性和安全性,需合理布局驱动支链、选取合适的尺寸参数,基于螺旋理论构建4SPS/RRR绳驱-弹簧并联腰部康复机器人的运动性能指标,即运动/力传递性能、可达工作空间和机构刚度.依据这些性能指标可以选择合适的结构和尺寸参数,并判断该康复机器人是否具有较好的运动性能,以及是否适合作为康复机器人.

3.1 基于驱动支链布局的运动/力传递性能分析

4SPS/RRR并联机构的运动学性能分析主要是为了评估该机构在工作空间中的表现,并通过对尺寸参数的优化来提升其性能.机构的运动学性能指标可以通过螺旋理论中基于运动/力传递的指标来评估.根据文献[20-21]提出的支链输入性能指标(ITI)、输出性能指标(OTI)以及最小值法定义的局部传递性能指标(LTI)来评价该康复机构的运动性能,随后通过全局传递性能指标对结构参数进行优化.

1) 局部传递性能指标.输入传递性能指标为

$$\lambda_i=\frac{\left|\$_{Ai}\circ\$_{Ti}\right|}{\left|\$_{Ai}\circ\$_{Ti}\right|_{\max}},(i=1,2,3,4). \tag{25}$$

式中"∘"表示互易积.

$\$_{Ai}$表示支链$i$的运动螺旋,对于4SPS/RRR并联机构,其4个驱动支链的输入驱动螺旋所组成的输入驱动螺旋系为

$$\$_{Ai}=\left(\boldsymbol{0}_{3\times1};\left[\frac{{}^{o}\boldsymbol{b}_i-{}^{o}\boldsymbol{a}_i}{\left\|{}^{o}\boldsymbol{b}_i-{}^{o}\boldsymbol{a}_i\right\|}\right]^{\mathrm{T}}\right),(i=1,2,3,4). \tag{26}$$

$\$_{Ti}$表示支链$i$的传递力螺旋,4个驱动支链传递的力螺旋所组成的传递力螺旋系为

$$\$_{Ti}=\left(\left[\frac{{}^{o}\boldsymbol{b}_i-{}^{o}\boldsymbol{a}_i}{\left\|{}^{o}\boldsymbol{b}_i-{}^{o}\boldsymbol{a}_i\right\|}\right]^{\mathrm{T}};\left[{}^{o}\boldsymbol{b}_i\times\left[\frac{{}^{o}\boldsymbol{b}_i-{}^{o}\boldsymbol{a}_i}{\left\|{}^{o}\boldsymbol{b}_i-{}^{o}\boldsymbol{a}_i\right\|}\right]\right]^{\mathrm{T}}\right). \tag{27}$$

输出传递性能指标采用Li等[22]提出的计算方法:

$$\eta=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{6}\eta_k=\frac{1}{N}\sum_{k}^{6}\frac{\sum_{i=1}^{4}\tau_i^k\left|\$_{Ti}\circ\$_O^k\right|}{\sum_{i=1}^{4}\tau_i^k\left|\$_{Ti}\circ\$_O^k\right|_{\max}}. \tag{28}$$

式中:N表示情况数;τ_i^k为运动系数,当分支的驱动关节被锁定,即分支为被锁定分支时$\tau_i^k=0$,当分支的驱动关节未被锁定,即分支为驱动分支时$\tau_i^k=1$.

对于具有4条驱动支链的三自由度冗余驱动并联机构,当两条驱动支链的驱动关节被锁紧时,该机构相应的驱动力螺旋和RRR约束支链提供的3个约束螺旋可以形成5个独立的约束螺旋系,其情况共有$k=C_4^2=6$种,如表2所示.根据螺旋理论,机构此时依旧存在一个瞬时的运动螺旋,即输出运动螺旋$\$_O^k(k=1,2,3,4,5,6)$.$\$_O^k$由情况$k$对应的动平台所受约束螺旋系求反螺旋得到.

局部运动/力传递性能指标γ表达式为

$$\gamma=\min\left(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\eta\right). \tag{29}$$

基于《中国成年人人体尺寸》[23],给定结构的

定值参数:L1~L5 腰椎长 $h=180$ mm;人体 L1 节腰椎处水平截面近似圆半径 143 mm,则取动平台球铰 b_i 与动平台中心点 O_1' 的定值距离为 $r_1=145$ mm. 给定结构变化参数的初始值:驱动支链 a_ib_i 的俯视长度为 $\delta=40$ mm;$O_1'b_1$ 与 X 轴夹角为 $\varphi=45°$. 如图 7 所示.

表 2　支链锁定组合

Table 2　Branch chain locking combinations

情况 k	驱动分支	被锁定分支	动平台所受约束螺旋系
1	3,4	1,2	$\$_1^r,\$_2^r,\$_3^r,\$_{T1},\$_{T2}$
2	2,4	1,3	$\$_1^r,\$_2^r,\$_3^r,\$_{T1},\$_{T3}$
3	2,3	1,4	$\$_1^r,\$_2^r,\$_3^r,\$_{T1},\$_{T4}$
4	1,4	2,3	$\$_1^r,\$_2^r,\$_3^r,\$_{T2},\$_{T3}$
5	1,3	2,4	$\$_1^r,\$_2^r,\$_3^r,\$_{T2},\$_{T4}$
6	1,2	3,4	$\$_1^r,\$_2^r,\$_3^r,\$_{T3},\$_{T4}$

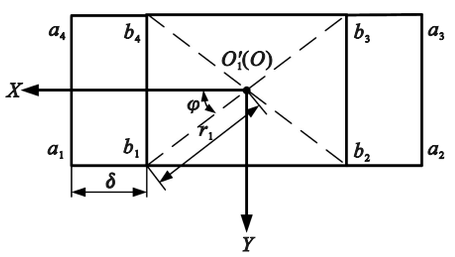


图 7　4SPS/RRR 并联机构俯视简图

Fig. 7　Top view of 4SPS/RRR parallel mechanism in schematic diagram

基于结构的固定参数和变化参数,使用 MATLAB 仿真得到绕 x 和 y 不同角度时的局部传递性能指标如图 8 所示,其中底部平面图中白线表示 $\gamma=0.7$.

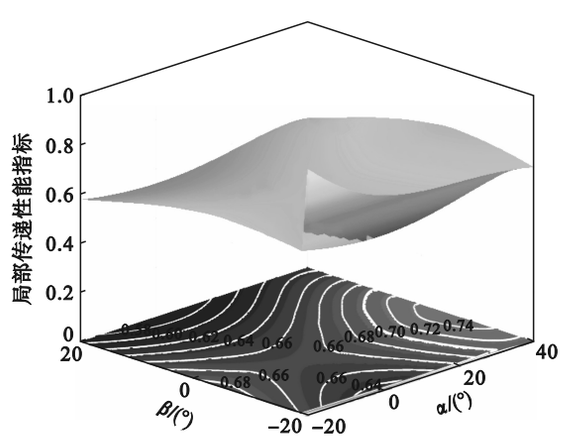


图 8　局部传递指标分布

Fig. 8　Local transmission index distribution

2) 全局传递性能指标. 局部传递性能指标 γ 是基于某特定结构参数下的机构运动/力传递性能评价指标. 对于机构参数在一定范围内的运动/力传递性能评价需采用全局性能指标 σ,定义为:在工作空间内,局部传递性能指标大于 0.7 的力传递性能优越空间与整体工作空间的比值:

$$\sigma=\frac{\int_U \mathrm{d}W}{\int_S \mathrm{d}W}. \tag{30}$$

式中:W 表示机构整体工作空间;U 表示力传递性能优越空间;S 表示康复机构工作空间.

以结构变化参数 φ 和 δ 为设计变量,计算其不同值对应的 σ,得到全局性能指标参数分布图,如图 9 所示.

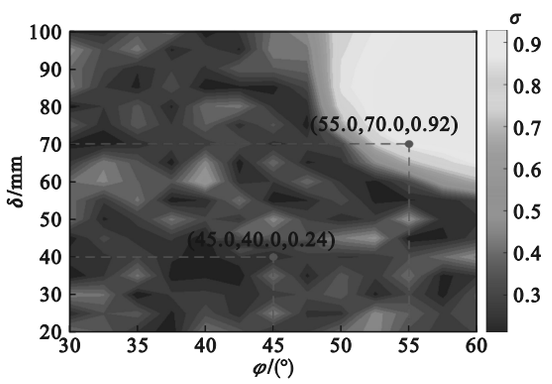


图 9　全局传递指标分布

Fig. 9　Global transmission index distribution

选取运动/力性能较好的结构变化参数最小的结构参数作为后续分析的基准,根据图 9 选取 $\varphi=55°$, $\delta=70$ mm. 绘制结构尺寸在 $h=180$ mm, $r_1=145$ mm, $\varphi=55°$, $\delta=70$ mm 时的局部性能指标分布图,如图 10 所示. 图 8 和图 10 对应的相关结构尺寸的全局性能指标通过图 9 可知 $\sigma(45,40)=0.42$ 和 $\sigma(55,70)=0.91$,对比 $\sigma(45,40)=0.42$ 和 $\sigma(55,70)=0.91$ 可知,优化后的机构尺寸的运动/力传递性能更优.

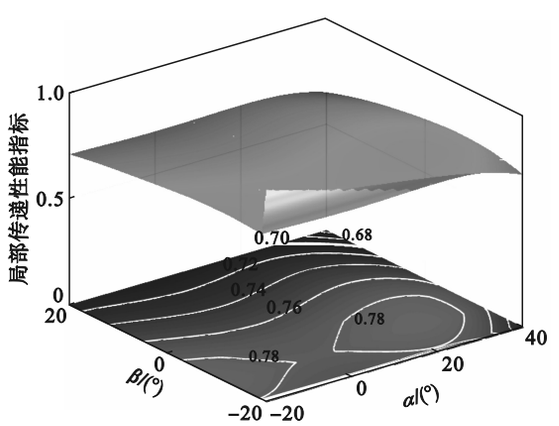


图 10　结构尺寸优化后的局部传递性能指标分布

Fig. 10　Distribution of local transmission index after structural size optimization

3.2　工作空间分析

本文采用蒙特卡洛法对机构的位置工作空间进行求解及仿真. 康复机器人的位置空间指动

平台参考点O_1'可达位置点的集合.

考虑到绳索弹簧驱动支链和各关节工作范围,在求解及仿真过程中,该康复机构需满足以下约束条件:

1) 绳索弹簧支链长度需要满足的约束条件为

$$l_{\min} \leqslant l_i \leqslant l_{\max}(i=1,2,3,4). \tag{31}$$

式中:$l_{\min}$和$l_{\max}$分别为绳索弹簧支链的最小值和最大值.

2) 两平台球铰结构的转角约束条件为

$$\begin{cases}\theta(\boldsymbol{s}_a,\boldsymbol{s}_i) \leqslant \theta_{a_i\max}\\ \theta(\boldsymbol{s}_b,\boldsymbol{s}_i) \leqslant \theta_{b_i\max}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\boldsymbol{s}_a\cdot\boldsymbol{s}_i > \cos\theta_{a_i\max},\\ \boldsymbol{s}_b\cdot\boldsymbol{s}_i > \cos\theta_{b_i\max}.\end{cases} \tag{32}$$

式中:$i=1,2,3,4$;$\boldsymbol{s}_a$,$\boldsymbol{s}_b$和$\boldsymbol{s}_i$分别为定平台位姿矢量、动平台位姿矢量和绳索弹簧支链矢量;$\theta_{a_i\max}=\theta_{b_i\max}=45°$,动平台球铰转角约束图如图11所示,定平台球铰转角约束与动平台球铰转角一致.

3) 连杆之间干涉约束条件为

$$D_{\min} > d_i + d_j(i=1,2,3,4;j=1,2,3,4;i\neq j). \tag{33}$$

式中:$D_{\min}$为某两根连杆间最短距离;d_i和d_j为某两根连杆的半径,该康复机器人的每根连杆的半径相同,即$d_i=d_j(i=1,2,3,4;\ j=1,2,3,4;\ i\neq j)$.

设计的4SPS/RRR绳驱-弹簧并联腰部康复机器人的结构尺寸是基于优化后的,如表3所示.

经MATLAB仿真,机器人可达工作空间分布情况如图12所示.在零扭转情况下,位置工作空间呈现局部球状曲面特征(图12a).前屈/后伸及左右侧屈最大角度可达45°(图12b和图12c),满足腰部康复后伸(≥20°)和左右侧屈(≥30°)的需求.但前屈运动范围未完全匹配人体生理要求,需进一步优化结构以扩展机器人的运动范围.三维姿态工作空间如图12d所示,从图12e,12f可知,扭转角度γ可达30°以上,满足康复扭转(≥20°)需求.然而,扭转过程中动平台会下降并伴随支链干涉,扭转角度γ越大,各条支链干涉越早,导致屈伸和侧屈能力急剧下降.因此,康复训练时扭转角度不宜过大.

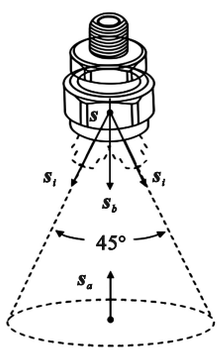


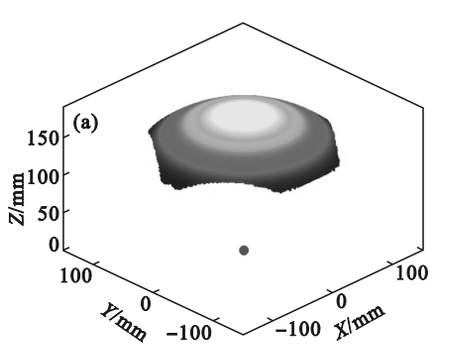
图11 动平台球铰转角约束

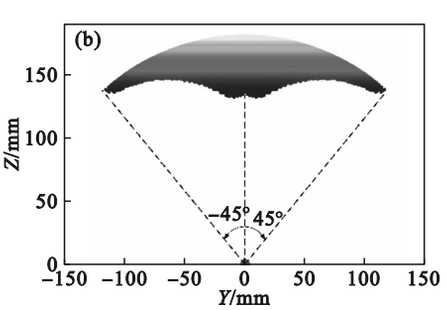
Fig. 11 Rotation angle constraint of spherical joints on moving platform

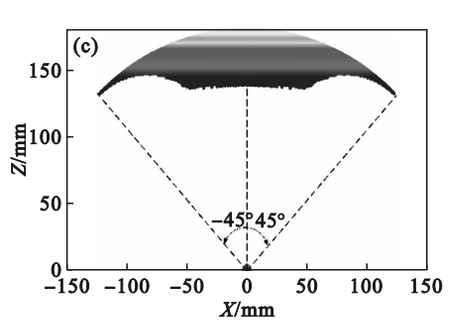
表3 4SPS/RRR机器人结构参数

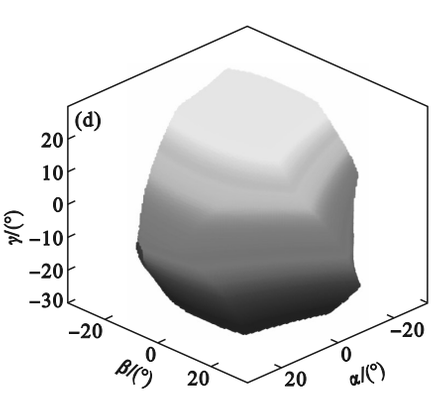
Table 3 Structural parameters of 4SPS/RRR robot

参数	数值
d_1/mm	145
φ/(°)	55
δ/mm	70
$l_{i\min}$/mm	100
$l_{i\max}$/mm	280
$\theta_{ai\max}$/(°)	60
$\theta_{ai\min}$/(°)	60
$r_i=r_j$/mm	15









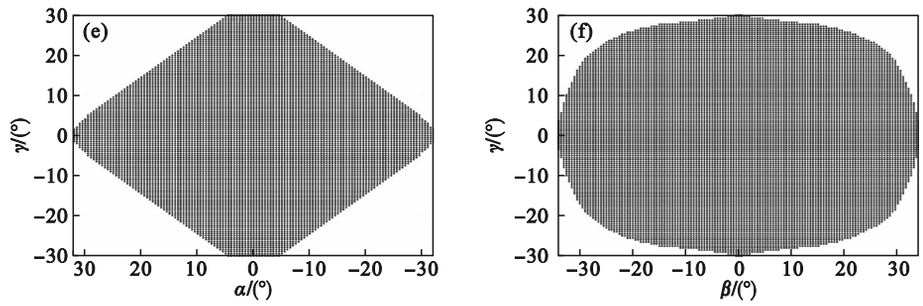


图 12　可达工作空间

Fig. 12　Reachable workspace

(a)—位置工作空间三维图;(b)—位置工作空间 *YZ* 平面视图;(c)—位置工作空间 *XZ* 平面视图;(d)—姿态工作空间三维图;(e)—姿态工作空间 $\alpha-\gamma$ 视图;(f)—姿态工作空间 $\beta-\gamma$ 视图.

3.3　静力学与机构刚度分析

针对使用绳索驱动的并联康复机器人,其具有系统刚度差、绳索只能承受拉力导致的动平台不能位于定平台上方的构型的问题[24].因此,采用将弹簧与绳索并联布置的构型,并作为驱动支链,其中绳索仍为驱动力的传递装置.重点研究引入弹簧并与绳索并联配置后对4SPS/RRR机构刚度的影响.

基于机构结构简图,并根据机器人的速度与静力传递之间的对偶性[25],建立该康复机构的静力学平衡方程:

$$\sum_{i=1}^{4}{}^{o}_{o_i}\boldsymbol{R}\cdot{}^{o_i}\boldsymbol{b}_i\times\boldsymbol{u}_i t_i=\boldsymbol{M}_{\mathrm{e}}. \tag{34}$$

整理并改写得到

$$\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{T}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{e}}. \tag{35}$$

由于力雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}$ 不是方阵,因此,绳索拉力根据矩阵的广义逆理论进行计算:

$$\boldsymbol{T}=\left(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\right)^{+}\boldsymbol{M}_{\mathrm{e}}+\boldsymbol{T}_{\mathrm{null}}. \tag{36}$$

其中:$\left(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\right)^{+}=\left(\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\right)^{+}\cdot\boldsymbol{J}$ 是力雅可比矩阵的广义逆;$\boldsymbol{T}_{\mathrm{null}}=\lambda\cdot\mathrm{Null}(\boldsymbol{J})$ 是绳索弹簧支链的驱动力 $\boldsymbol{T}$ 的通解.

每条绳索弹簧支链的驱动力包含绳索拉力 t_{ci} 和弹簧被动弹力 $t_{si}=k_s\cdot\left(l_i-l_{s0}\right)$,其中 k_s 是弹簧劲度系数,l_i 是第 i 条支链长度,l_{s_0} 是弹簧原长,则绳索拉力为

$$\boldsymbol{T}_c=\left(\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\right)^{+}\boldsymbol{M}_{\mathrm{e}}+\boldsymbol{T}_{\mathrm{null}}-k_{\mathrm{s}}\left(\boldsymbol{l}-l_{\mathrm{s0}}\cdot\boldsymbol{E}\right). \tag{37}$$

根据力平衡方程和机构刚度定义,该4SPS/RRR并联机构的系统刚度为

$$\boldsymbol{K}=\frac{\partial\boldsymbol{M}_{\mathrm{e}}}{\partial\boldsymbol{X}}=\frac{\partial\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{X}}\cdot\boldsymbol{T}+\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{A}}+\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}. \tag{38}$$

其中 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{A}}$ 是主动刚度,表达式为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{A}}=\frac{\partial\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{X}}\cdot\boldsymbol{T}=\frac{\partial\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}}{\partial\boldsymbol{X}}\cdot\left(\boldsymbol{T}_{\mathrm{c}}+\boldsymbol{T}_{\mathrm{s}}\right). \tag{39}$$

$\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}$ 是被动刚度,表达式为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{T}}{\partial\boldsymbol{l}}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{l}}{\partial\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{diag}\left(k_{\mathrm{c1}}+k_{\mathrm{s1}},\cdots,k_{\mathrm{c4}}+k_{\mathrm{s4}}\right)\cdot\boldsymbol{J}. \tag{40}$$

其中:$k_{\mathrm{c}i}=\dfrac{E_iA_i}{l_i}$ 是绳索刚度,E_i 为绳索弹性模量,A_i 为绳索横截面积,l_i 为绳索变形长度;$k_{si}=\dfrac{Gd^4}{8D^3n}$ 是弹簧的劲度系数,G 为弹簧剪切模量,d 为弹簧线径,D 为弹簧中径,n 为有效圈数.

由式(39)可知,主动刚度 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{A}}$ 只在形式上发生变化,支链驱动力 $\boldsymbol{T}$ 在相同位姿下相同,因此主动刚度无变化.由式(40)可知,被动刚度 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}$ 因增加了弹簧贡献项 $\sum_{i=1}^{4}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}k_{si}\boldsymbol{J}$ 而得到增强,从而有效提高了整体系统刚度.

主动刚度的数量级远小于被动刚度的数量级[26],因此,分析康复机器人在工作空间内的系统刚度 $\boldsymbol{K}$ 的分布情况时,忽略 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{A}}$,只考虑 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}$.本文采用 $\boldsymbol{K}$ 的最小特征值 $\sigma_{(\boldsymbol{K})\min}$,最大特征值 $\sigma_{(\boldsymbol{K})\max}$ 和KSI(stiffness condition number index)作为评价该康复机构在工作空间内刚度分布的指标.KSI定义为

$$\mathrm{KSI}=\frac{\sigma_{(\boldsymbol{K})\min}}{\sigma_{(\boldsymbol{K})\max}}. \tag{41}$$

其中:$\sigma_{(\boldsymbol{K})\min}$ 表示系统刚度最弱方向上的刚度值;$\sigma_{(\boldsymbol{K})\max}$ 表示系统刚度最强方向上的刚度值.

4SPS/RRR绳驱-弹簧并联机器人的物理参数如表4所示.绳索材料为超高分子量聚乙烯纤维,弹簧材料为弹簧钢.

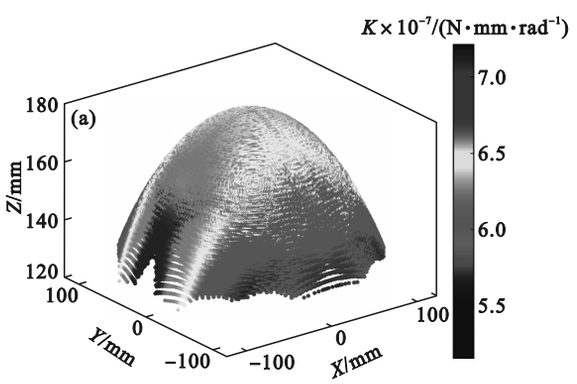
为评估引入弹簧对系统刚度的影响,分析了康复机器人4SPS/RRR绳驱-弹簧并联机器人部分的刚度特性.需要指出,因绳索只能受拉,纯绳索驱动理论上无法稳定实现动平台在定平台上

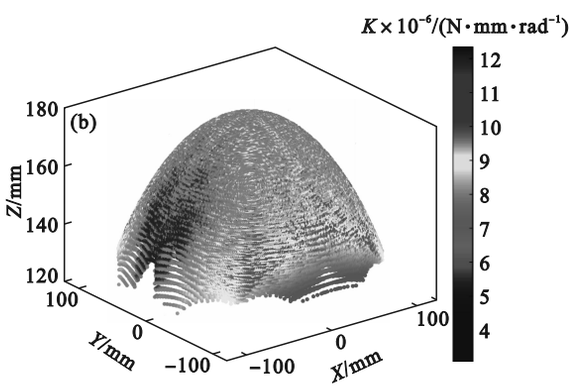
方的构型,故未通过仿真生成纯绳索驱动构型的刚度指标分布图,以与当前绳驱-弹簧构型进行直接的图形化对比.尽管如此,式(39)和式(40)已证明,引入弹簧可有效提高系统刚度.下面对绳驱-弹簧构型在零扭转的情况下的工作空间内的刚度分布情况进行仿真分析.图13a和图13b表示4SPS/RRR并联机构的刚度边界;图13c给出了KSI指标的分布情况.结果显示KSI指标在工作空间内分布均匀无突变,表明该机器人具有良好的刚度稳定性和力学性能,可为康复训练提供安全、舒适的力学支撑.

表4 绳索弹簧驱动支链物理参数

Table 4 Physical parameters of cable and spring-driven branch chains

参数	数值
绳索杨氏模E_i/GPa	0.8
绳索横截面积A_i/m^2	1.96×10^{-7}
绳索原长l_0/m	0.18
弹簧剪切模量G/GPa	79
弹簧线径/m	0.002
弹簧中径/m	0.026
弹簧有效圈数n	12
弹簧原长l_{s0}/m	0.09





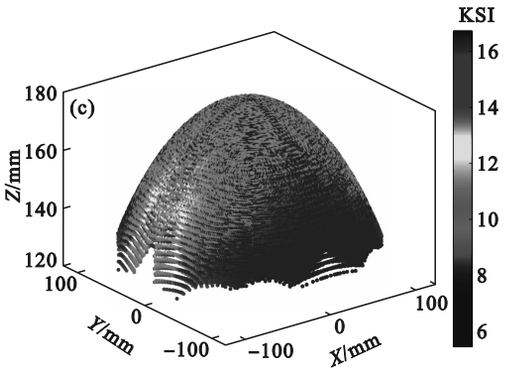


图13 绳索弹簧4SPS/RRR机构刚度特性

Fig. 13 Stiffness characteristics of cable-driven 4SPS/RRR mechanism with spring

(a)—最大刚度;(b)—最小刚度;(c)—KSI.

4 结 论

1)基于人体腰部解剖学与运动特点,设计了一种穿戴式4SPS/RRR绳驱-弹簧并联康复机器人.柔性绳索驱动模拟腰部肌群对腰椎的驱动,具有仿生特性;引入的弹簧实现动平台在上的构型设计;RRR约束支链确保康复机器人动平台转动中心与腰椎运动中心的运动一致性.此外,康复机器人整体采用模块化设计,包含4SPS/RRR并联机构、绳索滑轮组、绳索收放模块等.

2)针对4SPS/RRR并联机构布局方式和结构参数的设计合理性问题,通过对运动/力传递性能指标分析,得到康复机器人的合理布局及设计参数,提高机器人优质运动/力传递空间占比.

3)通过对优化后机器人的工作空间、系统刚度进行分析、仿真,表明机器人的可达工作空间满足腰部所需康复设定范围,系统刚度中被动刚度得以提高,刚度KSI指标分布平均,未表现出突变,刚度性能均匀.

参考文献:

[1] Murray C J L. The global burden of disease study at 30 years [J]. *Nature Medicine*, 2022, 28(10): 2019-2026.

[2] Jokar F, Hosseini S M, Taheri N. The relationship between the psoas major muscle morphology characteristics with disability index and pain in patients with chronic nonspecific low back pain [J]. *Journal of Bodywork and Movement Therapies*, 2024, 38: 454-458.

[3] Zhou X, Kong L J, Ren J, et al. Effect of traditional Chinese exercise combined with massage on pain and disability in patients with lumbar disc herniation: a multi-center, randomized, controlled, assessor-blinded clinical trial [J]. *Frontiers in Neurology*, 2022, 13: 952346.

[4] Ju F Y, Wang Y J, Xie B, et al. The use of sports rehabilitation robotics to assist in the recovery of physical abilities in elderly patients with degenerative diseases: a

literature review［J］*Healthcare MDPI*, 2023, 11(3): 326.
［5］ Tian J J, Wang H B, Wang L P, et al. Compact waist rehabilitation robot inspired by McKenzie therapy: design, analysis and validation［J］. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, 8(6): 3198−3205.
［6］ Tadano S, Tanabe H, Arai S, et al. Lumbar mechanical traction: a biomechanical assessment of change at the lumbar spine［J］. *BMC Musculoskeletal Disorders*, 2019, 20(1): 1−12.
［7］ Chen Q, Zi B, Sun Z, et al. Design and development of a new cable-driven parallel robot for waist rehabilitation［J］. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(4): 1497−1507.
［8］ Yang Z M, Zi B, Chen B. Mechanism design and kinematic analysis of a waist and lower limbs cable-driven parallel rehabilitation robot［C］// IEEE 3rd Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC). Chongqing, 2019: 723−727.
［9］ Kang I, Hsu H, Young A. The effect of hip assistance levels on human energetic cost using robotic hip exoskeletons［J］. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2019, 4(2): 430−437.
［10］ Lee D, Kim S, Park H J, et al. A spine assistive robot with a routed twisted string actuator and a flat-back alleviation mechanism for lumbar-degenerative flat back［J］. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022 27(6): 5185−5196.
［11］ Guo X Z, Zhou Z H, Mai J G, et al. Kinematic and kinetic analysis of 3-RPR based robotic lumbar brace［C］// IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Boston, 2020: 1828−1833.
［12］ 王凯. 可穿戴腰部外骨骼结构设计及智能控制算法研究［D］. 南京: 南京理工大学, 2021.
(Wang Kai. Research on the structural design and intelligent control algorithm of wearable lumbar exoskeleton［D］. Nanjing: Nanjing University of Science & Technology, 2021.)
［13］ 全国刑事技术标准化技术委员会法医检验分技术委员会. 法医学 关节活动度检验规范: GA/T 1661—2019［S］. 北京: 中国标准出版社, 2019.
(National Technical Committee for Standardization of Criminal Technology, Subcommittee on Forensic Examination. Forensic medicine—specification for inspection of joint range of motion: GA/T 1661—2019［S］. Beijing: China Standards Press, 2019.)
［14］ 韩英明. 基于绳索驱动的躯干诱导康复训练系统设计与实现［D］. 成都: 电子科技大学, 2024.
(Han Ying-ming. Structural design and optimization of trunk motion induced rehabilitation training system［D］. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2024.)
［15］ Madden M P. Flexion & extension |basic human motion［EB/OL］. (2015−05−01)［2025−03−03］. https://mikemadden.wixsite.com/basichumanmotion/flexion-extension-co2e.
［16］ Hlaing S S, Puntumetakul R, Khine E E, et al. Effects of core stabilization exercise and strengthening exercise on proprioception, balance, muscle thickness and pain related outcomes in patients with subacute nonspecific low back pain: a randomized controlled trial［J］. *BMC Musculoskeletal Disorders*, 2021, 22(1): 1−13.
［17］ Magicmine. Vertebral column of human skeleton system anatomy［EB/OL］. (2020−03−22)［2025−03−03］. https://depositphotos. com/photo/vertebral-column-human-skeleton-system-anatomy−362046068.html
［18］ Guo R Y, Wang J Y, Hu H H, et al. Extending screw theory for analysing mechanisms incorporating higher kinematic pairs［J］. *Robotica*, 2025, 43(5):1841−1866.
［19］ Di Gregorio R. Design of novel human wrist prostheses based on parallel architectures: dimensional synthesis and kinetostatics［J］. *Biomimetics*, 2025, 10(1): 502−519.
［20］ Wang J S, Chao W, Liu X J. Performance evaluation of parallel manipulators: motion/force transmissibility and its index［J］. *Mechanism & Machine Theory*, 2010, 45(10): 1462−1476.
［21］ 陈祥, 谢富贵, 刘辛军. 并联机构中运动/力传递功率最大值的评价［J］. 机械工程学报, 2014, 50(3): 1−9.
(Chen Xiang, Xie Fu-gui, Liu Xin-jun. Evaluation of the maximum value of motion/force transmission power in parallel manipulators［J］. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(3): 1−9.)
［22］ Li Q C, Zhang N B, Wang F B. New indices for optimal design of redundantly actuated parallel manipulators［J］. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2017, 9(1): 011007.
［23］ 全国人类工效学标准化技术委员会. 中国成年人人体尺寸: GB/T 10000—2023［S］. 北京: 中国标准出版社,2023.
(National Technical Committee for Standardization of Ergonomics. Human dimensions of Chinese adults: GB/T 10000—2023［S］. Beijing: Standards Press of China, 2023.)
［24］ 李崇庆. 六自由度绳索弹簧并联机构的设计与分析［D］. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
(Li Chong-qing. Design and analysis of 6-DOF cable-spring parallel mechanism［D］. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018.)
［25］ Taghirad H D. Parallel robots: mechanics and control［M］. Boca Raton: CRC Press, 2013: 78−106.
［26］ 李辉, 朱文白. 柔索牵引并联机构的静刚度分析［J］. 机械工程学报, 2010, 46(3): 8−16.
(Li Hui, Zhu Wen-bai. Static stiffness analysis of flexible-cable-driven parallel mechanism［J］. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(3): 8−16.)