微行程尺度下精密线性平台装配误差解耦与定位精度优化研究

严定伟[1] 唐 皓[1*] 郑 煜[2] 李鹤葶[3]
1.湖南科技大学机械设备健康维护湖南省重点实验室,湘潭,411201
2.中南大学机电学院,长沙,410083
3.西弥斯医疗科技(湖南)有限公司,湘潭,411100

摘要:为提高微行程尺度下精密线性平台定位精度,根据不同位移尺度定位精度机理,基于装配误差,提出一种装配误差解耦与定位精度提高优化方法。首先,采用提炼的概率密度函数传递算子,通过“组件-装配误差项-几何精度”多对多误差分布耦合映射关系,建立包括装配过程定位精度变化趋势,以及装配误差传递规律的精密运动平台综合预测模型;然后,以装配次序为变量,通过间接改变装配误差的耦合关系,进行误差测量验证和耦合映射关系表征;最后,依据误差传递规律,实现了平台装配优化和定位精度的提高。优化后的装配实验结果表明:依照ISO标准,在1 mm行程下双向定位误差由20 μm降低到6 μm,分布均值绝对值从3.9 μm降低至0.5 μm,标准差从4.9 μm降低至2.4 μm,说明该方法对精密线性平台定位精度的提高行之有效。

关键词:微行程;概率密度函数;装配误差;误差建模;定位精度优化
中图分类号:TH115
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.09.019 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

Research on Decoupling of Assembly Errors and Optimization of Positioning Accuracy for Precision Linear Platforms at Micro-scale

YAN Dingwei[1] TANG Hao[1*] ZHENG Yu[2] LI Heting[3]
1.Hunan Provincial Key Laboratory of Health Maintenance for Mechanical Equipment, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan, 411201
2.College of Mechanical and Electronical Engineering, Central South University, Changsha, 410083
3.Xemis Medical Technology(Hunan)Co., Ltd., Xiangtan, Hunan, 411100

Abstract: To improve positioning accuracies of precision linear platforms at micro-stroke scales, based on their mechanism under different displacement scales and assembly errors, an optimization method for assembly error decoupling and positioning accuracy improvement was proposed. First, using a refined probability density function transfer operator and the many-to-many error distribution coupling mappings of “components - assembly error items-geometric accuracies”, a comprehensive prediction model for precision motion platforms was established, including positioning accuracy variation trends during assembly and assembly error transfer laws; second, with assembly sequences as variables, error measurement verifications and coupling mapping characterizations were performed by indirectly changing assembly error couplings; then, based on assembly error transfer laws, platform assembly optimizations and positioning accuracy improvements were realized. Optimized assembly results show that, per ISO standards, at a 1 mm stroke, bidirectional positioning error decreases from 20 μm to 6 μm, absolute distribution means from 3.9 μm to 0.5 μm, and standard deviations from 4.9 μm to 2.4 μm, indicating that this method is effective for improving precision linear platform positioning accuracies.

Key words: micro-distance; probability density function; assembly error; error modeling; positioning accuracy optimization

0 引言

精密线性平台作为高端装备的“运动心脏”,常用于实现微米级运动控制。在精密工程领域中,如机器人路径规划、微/光电子器件封装、机器视觉等场合都有广泛应用。定位精度是衡量精密线性平台运动精确度的重要参数,它不仅是精度标准体系下的关键指标,而且直接决定系统工作性能的高低[1-3]。定位精度机理在不同位移尺度

收稿日期:2025-05-14
基金项目:国家自然科学基金(52575569);中南大学极端服役性能精准制造全国重点实验室开放基金(Kfkt2025-19)

下有不同的关注重点[4-5]。在宏行程尺度(1～10 mm)下,零件加工误差会覆盖小周期的电机误差和装配误差,而微/光电子器件封装等场合,其工作行程为0.1～10 mm,关注的恰恰就是这种小周期的电机误差和装配误差[5-6],因此,微行程尺度下装配误差解耦对精密线性平台工作精度提升具有重大意义。

传统装配误差研究主要聚焦机床类等大型设备宏观行程尺度下装配误差与运动系统几何精度映射。如GUO等[7]通过建立进给系统装配误差空间传播模型,实现了追踪每个装配特征对几何精度的影响,但各装配特征间的耦合关系还不够清晰。石嵩等[8]提出了一种综合考虑定向误差、定位误差和表面粗糙形貌的航空发动机多级转子装配误差传递分析方法,建立了考虑粗糙表面接触配合多级转子装配同轴度误差传递模型,这对分析微行程尺度下装配误差传递流向具有借鉴意义。微行程尺度下运动系统结构更为紧凑,而宏行程尺度下一些具有更高灵敏度的高阶项误差特征往往被忽略,借用宏行程方法容易导致微行程尺度下装配误差耦合关系不够准确,从而造成微行程尺度下误差解耦困难。

针对装配误差表征,YANG等[9]提出了五轴机床装配过程中引起的位置无关几何误差建模方法。DU等[10]提出了一种基于Jacobian-Torsor模型的单轴装配几何误差模型,为识别单轴装配的关键误差源提供了方法。TANG等[11-12]基于齐次坐标变换和多体系统理论建立了一种新的基于误差流理论(stream of variation)的多轴系统几何误差建模方法。上述研究多聚焦于准确获取误差项与目标函数(几何精度)的数理联系,但在揭示装配误差的传递过程中难以精确体现运动系统的微动特性,同时其数学意义与相应的概率分布也不甚准确,较难适用于更广泛的微行程尺度场合,因此,准确表征装配误差耦合影响下的精密运动系统定位精度,特别是微行程尺度下装配误差的耦合关系、传递规律、分布特点等仍值得重点关注。

为此,本文提出了一种微行程尺度下精密运动系统装配误差解耦与定位精度优化方法,即以精密运动平台为对象,剖析运动系统机械结构,获取误差源分布信息,提炼概率密度函数传递算子,拆解系统并细化成“面-面装配、孔-轴装配”的装配形式,将传统方法中的“装配误差项-几何精度”单一数值映射关系拓展至“组件-装配误差项-几何精度”多对多误差分布耦合映射关系,并基于概率密度函数传递算子推导装配过程中定位精度的变化趋势,揭示装配误差传递规律,建立装配误差综合预测模型,进而精确描述精密运动平台定位误差分布规律。最后采用不同装配次序与测量实验验证了该方法的正确性与适用性。

1　理论及数学方法介绍

1.1　误差流理论简介

误差流理论[13]主要是针对随着工艺路线的变化,因引入不同类型干扰信息,产品质量特性受到不同阶段影响进行描述。该方法针对制造过程中的产品质量属性变化趋势见图1。其中,x_n表示在n个阶段后产品质量性能;u_n表示第n个阶段中误差带来的影响;w_n表示非建模因素,如环境因素等;v_n表示测量误差。由图1可知,目标1(产品质量)装配误差的耦合过程与传递规律均可推导得出。相较于传统的多体系统理论等建模方法,该方法可以清晰直观地呈现关键误差项在每个阶段传递过程中的规律。

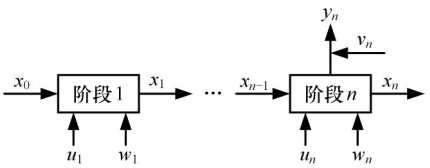


图1　包含各误差项的经典多阶段系统

Fig.1　Multi-stage system based on error flow theory

1.2　装配误差耦合思路

传统宏行程尺度下的装配误差由多种位置无关几何误差组成,理论模型表示如下:

$$E(x)=Q(A_1X_1,A_2X_2,\cdots,A_nX_n) \tag{1}$$

式中:$E(x)$为几何误差值;$Q(x)$为误差计算式;A_n为各参数的权重占比;X_n为组成整体装配误差的各主要装配误差项。

因此,在宏行程尺度下进行装配研究时,研究者聚焦于各主要几何误差项,其中某些宏行程尺度下的特征参数并不清晰且被高阶项忽略,而微行程尺度下这些特征参数不能忽略。

在微行程尺度下,组成整体装配误差的各主要装配误差项由运动系统中各组件的各项装配参数组成,因此,各主要装配误差项与各组件之间的关系并不是简单的直接映射关系,而是一种较为复杂的耦合关系,即存在某个组件的某一项装配参数同时影响多个主要装配误差项,也存在多个组件的各项装配参数共同影响某一项主要装配误差项。在精密运动系统的设计之初,装配路径的规划及后续运动系统优化,都需要厘清这一复杂的耦合关系。

耦合关系的理论模型如下:

$$X_n=R_n(B_1a_{ij},B_2b_{ij},\cdots,B_nc_{ij}) \tag{2}$$

式中：R_n为装配误差耦合关系计算式；B_n为各参数的权重系数；a_{ij}、b_{ij}分别为各组件装配产生的各项装配误差参数。

联立式(1)、式(2)，得到新的运动系统装配误差理论模型为

$$E(x)=Q\left(C_nR_n(x)\right) \tag{3}$$

其中，C_n表示联立后的参数权重系数。由于在不同位移尺度下，定位精度受到各类误差项影响不同，因此根据各误差因素对精密线性滑台中的定位精度值的贡献决定其权重值，具体取决于位移比例。解耦装配误差耦合关系，首先需要对运动系统进行耦合关系分析并建立更深层次的装配误差耦合模型。理论原理见图2。

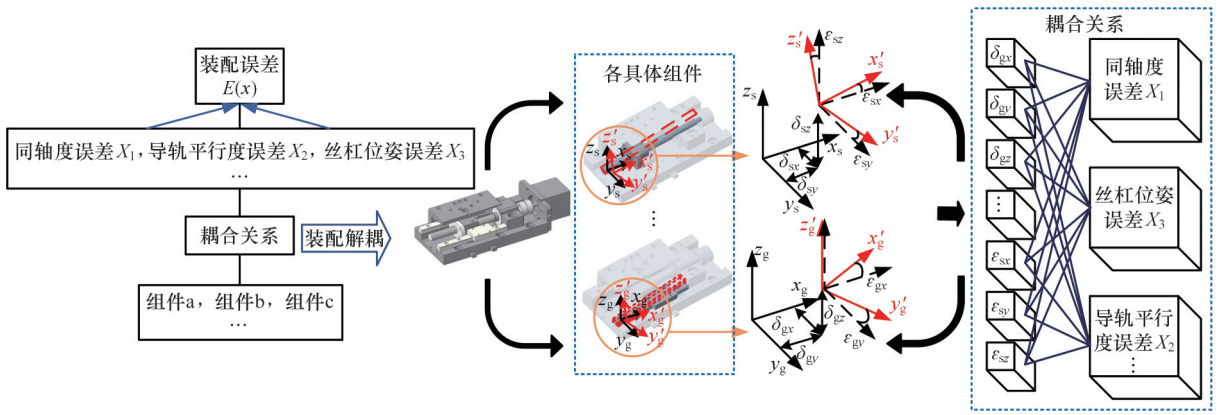


图2 装配误差耦合理论

Fig.2 Assembly error coupling theory

考虑到聚焦于提炼数值关系对设计装配一个工件或一个系统才有意义，但对一批工件、大样本重复性使用的系统意义可能非常有限，因此，需要从分布角度提炼装配误差耦合关系。作为传递过程中的标识，概率密度函数已在工程实例中广泛应用。如ZUO等[14]、SEO等[15]采用概率流(probability flow)的方法对密度峰值聚类算法及新型量子器件结构构建进行了研究，指出透射概率与概率密度都随量子环的增大发生周期性等幅振荡，这表明采用概率密度函数作为标识进行数据流向的观测与特征捕捉是可行的。理论上，系统的装配误差分布规律可由若干概率密度函数有限次迭代计算得出，即根据误差传递数学模型对若干概率密度函数使用加法、乘法进行数学运算，最后得出结果，但实际工程中目标函数大多以正态分布概率密度函数来表示[16-17]。设$f(x)$遵循正态分布，则其概率密度函数为

$$P_f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right),\mathrm{N}(0,1) \tag{4}$$

综合上述误差流理论与概率密度函数推导，提出基于误差流理论的装配误差解耦流程如图3所示。

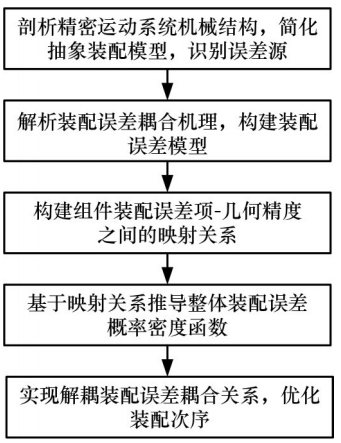


图3 基于误差流理论的装配误差解耦流程

Fig.3 Flowchart for assembly error decoupling based on error flow theory

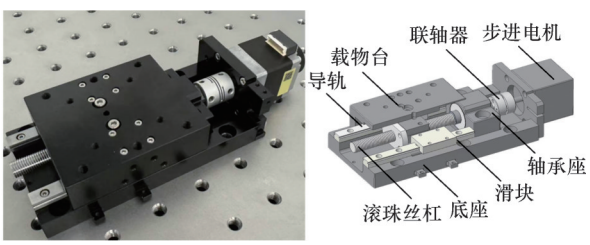


图4 精密线性滑台结构

Fig.4 Precision linear slide table structure diagram

2 装配误差耦合关系推导及建模

本文研究的精密线性平台结构见图4。该线性平台由两相步进电机驱动，使用精度等级为c7的丝杠传动，使用精度等级为高级的直线导轨承载载物台实现精密运动。在装配过程中，装配次序的改变会导致装配误差的传递及耦合关系变化，其拓扑图见图5。

2.1 装配误差耦合机理推导

精密线性滑台基本装配形式如图6所示，装配时将零件装配自由度用集合F_n表示。该自由度是完成装配的必要条件，且受到加工过程、装配

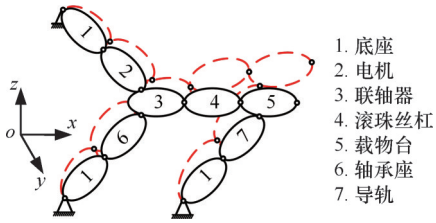


图5　精密线性平台装配拓扑图

Fig.5　Precision linear stage assembly topology diagram

方法以及具体机械结构影响，因此，装配误差耦合机理的描述需从各零件的装配自由度以及零件固定过程两个角度展开。从装配自由度角度分析，装配时无论采用何种装配方式都无法保证零件达到理想位置，如图6b与图6c所示，零件在空间上存在6项位姿误差参数，用集合P_n表示。任意零件$n+1$在装配时由于在空间上存在装配自由度与位姿误差参数，进而导致装配过程中产生装配误差，即装配误差$E_{n+1}=P_{n+1}\cap F_{n+1}$；从零件固定的角度分析，将零件置于某位置后，对零件进行固定，由于受到外部作用力，零件的位置会在其具有自由度的方向产生变化，而其他自由度为0的方向，由于装配过程是以上一步零件为基准的，因此当$P_{n+1}>F_{n+1}$时，零件$n+1$对整个运动系统引入额外的装配误差($E'_n=(P_{n+1}-F_{n+1})\cap F_n$)，通过零件接触传递给上一步装配的零件，其机理见图7。

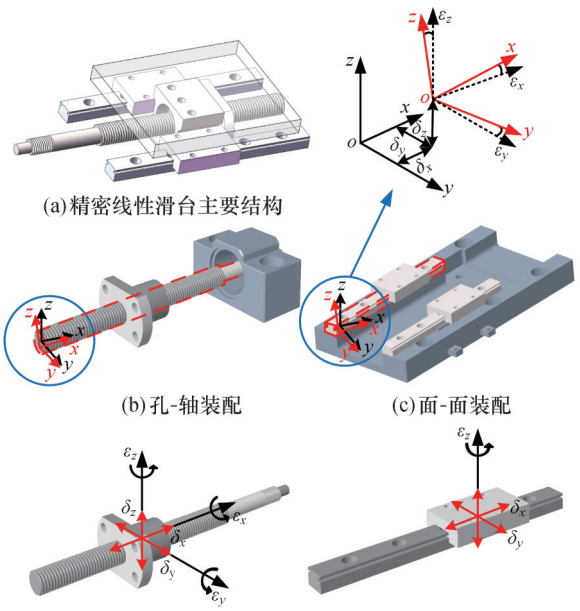


图6　基本装配形式

Fig.6　Basic assembly form diagram

由装配误差耦合机理分析可知，对于具有普适性的精密系统，其装配误差模型为

$$E=\prod_{i=1}^{n}E_i E'_i \tag{5}$$

式中：E为整体装配误差矩阵；E_i为系统中零件i装配导致的装配误差矩阵；E'_i为零件i固定导致的装配误差矩阵。

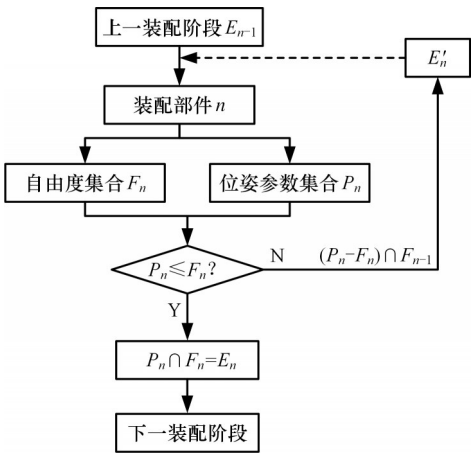


图7　误差建模机理

Fig.7　The error modeling mechanism

2.2　基于抽象装配模型齐次坐标变换矩阵

由上述分析可知，装配误差耦合机理与运动系统具体机械结构相关，但机械结构类型的多样性会导致装配形式的多样性。从装配自由度角度可将繁琐的装配形式简化成抽象的装配形式，即装配自由度主要为平动时，为面-面装配，如图6c所示。装配自由度为平动与角度同时存在时，为孔-轴装配，如图6b所示。

面-面装配：零件自由度集合$F_2\in\{\delta_x,\delta_y,\varepsilon_z\}$，位姿参数集合$P_2\in\{\delta_x,\delta_y,\delta_z,\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z\}$，如图6c、图6e所示，其中，$\delta_x$、$\delta_y$、$\delta_z$分别为部件装配导致的$x$、$y$、$z$方向上的平动误差；$\varepsilon_x$、$\varepsilon_y$、$\varepsilon_z$分别为部件装配导致的$x$、$y$、$z$方向上的角度误差。

孔-轴装配：由于孔-轴装配之间具有间隙，零件自由度集合$F_2\in\{\delta_x,\delta_y,\delta_z,\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z\}$，位姿参数集合$P_2\in\{\delta_x,\delta_y,\delta_z,\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z\}$，如图6b、图6d所示。

为了量化描述，采用齐次坐标变换矩阵表达装配误差。舍弃高次项后装配误差矩阵简化如表1所示。

表1　基本装配形式矩阵表达汇总

Tab.1　Summary of the matrix representation of basic assembly forms

装配类型	齐次坐标矩阵
面-面装配	$E=\begin{bmatrix}1&-\varepsilon_z&0&\delta_x\\ \varepsilon_z&1&0&\delta_y\\ 0&0&1&0\\ 0&0&0&1\end{bmatrix}$
孔-轴装配	$E=\begin{bmatrix}1&-\varepsilon_z&\varepsilon_y&\delta_x\\ \varepsilon_z&1&-\varepsilon_x&\delta_y\\ -\varepsilon_y&-\varepsilon_x&1&\delta_z\\ 0&0&0&1\end{bmatrix}$

3　装配误差建模与概率密度函数

为了通过装配误差耦合机理建立装配误差模

型，量化描述各部件装配误差耦合关系，在各零件具体装配误差项与影响运动精度的主要几何误差（“导轨平行度误差”、“同轴度误差”、“丝杠位姿误差”）之间建立映射关系。在此基础上为拓展至一批大样本重复性使用的系统，从零件分布角度提炼装配误差耦合关系，可以建立整体装配误差概率密度函数。

3.1 导轨平行度装配误差建模

以底座、导轨、载物台装配为研究对象构建抽象装配误差模型，则导轨→载物台的装配次序为面-面装配→面-面装配。运动分析见图8，图中以导轨A为基准导轨，根据实际装配情况，从图中分析得到，引起载物台在主运动方向上产生的定位误差为

$$\left.\begin{aligned}\delta_{ty}&=-L(1-\cos\varepsilon_{zg})\\ \varepsilon_{zg}&=\frac{\varepsilon_{z1}+\varepsilon_{z2}}{2}\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

式中：δ_{ty}为载物台在y方向上的定位误差值；L为载物台理想位移；ε_{zg}为导轨平行度误差；ε_{z1}、ε_{z2}分别为两导轨的装配误差相关参数。

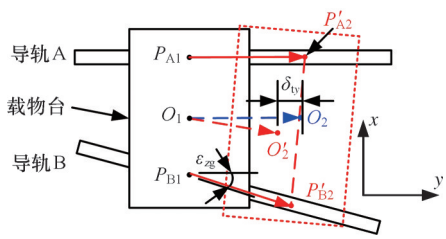


图8 导轨平行度误差运动分析图

Fig.8 Analysis diagram of rail parallelism error

得到整体装配误差的齐次坐标表达式为

$$\boldsymbol{E}_{pai}=\boldsymbol{E}_{gai}\boldsymbol{E}_{ta}\tag{7}$$

式中：i为不同导轨编号，i=1，2；$\boldsymbol{E}_{pai}$、$\boldsymbol{E}_{gai}$、$\boldsymbol{E}_{ta}$分别为该装配情况下整体装配误差、导轨装配误差、载物台装配误差。

由此可以得到ε_{z1}、ε_{z2}的表达式，并代入式(6)得到ε_{zg}的表达式为

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{zg}&=\frac{1}{2}\left[(\varepsilon_{zg1}+\varepsilon_{zt})+(\varepsilon_{zg2}+\varepsilon_{zt})\right]\\ \varepsilon_{z1}&=\varepsilon_{zg1}+\varepsilon_{zt}\qquad\varepsilon_{z2}=\varepsilon_{zg2}+\varepsilon_{zt}\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

式中：ε_{zg1}为导轨A装配导致的在z方向上的角度偏差；ε_{zt}为载物台装配导致的在z方向上的角度偏差；ε_{zg2}为导轨B装配导致的在z方向上的角度偏差。

从而构建平行度误差与导轨、载物台装配参数之间的映射关系。

3.2 丝杠位姿装配误差建模

根据载物台→丝杠→轴承座的装配次序，可构建抽象装配模型，表示为面-面装配→孔-轴装配，其运动分析见图9。

由图9可知，丝杠、载物台及轴承座装配误差导致丝杠实际轴线与理想轴线存在夹角ε_{sz}，从而使

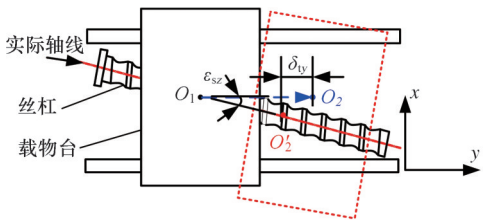


图9 丝杠位姿装配误差运动分析图

Fig.9 Analysis of assembly error in the position of the screw

载物台在主运动方向移动距离L，产生的误差为

$$\delta_{ty}=-L(1-\cos\varepsilon_{sz})\tag{9}$$

得到整体装配误差齐次坐标矩阵表达式为

$$\boldsymbol{E}_{sta}=\boldsymbol{E}_{ta}\boldsymbol{E}_{sa}\boldsymbol{E}_{ba}\tag{10}$$

式中：$\boldsymbol{E}_{sa}$、$\boldsymbol{E}_{ta}$、$\boldsymbol{E}_{ba}$分别为该装配情况下丝杠、载物台、轴承座装配误差矩阵。

丝杠在z轴上的角度ε_{sz}表达式如下：

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{sz1}&=-\varepsilon_{zb}-\varepsilon_{zs}-\varepsilon_{zt}\\ \varepsilon_{sz2}&=\varepsilon_{zt}+\varepsilon_{zs}+\varepsilon_{zb}+\varepsilon'_{xs}\varepsilon_{ys}\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

式中：ε_{sz1}表示装配次序为载物台→丝杠→轴承座时丝杠在z轴上的角度；ε_{sz2}表示装配次序为轴承座→丝杠→载物台时的丝杠在z轴上的角度；ε_{zb}为轴承座装配导致的在z方向上的角度偏差；ε_{zs}为丝杠装配导致的在z方向上的角度偏差；ε_{zt}为载物台装配导致的在z方向上的角度偏差；ε'_{xs}为丝杠受载物台装配影响在x方向上额外的角度偏差；ε_{ys}为丝杠装配导致的在y方向上的角度偏差。

从而得出构建载物台、丝杠、轴承座装配参数与丝杠位姿误差之间的映射关系。

3.3 同轴度装配误差建模

以丝杠-轴承座-联轴器-电机轴为对象，构建丝杠与电机轴抽象装配误差模型，按丝杠→轴承座→电机轴装配次序，由于联轴器体积较小且是柔性零件，则丝杠与载物台链接简化为面-面装配，因此装配模型简化为面-面装配→孔-轴装配→孔-轴装配，其运动分析见图10。

图10a中O_e为电机轴心，O为丝杠轴心，O'为丝杠运动后轴心。偏心距e由丝杠装配及零件加工误差产生，当电机旋转角度θ_i后，由于存在偏心距导致丝杠实际转角为θ_p，通过几何分析得到：

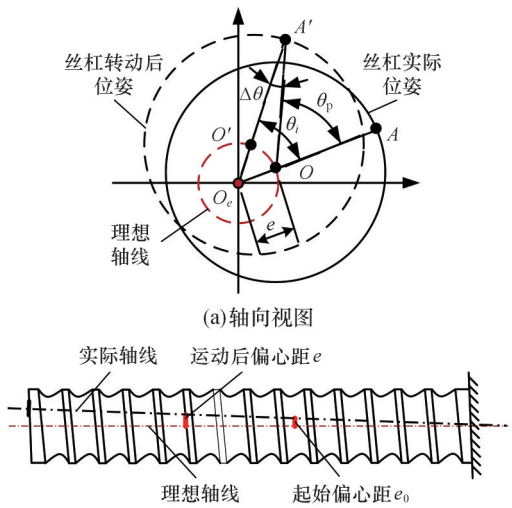
$$\left.\begin{aligned}\frac{\overline{O_eO}}{\sin\Delta\theta}&=\frac{\overline{OA}}{\sin\theta_i}\qquad\varepsilon_{sy}=\frac{Pe\sin\theta_i}{2\pi R}\\ e&=e_0+L\sin\beta\qquad e_0=\sqrt{\delta_x^2+\delta_y^2}\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

式中：$\Delta\theta$为丝杠旋转角度差值；ε_{sy}为$\Delta\theta$泰勒展开形式；P为丝杠导程；L为丝杠移动距离；R为丝杠半径；β为丝杠偏心距变化倾角；δ_x、δ_y为丝杠装配位姿参数。

进而得到精密线性滑台在y方向的定位误差为

$$\delta_{sy}=\frac{P(e_0+L\sin\varepsilon_{sy})\sin\left(\dfrac{2\pi L}{P}+\varphi_0\right)}{2\pi R}\tag{13}$$

式中：φ_0为误差初相位。



(a)轴向视图　(b)切向视图

图 10　同轴度误差运动分析图

Fig.10　Analysis diagram of coaxiality error motion

整体装配误差的齐次坐标表达式为

$$\boldsymbol{E}_{ca}=\boldsymbol{E}_{sa}\boldsymbol{E}_{ba}\boldsymbol{E}_{ma} \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{E}_{ca}$、$\boldsymbol{E}_{ma}$分别为该装配情况下整体、电机轴装配误差矩阵。

计算得到δ_x、δ_y的表达式分别为

$$\delta_x=\delta_{xm}-\delta_{ym}(\varepsilon_{zb}+\varepsilon_{zs})+\delta_{zm}\varepsilon_{yb}+\delta_{xb}-\varepsilon_{zs}\delta_{yb}+\delta_{xs}$$

$$\delta_y=\delta_{xm}(\varepsilon_{zs}+\varepsilon_{zb})+\delta_{ym}-\varepsilon_{xb}\delta_{zm}+\delta_{xb}+\varepsilon_{zs}\delta_{xb}+\delta_{ys}$$

式中：δ_{xm}、δ_{ym}、δ_{zm}分别为电机轴装配导致的在x、y、z方向上的移动偏差；δ_{xb}、δ_{yb}分别为轴承座装配导致的在x、y方向上的移动偏差；δ_{xs}、δ_{ys}分别为丝杠轴装配导致的在x，y方向上的移动偏差；ε_{xb}、ε_{yb}、ε_{zb}分别为轴承座装配导致的在x、y、z方向上的角度偏差。

更换装配次序为电机轴→轴承座→丝杠，得到δ_x、δ_y的表达式分别为

$$\delta_x=\delta_{xs}-\delta_{ys}(\varepsilon_{zb}+\varepsilon_{zm})+\delta_{zs}(\varepsilon'_{ym}+\varepsilon_{ym})+\varepsilon_{ym}\delta'_{zm}+\delta_{xb}-\varepsilon_{zm}\delta_{yb}+\delta_{xm}$$

$$\delta_y=\delta_{xs}(\varepsilon_{zm}+\varepsilon_{zb})+\delta_{ys}-\delta_{zs}(\varepsilon'_{xm}+\varepsilon_{xm})-\varepsilon_{xm}\delta'_{zm}+\varepsilon_{zm}\delta_{xb}+\delta_{yb}+\delta_{ym}$$

式中：ε'_{ym}、ε'_{xm}分别为电机轴受轴承座装配影响在y、x方向上额外的角度偏差；ε_{ym}、ε_{zm}分别为电机轴装配导致的在y、z方向上的角度偏差；δ'_{zm}为电机轴受轴承座装配影响在z方向上额外的位移偏差。

构建该装配情况下同轴度误差与丝杠、电机轴及轴承座具体装配误差之间的映射关系，得到各装配次序及其参数表达式汇总于表2。

3.4　基于装配误差耦合关系的概率密度函数

为将装配误差模型拓展至一批大样本重复性使用的系统，从零件分布角度提炼装配误差耦合关系，需建立耦合关系下整体装配误差概率密度函数。“组件-装配误差项-几何精度”耦合关系见图11。由该关系可得到导轨平行度误差、丝杠位姿误差、同轴度误差与对应零件的装配参数间的映射关系及耦合关系。

本文所选研究对象为微型精密线性滑台，其

表 2　参数表达式汇总

Tab.2　Summary of parameter expressions

几何误差	参数表达式
平行度	$\varepsilon_{zg}=\dfrac{[(\varepsilon_{zg1}+\varepsilon_{zt})+(\varepsilon_{zg2}+\varepsilon_{zt})]}{2}$
丝杠位姿（载物台-丝杠-轴承座）	$\varepsilon_{sz}=-\varepsilon_{zb}-\varepsilon_{zs}-\varepsilon_{zt}$
丝杠位姿（轴承座-丝杠-载物台）	$\varepsilon_{sz}=\varepsilon_{zt}+\varepsilon_{zs}+\varepsilon_{zb}+\varepsilon'_{xs}\varepsilon_{ys}$
同轴度（丝杠-轴承座-电机轴）	$\delta_x=\delta_{xm}-\delta_{ym}(\varepsilon_{zb}+\varepsilon_{zs})+\delta_{zm}\varepsilon_{yz}+\delta_{xb}-\varepsilon_{zs}\delta_{yb}+\delta_{xs}$ $\delta_y=\delta_{xm}(\varepsilon_{zs}+\varepsilon_{zb})+\delta_{ym}-\varepsilon_{xb}\delta_{zm}+\delta_{xb}+\varepsilon_{zs}\delta_{xb}+\delta_{ys}$
同轴度（电机轴-轴承座-丝杠）	$\delta_x=\delta_{xs}-\delta_{ys}(\varepsilon_{zb}+\varepsilon_{zm})+\delta_{zs}(\varepsilon'_{ym}+\varepsilon_{ym})+\varepsilon_{ym}\delta'_{zm}+\delta_{xb}-\varepsilon_{zm}\delta_{yb}+\delta_{xm}$ $\delta_y=\delta_{xs}(\varepsilon_{zm}+\varepsilon_{zb})+\delta_{ys}-\delta_{zs}(\varepsilon'_{xm}+\varepsilon_{xm})-\varepsilon_{xm}\delta'_{zm}+\varepsilon_{zm}\delta_{xb}+\delta_{yb}+\delta_{ym}$

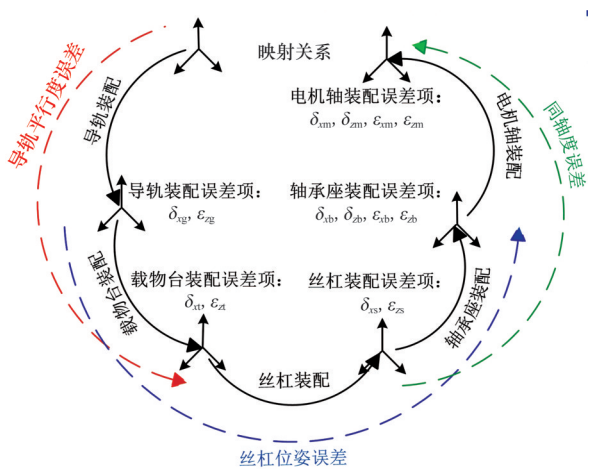


图 11　“组件-装配误差项-几何精度”耦合关系

Fig.11　“Component-assembly error term - geometric precision” coupling relationship diagram

结构简单紧凑，在微行程（小于1 mm）下其误差主要为装配误差，从而可得整体装配误差$E(x)$为

$$E(x)=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3 \tag{15}$$

$$\lambda_1=f(\varepsilon_{zg1})f(\varepsilon_{zg2})f(\varepsilon_{zt})\qquad \lambda_2=f(\varepsilon_{zb})f(\varepsilon_{zt})f(\varepsilon_{zs})$$

$$\lambda_3=f(\delta_{xm},\delta_{ym},\delta_{zm})f(\varepsilon_{xb},\delta_{yb},\varepsilon_{zb})f(\delta_{xs},\delta_{ys},\varepsilon_{zs})$$

式中：λ_1、λ_2、λ_3分别为导轨平行度误差、丝杠位姿误差、同轴度误差。

基于“误差流理论”建立整体装配误差概率密度函数，建立流程如图12所示。

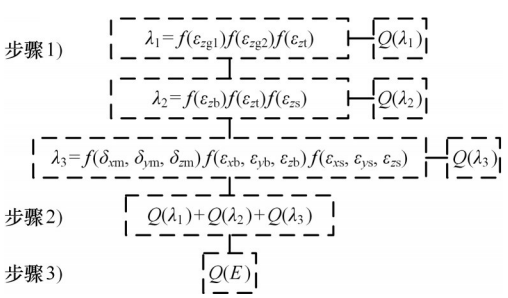


图 12　整体装配误差概率密度函数建立流程

Fig.12　The processes of establishing the probability density function for the overall assembly errors

4 实验验证

采用激光干涉仪测量PLS进行实验验证，在不同装配条件下设置精密线性平台定位误差，相关的实验装置平台见图13。



图13 定位误差测量装置

Fig.13 Measurement of positioning error

4.1 零件装配位姿参数测量实验

采用高精度数显千分表与游标卡尺对零件进行角度和位置参数测量。装置如图14所示，移动滑台以保证探针的测量轨迹，通过数显千分表获得测量度数。

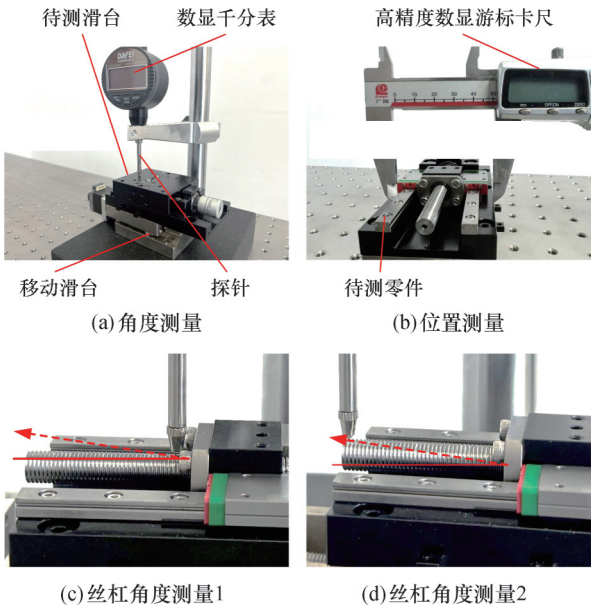


图14 零件位姿测量装置

Fig.14 Measurement of component pose

对所测组件进行100次装配并测量其位姿偏差，数据分布如图15所示。各组件装配位姿参数分布汇总见表3。由图15可以看出，各零件位姿参数符合正态分布。

4.2 导轨平行度验证实验

依照前述分析得到影响导轨平行度的关键误差因素为导轨绕z轴的转动误差。实验装置分别

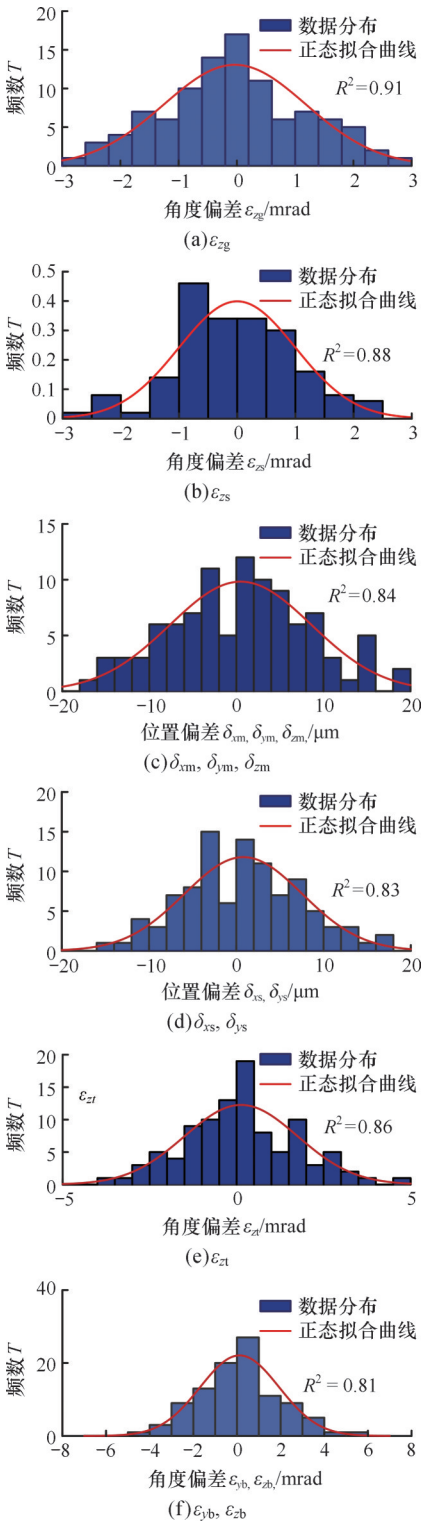


图15 组件位姿参数分布图

Fig.15 Component pose parameter distribution diagram

按装配次序1(⑦-⑤-④-⑥-③-②)、装配次序2(⑦-②-③-⑥-④-⑤)、装配次序3(⑦-②-③-④-⑥-⑤)进行误差测量，各序号代表组件见图5。测量仪器为XL-80激光干涉仪-Renishaw及其相关镜组，实验过程按ISO 230-2国际标准测量，装置如图14b所示，获得了各装配次序下的导轨绕z轴的角度参数ε_{zg}，定位误差见图16。

表 3　各零件位姿参数分布特点与区间

Tab.3　The distribution characteristics and intervals of each

位姿参数	分布区间	分布特点
ε_{zg},ε_{zs}	(−3,3)mrad	正态分布
ε_{zt}	(−5,5)mrad	正态分布
δ_{xm},δ_{ym},δ_{zm}	(−20,20)μm	正态分布
ε_{yb},ε_{zb}	(−7,7)mrad	正态分布
δ_{xs},δ_{ys}	(−20,20)μm	正态分布

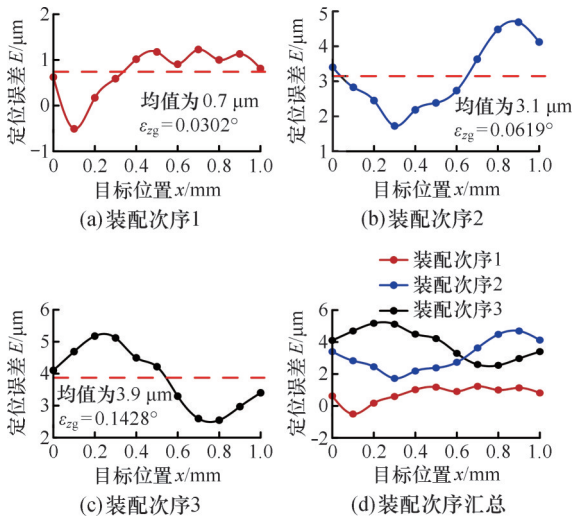


图 16　导轨平行度-定位误差

Fig.16　Guide rail parallelism-positioning error diagram

所测得定位误差均值、导轨绕 z 轴的角度参数(ε_{zg})及按式(15)计算的定位误差理论值汇总见表 4。

表 4　结果汇总表

Tab.4　Summary of results

装配次序	定位误差均值 μ/μm	导轨参数 ε_{zg}/(°)	误差理论值/μm
1	0.7	0.0302	1.0
2	3.1	0.0619	4.5
3	3.9	0.1428	5.5

从图 16 中可以看出，随着装配次序的改变(如装配次序 1 优先保证低装配自由度组件导轨及载物台的装配，装配次序 2、3 则优先保证高装配自由度组件丝杠或电机轴的装配)，精密线性滑台定位误差呈整体平移态势，导轨参数 ε_{zg} 从 0.0302°增大到 0.0619°并最终增大到 0.1428°；误差均值从 0.7 μm 增大到 3.1 μm 并最终增大到 3.9 μm，误差均值增幅分别为 2.4 μm 和 0.8 μm，增幅由大至小，与定位误差理论值增幅规律一致。说明该特征是由导轨平行度产生较大变化导致，改变装配次序导致了导轨参数 ε_{zg} 按前述理论式(7)所示耦合关系产生变化，进而体现在误差曲线整体平移。

4.3　丝杠位姿误差-同轴度验证实验

基于上述理论建模，得到电机、丝杠、载物台以及轴承座这 4 个零件间的装配参数耦合关系导致的丝杠位姿误差对同轴度误差影响。可以通过不同装配次序改变各装配部件装配参数之间的耦合关系，实验装置如图 17 所示。

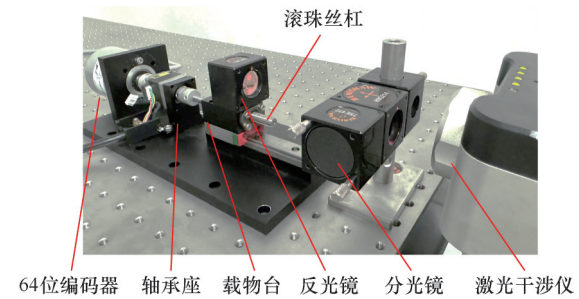


图 17　丝杠位姿误差-同轴度验证实验装置

Fig.17　Screw axis position error-coaxiality verification experimental device diagram

为排除额外干扰因素(如导轨平行度等)，该装置在图 13 装置基础上将其余零件进行简化，仅保留核心零件，同时增加 64 位编码器测量驱动误差并排除驱动误差，从而准确获得所需零件装配参数耦合导致的定位误差，测量结果见图 18。随着装配次序的改变，通过线性拟合可获得三条曲线整体趋势变化较大，丝杠参数 ε_{zs} 从 0.0843°增大到 0.2528°，并最终增大到 0.4213°；拟合斜率 k 绝对值从 1 增大到 2.8，并最终增大到 3.2，与式(9)理论建模所得误差曲线规律一致。同时曲线的振幅由 1.5 μm 增大到 3.0 μm，并最终增大到 6.0 μm，与式(13)理论建模所得误差曲线规律一致。显然这是由于装配次序的改变导致丝杠位姿参数 ε_{zs} 与同轴

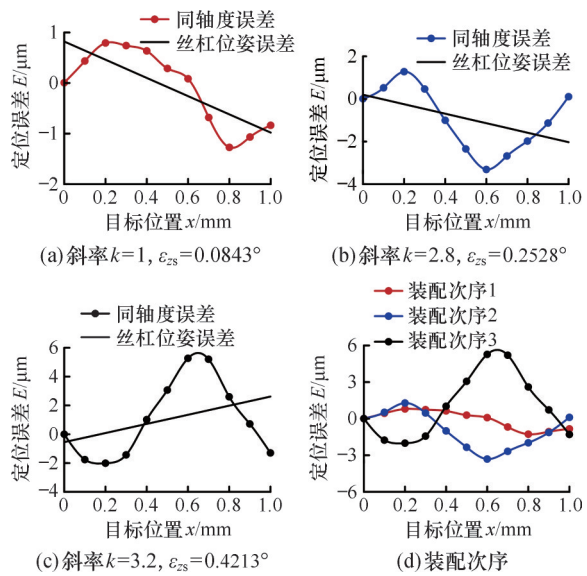


图 18　轴承座装配参数-定位误差图

Fig.18　Assembly parameters for bearing seat-positioning error diagram

度δ_{xs}、δ_{ys}分别按前述理论式(10)、式(14)所示的耦合关系产生变化，进而分别体现在定位误差曲线图中拟合斜率k与曲线振幅上的变化。

通过改变装配次序和改变各零部件的各项装配误差参数的耦合关系，分析实验数据可以发现，不同耦合关系对运动系统性能影响存在差异。将该结论进一步延伸，在实际生产中，即便是对同一批加工精度要求一致的零件，其运动系统性能也将存在较大差异。

4.4 装配次序优化实验

为了进一步优化装配次序，根据实验表明的各零部件各项装配误差之间的耦合关系对精密运动系统影响较大的状况，运用前述理论(式(5))与建模机理(图7)，可得到优化装配次序的主要思路为：降低装配过程中低自由度组件对高自由度组件的影响，简化其误差参数耦合关系，进而降低关键组件参数误差(ε_{zg}，δ_{xs}，δ_{ys}，ε_{zs}，…)，实现优化精密线性平台定位精度，装配次序优化方法见图19。

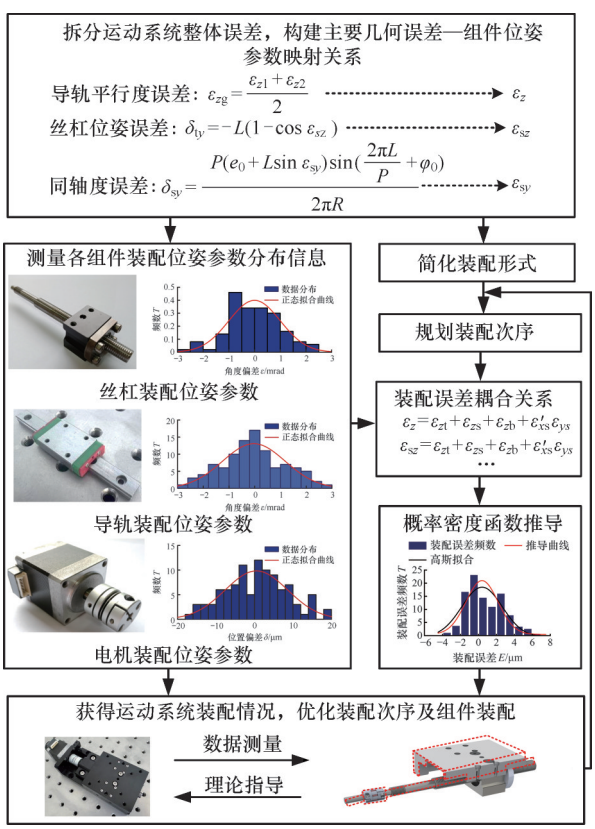


图19 装配次序优化方法

Fig.19 Assembly sequence optimization diagram

按ISO标准，将1 mm行程分为10等份，双向测量5次，测量优化后(装配次序1)精密线性滑台定位误差结果见图20。测量得到在ISO国际标准下优化装配后的精密线性滑台双向定位误差降低至6 μm。

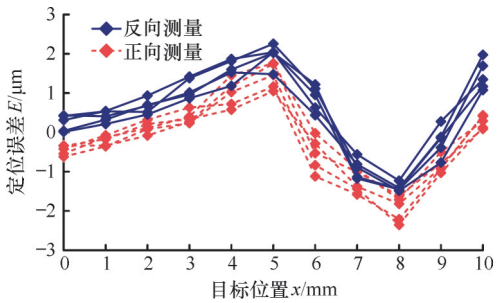


图20 ISO标准定位误差曲线

Fig.20 ISO standard positioning error curve diagram

考虑到本文所提精度优化方法为多因素变量控制方法，因此需从分布指标上验证所提方法的有效性。分别使用优化后的装配次序与其他装配次序进行500次装配测量，使用MATLAB软件按图12所示方法并结合表3，测得各组件位姿参数分布区间，然后对精密线性平台整体定位误差概率密度函数进行推导，得到优化后(装配次序1)与优化前(装配次序2、3)误差直方图，见图21。

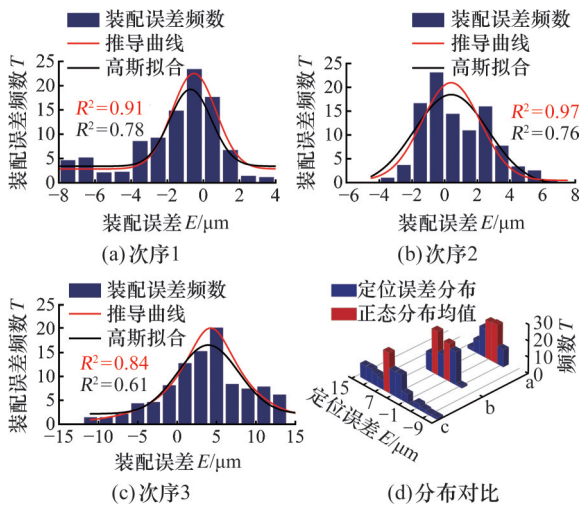


图21 多种装配次序-定位误差分布

Fig.21 Diagram of positioning error distribution for multiple assembly sequences

对优化后的装配次序进行多次装配测量，对定位误差进行拟合，可得到其分布近似于正态分布，其分布信息如表5所示。

表5 各装配次序结果汇总

Tab.5 Summary of assembly sequence results

装配次序		误差均值 μ/μm	误差标准差 σ/μm	拟合 R^2
1	⑦-⑤-④-⑥-③-②	−0.5±0.1	2.4±0.3	0.91
2	⑦-②-③-⑥-④-⑤	0.4±0.3	4.5±1.1	0.97
3	⑦-②-③-④-⑥-⑤	3.9±0.6	4.9±1.3	0.84

通过图12所示流程推导所得各装配次序下整体概率密度函数，与实验测量所得误差分布结果进行拟合，得到的拟合R^2值(表5)验证了在微行程尺度下该方法对装配误差预测的有效性。且

装配优化后其误差均值从3.9 μm降低至−0.5 μm，误差标准差从4.9 μm降低至2.4 μm，说明了该方法的有效性。

5　结论

本文通过对微行程尺度下精密线性平台定位精度的装配误差耦合关系的理论分析和实验验证，可以得出如下结论：

1)运用“误差流理论”厘清了装配误差耦合机理，建立了整体装配误差模型，最终构建了组件-装配误差项-主要几何误差之间的映射关系，即多组件装配误差项共同影响某一几何误差。对整体装配误差进行了概率密度函数推导，预测了不同装配情况下整体运动系统的误差分布，量化描述了多对多误差分布耦合映射关系。

2)通过导轨平行度验证实验、丝杠位姿误差同轴度验证实验，验证了所构建的零件装配误差与几何误差之间的映射关系，通过改变装配次序间接改变各零部件之间的装配误差耦合关系。在不同装配误差耦合关系影响下，由于导轨平行度误差的改变使得精密线性平台定位误差的变化范围优化为0.7～3.9 μm；由于丝杠位姿误差、同轴度误差的改变，使得精密线性平台定位误差的变化范围优化为1.5～6.0 μm。

3)实验验证结果表明，提出的微行程尺度下精密线性平台装配误差耦合关系解耦方法以及装配优化方法可行。经多次进行装配次序优化实验验证，所得到的定位误差分布呈正态分布，其误差均值从3.9 μm降低至−0.5 μm，误差标准差从4.9 μm降低至2.4 μm，说明优化装配次序可以从分布层面提高装配质量。

参考文献：

[1] ZHANG Penghai, CHEN Yaolong, ZHANG Chengyong, et al. Influence of Geometric Errors of Guide Rails and Table on Motion Errors of Hydrostatic Guideways under Quasi-static Condition[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2018, 125: 55-67.

[2] 唐皓，唐果宁. 六轴运动平台几何误差与阵列光纤对准精度的映射关系[J]. 中国机械工程，2019，30(14)：1720-1726.
TANG Hao, TANG Guoning. Mapping Rules between Geometric Errors in Six-axis Stages and Alignment Accuracy of Fiber Array [J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(14): 1720-1726.

[3] LO C C, HSU W H, LIU C S. Six-degree-of-freedom Geometrical Errors Measurement System with Compensation of Laser Beam Drifts and Installation Errors for Linear Stage[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2023, 162: 107407.

[4] WANG Xunhan, JIANG Weitao, ZHAO Feinan, et al. A Novel Peak Positioning Method for Nanometer Displacement Measurement by Optical Linear Encoder[J]. Measurement, 2025, 242: 115888.

[5] CHWASTEK S, GAWLIK A, HARMATYS W, et al. Investigations of a Compliant Manipulator Implementing Micro-scale 2D Displacements[J]. Precision Engineering, 2023, 79: 126-134.

[6] 李想，刘焕牢，王宇林，等. 一种五轴机床旋转轴位置无关几何误差辨识方法[J]. 中国机械工程，2025，36(11)：2609-2617.
LI Xiang, LIU Huanlao, WANG Yulin, et al. An Identification Method of PIGEs for Rotary Axes of Five-axis Machine Tools[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(11): 2609-2617.

[7] GUO Shijie, YANG Jun, QIAO Guan, et al. Assembly Deviation Modelling to Predict and Trace the Geometric Accuracy of the Precision Motion System of a CNC Machine Tool[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 169: 104687.

[8] 石嵩，刘检华，巩浩，等. 考虑粗糙表面接触配合的航空发动机多级转子装配误差传递建模[J]. 机械工程学报，2023，59(17)：208-219.
SHI Song, LIU Jianhua, GONG Hao, et al. Modeling of Error Transfer in Multistage Rotors Assembly of Aero Engine Considering Rough Surface Contact[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(17): 208-219.

[9] YANG Jixiang, MAYER J R R, ALTINTAS Y. A Position Independent Geometric Errors Identification and Correction Method for Five-axis Serial Machines Based on Screw Theory[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 95: 52-66.

[10] DU Zhengchun, WU Jian, YANG Jianguo. Geometric Error Modeling and Sensitivity Analysis of Single-axis Assembly in Three-axis Vertical Machine Center Based on Jacobian-Torsor Model[J]. ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part B: Mechanical Engineering, 2018, 4(3): 031004.

[11] TANG Hao, DUAN Jian, LAN Shuhuai, et al. A New Geometric Error Modeling Approach for Multi-axis System Based on Stream of Variation Theory [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 92: 41-51.

[12] TANG Hao, LI Changping, CHEN Jia, et al. Optimized Geometric Error Sensitivity Analysis Approach Based on Stream-of-variation Theory in Multi-axis Precise Motion Platform[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(10): 4229-4237.

[13] CHEN Yuzhen, XIE Fugui, LIU Xinjun, et al. Error Modeling and Sensitivity Analysis of a Parallel Robot with SCARA(Selective Compliance Assembly Robot Arm) Motions [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(4): 693-702.

[14] ZUO Wendi, HOU Xinmin. An Improved Probability Propagation Algorithm for Density Peak Clustering Based on Natural Nearest Neighborhood[J]. Array, 2022, 15: 100232.

[15] SEO H, NOH S, SHIN S, et al. Probability Propagation for Faster and Efficient Point Cloud Segmentation Using a Neural Network[J]. Pattern Recognition Letters, 2023, 170: 24-31.

[16] ZHAO Jiali. Quality stability of Multi-Stations Assembly Process Based on Stream of Variation[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(11): 88.

（下转第**2289**页）