文章编号:1673-0291(2026)02-0023-11 **DOI**:10.11860/j.issn.1673-0291.20250031

基于初始压缩线的结构性土一维本构描述

祝恩阳,刘聪婉
(北方工业大学 土木工程学院,北京 100144)

摘 要:在孔隙比与应力半对数坐标中,重塑土等向压缩线通常从正常固结线(Normal Compression Line, NCL)下方逐渐趋近于NCL,而结构性土的等向压缩线先越至NCL右侧再从上方逐渐趋近于NCL,这使得结构性土在压缩前期表现出较大模量,而在压缩中后期因结构垮塌而表现出较小模量与较大变形.针对结构性土一维压缩过程中所表现出的上述特性,在统一硬化(Unified Hardening)模型的理论框架下,赋予移动正常固结线(Moving Normal Compression Line, MNCL)指数型演化规律,并在此基础上提出结构性土初始压缩线(Virgin Compression Line,VCL).结构性土的初始压缩线类比于重塑土的正常固结线,反映未经历任何应力历史的结构性土在经历初次压缩过程的压缩曲线.以结构性土VCL为参考,构造恰当的体积变形演化方程,建立结构性土一维本构描述.结果表明,所建立的结构性土一维本构描述连续光滑,并且结构性土压缩线始终位于初始压缩线下方.根据模型描述与试验数据对比结果,所建立结构性土一维本构描述可较合理反映结构性土在等向压缩及侧限压缩过程中的初期大模量,中期小模量以及压缩线最终趋近于重塑土正常固结线,为结构性土地基相关工程模拟计算提供了参考.

关键词:结构性土;本构模型;初始压缩线;统一硬化;相对参照
中图分类号:TU432 **文献标志码**:A

One-dimensional constitutive model for structured soils based on virgin compression line

ZHU Enyang, LIU Congwan
(School of Civil Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

Abstract: In the semi-logarithmic plane of void ratio and stress, the isotropic compression line of reconstituted soil typically approaches the Normal Compression Line (NCL) from below, whereas the isotropic compression line of structured soil first crosses to the right of the NCL and subsequently approaches it from above. Consequently, structured soil exhibits a high modulus during the initial stage of compression, while structural collapse in the intermediate and late stages results in a reduced modulus and significant deformation. To simulate these one-dimensional compression characteristics, an exponential evolution law is assigned to the Moving Normal Compression Line (MNCL) within the theoretical framework of the Unified Hardening (UH) model, thereby introducing the Virgin Compression Line (VCL) for structured soil. Analogous to the NCL of reconstituted soil, the VCL of structured soil

收稿日期:2025-02-28;**修回日期**:2025-06-06
基金项目:国家自然科学基金(51809003,52238007)
Foundation items: National Natural Science Foundation of China(51809003,52238007)
第一作者:祝恩阳(1983—),男,副教授,天津市人,博士.研究方向为岩土本构理论.**email**:zhuenyang@ncut.edu.cn.

引用格式:祝恩阳,刘聪婉.基于初始压缩线的结构性土一维本构描述[J].北京交通大学学报,2026,50(2):23-33.
ZHU Enyang, LIU Congwan. One-dimensional constitutive model for structured soils based on virgin compression line[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2026, 50(2): 23-33.(in Chinese)

represents the compression curve of a structured soil that has not experienced any prior stress history during its primary compression. Using the VCL as a reference, an appropriate volumetric deformation evolution equation is formulated to establish a one-dimensional constitutive description for structured soils. The results demonstrate that the proposed constitutive description is continuous and smooth, with the compression line of structured soil consistently remaining below the VCL. Comparisons between the model predictions and experimental data indicate that the established one-dimensional constitutive model accurately captures the initial high modulus, the intermediate low modulus, and the ultimate convergence of the compression curve toward the NCL of reconstituted soil during both isotropic and confined compression. This study provides a theoretical reference for the engineering simulation and computational analysis of structured soil foundations.

Keywords: structured soils; constitutive model; virgin compression line; unified hardening; relative reference

天然土中广泛地存在着结构性[1],而伴随加载进行,结构性又会不断衰减,从而显著影响土材料的应力应变关系,是现代土力学研究的核心问题[2].在加载初期,结构性的存在使得天然土在相同孔隙比下具有更大的强度和模量.随后加载中期,伴随结构性的衰减,土体产生剧烈的体积垮塌变形.到加载后期,结构性衰减殆尽,天然土的本构特性趋近于重塑土.因而,从结构性土压缩特性入手,建立结构性土一维本构描述,使其能反映结构性从初始发挥直至最终衰减趋于完全的整个过程极为必要.

在结构性土的变形特性研究中,许多学者进行了卓有成效的研究.文献[3]基于破损函数建立堆砌体模型描述土结构性的破损过程.文献[4]基于土的结构性定量化参数来描述天然黄土结构性.文献[5]基于热力学耗散原理,发展建立K_0固结结构性软黏土本构模型.文献[6]针对强结构性天然沉积土进行强度试验,探索其强度变形特性.文献[7]基于人工制备结构性黄土真三轴试验,分析其强度演化规律.文献[8]针对海相软黏土建立三轴应力状态下的结构性软黏土本构模型.文献[9]基于扰动状态概念和重塑土固有压缩特性,建立高含水率疏浚淤泥固化土的压缩模型.文献[10-11]基于受结构性应力比参量影响的修正屈服面,建立状态变量相关三维饱和黏土结构性本构模型并将其推广到初始K_0状态.文献[12]基于土结构性突变屈服机理,建立结构性软黏土的修正剑桥模型.文献[13]基于黄土结构损伤比,引入屈服函数,建立结构性黄土压剪损伤本构模型.文献[14]基于相对结构度及其演化方程,发展建立三轴应力状态下的结构性土模型.文献[15]针对结构屈服应力后的结构性土变形特征,建立相应结构垮塌体积变形描述.文献[16]基于构造结构性内变量演化,建立结构性土一维压缩本构模型.文献[17]基于上加载面与下加载面,建立可联合描述超固结与结构性的本构模型.

在统一硬化理论框架下[18-19],文献[20-23]基于潜在强度应力比M_Y构造统一硬化参数H,建立可连续光滑描述超固结土的统一硬化(Unified Hardening, UH)模型,并将该模型扩展至描述土的复杂内外部因素以及复杂加载特性.文献[24-25]基于移动正常固结线(Moving Normal Compression Line, MNCL),建立反映土结构垮塌影响的结构性土本构描述.

上述反映结构性土压缩变形特性的本构描述可大致分为三类:①为反映结构性土压缩初期硬后期软的特点,在$e\sim\ln p$坐标中通过两段折线描述结构性土压缩特性,如文献[12].②将结构屈服应力以前的压缩变形视为纯弹性,对结构屈服应力以后的压缩变形特性进行弹塑性建模,并使结构性土压缩线最终趋近于正常固结线,如文献[8,15].③引入内变量演化,对结构性土压缩变形全过程进行统一弹塑性建模,如文献[10,16-17,24].

根据作者前期工作对结构性土压缩变形的本构建模[24-25],土体在压缩荷载作用下经历结构垮塌过程中,当前状态点应力大于参考状态点应力,导致卸载再压缩曲线的结构屈服应力较实际偏低.为此,本文在MNCL基础上,提出结构性土初始压缩线(Virgin Compression Line, VCL).以VCL为参照,使参考状态点沿VCL移动演化.引入更为合理的当前状态点与参考状态点的相对演化关系,从而建立结构性土一维本构描述.

1 移动正常固结线及参考状态点

在孔隙比e与平均应力p半对数坐标中,重塑土

等向压缩线最终趋近于正常固结线(Normal Compression Line, NCL),NCL 表达式为

$$e = N - \lambda \ln p \tag{1}$$

式中:N 为 NCL 在 $e\sim\ln p$ 坐标纵轴上截距;λ 为等向压缩指数.

结构性土经历等向压缩,其孔隙比会先越过 NCL 至其右侧,而后随压缩进行,压缩线再从上方逐渐趋近于 NCL. 为描述该结构性土压缩特性,本文在 $e\sim\ln p$ 坐标中提出 MNCL 平行于 NCL[24]. MNCL 高出 NCL 的距离称为结构势 Δe,Δe 初值为 Δe_0.MNCL 方程为

$$e = N - \lambda \ln p + \Delta e \tag{2}$$

随加载进行,结构性衰减,Δe 逐渐减小,其演化规律表示为[24]

$$\mathrm{d}(\Delta e) = -\zeta \cdot \Delta e \cdot R \cdot \mathrm{d}\left(\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln p\right) \tag{3}$$

式中:ζ 为结构性衰减率;κ 为等向回弹指数;e_0 为初始孔隙比;R 为当前应力状态 p 与参考应力状态 $\bar{p}$ 的比值.

在 $e\sim\ln p$ 坐标中,过当前状态点 $(\ln p, e)$,作斜率 $(-\kappa)$ 的直线与 MNCL 相交,交点即为参考状态点 $(\ln \bar{p}, \bar{e})$. 如图 1 所示,分别对应当前状态点 a、b、c 的参考状态点依次为点 $\bar{a}$、$\bar{b}$、$\bar{c}$. 显然,内变量 R 由点 $(\ln p, e)$ 与点 $(\ln \bar{p}, \bar{e})$ 的相对位置决定.

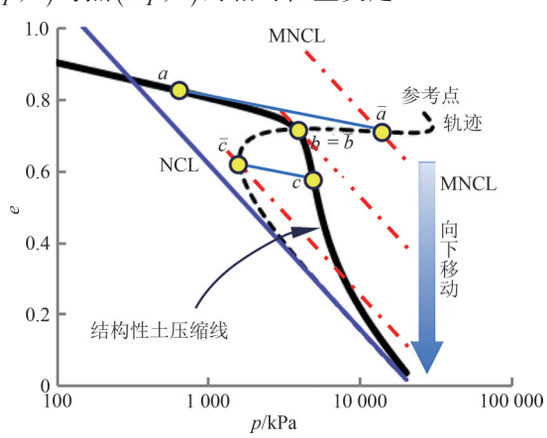


图 1　移动正常固结线上的参考状态点

Fig.1　Reference state points on moving normal compression line

加载过程中,孔隙比 e 随应力状态 $\ln p$ 的演化受实时内变量 R 影响,表达式为[24]

$$\mathrm{d}e = -\left[\kappa + (\lambda - \kappa)\Omega\right]\mathrm{d}(\ln p) \tag{4}$$

式中:$\Omega = R^{\frac{\Delta e}{\Delta e_0}(M_Y - \eta)}\left(M^4 - \eta^4\right)/\left(M_Y^4 - \eta^4\right)$. 其中,应力比 $\eta = q/p$,q 为广义剪应力;M 为临界状态应力比. 等向压缩状态下,$\eta = 0$,$\Omega = R^{\frac{\Delta e}{\Delta e_0}M_Y} M^4/M_Y^4$,$M_Y$ 为受 R 影响的潜在强度应力比.

M_Y 表达式为

$$M_Y = 6\left[\sqrt{\frac{\chi}{R}\left(1 + \frac{\chi}{R}\right)} - \frac{\chi}{R}\right] \tag{5}$$

式中:$\chi = M^2/\left[12(3 - M)\right]$.

式(1)~式(5)给出的结构性土等向压缩描述可由图 1 说明. 由图 1 可见,随等向压缩进行,压缩线依次经历点 a、b、c,参考状态点相应依次为点 $\bar{a}$、$\bar{b}$、$\bar{c}$. 当压缩到点 b 时,当前状态点 b 与参考状态点 $\bar{b}$ 重合,$R = 1$,根据式(4)、式(5),此时压缩线斜率大小 $\left|\mathrm{d}e/\mathrm{d}(\ln p)\right| = \lambda$. 类似地,点 a 对应 $R < 1$,点 c 对应 $R > 1$. 因此,整个压缩过程中,R 依次经历:$R < 1$、$R = 1$、$R > 1$ 及 $R \to 1^+$ 四阶段,$\left|\mathrm{d}e/\mathrm{d}(\ln p)\right|$ 依次经历 $\kappa < \left|\mathrm{d}e/\mathrm{d}(\ln p)\right| < \lambda$、$\left|\mathrm{d}e/\mathrm{d}(\ln p)\right| = \lambda$、$\left|\mathrm{d}e/\mathrm{d}(\ln p)\right| > \lambda$ 及 $\left|\mathrm{d}e/\mathrm{d}(\ln p)\right| \to \lambda^+$ 四阶段. 需要关注,依上述结构性土等向压缩描述,当前应力状态 p 可以显著大于参考应力状态 $\bar{p}$,如图 1 中当前状态点 c 与参考状态点 $\bar{c}$.

如果压缩到点 c 后弹性卸载,然后进行再压缩. 再压缩过程中,作为参考点的 $\bar{c}$ 将所描述的结构性土再压缩屈服应力限制在点 $\bar{c}$ 附近. 然而,结构性土的实际再压缩屈服应力可达到卸载起始的应力状态点 c 附近. 故文献[24]所提模型无法对上述结构性土卸载再压缩特性进行较合理描述,其根本原因在于模型允许当前应力 p 超过参考应力 $\bar{p}$.

为此,本文在 MNCL 基础上,赋予其指数函数型演化规律,扩展建立结构性土的初始压缩线,用以确定结构性土压缩过程中的实时参考状态点. 进而再通过构造结构性土体积变形演化方程,实现压缩全过程满足 $p < \bar{p}$.

2　初始压缩线及结构性土一维描述

2.1　非单调演化描述

文献[24]提出一种增量演化描述方法. 给定单调递减参考函数 $y_r(x)$,以增量法描述函数 $y(x)$. 令 $y(x)$ 的增量斜率 $\left(\mathrm{d}y/\mathrm{d}x\right)$ 表达为 $(y_r - y)$ 的某一函数 $\psi = \psi(y_r - y)$.$y(x)$ 的增量描述表达为

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ \mathrm{d}y = \psi \mathrm{d}x \end{cases} \tag{6}$$

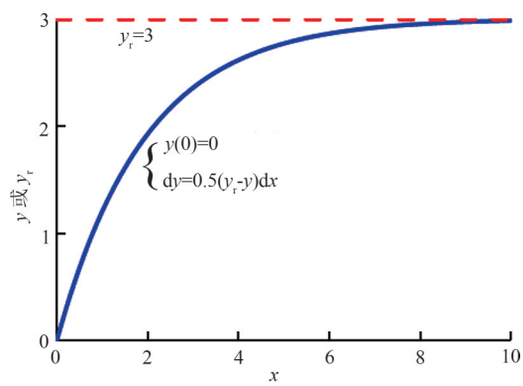
参考函数 $y_r(x)$ 为一条移动演化的水平直线,表达式为

$$y_r(x)=C(x)+D(x) \tag{7}$$

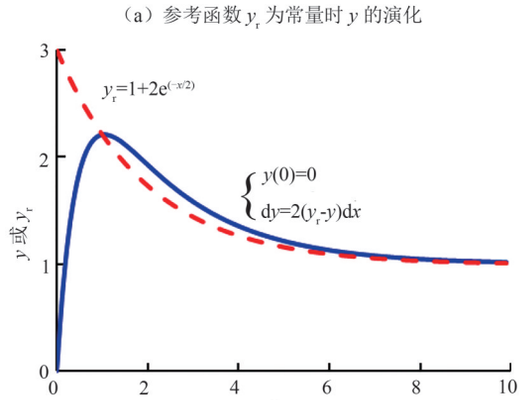
式中：$C(x)$为直线在初始位置的函数表达；$D(x)$为直线随坐标x变化而移动的实时位置的函数表达.

若取$C(x)=3$，$D(x)=0$（即参考线不移动），及$\psi=0.5(y_r-y)$，则式(7)描述的演化如图2(a)所示.由图2(a)可见，参考线$y_r(x)$不动，当前状态点(x,y)逐渐趋近于参考状态点(x,y_r)，并且y与y_r永不相遇.

若取$C(x)=3$、$D(x)=2\left[e^{(-x/2)}-1\right]$及$\psi=2(y_r-y)$，则式(7)描述的演化如图2(b)所示.由图2(b)可见，y与y_r在演化时相遇，相遇时$(dy/dx)=0$而$(dy_r/dx)<0$.此后$y>y_r$，当前状态点(x,y)越至参考状态点(x,y_r)上方.文献[24]根据上述思想建立的结构性土压缩描述，造成了图1中结构性土压缩线在与参考点轨迹相遇后，越至参考点轨迹右侧，导致$p>\bar{p}$.



(a) 参考函数y_r为常量时y的演化



(b) 参考函数y_r单调递减时y的演化

图2　增量法描述函数$y(x)$

Fig.2　Description of function $y(x)$ using incremental method

为解决上述问题，使y与y_r不在演化中相遇，并描述出$y(x)$的非单调演化特性，进行如下尝试.参考函数$y_r(x)$依然为一条移动演化的水平直线，将式(6)扩展为

$$\begin{cases} y(0)=0 \\ dy=\psi dx+D'(x)dx \end{cases} \tag{8}$$

以图3说明式(8)演化机理.由图3可见，当增量演化至第k步完成时，当前状态点A的坐标为$\left[x^{(k)},y^{(k)}\right]$，参考状态点$\bar{A}$的坐标为$\left[x^{(k)},y_r^{(k)}\right]$.在第$(k+1)$步演化中，参考状态点由点$\bar{A}$演化至点$\bar{B}$.若依式(6)，当前状态点在第$(k+1)$步中由点$A$演化至点$B_1$，相应纵坐标变化$\psi dx$.式(8)在式(6)的基础上增加了一项$D'(x)dx$.$D'(x)dx$是第$(k+1)$步演化中参考状态点由点$\bar{A}$至点$\bar{B}$的函数值变化，即$D'(x)dx=y_{r\bar{B}}-y_{r\bar{A}}$.式(8)在第$(k+1)$步中，当前状态点纵坐标增量在$\psi dx$基础上再叠加增量$D'(x)dx$.故根据式(8)，当前状态点在第$(k+1)$步中由点$A$演化至点$B$.

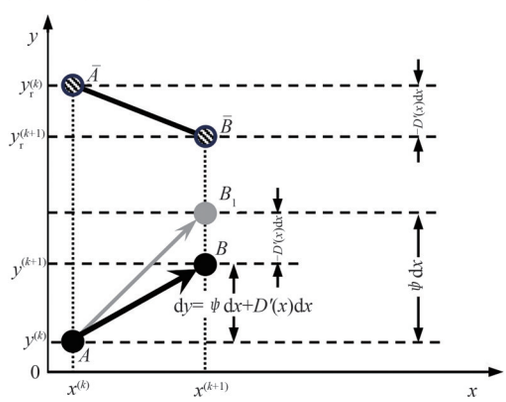


图3　式(8)演化机理

Fig.3　Schematic diagram of evolution mechanism by Eq. (8)

在式(8)中加入$D'(x)dx$项，使当前状态点与参考状态点在演化中同步下降.这种情况下，当前状态点y值与参考状态点y_r值的相对关系，与y值参考常量y_r值演化的相对关系一致.因此，在该演化全过程中，当前函数值y与参考函数值y_r始终满足$y<y_r$.

根据扩展后的式(8)描述，同样取$C(x)=3$，$D(x)=2\left[e^{(-x/2)}-1\right]$及$\psi=2(y_r-y)$，当前状态点演化如图4所示.对比图4与图2(b)，由于增量演化中$D'(x)dx$项的加入，当前状态点(x,y)与参考状态点(x,y_r)在同步下落的基础上，再依$\psi(y_r-y)$函数控制增量斜率进行演化，从而实现满足$y<y_r$前提下描述y非单调演化.

2.2　结构性土初始压缩线

结构性土等向压缩至应力p时，MNCL上参考状态点所对应的参考应力为$\bar{p}$.根据式(2)，$e\sim\ln p$坐

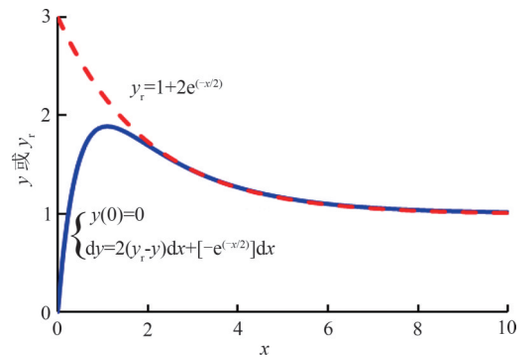


图 4　式(8)描述当前状态点演化

Fig.4　Description of the current state point evolution by Eq. (8)

标中参考状态点$(\ln\bar{p},\bar{e})$纵坐标$\bar{e}$写为$(\ln\bar{p})$的函数,表达式为

$$\bar{e}=\bar{e}(\ln\bar{p})=N-\lambda\ln\bar{p}+\Delta e_0-(\Delta e_0-\Delta e) \tag{9}$$

将文献[24]中的Δe增量演化式(3)发展为式(10)全量表达,令Δe随$\ln\bar{p}$以指数形式衰减

$$\Delta e=\Delta e_N\cdot e^{\left(-\zeta\cdot\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\ln\bar{p}\right)} \tag{10}$$

式中:Δe_N为$\ln\bar{p}=0$,即$\bar{p}=1$ kPa时结构势Δe.沿用结构性衰减率参数ζ反映Δe随应力$\ln\bar{p}$发展而衰减的快慢.

由于实际结构性土的初始参考应力$\bar{p}_0$几乎不可能为1 kPa,故模型通常用初始参考应力$\bar{p}_0$所对应的结构势Δe_0作为模型参数.相应地,结构势Δe随横坐标$\ln\bar{p}$以指数形式衰减演化为

$$\Delta e=\Delta e_0\cdot e^{\left[-\zeta\cdot\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\ln(\bar{p}/\bar{p}_0)\right]} \tag{11}$$

以式(9)所描述的参考点轨迹为参照,借鉴式(8)的演化思想,重新构造式(4)所述孔隙比演化方程,可实现在$e\sim\ln p$坐标中建立始终从左侧趋近于参考点轨迹的结构性土等向压缩线,如图5所示.由图5可见,重塑土等向压缩线从左侧单调趋近于NCL,NCL是未经任何先期应力的重塑土的初始压缩线.与之类似,结构性土等向压缩线从左侧单调趋近于式(9)所述参考点$(\ln\bar{p},\bar{e})$轨迹.该参考点轨迹对应未经任何应力历史结构性土的初始压缩线.称式(9)所描述的压缩线为结构性土的初始压缩线(VCL).

2.3　结构性土一维本构描述

对照式(7),观察结构性土的初始压缩线式(9):式(7)中$C(x)$项为式(9)中$[N-\lambda\ln\bar{p}+\Delta e_0]$项,式(7)中$D(x)$项为式(9)中$[-(\Delta e_0-\Delta e)]$项.根据式(6)发展至式(8)的思想,结构性土等向压缩中孔隙比演化则应在式(4)的基础上增加$[D'(x)\mathrm{d}x]$项.

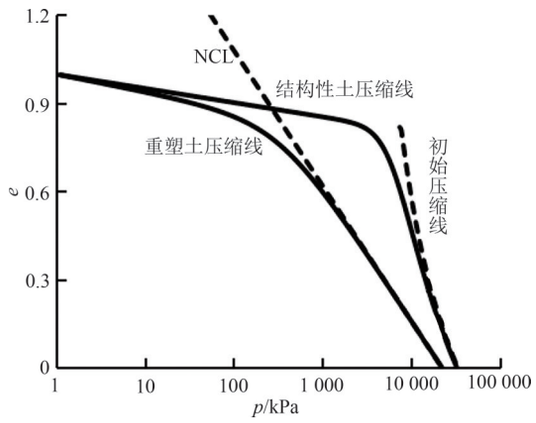


图 5　结构性土等向压缩描述

Fig.5　Simulation of isotropic compression of structured soil

根据式(9)与式(11),增量$[D'(x)\mathrm{d}x]$表达为

$$\mathrm{d}[-(\Delta e_0-\Delta e)]=\mathrm{d}(\Delta e)=-\zeta\cdot\Delta e\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\mathrm{d}(\ln\bar{p}) \tag{12}$$

考虑式(12),将式(4)扩展为

$$\mathrm{d}e=-[\kappa+(\lambda-\kappa)\Omega]\mathrm{d}(\ln p)-\zeta\cdot\Delta e\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\mathrm{d}(\ln\bar{p}) \tag{13}$$

结构性土等向压缩中参考状态点演化如图6所示.图6中,$e\sim\ln p$坐标对应等向应力增量$\mathrm{d}(\ln p)$,压缩线上当前状态点$(\ln p,e)$由点a演化到点b,参考状态点$(\ln\bar{p},\bar{e})$由点$\bar{a}$演化到点$\bar{b}$,相应的参考应力增量为$\mathrm{d}(\ln\bar{p})$.

由于当前状态点与参考状态点均以斜率为$(-\kappa)$的回弹线连接对应,故点a到点b的塑性孔隙比增量$(\mathrm{d}e)^{\mathrm{p}}$及点$\bar{a}$到点$\bar{b}$的塑性孔隙比增量$(\mathrm{d}\bar{e})^{\mathrm{p}}$相等,二者均为图6中两条回弹线的竖向距离

$$(\mathrm{d}e)^{\mathrm{p}}=(\mathrm{d}\bar{e})^{\mathrm{p}} \tag{14}$$

在式(13)中,去除弹性孔隙比增量$-\kappa\mathrm{d}(\ln p)$,得点a到点b的塑性孔隙比增量$(\mathrm{d}e)^{\mathrm{p}}$为

$$(\mathrm{d}e)^{\mathrm{p}}=-(\lambda-\kappa)\Omega\mathrm{d}(\ln p)-\zeta\cdot\Delta e\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\mathrm{d}(\ln\bar{p}) \tag{15}$$

对式(9)微分并去除弹性孔隙比增量$-\kappa\mathrm{d}(\ln\bar{p})$,得点$\bar{a}$到点$\bar{b}$的塑性孔隙比增量$(\mathrm{d}\bar{e})^{\mathrm{p}}$为

$$(\mathrm{d}\bar{e})^{\mathrm{p}}=-(\lambda-\kappa)\mathrm{d}(\ln\bar{p})-\zeta\cdot\Delta e\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\mathrm{d}(\ln\bar{p}) \tag{16}$$

根据式(14)~式(16),可得

$$\mathrm{d}(\ln\bar{p})=\Omega\mathrm{d}(\ln p) \tag{17}$$

将式(17)代入式(13),可得

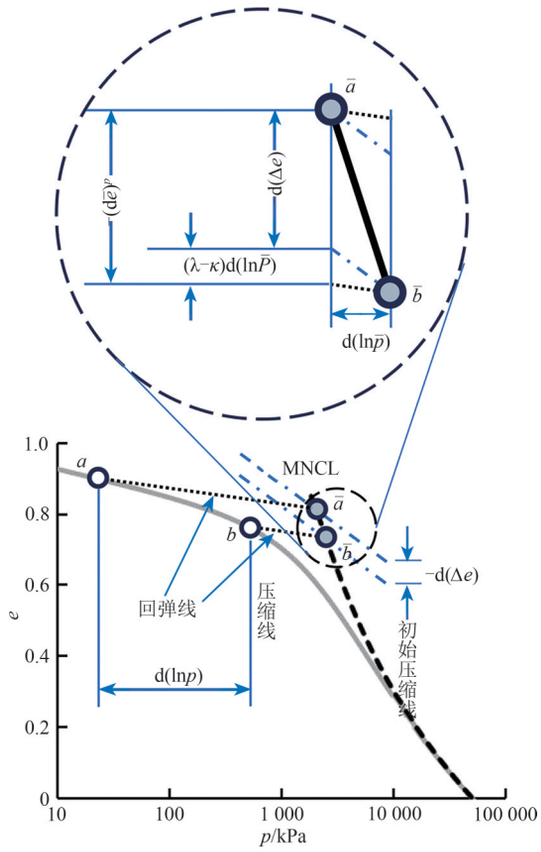


图 6 结构性土等向压缩中参考状态点演化

Fig.6 Evolution of the reference state point during isotropic compression of structured soil

$$\mathrm{d}e=-\left[\kappa+(\lambda-\kappa)\left(1+\frac{\zeta\cdot\Delta e}{1+e_0}\right)\Omega\right]\mathrm{d}(\ln p) \tag{18}$$

去除式(18)中的弹性孔隙比增量$-\kappa\mathrm{d}(\ln p)$,得到塑性体积应变增量$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}$表述为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=\Omega_{\mathrm{s}}\cdot\Omega\cdot\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\mathrm{d}(\ln p) \tag{19}$$

式中:Ω_{s}为结构性因子,$\Omega_{\mathrm{s}}=\left(1+\dfrac{\zeta\cdot\Delta e}{1+e_0}\right)>1$.

根据式(9)的微分,图 6 所示初始压缩线上点$\bar{a}$到点$\bar{b}$微小增量的切线斜率绝对值$\bar{\lambda}$表示为

$$\bar{\lambda}=\bar{\lambda}(\ln\bar{p})=\lambda+\zeta\cdot\Delta e\cdot\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0} \tag{20}$$

将式(20)中的λ代入式(18),可得

$$\mathrm{d}e=-\left[\kappa+(\bar{\lambda}-\kappa)\Omega\right]\mathrm{d}(\ln p) \tag{21}$$

式(21)的表达形式与式(4)完全一致,只是将λ替换为了$\bar{\lambda}$.这意味着本文所提模型以弯曲的初始压缩线为参考线,相当于以初始压缩线的实时切线为直线型参考线.参照演化中,通过斜率绝对值$\bar{\lambda}$反映结构性的实时存在程度,而通过因子Ω反映压缩过程中结构性的发挥影响.

2.4 结构性土侧限压缩一维近似描述

侧限压缩情况下,试样在竖向应力σ_{v}作用下发生竖向应变ε_{v}.全过程中水平向应变$\varepsilon_{\mathrm{h}}=0$,水平应力$\sigma_{\mathrm{h}}$为

$$\sigma_{\mathrm{h}}=K_0\sigma_{\mathrm{v}} \tag{22}$$

式中:K_0为侧压力系数.对于正常固结土,K_0可近似由摩擦角φ给出,$K_0=1-\sin\varphi$.应力比η_{K}为

$$\eta_{\mathrm{K}}=\left(\frac{q}{p}\right)_{\mathrm{K}}=\frac{\sigma_{\mathrm{v}}-\sigma_{\mathrm{h}}}{\frac{1}{3}(\sigma_{\mathrm{v}}+2\sigma_{\mathrm{h}})}=\frac{3(1-K_0)}{1+2K_0} \tag{23}$$

如果将K_0近似为常量,则正常固结土侧限压缩是某一等应力比η_{K}压缩.依照剑桥模型,等应力比η_{K}压缩线在$e\sim\ln p$坐标中表示为

$$e=N-\lambda\ln p-(\lambda-\kappa)\ln\left(1+\frac{\eta_{\mathrm{K}}^{\,2}}{M^2}\right) \tag{24}$$

根据式(22)及p定义,侧限压缩中p与σ_{v}关系为

$$p=\frac{1}{3}(\sigma_{\mathrm{v}}+2\sigma_{\mathrm{h}})=\frac{1+2K_0}{3}\sigma_{\mathrm{v}} \tag{25}$$

将式(25)代入式(24),得到侧限压缩$e\sim\ln\sigma_{\mathrm{v}}$关系为

$$e=N_{\mathrm{K}}-\lambda\ln\sigma_{\mathrm{v}} \tag{26}$$

式中:$N_{\mathrm{K}}=N-(\lambda-\kappa)\ln\left(1+\dfrac{\eta_{\mathrm{K}}^{\,2}}{M^2}\right)-\lambda\ln\dfrac{1+2K_0}{3}$.

可见,正常固结土在$e\sim\ln\sigma_{\mathrm{v}}$坐标中的侧限压缩线亦是直线.该压缩线的斜率为$(-\lambda)$,在纵轴上的截距为$N_{\mathrm{K}}$.

对比$e\sim\ln\sigma_{\mathrm{v}}$坐标中侧限压缩正常固结线方程式(26)与$e\sim\ln p$坐标中等向压缩正常固结线方程式(1),二者表述形式上一致.因而,可根据 2.3 节中结构性土等向压缩一维本构描述,近似扩展建立侧限压缩情况下,结构性土的压缩应力应变关系.这里“近似”的含义是忽略了结构性土侧限压缩中应力比η的变化.仿式(9),$e\sim\ln\sigma_{\mathrm{v}}$坐标中侧限初始压缩线写为

$$\bar{e}=\bar{e}(\ln\bar{\sigma}_{\mathrm{v}})=N_{\mathrm{K}}-\lambda\ln\bar{\sigma}_{\mathrm{v}}+\Delta e_0-(\Delta e_0-\Delta e) \tag{27}$$

根据式(11),侧限压缩中Δe衰减演化表示为

$$\Delta e=\Delta e_0\cdot\exp\left(-\zeta\cdot\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\ln\frac{\bar{\sigma}_{\mathrm{v}}}{\bar{\sigma}_{\mathrm{v}0}}\right) \tag{28}$$

类似式(18),结构性土侧限压缩线在$e\sim\ln\sigma_{\mathrm{v}}$坐标中,可将孔隙比增量表示为

$$\mathrm{d}e=-\left[\kappa+(\lambda-\kappa)\left(1+\frac{\zeta\cdot\Delta e}{1+e_0}\right)\Omega\right]\mathrm{d}(\ln\bar{\sigma}_{\mathrm{v}}) \tag{29}$$

2.5　模型参数

本文结构性土一维本构描述中,共有 6 个模型参数,分别为 N、λ、κ、M、Δe_0、ζ. 其中前 4 个模型参数源自剑桥模型,Δe_0、ζ 分别描述结构性的初始程度、衰减快慢. 剑桥模型参数可由等向压缩试验及三轴剪切试验确定. 这里讨论新增参数 Δe_0 与 ζ.

根据式(11),可得

$$\ln(\Delta e)=\ln(\Delta e_0)+\zeta\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}(\ln\bar{p}_0)-\zeta\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}(\ln\bar{p}) \tag{30}$$

故在等向压缩中,$(\ln\bar{p})$ 与 $[\ln(\Delta e)]$ 被描述为线性关系. 在 $(\ln\bar{p})\sim\ln(\Delta e)$ 坐标中,线性关系式(30)的截距为 $\left[\ln(\Delta e_0)+\zeta\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}(\ln\bar{p}_0)\right]$,斜率为 $\left(-\zeta\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\right)$. 在 $e\sim\ln p$ 坐标中,Δe 表征 MNCL 的实时位置,亦即结构性土初始压缩线在当前 $\ln\bar{p}$ 处高出 NCL 的距离,无法直接观测. 实时结构势及其近似测量值如图 7 所示. 由图 7 可见,结构性土等向压缩线的后半段逐渐趋近于结构性土初始压缩线. 利用可观测到的结构性土等向压缩线的后半段试验数据近似结构性土初始压缩线. 近似采集等向压缩过程中对应不同 $(\ln\bar{p}_i)$ 的 $[\ln(\Delta e_i)]$ 值,将其绘于 $(\ln\bar{p})\sim[\ln(\Delta e)]$ 坐标. 据此回归出的直线方程确定参数 ζ 与 Δe_0.

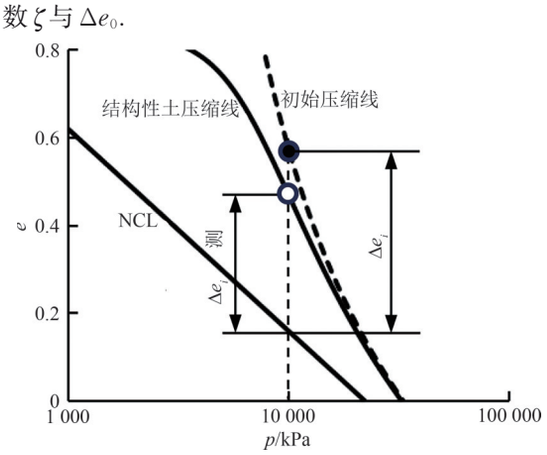


图 7　实时结构势及其近似测量值

Fig.7　Structure potential and its approximate measurement value

需要指出的是,根据结构性土压缩线后半段试验数据测得的结构势近似测量值 $\Delta e_{i测}$ 略小于相应的实时结构势 Δe_i. 因而,在对 $[\ln(\Delta e_i)]$ 数值采集时需对上述近似值进行适当考虑.

3　模型演化规律

本部分展示不同初始结构性程度及不同结构性衰减快慢在所提一维本构模型描述中的影响. 在此基础上,对结构性土卸载再加载的等向压缩进行模拟计算. 模拟计算中,4 个剑桥模型参数取值分别为:λ=0.2,κ=0.02,M=1.2 及 N=2.0.

3.1　初始结构性程度影响

初始应力为 $p_0=1$ kPa、初始孔隙比 $e_0=1.5$ 的结构性土,在 $\zeta=20$ 情况下,取初始结构势 Δe_0 分别为 0、0.3、0.6、0.9 进行计算. 不同初始结构势的结构性土等向压缩线见图 8. 由图 8 可见,伴随初始结构性增大,压缩线表现出的结构性屈服应力逐渐增大. 压缩过程中,$\Delta e_0=0$ 的重塑土压缩线从下方光滑柔和地趋近于 NCL;其他不同初始结构性的结构性土压缩线均从上方光滑柔和地趋近于 NCL.

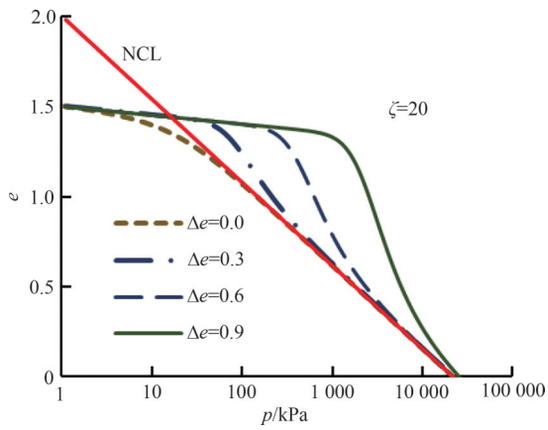


图 8　不同初始结构势结构性土等向压缩线

Fig.8　Isotropic compression lines with different initial soil structure potentials

3.2　结构性衰减率影响

初始应力为 $p_0=1$ kPa、初始孔隙比 $e_0=1.5$ 的结构性土,在 $\Delta e_0=0.6$ 情况下,取结构性衰减率 ζ 分别为 0、5、10、20、40 进行计算. 不同结构衰减率结构性土等向压缩线见图 9. 由图 9 可见,对于 $\zeta=0$ 情形,结构性在压缩过程中不衰减,结构性土压缩线最终趋近一条与 NCL 平行且位于其上方 $\Delta e=\Delta e_0=0.6$ 处. 其他结构性土,伴随压缩进行,ζ 越大,压缩线越快地从上方趋近于 NCL.

3.3　等向压缩卸载再加载计算

初始状态同为 $p_0=1$ kPa、$e_0=1.0$ 的结构性土,取模型参数 $\Delta e_0=0.6$、$\zeta=30$. 先将结构性土等向压缩至 $p=10^4$ kPa,而后卸载至 $p=10$ kPa,再将结构性土等向压缩至 $p=5\times10^4$ kPa. 计算结构性土整个压缩、卸载、再压缩过程的孔隙比演化,表示在 $e\sim\ln p$ 坐标中,见图 10(a). 在本文所提模型中,参考状态点始终在 VCL 上移动,内变量 $R<1$ 并最终趋

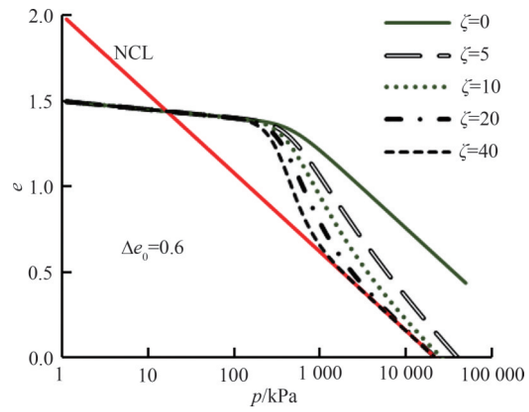
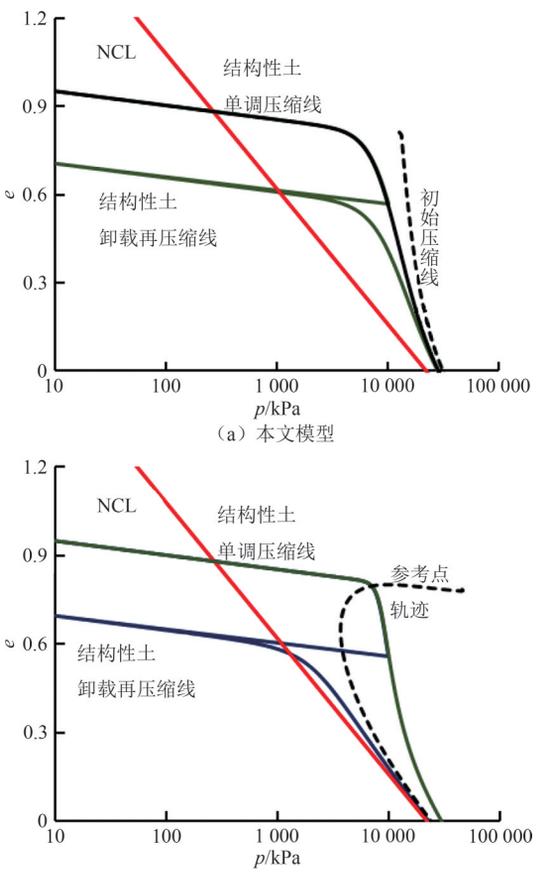


图 9 不同结构衰减率结构性土等向压缩线

Fig.9 Isotropic compression lines with different soil structure decay rates



（a）本文模型

（b）文献 [24] 模型

图 10 结构性土等向压缩回弹再压缩曲线

Fig. 10 Isotropic compression lines for structured soil in loading-unloading-reloading

近于1，故结构性屈服应力可以达到卸载应力附近.

若以文献[24]所提模型进行计算，对应相同的初始状态和加载方式，模型描述的压缩、卸载、再压缩过程孔隙比演化见图10(b). 文献[24]中允许当前应力超过参考应力，即 $p>\bar{p}$. 故卸载后再压缩过程中，再压缩曲线无法到达初始卸载应力附近.

4 模型预测

为验证本文建立结构性土一维本构描述的合理性，采用4种结构性土的试验数据与模型预测进行对比：人工结构性土[7]、Pisa 黏土[26]，Mattagami mines 黏土[27]和 Pappadai 黏土[28]. 模型预测所用参数见表1. 对于侧限压缩，参数 N 则替换为参数 N_K.

表 1 结构性土模型参数

Tab.1 Parameters applied in model simulations

土类型	λ	κ	M	N (N_K)	Δe_0	ζ
人工结构性土[7]	0.125	0.002	1.39	1.47	0.18	12
Pisa 黏土[26]	0.254	0.040	1.03	2.68	0.45	22
Mattagami mines 黏土[27]	0.230	0.018	1.16	2.37	0.98	13
Pappadai 黏土[28]	0.133	0.020	0.90	1.65	0.30	22

人工结构性土是由重塑土加入 CaO、CO_2、高岭土、水泥和 $CaCl_2$ 制备而成. 其等向压缩试验结果与模型预测对照见图11. 由图11可见，重塑土的等向压缩线从下方趋近于NCL，而人工结构性土等向压缩线在越过结构性屈服应力后，逐渐从上方趋近于NCL.

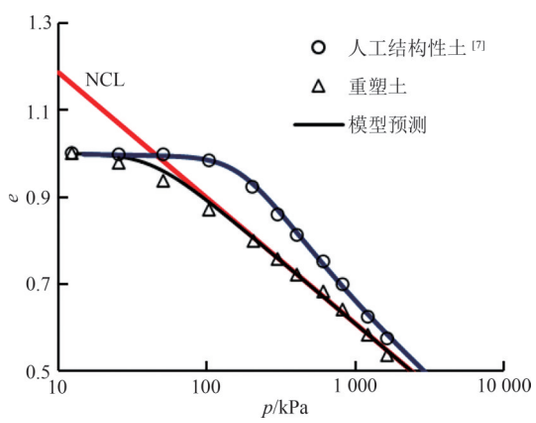


图 11 人工结构性土等向压缩试验结果与模型预测

Fig.11 Comparison of test data and model simulation of artificial structured clay in isotropic compression

Pisa 黏土取自比萨斜塔下深 12.28～12.48 m 处，该土含有近10%的碳酸钙成分，提供结构性的主要物质是蛭石、伊利石和少量高岭石. Pisa 黏土的重塑状态土和原状状态土侧限压缩试验结果与模型预测对照见图12. 由图12可见，Pisa 黏土在重塑状态及原状状态所表现的压缩特性与图11人工结构性土类似. 图11与图12的模型预测与试验数据对比表明，无论是等向压缩还是侧限压缩，本文所提结构性土一维本构描述均能较合理地予以反映.

Mattagami mines 黏土取自魁北克西部、Abitibi 湖以东约120英里处，该土样的液限达78%，塑限为

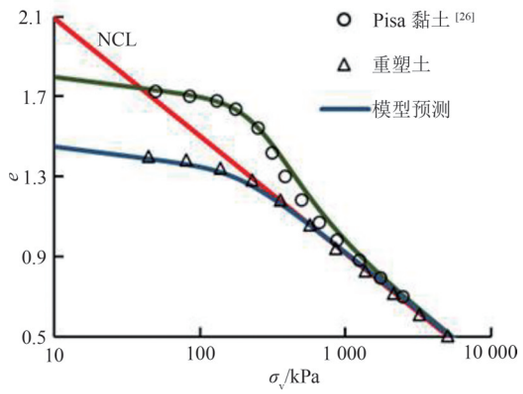


图 12　Pisa 黏土侧限压缩试验结果与模型预测

Fig.12　Comparison of test data and model simulation of Pisa clay in confined compression

24%,是一种典型的敏感结构性土.该土的侧限压缩试验结果与模型预测对照见图 13.由图 13 可见,伴随压缩进行,当压缩应力突破结构屈服应力后,尽管产生了较大的体积垮塌,但结构性土压缩试验数据并没有很快地从上方趋近于 NCL.本文所提模型以指数方式建立初始压缩线方程,故模型描述的结构性土压缩线必然渐进地趋近于 NCL.根据图 13 中模型预测与试验对比,本文所提模型不能很好地反映该结构性土压缩线在一定应力范围内与 NCL 保持较大距离的情况.针对此类情形,尽管模型牺牲了模拟精度,但其数学表述相对简单,便于实际工程应用.

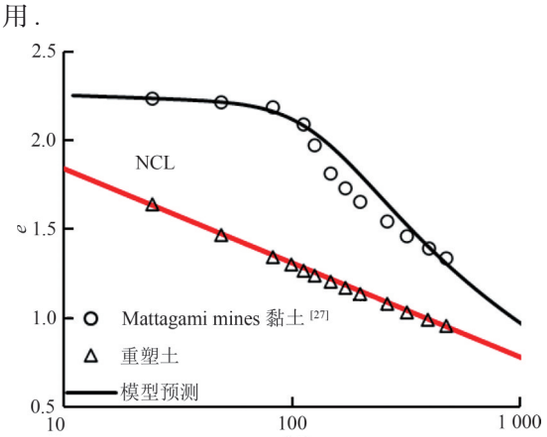


图 13　Mattagami mines 黏土侧限压缩试验结果与模型预测

Fig. 13　Comparison of test data and model simulation of Mattagami mines clay in confined compression

Pappadai 黏土取自意大利塔兰托附近蒙特梅索拉盆地地表以下 25.4 m 深处的更新世黏土,该黏土大约在 130 万年前的海洋中沉积,其液限达 65%,塑限为 30%.Pappadai 黏土分别在重塑状态和原状状态的侧限压缩试验结果[28]及模型预测见图 14.由图 14 可见,卸载再压缩试验数据表明,结构性土的压缩线可以达到卸载应力附近.本文所提本构描述可对此进行合理反映;往复卸载再压缩试验结果表明,伴随压缩变形发展,卸载回弹线的斜率绝对值也随之增大.即弹性参数 κ 随结构性衰减而增大.为描述简单,本文所提模型,尚未考虑结构性损伤对弹性参数的影响.

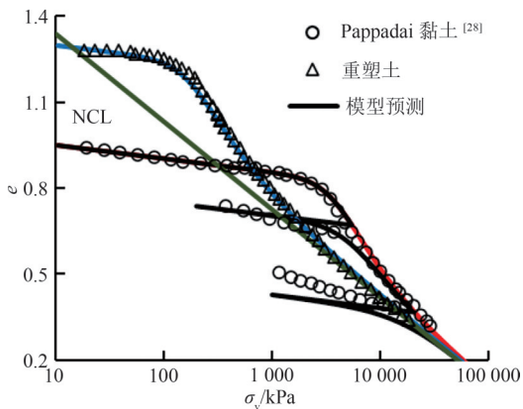


图 14　Pappadai 黏土侧限压缩试验结果与模型预测

Fig.14　Comparison of test data and model simulation of Pappadai clay in confined compression

5　结论

在统一硬化理论框架下,提出了结构性土的初始压缩线,通过恰当构造结构性土体积变形演化方程,建立结构性土一维本构描述.

1)在 e～ln$p$ 坐标中,建立 MNCL 的指数型移动规律,提出结构性土 VCL.

2)扩展结构性土压缩体积变形描述,在其中加入结构性衰减项,以保证当前应力始终小于参考应力,实现对结构性土卸载再压缩的更合理描述.

3)将反映结构性土等向压缩特性的本构描述扩展至描述结构性土侧限压缩.

本文所提结构性土的 VCL,其含义与重塑土的 NCL 相对应.VCL 与 NCL 分别反映结构性土与重塑土在等向应力下的初次压缩状态.以此为基础,后续可尝试在临界状态土力学框架下对结构性土进行系统化的本构建模.

参考文献(References):

[1] 沈珠江. 土体结构性的数学模型:21 世纪土力学的核心问题[J]. 岩土工程学报,1996,18(1):95－97.
SHEN Zhujiang. Mathematical model of soil structure: the core problem of soil mechanics in the 21st century[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(1): 95－97.(in Chinese)

[2] 蒋明镜. 现代土力学研究的新视野:宏微观土力学[J].

岩土工程学报,2019,41(2):195－254.
JIANG Mingjing. New paradigm for modern soil mechanics:Geomechanics from micro to macro[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2019,41(2):195－254.(in Chinese)

[3] 沈珠江. 结构性粘土的堆砌体模型[J]. 岩土力学,2000,21(1):1－4.
SHEN Zhujiang. A masonry model for structured clays[J]. Rock and Soil Mechanics,2000,21(1):1－4.(in Chinese)

[4] 谢定义,齐吉琳,张振中. 考虑土结构性的本构关系[J]. 土木工程学报,2000,33(4):35－41.
XIE Dingyi,QI Jilin,ZHANG Zhenzhong. A constitutive laws considering soil structural properties[J]. China Civil Engineering Journal,2000,33(4):35－41.(in Chinese)

[5] 王立忠,沈恺伦. K_0固结结构性软黏土的本构模型[J]. 岩土工程学报,2007,29(4):496－504.
WANG Lizhong,SHEN Kailun. A constitutive model of K_0 consolided structured soft clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2007,29(4):496－504.(in Chinese)

[6] 洪振舜,立石义孝,邓永锋. 强结构性天然沉积土的强度变形特性[J]. 岩土力学,2004,25(8):1201－1204.
HONG Zhenshun,TATEISHI Yoshitaka,DENG Yongfeng. Mechanical behavior of a strongly-structured natural sedimentary soil[J]. Rock and Soil Mechanics,2004,25(8):1201－1204.(in Chinese)

[7] 陈昌禄,邵生俊,张喆. 人工制备结构性黄土的真三轴试验研究[J]. 岩土力学,2013,34(8):2231－2237.
CHEN Changlu,SHAO Shengjun,ZHANG Zhe. Study of artificial structural loess under true triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics,2013,34(8):2231－2237.(in Chinese)

[8] 陈盼,韦昌富,李永和,等. 结构性黏土的压缩变形特性[J]. 岩土力学,2012,33(增2):29－36.
CHEN Pan,WEI Changfu,LI Yonghe,et al. Compression deformation characteristics of structural clays[J]. Rock and Soil Mechanics,2012,33(S2):29－36.(in Chinese)

[9] 丁建文,万星,冯旭松,等. 高含水率疏浚淤泥固化土的压缩模型[J]. 东南大学学报(自然科学版),2019,49(2):369－374.
DING Jianwen,WAN Xing,FENG Xusong,et al. Compression model for solidified soil of dredged clays with high water content[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition),2019,49(2):369－374.(in Chinese)

[10] 万征,孟达,宋琛琛,等. 状态变量相关三维饱和黏土结构性本构模型[J]. 岩石力学与工程学报,2020,39(4):817－828.
WAN Zheng,MENG Da,SONG Chenchen,et al. A three-dimensional structural constitutive model of saturated clays related to state variables[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2020,39(4):817－828.

[11] 万征,曹伟,刘媛媛,等. K_0超固结结构性黏土的本构模型[J]. 力学学报,2021,53(10):2800－2813.
WAN Zheng,CAO Wei,LIU Yuanyuan,et al. Constitutive model for K_0 overconsolidated structure clay[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2020,39(4):2800－2813.(in Chinese)

[12] 殷杰. 结构性软黏土的修正剑桥模型[J]. 工程力学,2013,30(1):190－197.
YIN Jie. A modified cam clay model for structured soft calys[J]. Engineering Mechanics,2013,30(1):190－197.(in Chinese)

[13] 褚峰,张宏刚,邵生俊. 陇东Q_3结构性黄土压剪损伤本构模型试验研究[J]. 岩土力学,2019,40(10):3855－3870.
CHU Feng,ZHANG Honggang,SHAO Shengjun. Experimental study of constitutive model of LONGDONG Q_3 structural loess with compressive and shearing damage[J]. Rock and Soil Mechanics,2019,40(10):3855－3870.(in Chinese)

[14] 李吴刚,杨庆,刘文化,等. 黏土的结构性定量化表征及其弹塑性本构模型研究[J]. 岩土工程学报,2022,44(4):678－686.
LI Wugang,YANG Qing,LIU Wenhua,et al. Structured quantitative characterization and elastoplastic constitutive model of clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2022,44(4):678－686.(in Chinese)

[15] LIU M D,CARTER J P. Modelling the destructuring of soils during virgin compression[J]. Géotechnique,2000,50(4):479－483.

[16] NAKAI T,SHAHIN H,KIKUMOTO M,et al. A simple and unified one-dimensional model to describe various characteristics of soils[J]. Soils and Foundations,2011,51(6):1129－1148.

[17] ASAOKA A,NAKANO M,NODA T. Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior[J]. Soils and Foundations,2000,40(2):99－110.

[18] YAO Y P,HOU W,ZHOU A N. UH model:three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. Géotechnique,2009,59(5):451－469.

[19] YAO Y P,GAO Z W,ZHAO J D,et al. Modified UH model:constitutive modeling of overconsolidated clays based on a parabolic hvorslev envelope[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering,2012,138(7):860－868.

[20] 姚仰平. 土的统一硬化本构理论及其工程应用[J]. 中国科学(技术科学),2024,54(2):179－195.
YAO Yangping. Unified hardening (UH) constitutive

theory for soils and its engineering application[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2024, 54(2): 179－195. (in Chinese)

[21] 姚仰平,田雨,周安楠,等. 土的统一硬化函数的构造[J]. 中国科学(技术科学),2019,49(1):26－34.
YAO Yangping, TIAN Yu, ZHOU Annan, et al. Unified hardening law for soils and its construction[J]. SCIENTIA SINICA Technologica, 2019, 49(1): 26－34.(in Chinese)

[22] 姚仰平. UH模型系列研究[J]. 岩土工程学报,2015,37(2):193－217.
YAO Yangping. Advanced UH models for soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(2):193－217.(in Chinese)

[23] 姚仰平,张丙印,朱俊高. 土的基本特性、本构关系及数值模拟研究综述[J]. 土木工程学报,2012,45(3):127－150.
YAO Yangping, ZHANG Bingyin, ZHU Jungao. Behaviors, constitutive models and numerical simulation of soils[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(3): 127－150.(in Chinese)

[24] 祝恩阳,姚仰平. 结构性土压缩变形本构描述[J]. 岩土力学,2015,36(7):1915－1922.
ZHU Enyang, YAO Yangping. Constitutively modelling the compression deformation of structured clay[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(7): 1915－1922.(in Chinese)

[25] 祝恩阳,姚仰平. 结构性土UH模型[J]. 岩土力学,2015,36(11):3101－3110.
ZHU Enyang, YAO Yangping. A UH constitutive model for structured soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(11): 3101－3110.(in Chinese)

[26] CALLISTO L, CALABRESI G. Mechanical behaviour of a natural soft clay[J]. Géotechnique, 1998, 48(4):495－513.

[27] SANGREY D A. Naturally cemented sensitive soils[J]. Géotechnique, 1972, 22(1): 139－152.

[28] COTECCHIA F, CHANDLER R J. The influence of structure on the pre-failure behaviour of a natural clay[J]. Géotechnique, 1997, 47(3): 523－544.