

波浪与柔性压电膜结构相互作用的简化模型分析

杨闻宇, 刘春嵘

(厦门理工学院土木工程与建筑学院, 361024 厦门)

摘 要:压电材料可以用来捕获海洋波浪能,将波能直接转化为电能。将压电膜与柔性膜相结合构成潜式防波堤结构,可以作为一种新型的波能转换装置,同时具有波能发电和消波的双重功能。本研究推导了柔性压电膜结构的无量纲运动方程,并基于势流理论利用数值波浪水槽模拟研究了波浪与柔性压电膜结构的相互作用。给出了柔性压电膜结构附加质量的预测方法,并讨论了影响柔性压电膜结构运动响应的主要控制参数。波浪作用下柔性压电膜结构的运动响应满足非线性振动微分方程,非线性项由无量纲膜结构弹性模量 E^* 控制。获得了柔性压电膜结构的共振周期,并给出柔性压电膜结构的无量纲附加质量的计算拟合公式;当无量纲初始张力 T_0^* 取值在 $1.31 \times 10^{-5} \sim 6.33 \times 10^{-4}$ 时,给出了柔性压电膜线性与非线性响应临界控制参数 E^* 的范围。

关键词:柔性压电膜;共振周期;附加质量;消波效果;波浪能

中图分类号:TV36

文献标志码:A

文章编号:1000-4939(2025)05-1174-08

Simplified analysis of interactions between water waves and flexible piezoelectric membrane structure

YANG Wenyu, LIU Chunrong

(School of Civil Engineering and Architecture, Xiamen University of Technology, 361024 Xiamen, China)

Abstract: Piezoelectric materials can be used to capture ocean wave energy, converting it directly into electricity. The combination of piezoelectric membrane and flexible membrane to form a submerged breakwater structure can be used as a new type of wave energy conversion device, which has the dual functions of wave energy generation and wave dissipation. In this paper, the dimensionless motion equation of the piezoelectric flexible membrane system was derived, and the interaction between the wave and the flexible piezoelectric membrane structure was studied by the numerical wave flume based on the potential flow theory. A method for predicting the additional mass of the flexible piezoelectric membrane was presented, and the main control parameters which affect the motion response of the flexible piezoelectric membrane were discussed. The response of the flexible piezoelectric membrane under wave action satisfied the nonlinear vibration differential equation, and the nonlinear term was controlled by the dimensionless elastic modulus E^* of the membrane. The resonant period of the flexible piezoelectric membrane was obtained, and the fit-

收稿日期:2024-03-29

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 12072306);福建省自然科学基金资助项目(2023J011442)

通信作者:刘春嵘,教授。E-mail:2013110908@xmut.edu.cn

引用格式:杨闻宇,刘春嵘. 波浪与柔性压电膜结构相互作用的简化模型分析[J]. 应用力学学报, 2025, 42(5): 1174-1181.

YANG Wenyu, LIU Chunrong. Simplified analysis of interactions between water waves and flexible piezoelectric membrane structure[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2025, 42(5): 1174-1181.

ting formula of the dimensionless additional mass of the flexible piezoelectric membrane was given. When the dimensionless initial tension T_0^* ranges from $1.31 \times 10^{-5} \sim 6.33 \times 10^{-4}$, the critical control parameter E^* is given. The results can provide theoretical basis for the design and engineering application of flexible piezoelectric membrane structures.

Key words: flexible piezoelectric membrane; resonance period; added mass; wave energy dissipation; wave energy

海洋波浪能作为一种清洁能源,利用波浪能发电是替代化石能源的一种有效途径。常见的波能转化原理是通过波能捕获技术将波能转化为机械能,再将机械能转化为电能^[1-2]。压电材料是近年来发展起来的新型材料,可以用来捕获海洋波浪能,将波能直接转化为电能^[3]。BURNS^[4]首次将压电材料与波浪开发相结合,设计了波浪压电发电装置。此后国内外研究学者提出了多种结构的压电波能转化装置,较为常见的压电波能转换装置主要是在浮标结构连接安装有压电片的悬臂梁结构或者耦合压电材料的振荡系统,且多集中安装在海水自由表面附近^[5-9]。其中,NABAVI等^[8]在波士顿海湾和旧金山海湾的近海对安装在浮标结构的压电转化装置进行了现场试验,单位体积的压电材料可分别获得8.57、11.4 kW/m³的输出功率,表明压电波能发电,具有较好的发展前景。

将压电膜与柔性膜相结合形成封闭的柔性压电膜结构安装在海床上,既可以作为一种新型的波能转换装置,又可以作为潜式防波堤,具有发电和消浪的双重功能^[10]。因此,波浪作用下柔性压电膜的响应对其发电和消波功能起着重要的作用。国内外的学者对柔性膜防波堤进行了理论、实验和数值研究。OHYAMA等^[11]通过实验研究了坐底式充水柔性膜防波堤的波浪透射系数和反射系数。PHADKE等^[12-14]利用边界元与有限元方法研究了坐底式充水柔性膜在波浪作用下的共振响应和非线性响应。STAMOS等^[15]实验对比研究了刚性和柔性坐底式防波堤的消波效果,发现半圆柱柔性坐底式防波堤具有更好的波浪反射效果。DAS等^[16]基于边界元与有限元方法发展研究了三维柔性膜防波堤的动态响应。LIU等^[17]基于欧拉-拉格朗日方法模拟研究了柔性膜防波堤与波浪相互作用的非线性响应。赵西增等^[18]利用数值模拟和实验研究了柔性水囊潜堤与规则波相互作用的消波机理。LI等^[19]基于势

流理论研究了波浪与半圆形柔性膜防波堤的水弹性相互作用,发展了解析解,并讨论了波浪的反射和透射系数以及柔性膜的变形。ZHAO等^[20]采用CIP黏性流模型模拟研究了充水膜防波堤与波浪的相互作用,分析了充水膜内部压强和弹性模量的影响,并分析了充水膜周围的涡量场及结构响应,认为在较低的内部压强条件下充水膜的波浪反射和能量耗散效果更显著。GUO等^[21]实验研究了水平和竖直放置的柔性膜结构防波堤的消波效果,分析了膜的孔隙率等参数对消波效果的影响。LIU等^[10,22]将压电膜与柔性膜相结合,研究了柔性压电膜在波浪作用下的线性和非线性响应,并讨论了影响柔性压电膜的发电效率和消波效果的控制参数,发现提高压电材料的工作频率能够提高柔性压电膜的发电效率。

本研究推导了无量纲化的柔性压电膜结构的运动方程,利用数值波浪水槽模拟研究了波浪与柔性压电膜结构的相互作用。给出了柔性压电膜结构的附加质量预测方法,得到了其线性与非线性响应的临界控制参数范围,以期对柔性压电膜结构的设计及工程应用提供理论依据。

1 数学模型

柔性压电膜结构、外接电路及数值波浪水槽示意图如图1所示。柔性压电膜结构由中间的压电层及覆盖其两侧的绝缘柔性膜构成,通过端部的电极与外部电路连接。柔性压电膜结构安装在波浪水槽底部,内部充满液体,将整个流场分为外部流场和内部流场。由于柔性压电膜的厚度一般在毫米量级,相较于结构尺寸很小,因此在模型中按一段弧处理,其圆心在 O_m 。据此建立了全局坐标系 (x, z) 和局部坐标系 (r, θ) 分别描述流场和柔性压电膜结构的运动。因未指定该装置的应用海域,在此仅作机理研究,故数值波浪水槽的入射波条件设定为正弦波。

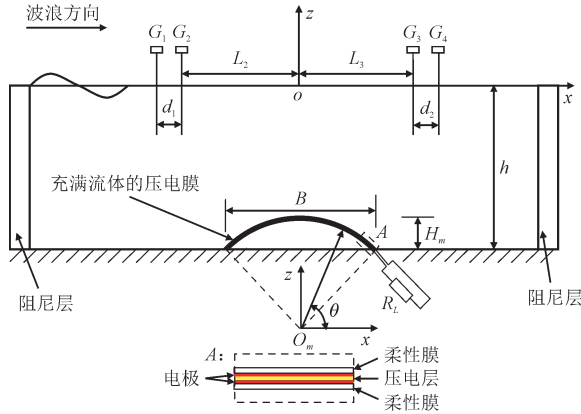


图1 柔性压电膜结构及数值波浪水槽示意图
Fig.1 Schematic diagram of flexible piezoelectric membrane and numerical wave flume

1.1 流场的控制方程

基于势流理论,柔性压电膜结构内外流场均满足拉普拉斯方程,即

$$\nabla^2 \varphi_e = 0, \quad \nabla^2 \varphi_i = 0 \quad (1)$$

式中: φ 为速度势函数;下标e代表外部流场;下标i代表内部流场。

在自由表面上 $z = \eta(x, t)$,外流场速度势 φ_e 满足的边界条件为

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial t} + gz + \frac{1}{2} \nabla \varphi_e \cdot \nabla \varphi_e = 0 \quad (2)$$

在流场底部,速度势 φ_e 和 φ_i 满足的边界条件为

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

与柔性压电膜边界接触的内外流体的法向速度相等,即

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial n} = \frac{\partial \varphi_e}{\partial n} \quad (4)$$

1.2 柔性压电膜结构的控制方程

由于柔性压电膜结构的厚度很薄,结构单位面积上受到的惯性力与膜结构内、外流体压力差的量级相比较很小,可忽略不计。因此,仅考虑膜的张力与膜结构内、外流体压力差的平衡关系,即

$$p_i - p_e = T_m \kappa \quad (5)$$

式中: p_i 和 p_e 分别为膜结构内、外压强; T_m 为单位宽度的膜张力; κ 为膜的曲率。

柔性压电膜结构内、外压强与相应速度势的关系分别满足非定常伯努利方程,即

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \varphi_e \cdot \nabla \varphi_e + \frac{p_e}{\rho} + gz = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \varphi_i \cdot \nabla \varphi_i + \frac{p_i}{\rho} + gz = \frac{T_{m0}}{\rho r_1} \quad (7)$$

式中: ρ 为水的密度; T_{m0} 为静态平衡条件下膜的初始张力; r_1 为膜的初始半径。

将式(6)和式(7)代入式(5),可得

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_e}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla \varphi_e \cdot \nabla \varphi_e - \nabla \varphi_i \cdot \nabla \varphi_i) + \frac{T_{m0}}{\rho r_1} - \frac{T_m \kappa}{\rho} \quad (8)$$

膜张力 T_m 可表示为

$$T_m = T_{m0} + (E_p \tau_p \varepsilon - E_p d_{13} E_e \tau_p) + E \tau \varepsilon \quad (9)$$

式中:等式右侧括号项为压电层提供的张力;第3项为柔性膜提供的张力; E_p 为压电层的弹性模量; τ_p 为压电层的厚度; d_{13} 为压电层的压电常数; E_e 为电场强度; E 为柔性膜的弹性模量; τ 为柔性膜的厚度; ε 为膜结构的应变。

考虑到材料压电常数通常很低,可忽略等式右侧含有压电常数的项,即

$$T_m = T_{m0} + E_p \tau_p \varepsilon + E \tau \varepsilon \quad (10)$$

考虑小变形条件($\zeta \ll r_1$),极坐标下,柔性压电膜的曲率 κ 可简化为

$$\kappa = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \theta^2} \quad (11)$$

式中, ζ 为柔性压电膜离开平衡位置的径向位移。

膜的边界条件为,在膜与底边界的连接点 $\theta = \theta_0$ 和 $\theta = \theta_1$ 处

$$\zeta(\theta, t) = 0 \quad (12)$$

2 无量纲化的柔性压电膜结构的运动方程

为了描述柔性压电膜结构的运动,分析影响柔性压电膜结构运动的主要参数,对膜结构的运动方程进行了无量纲化。采用波浪周期 T ,水的密度 ρ ,重力加速度 g 对所涉及的物理量进行无量纲化。

膜的无量纲径向位移 $\zeta^* = \zeta / (gT^2)$ 可表示为傅里叶级数的形式,即

$$\zeta^*(\theta, t^*) = \sum_{k=1}^M A_k(t^*) \sin \frac{k\pi}{\Delta\theta} (\theta - \theta_0) \quad (13)$$

考虑到波浪的振幅较小,可忽略式(8)中的高阶项,并进行无量纲化,则

$$\frac{\partial \varphi_i^*}{\partial t^*} - \frac{\partial \varphi_e^*}{\partial t^*} = \frac{T_0^*}{r_1^*} - T_m^* \kappa^* \quad (14)$$

式中, $\varphi^* = \varphi / (g^2 T^3)$, $t^* = t / T$, $T_0^* = T_{m0} / (\rho g^3 T^4)$, $r_1^* = r_1 / (gT^2)$, $T_m^* = T_m / (\rho g^3 T^4)$ 。

无量纲曲率 $\kappa^* = \kappa(gT^2)$ 可表示为

$$\kappa^* = \frac{1}{r_1^*} - \frac{1}{(r_1^*)^2} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial \theta^2} \quad (15)$$

无量纲膜张力可表示为

$$T_m^* = T_0^* + E^* \varepsilon' \quad (16)$$

式中,无量纲膜结构弹性模量 $E^* = (E_p \tau_p + E\tau)/(\rho g^3 T^4)$ 。

膜的动态应变 ε' 可表示为

$$\varepsilon' = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{\Delta\theta} \right)^2 \sum_{k=1}^M \left(\frac{A_k}{r_1^*} \right)^2 \left[k^2 - \left(\frac{\Delta\theta}{\pi} \right)^2 \right] \quad (17)$$

式中: $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0$, θ_0 和 θ_1 为膜两端对应的角度; M 为模态数。

联立式(13)、式(15)、式(16),代入式(14),得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i^*}{\partial t^*} - \frac{\partial \varphi_e^*}{\partial t^*} = & - \left(\frac{\pi}{\Delta\theta} \right)^2 \frac{T_0^*}{(r_1^*)^2} \sum_{k=1}^M A_k(t) k^2 \sin \frac{k\pi}{\Delta\theta} (\theta - \theta_0) - \\ & \left(\frac{\pi}{\Delta\theta} \right)^2 \frac{E^* \varepsilon'}{(r_1^*)^2} \sum_{k=1}^M A_k(t) k^2 \cdot \\ & \sin \frac{k\pi}{\Delta\theta} (\theta - \theta_0) - \frac{E^*}{r_1^*} \varepsilon' \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)两端乘 $\sin \frac{n\pi}{\Delta\theta} (\theta - \theta_0)$ 并积分,得

$$\begin{aligned} & \int_0^{\Delta\theta} \left(\frac{\partial \varphi_i^*}{\partial t^*} - \frac{\partial \varphi_e^*}{\partial t^*} \right) \sin \frac{n\pi}{\Delta\theta} \theta' d\theta' \\ & = - \frac{\pi^2}{2\Delta\theta} \frac{T_0^*}{(r_1^*)^2} A_n(t) n^2 - \frac{\pi^2}{2\Delta\theta} \frac{E^* \varepsilon'}{(r_1^*)^2} A_n(t) n^2 \end{aligned} \quad (19)$$

式中, n 取值为 $1 \sim M$ 。

基于线性波假设, φ_i^* 和 φ_e^* 可表示为

$$\varphi_i^* = \sum_{k=1}^M \frac{dA_k}{dt^*} \Phi_{i,k}^*(r^*, \theta) \quad (20)$$

$$\varphi_e^* = \sum_{k=1}^M \frac{dA_k}{dt^*} \Phi_{e,k}^*(r^*, \theta, t^*) + \varphi_{eD}^*(r^*, \theta, t^*) \quad (21)$$

式中: $\Phi_{i,k}^*(r^*, \theta, t^*)$ 、 $\Phi_{e,k}^*(r^*, \theta, t^*)$ 分别表示 $\frac{dA_k}{dt^*} = 1$ 时,柔性压电膜结构内流和外流的速度势; $\varphi_{eD}^*(r^*, \theta, t^*)$ 为当 $A_k = 0$ 时,入射波和散射波的速度势。

将式(17)、式(20)、式(21)代入式(19),得到无量纲化的柔性压电膜结构 n 阶模态的振幅振动方程为

$$M_a \frac{d^2 A_n}{d(t^*)^2} + \mu \frac{dA_n}{dt^*} + K_A A_n + K_B A_n^3 = F_{ex,n} + F_{e,n} \quad (22)$$

$$K_A = \frac{\pi^2}{2\Delta\theta} \frac{T_0^*}{(r_1^*)^2} n^2,$$

$$K_B = \frac{\pi^4}{8(\Delta\theta)^3} \frac{E^*}{(r_1^*)^4} n^2 \left[n^2 - \left(\frac{\Delta\theta}{\pi} \right)^2 \right] \quad (23)$$

$$M_a = \int_0^{\Delta\theta} (\Phi_{i,n}^* - \Phi_{e,n}^*) \sin \frac{n\pi}{\Delta\theta} \theta' d\theta',$$

$$\mu = - \int_0^{\Delta\theta} \frac{\partial \Phi_{e,n}^*}{\partial t^*} \sin \frac{n\pi}{\Delta\theta} \theta' d\theta' \quad (24)$$

$$F_{ex} = \int_0^{\Delta\theta} \frac{\partial \varphi_{eD}^*}{\partial t^*} \sin \frac{n\pi}{\Delta\theta} \theta' d\theta', n = 1, 2, \dots, M \quad (25)$$

式中: K_A 和 K_B 为无量纲膜结构刚度; M_a 为无量纲附加质量; μ 为阻尼系数; $F_{ex,n}$ 为外激励; $F_{e,n}$ 为 n 阶模态的耦合激励。

方程组的数值求解方法可参见 LIU 等^[17,22] 的文章。

3 分析与讨论

3.1 柔性压电膜结构的线性应变响应

由式(22)可以看出柔性压电膜结构的响应满足非线性微分振动方程,其中的非线性项系数为 K_B ,通过方程的无量纲化,可以看到非线性项由无量纲膜结构弹性模量 E^* 控制。当 E^* 的值非常小时,非线性项可以忽略,控制方程式(22)简化为线性振动方程,柔性压电膜结构只表现出线性的响应。当 E^* 的值大于某一临界值时,非线性项不能被忽略,则柔性压电膜结构表现出非线性响应。

当 $E^* = 0.0001$ 时,认为控制方程式(22)中的非线性项可以忽略不计,柔性压电膜结构表现出线性响应,可由图2所示的动态应变随时间的变化规律所印证。

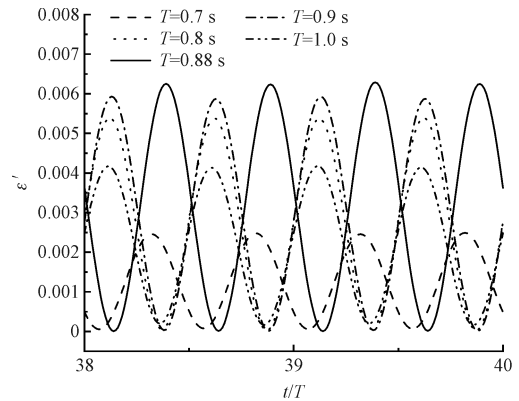


图2 不同波浪周期下柔性压电膜的应变响应
($E^* = 0.0001$, $T_0 = 70$ N/m)

Fig. 2 Strain responses of flexible piezoelectric membrane under different wave periods ($E^* = 0.0001$, $T_0 = 70$ N/m)

当初始张力 $T_0 = 70 \text{ N/m}$ 时,不同周期入射波条件下,膜结构的应变响应均符合正弦曲线或余弦曲线,结构只表现出线性行为。其应变响应幅值随波浪周期先增大再减小。在 $T = 0.88 \text{ s}$ 时,应变响应幅值达到最大值。当初始张力 T_0 的取值范围在 $30 \sim 100 \text{ N/m}$ 时,柔性压电膜结构都表现出与图 2 类似的线性应变响应。在初始张力取值一定时,进行周期扫描,总能发现对应某一入射波周期时,柔性压电膜结构应变响应达到极大值。

由式(17)可知,膜结构的动态应变可表示为各阶振动模态幅值的和。根据 LIU 等^[17] 对于柔性膜运动的研究结果,膜结构振动的一阶模态不能单独存在,其幅值 A_1 是后续模态幅值 $A_k (k \geq 2)$ 的函数。图 3 给出了膜结构 2~5 阶振动模态幅值的时序曲线。4 阶以上振动模态幅值非常小,可以忽略其对动态应变的贡献。当 $E^* = 0.0001$ 时,2 阶和 3 阶振动模态的幅值对于膜结构的应变响应起着主要贡献,且 3 阶振动模态的幅值贡献最大。在 LIU 等^[10] 对于压电柔性膜线性响应的研究中,当 E^* 取值在 $0.01 \sim 0.4$ 时,则 2 阶振动模态的幅值对于膜结构的应变响应贡献最大。

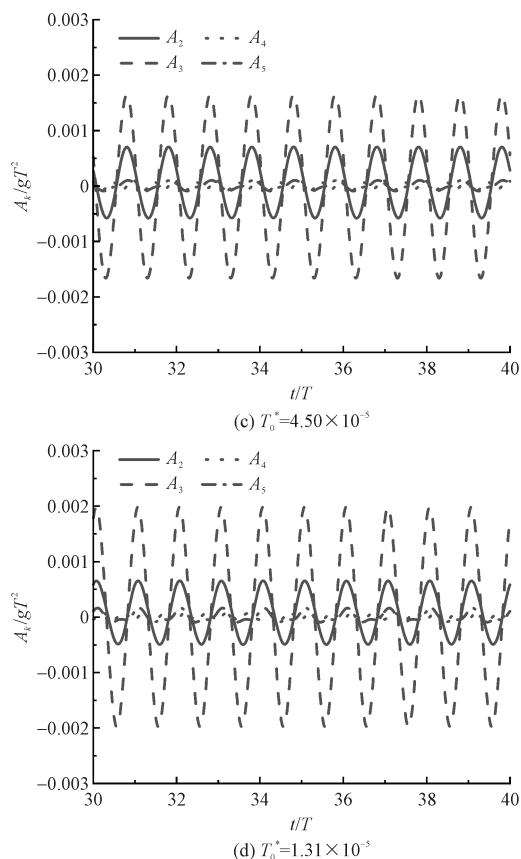
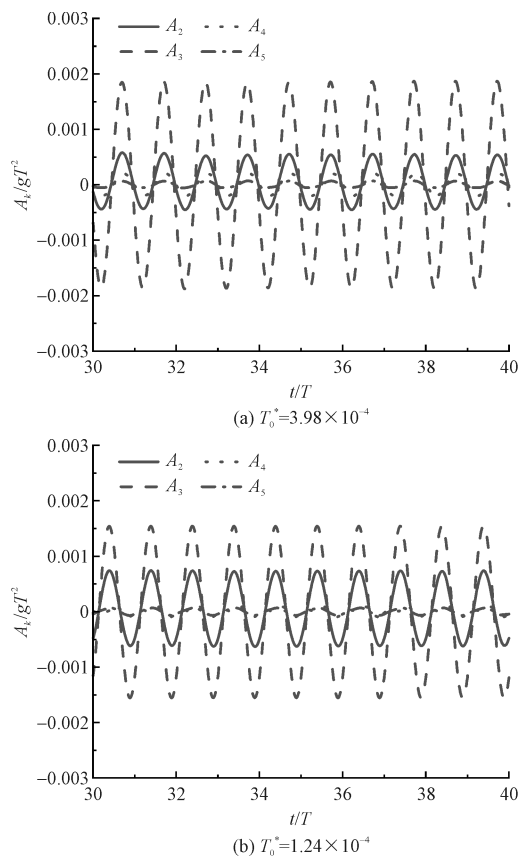


图 3 A_k 的时序曲线 ($k=2 \sim 5, E^* = 0.0001$)

Fig. 3 The timing curve of the $A_k (k=2 \sim 5, E^* = 0.0001)$

3.2 柔性压电膜结构的固有频率

当柔性压电膜结构在不同初始张力 T_0 的条件下,改变入射波的波浪周期,得到波浪透射系数随波浪周期的变化规律,如图 4 所示。

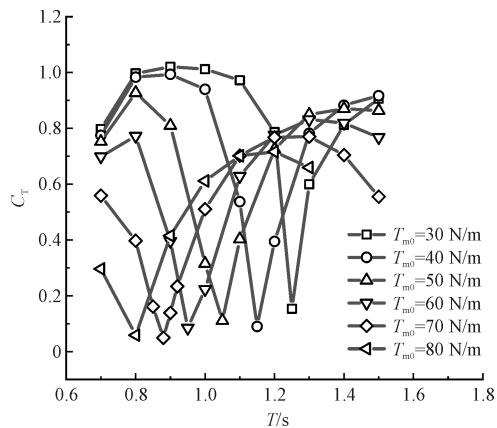


图 4 波浪透射系数 C_T 随波浪周期的变化曲线 ($E^* = 0.0001$)

Fig. 4 Wave transmission coefficient C_T with different wave periods ($E^* = 0.0001$)

从图4中可以看出,初始张力一定时,透射系数随入射波周期一般先增大再减小至一极小值后再增大。以初始张力为70 N/m时为例,当 $T=0.88$ s时波浪透射系数达到极小值,同时,由图2可知,此时膜结构的动态应变达到极大值,即可认为此时膜结构在波浪作用下产生共振。膜结构的共振响应对于膜结构的设计和实际应用起着重要的作用。在线性假设条件下,认为该波浪周期对应的频率即为膜结构的固有频率。表1给出了不同初始张力条件下膜结构的共振周期。随初始张力的增大,膜结构的共振周期减小。

表1 不同初始张力条件下柔性压电膜结构的共振周期

Tab.1 Resonance period of flexible piezoelectric membrane structure under different initial tension conditions

$T_0/(N \cdot m^{-1})$	共振周期 T/s	T_0^*
30	1.25	1.31×10^{-5}
40	1.15	2.43×10^{-5}
50	1.05	4.50×10^{-5}
60	0.95	7.83×10^{-5}
70	0.88	1.24×10^{-4}
80	0.80	2.08×10^{-4}
90	0.70	3.98×10^{-4}
100	0.64	6.33×10^{-4}

3.3 柔性压电膜结构的附加质量

在柔性压电膜结构的响应控制方程式(22)中,结构刚度 K_A 主要由无量纲参数 T_0^* 来计算, K_B 主要由无量纲参数 E^* 来计算,附加质量由压电柔性膜结构内流和外流的速度势决定,无法直接计算。但若忽略非线性刚度对结构附加质量的影响,可通过线性理论给出附加质量的计算。

根据线性振动理论可知,膜结构的无量纲共振频率 $\omega^* = \omega T$ 可以表示为

$$\omega^* = \sqrt{\frac{K_A}{M_a}} \quad (26)$$

式中: K_A 为无量纲结构刚度; M_a 为无量纲附加质量。可由表1中共振条件下的 T_0^* 值,根据式(23)计算 K_A 值,计算用到的参数 $\Delta\theta = 0.64674$, $r_1^* = r_1/(gT^2)$, $r_1 = 0.35$ m, T 取值为共振周期, n 取为2,则可利用式(26)反算出结构无量纲附加质量 M_a 的值。

由量纲分析可知,无量纲附加质量 M_a 可表示为

$$M_a = \frac{M}{\rho g^2 T^4} \quad (27)$$

式中, M 为单位宽度的附加质量。

图5给出了无量纲附加质量 M_a 随参数 B/L 的变化曲线。其中, B 为膜结构的宽度,算例中 $B=0.6$ m, L 为入射波的波长,可根据色散公式求出,即

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) \quad (28)$$

式中: T 为波浪周期; g 为重力加速度; h 为水深,在算例中, $h=0.3$ m。

由图5可知,无量纲附加质量 M_a 与参数 B/L 满足对数律的关系。 M_a 随 B/L 的增加而增大,其拟合曲线满足关系式

$$M_a = 0.0131 \ln(B/L) + 0.0219 \quad (29)$$

若已知膜结构的固有频率,可根据式(29)预测膜结构的无量纲附加质量;反之,若已知膜结构的附加质量,可预测膜结构的固有频率。可据此为柔性压电膜结构的设计提供理论支撑。

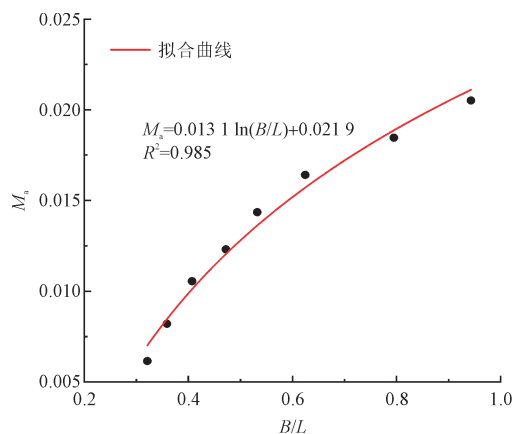


图5 无量纲附加质量随 B/L 的变化曲线

Fig.5 The curve of the dimensionless additional mass with respect to B/L

3.4 柔性压电膜结构线性与非线性响应的控制参数

由柔性压电膜结构的控制方程可知,结构无量纲弹性模量 E^* 是决定膜结构线性与非线性响应的主要控制参数。显然,会存在一个 E^* 的临界值,当小于临界值时,结构表现出线性响应,大于临界值时结构表现出非线性响应。因此,可通过固定 T_0^* 的值,即固定结构的线性刚度 K_A 的值,对 E^* 进行扫描,通过波浪与膜结构相互作用后膜结构的动态响应,判断膜结构线性响应对应的 E^* 临界值。

对表1中所给出的 T_0^* 值进行了不同 E^* 值的算例扫描。图6给出了 $T_0^* = 1.31 \times 10^{-5}$ 时, E^* 值在 $0.0005 \sim 0.5$ 范围变化时,膜结构的动态应变响应时序曲线。由图中可知,随着 E^* 值的逐渐增大,动态应变响应时序曲线由正弦曲线逐渐发生变形,偏离正弦曲线的趋势。当 $E^* \leq 0.003$ 时,膜结构表现为线性响应;当 $E^* > 0.003$ 时,膜结构表现出非线性响应;则 $E^* = 0.003$ 即为判断膜结构线性响应的临界值。图7给出了柔性压电膜结构线性与非线性响应的控制参数范围,曲线左侧对应线性响应区域,右侧对应非线性响应区域。

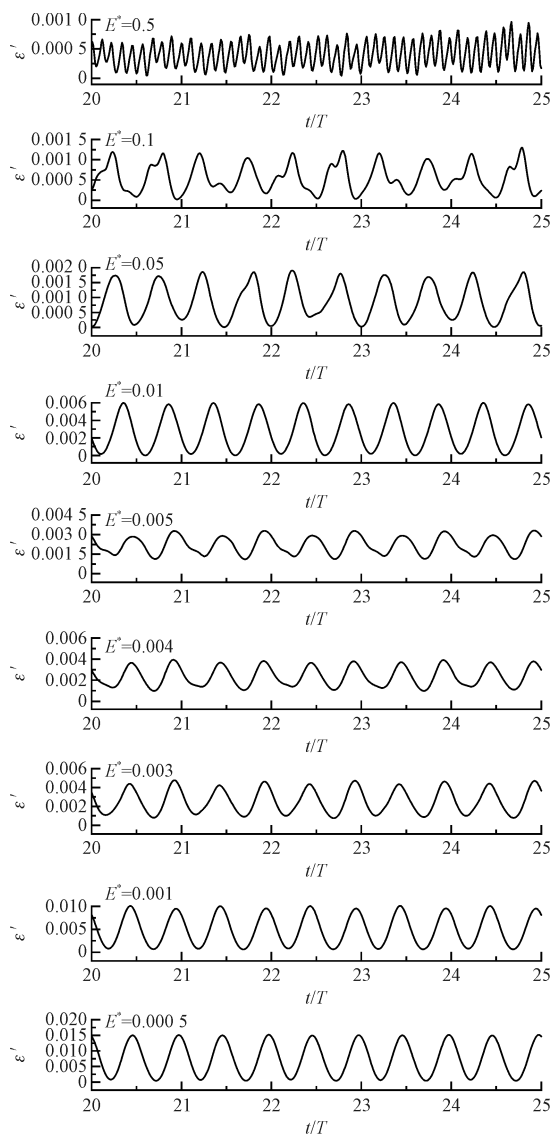


图6 柔性压电膜结构动态应变的时序曲线

($T_0^* = 1.31 \times 10^{-5}$)

Fig. 6 Time series curve of dynamic strain

($T_0^* = 1.31 \times 10^{-5}$)

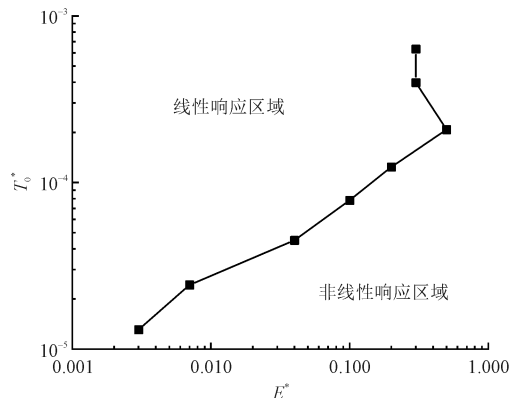


图7 柔性压电膜结构线性与非线性响应的控制参数范围

Fig. 7 Control parameter ranges of the linear and nonlinear response of the flexible piezoelectric membrane structure

3.5 柔性压电膜结构的消波效果

图8给出了入射波透射系数 C_T 随 E^* 的变化规律。由图8可知,当 T_0^* 取值范围在 $1.31 \times 10^{-5} \sim 1.24 \times 10^{-4}$, 入射波透射系数 C_T 随 E^* 的增加先逐渐增大,之后突然减小,然后再增大的变化趋势(对应的入射波周期小于1 s);当 T_0^* 的取值范围在 $2.08 \times 10^{-4} \sim 6.30 \times 10^{-4}$ 时入射波透射系数 C_T 随 E^* 的增加逐渐增大(对应的入射波周期大于1 s);当 $T_0^* = 1.31 \times 10^{-5}$, $E^* = 0.01$ 时,透射系数接近0.1。由图6可知,此时柔性膜结构非常接近线性响应。若以透射系数接近或小于0.1的情况认为柔性膜结构具有很好的消波效果,则可找出适当的参数控制范围,即 $E^* \leq 0.01$, $T_0^* \geq 7.83 \times 10^{-5}$ 。

对于柔性压电膜结构的设计,若以消波功能为主,则根据以上条件可以找出透射系数较小的控制参数范围;若以波能转化发电为主,或兼顾发电和消波功能,则其设计参数控制范围需另作讨论。

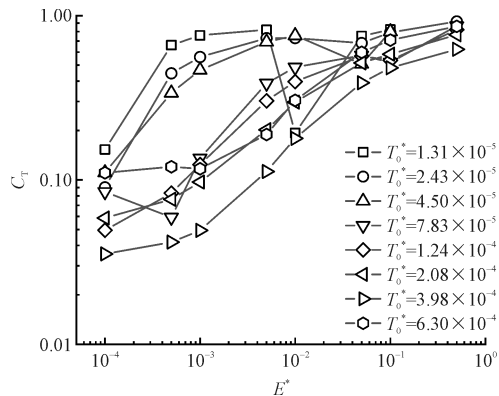


图8 入射波透射系数 C_T 随 E^* 的变化规律

Fig. 8 Variation of incident wave transmission coefficient C_T with E^*

4 结 论

本研究推导了柔性压电膜结构的无量纲运动方程,获得了主要的无量纲控制参数,并基于线性假设讨论了柔性压电膜结构的共振周期和附加质量,给出了其线性响应范围的控制参数,并讨论了柔性压电膜结构的消波效果。主要结论如下。

1) 波浪作用下柔性压电膜结构的运动响应满足非线性振动微分方程,非线性项由无量纲膜结构弹性模量 E^* 控制,并给出了柔性压电膜结构的共振周期,随初始张力的增大,膜结构的共振周期减小。

2) 柔性压电膜结构的无量纲附加质量 M_a 与参数 B/L 的满足对数律的关系, M_a 随 B/L 的增加而增大。

3) 当 T_0^* 的取值范围在 $1.31 \times 10^{-5} \sim 6.33 \times 10^{-4}$ 时,给出了柔性压电膜结构线性与非线性响应临界控制参数 E^* 的取值范围,可为柔性压电膜结构的设计提供理论依据。

参考文献:

- [1] 路晴,史宏达.中国波浪能技术进展与未来趋势[J].海岸工程,2022,41(1):1-12.
LU Qing, SHI Hongda. Progress and future trend of wave energy technology in China[J]. Coastal engineering, 2022, 41(1): 1-12 (in Chinese).
- [2] 刘延俊,贾瑞,张健.波浪能发电技术的研究现状与发展前景[J].海洋技术学报,2016,35(5):100-104.
LIU Yanjun, JIA Rui, ZHANG Jian. Research status and prospect of the wave power generation technology[J]. Journal of ocean technology, 2016, 35(5): 100-104 (in Chinese).
- [3] KIRAN M R, FARROK O, ABDULLAH-AL-MAMUN M, et al. Progress in piezoelectric material based oceanic wave energy conversion technology[J]. IEEE access, 2020, 8: 146428-146449.
- [4] BURNS J R. Ocean wave energy conversion using piezoelectric material members; EP0274528A1 [P]. 1988.
- [5] 张永良,林政.海洋波浪压电发电装置的进展[J].水力发电学报,2011,30(5):145-148.
ZHANG Yongliang, LIN Zheng. Advances in ocean wave energy converters using piezoelectric materials[J]. Journal of hydroelectric engineering, 2011, 30(5): 145-148 (in Chinese).
- [6] WU N, WANG Q, XIE X D. Ocean wave energy harvesting with a piezoelectric coupled buoy structure[J]. Applied ocean research, 2015, 50: 110-118.
- [7] VIET N V, XIE X D, LIEW K M, et al. Energy harvesting from ocean waves by a floating energy harvester[J]. Energy, 2016, 112: 1219-1226.
- [8] NABAVI S F, FARSHIDIANFAR A, AFSHARFARD A. Novel piezoelectric-based ocean wave energy harvesting from offshore buoys[J]. Applied ocean research, 2018, 76: 174-183.
- [9] MUTSUDA H, TANAKA Y, DOI Y, et al. Application of a flexible device coating with piezoelectric paint for harvesting wave energy[J]. Ocean engineering, 2019, 172: 170-182.
- [10] LIU C R, YANG W Y. Numerical study on the linear and nonlinear behavior of a fluid-filled piezoelectric membrane under gravity waves[J]. China ocean engineering, 2023, 37(5): 768-780.
- [11] OHYAMA T, TANAKA M, KIYOKAWA T, et al. Transmission and reflection characteristics of waves over a submerged flexible mound[J]. Coastal engineering in Japan, 1989, 32(1): 53-68.
- [12] PHADKE A C, CHEUNG K F. Response of bottom-mounted fluid-filled membrane in gravity waves[J]. Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering, 1999, 125(6): 294-303.
- [13] PHADKE A C, CHEUNG K F. Resonance and response of fluid-filled membrane in gravity waves[J]. Applied ocean research, 2001, 23(1): 15-28.
- [14] PHADKE A C, CHEUNG K F. Nonlinear response of fluid-filled membrane in gravity waves[J]. Journal of engineering mechanics, 2003, 129(7): 739-750.
- [15] STAMOS D G, HAJJ M R, TELIONIS D P. Performance of hemicylindrical and rectangular submerged breakwaters[J]. Ocean engineering, 2003, 30(6): 813-828.
- [16] DAS S, CHEUNG K F. Coupled boundary element and finite element model for fluid-filled membrane in gravity waves[J]. Engineering analysis with boundary elements, 2009, 33(6): 802-814.
- [17] LIU C R, HUANG Z H. A mixed Eulerian-Lagrangian simulation of nonlinear wave interaction with a fluid-filled membrane breakwater[J]. Ocean engineering, 2019, 178: 423-434.
- [18] 赵西增,周雨薇,杨志坚,等.柔性气囊潜堤消波机理研究[J].中国造船,2020,61(增刊2):179-185.
ZHAO Xizeng, ZHOU Yuwei, YANG Zhijian, et al. Numerical and experimental study on submerged semi-cylindrical membrane breakwater[J]. Shipbuilding of China, 2020, 61(S2): 179-185 (in Chinese).
- [19] LI A J, LIU Y, LI H J, et al. Analysis of water wave interaction with a submerged fluid-filled semi-circular membrane breakwater[J]. Ocean engineering, 2020, 197: 106901.
- [20] ZHAO X Z, ZHOU Y W, ZONG Y Y, et al. A CIP-based numerical simulation of wave interaction with a fluid-filled membrane submerged breakwater[J]. Ocean engineering, 2022, 260: 111819.
- [21] GUO Y C, MOHAPATRA S C, GUEDES SOARES C. An experimental study on the performance of combined membrane breakwaters against incident waves[J]. Ocean engineering, 2023, 280: 114793.
- [22] LIU C R, YANG W Y. Theoretical analysis and numerical study on a flexible piezoelectric wave energy converter[J]. International journal of hydromechanics, 2022, 5(4): 292-310.

(编辑 李坤璐)