

引用格式: 毛建兴, 王贵灿, 刘昱, 等. 基于自洽聚类的陶瓷基复合材料多尺度损伤演化并发计算方法[J]. 航空材料学报, 2026, 46(9): 79-87.

MAO Jianxing, WANG Guican, LIU Yu, et al. A concurrent computational method for multiscale damage evolution in ceramic matrix composites based on self-consistent clustering[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2026, 46(9): 79-87.

基于自洽聚类的陶瓷基复合材料多尺度 损伤演化并发计算方法

毛建兴^{1,2}, 王贵灿¹, 刘昱^{3*}, 潘锦超^{1,2*}, 马鹏辉⁴,
刘茜^{2,4}, 胡殿印^{1,2}, 王荣桥^{2,4}

(1. 北京航空航天大学 航空发动机研究院, 北京 100191; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191; 3. 北京控制工程研究所, 北京 100094; 4. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘要: 陶瓷基复合材料结构的力学性能在很大程度上取决于细观尺度的损伤演化特征, 材料失效本质上源于微观组织的损伤萌生与扩展。为了准确表征复合材料的细观损伤行为, 基于参数跨尺度传递的多尺度分析方法已被广泛应用于复合材料力学性能研究中。然而, 传统多尺度方法存在计算效率低、计算量随尺度嵌套呈几何级增长等问题, 难以满足工程应用的实时性需求。为此, 本工作提出一种基于自洽聚类分析的并发多尺度建模方法。该方法利用聚类分析对细观应力/应变场进行降阶处理, 通过获得均匀化后的响应结果替代完整的细观有限元计算, 从而显著提高多尺度计算效率。数值结果表明, 在单向复合材料与编织复合材料算例中, 该方法在计算误差小于 4% 的情况下, 整体计算效率提升约一个数量级(约提高 10~15 倍)。该方法在保持较高计算精度的同时, 能有效降低计算成本, 为复合材料结构的高效损伤分析与寿命预测提供新的思路和技术手段。

关键词: 陶瓷基复合材料; 自洽聚类分析; 多尺度建模; 降阶计算

doi: 10.11868/j.issn.1005-5053.2025.000237

CSTR: 32420.14.j.issn.1005-5053.2025.000237

中图分类号: V254.2

文献标识码: A

文章编号: 1005-5053(2026)09-0079-09

A concurrent computational method for multiscale damage evolution in ceramic matrix composites based on self-consistent clustering

MAO Jianxing^{1,2}, WANG Guican¹, LIU Yu^{3*}, PAN Jinchao^{1,2*}, MA Penghui⁴,
LIU Xi^{2,4}, HU Dianyin^{1,2}, WANG Rongqiao^{2,4}

(1. Research Institute of Aero-Engine, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. Advanced Aero-Engine Collaborative Innovation Center, Beijing 100191, China; 3. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100094, China; 4. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The mechanical properties of ceramic matrix composite structures are predominantly influenced by their micro-scale damage evolution features, given that material failure fundamentally stems from the initiation and progression of microstructural damage. To precisely characterize the micro-damage behavior of composites, multi-scale analysis methods grounded in parameter cross-scale transfer have been extensively employed in the study of composite mechanical properties. Nevertheless, traditional multiscale methods are plagued by low computational efficiency and a geometric increase in computational effort with nested scales, rendering them ill-suited for real-time engineering applications. To tackle this issue, this work puts forward a concurrent multiscale modeling method based on self-consistent clustering analysis. This method utilizes clustering to reduce the dimensionality of the microscale stress/strain field. It substitutes full-scale microscale finite element computations with homogenized response results,

thereby substantially enhancing the efficiency of multiscale computations. Numerical results reveal that for both unidirectional and woven composite material cases, the proposed method achieves an overall improvement in computational efficiency of approximately one order of magnitude (10-15 times faster) while keeping computational errors below 3%. By effectively cutting down on computational costs while maintaining high accuracy, this approach provides new insights and technical means for efficient damage analysis and life prediction of composite structures.

Key words: ceramic matrix composites; self-consistent clustering analysis; multiscale modeling; reduced order calculation

复合材料因其优异的比强度、比刚度及耐疲劳性能,已广泛应用于航空航天、能源装备和交通运输等领域。复合材料结构的整体力学性能不仅依赖于宏观构型与设计参数,还受到细观尺度上损伤演化特征的显著影响。材料的失效机理本质上来源于微观组织中的损伤萌生与扩展过程,因此,准确表征细观损伤行为并将其效应传递至宏观响应,是当前复合材料力学研究的关键问题之一。近年来,多尺度分析方法通过建立不同尺度间的参数映射关系,成为研究复合材料力学性能的重要技术途径^[1-2]。传统多尺度方法通常采用嵌套求解策略,即在每个宏观积分点调用细观有限元模型计算应力应变场。这一方式具有较高的精度,但其计算成本随尺度层次升高呈几何级增长,分析效率低,难以满足复杂复合结构的设计优化与实时响应预测需求^[3]。

为降低计算复杂度,研究者提出了基于降阶建模的并发多尺度分析思路^[4-5]。该类方法通过在细观层面提取关键特征并实现响应均匀化,在保持计算精度的前提下显著提高效率。其中,自洽聚类分析(self-consistent clustering analysis, SCA)方法的提出为多尺度问题的高效求解提供了新的途径。Liu等^[6]首次建立了SCA计算框架,实现异质材料细观响应的高效表征。Yu等^[7]进一步将该方法推广至有限变形条件,提高了在非线性体系中的适用性。Wu等^[8]和Gao等^[9]则验证了该方法在复杂编织复合材料中的有效性。与传统多尺度模型相比,SCA通过聚类技术将细观场映射至有限数量的“材料簇”,以自洽方式求解Lippmann-Schwinger(L-S)方程,从而在保持均匀化精度的同时显著减少计算量^[10]。

基于上述思路,本工作提出一种结合自组织映射(self-organizing map, SOM)聚类与半解析降阶建模的SCA并发多尺度计算方法。该方法通过对细观响应数据进行聚类与降阶,建立高效的材料簇求解体系,以实现复合材料细观力学响应的快速均匀化。以单向复合材料和编织复合材料为研究对象,对方法的精度与效率进行验证以期为复杂复合

材料结构的高效损伤分析与寿命预测提供一种新的可行途径。

1 基于自洽聚类分析的多尺度建模方法

1.1 自洽聚类分析原理与材料簇划分

在细观力学理论中,解析方法虽具有计算速度快、物理意义明确等优点,但难以精确描述复杂非均质结构。近年来也出现了面向异质材料快速预测的网络化/数据驱动多尺度建模思路,为复杂非线性响应的加速建模提供了新路径^[11]。此外,基于L-S方程并结合快速傅里叶变换(fast fourier transform, FFT)的数值框架,已成为计算复杂微结构等效响应的重要基础工具^[12]。但传统数值多尺度方法需要在宏观积分点处嵌套细观边值问题求解,在多尺度框架下计算代价极高^[13]。为解决这一矛盾,SCA方法应运而生,相关研究表明其非线性材料(如弹塑性软化等)与复杂微结构问题中具有较高效率与良好适用性^[14]。Matouš等^[15]也指出,此类高效的非线性多尺度预测理论已成为克服计算瓶颈的关键研究方向。

SCA采用基于特征相似性的区域分解策略,将单胞模型离散化为 k 个“材料簇”。假设同一材料簇内部的特征变量是均匀分布的,则全场特征变量 $\Psi(x)$ 可近似降阶表示为:

$$\Psi(x) = \sum_{i=1}^k \Psi^i \chi^i(x) \quad (1)$$

式中: k 为材料簇的总数; Ψ^i 表示第 i 个材料簇的特征变量代表值,通常取簇内积分点特征值的算术平均; $\chi^i(x)$ 为第 i 个材料簇的指示函数,定义如下:

$$\chi^i(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega^i \\ 0, & x \notin \Omega^i \end{cases} \quad (2)$$

式中: Ω^i 表示第 i 个材料簇所占据的空间子域,满足 $\cup_{i=1}^k \Omega^i = \Omega$ 且 $\Omega^i \cap \Omega^j = \emptyset$,此外,定义第 i 个材料簇的体积分 v^i 为:

$$v^i = \frac{v(\Omega^i)}{v(\Omega)} = \frac{1}{v(\Omega)} \int_{\Omega} \chi^i(x) dx \quad (3)$$

由此, 原本定义在海量积分点上的求解问题转化为仅需对 k 个材料簇求解离散 L-S 方程的问题。在此过程中, 子域划分策略(即如何确定 χ^i)直接决定了降阶模型的精度与收敛性。

聚类分析作为一种无监督学习方法, 旨在根据相似性度量将数据样本分组。采用 SOM 神经网络算法进行材料簇划分, 如图 1 和图 2 所示。SOM 能够将高维特征空间中的输入数据映射到低维离散网格上, 同时保持数据的拓扑结构特征。下面介绍本工作 SOM 算法的具体实施参数设置。

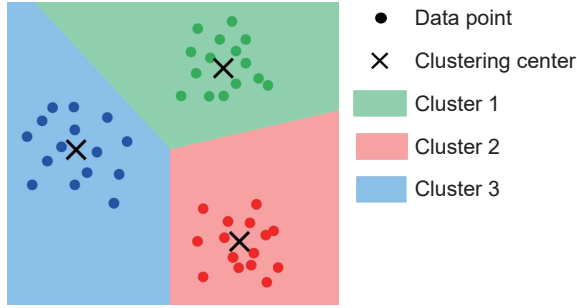


图1 聚类分析示意图

Fig. 1 Schematic diagram of cluster analysis

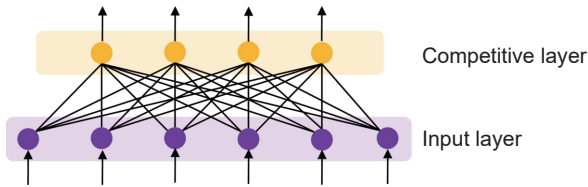


图2 SOM 算法

Fig. 2 SOM algorithm

(1) 输入特征向量: 选取单胞内各积分点的应变集中张量或弹性常数作为特征向量 $p(x) \in R^d$, 并在聚类前对数据进行归一化处理, 以消除量纲影响。

(2) 网络结构与初始化: 构建 4×4 的二维竞争层神经网络, 采用线性初始化方法设置初始权值向量。

(3) 距离度量与竞争机制: 采用欧氏距离作为相似性度量, 寻找与当前输入样本最匹配的获胜神经元(best matching unit, BMU)。

(4) 学习参数: 采用高斯邻域函数, 初始邻域半径设为 $\sigma_0 = 2$, 随迭代次数指数衰减。初始学习率设为 $\alpha_0 = 0.5$, 随迭代线性递减。

(5) 训练与输出: 最大迭代步数设为 2000 步, 训练结束后, 每个神经元对应的权值向量即代表一个材料簇中心, 将每个积分点归类至其 BMU 所属

的神经元, 从而完成材料簇划分 Ω^i 的构建。

基于上述 SOM 聚类流程, 可有效地识别出单胞中具有相似力学行为的区域(如基体、夹杂、界面层等)

1.2 单胞降阶模型与 L-S 方程

基于细观力学框架, 引入各向同性参考介质(刚度 C^0), 将单胞内的非均匀应变场 $\varepsilon(x)$ 分解为体积平均应变 $\bar{\varepsilon}$ 与扰动应变 $\varepsilon^*(x)$ 之和:

$$\varepsilon(x) = \bar{\varepsilon} + \varepsilon^*(x) \quad (4)$$

结合参考介质本构关系与格林函数理论^[16], 单胞静力平衡方程可转化为以应变场为未知量的 L-S 积分方程:

$$\varepsilon(x) - \bar{\varepsilon} + \int_{\Omega} \Phi^0(x, x') : \sigma(x') - C^0 : \varepsilon(x') dx' = 0 \quad (5)$$

式中: $\bar{\varepsilon}$ 为远场应变; $\Phi^0(x, x')$ 为格林函数; C^0 为各向同性参考材料刚度; $\sigma(x')$ 为变量点处应力; $\varepsilon(x')$ 为变量点处应变。

为克服全场积分求解的高昂计算成本, 借助基于 L-S 方程并结合快速傅里叶变换的数值框架以显著降低求解成本^[17]。在此基础上, 在 SCA 框架下利用 1.1 节定义的材料簇进行降阶离散, 基于簇内特征变量均匀分布的假设, 将连续的 L-S 方程转化为关于材料簇增量的代数方程组^[18]:

$$\Delta \varepsilon^i - \Delta \varepsilon^0 + \sum_{j=1}^k B^{ij} : [\Delta \sigma^j - C^0 : \Delta \varepsilon^j] = 0 \quad (6)$$

$$B^{ij} = \frac{1}{v^i |\Omega|} \int_{\Omega} \int_{\Omega} \chi^i(x) \chi^j(x') \Phi^0(x, x') dx' dx \quad (7)$$

式中: $\Delta \varepsilon^i$ 与 $\Delta \sigma^j$ 分别为第 i 个材料簇的应变增量与第 j 个材料簇的应力增量; B^{ij} 为相互作用张量, 表征了第 j 簇的极化应力对第 i 簇局部响应的非局部影响。由于 B^{ij} 仅取决于微结构几何形态与参考介质属性, 与材料当前的非线性状态无关, 因此可通过 FFT 在离线阶段预先计算:

$$B^{ij} = \frac{1}{4\mu^0} B_1^{ij} + \frac{\lambda^0 + \mu^0}{\mu^0(\lambda^0 + 2\mu^0)} B_2^{ij} \quad (8)$$

式中: μ^0 、 λ^0 为参考介质的拉梅常数; B_1^{ij} 和 B_2^{ij} 的具体傅里叶空间形式详见式(9)~(12):

$$B_1^{ij} = \frac{1}{v^i |\Omega|} \int_{\Omega} \chi^i(x) [\mathcal{F}^{-1}(\tilde{\chi}^j(\xi) \tilde{\Phi}_1(\xi))] dx \quad (9)$$

$$B_2^{ij} = \frac{1}{v^i |\Omega|} \int_{\Omega} \chi^i(x) [\mathcal{F}^{-1}(\tilde{\chi}^j(\xi) \tilde{\Phi}_2(\xi))] dx \quad (10)$$

$$\tilde{\Phi}_1^{pqrs}(\xi) = \frac{1}{|\xi|^2} (\delta_{pr} \xi_q \xi_s + \delta_{ps} \xi_q \xi_r + \delta_{qr} \xi_p \xi_s + \delta_{qs} \xi_p \xi_r) \quad (11)$$

$$\tilde{\Phi}_2^{pqrs}(\xi) = -\frac{\xi_p \xi_q \xi_r \xi_s}{|\xi|^4} \quad (12)$$

式中: $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ 表示傅里叶逆变换算子; ξ 为傅里叶空间波矢量; ξ_k 为 ξ 的分量; $|\xi|$ 为波矢量模长; δ_{jl} 为克罗内克符号。另外, 式(9)、式(10)中的上标 i 、 j 表示材料簇编号, 式(11)、式(12)中的下标 p 、 q 、 r 、 s 表示张量分量。

至此, 原本定义在细观单胞连续域上的全场 L-S 积分求解问题, 被成功转化为仅包含 k 个材料簇应变增量的非线性代数方程组。在给定的宏观应变增量驱动下, 结合材料非线性本构关系, 采用 Newton-Raphson 迭代法即可快速求解各材料簇的局部力学响应^[19], 并进一步通过体积加权获得单胞的宏观均匀化应力。

2 并发多尺度计算框架与实现方法

2.1 并发多尺度计算原理

在复杂工程材料或结构的多尺度分析中, 宏观响应往往受到细观组织特征的显著影响^[20]。传统的分层多尺度方法通常采用“自上而下”的分析策略, 即在宏观尺度完成载荷分析后, 再在细观层面独立求解代表性单胞的响应^[21]。然而, 这类方法难以充分体现宏-细观间的双向耦合效应, 且在非线性或强局部化问题中精度受限, 并发多尺度计算方法在此基础上引入了宏-细观同步求解机制^[22]。

其基本思想是在宏观有限元计算与细观单胞分析之间建立实时的信息交换通道, 宏观单元提供边界或平均应变条件作为细观问题的驱动, 而细观计算反向输出均匀化的应力信息, 更新宏观刚度矩阵, 实现两尺度间的动态耦合^[23]。通过这种并发求解策略, 可以同时捕捉细观组织演化与宏观力学响应的协同变化, 显著提高非线性问题的预测精度。在计算实现上, 并发多尺度计算框架通常采用并行计算与降阶建模相结合的策略。对于每个宏观积分点, 分配一个独立的细观分析任务, 并通过 SCA 等降阶方法对细观自由度进行压缩, 以降低计算负担。与此同时, 宏观与细观求解过程可通过多线程或分布式计算平台并行执行, 从而在保证精度的前提下实现高效的多尺度耦合计算^[24]。

2.2 离线与在线计算框架设计

SCA 方法首先需从细观数值计算结果中提取应力与应变等特征信息, 并通过聚类分析实现降阶处理, 使原始细观模型由数万分析自由度降至有限数量的材料簇。随后, 结合前述特征信息, 对各材料簇的应力/应变场进行快速求解, 获得均匀化后的应力与应变响应, 从而完成一次细观层计算过程。对 1.2 节中单胞降阶方法的整体流程进行梳理, 如图 3 所示, 该算法的核心在于对式(6)所示离散形式的 L-S 方程进行求解。其中, 远场应变由宏观计算阶段给定。各材料簇的应力/应变增量为待求未知量, 其演化与加载历史及材料本构关系密切

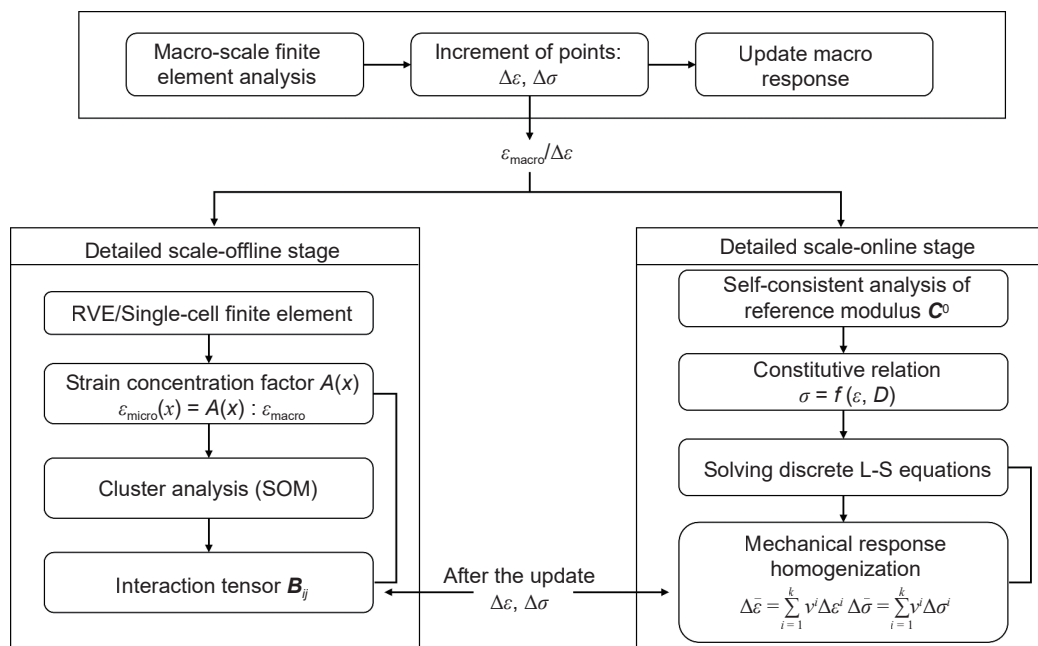


图3 基于自洽聚类分析的多尺度计算框架

Fig. 3 Multi-scale computing framework based on self-consistent clustering analysis

相关。参考刚度 $\mathbf{C}^0$ 需在每一步迭代过程中更新,而相互作用张量 $\mathbf{B}^j$ 仅与材料的微观结构及子域划分方式相关,而与材料的非线性行为无关。考虑到上述变量的计算特性,为提高整体求解效率,SCA 方法将计算过程划分为离线阶段与在线阶段两部分。聚类分析、相互作用张量计算等与加载路径无关的步骤归入离线阶段,作为多尺度分析的前置准备工作。而细观应力/应变的增量求解等与加载强相关的步骤,则在在线阶段执行。通过这种“离线-在线”分离的策略,可显著降低多尺度分析的计算开销,实现高效的细观响应预测。

2.3 计算流程优化与参数传递机制

为进一步提升并发多尺度计算框架的效率与稳定性,本工作在“离线-在线”分离的基础上,对整体计算流程进行了优化,并构建了稳定、快速的宏-细观参数传递机制。

(1) 流程优化策略

在离线阶段,除材料簇划分与相互作用张量 $\mathbf{B}^j$ 的计算外,还对可重复使用的参考刚度 $\mathbf{C}^0$ 、边界场映射矩阵等数据进行压缩存储,并建立响应查找表,以便在线阶段直接引用关键数据,减少数据重构的开销。在线阶段,采用增量迭代策略,即在加载路径被分割成多个子区间的情况下,每个区间的初始细观场从前一步的收敛状态继承,从而降低迭代次数并加快收敛速度。此外,引入计算任务的批处理与并行调度机制,使细观计算任务在多线程或分布式环境下能与宏观计算部分重叠执行,最大限度减少等待时间。

(2) 参数传递机制

并发多尺度计算中的双向耦合本质上依赖两类核心数据流。

① 宏观-细观传递:在每一次增量加载中,宏观积分点处的应变增量及其历史加载信息通过映射关系传递给对应材料簇或代表性单胞,并结合离线阶段的边界条件模板快速生成细观问题的输入。

② 细观-宏观反馈:细观计算返回各材料簇的均匀化应力、切线刚度矩阵等信息。这些信息经过压缩编码及结构化存储后,由宏观求解器统一读取,用于更新全局刚度矩阵和状态变量。为减少通信开销,反馈过程优先采用稀疏矩阵和矢量化传输,并在可能情况下使用异步通信,使得宏、细观计算可部分并行。

(3) 动态更新与缓存重用

在在线阶段,针对非线性或强局部化的响应特征,结合细观场演化情况对材料簇划分进行动态调

整,保证降阶模型的适用性与精度。同时,对于加载条件与历史状态接近的计算步,优先调用缓存的细观响应结果并进行有限修正,而非全量重新求解,以减少重复计算。

通过上述优化与传递机制,宏-细观耦合的计算效率显著提升,尤其在高并行、多子域的大规模分析任务中,整体计算时间较传统框架有明显缩短。在保证数值稳定性和预测精度的前提下,该机制为并发多尺度计算在复杂工程结构中的应用奠定了基础。

3 方法验证与数值分析

3.1 并发多尺度计算原理

为验证 SCA 的非线性问题求解能力,以单向复合材料单胞为例进行 SCA 分析,单胞边长为 1 mm,纤维体积分数为 21.23%,长、宽、高方向的体素网格数量分别为 93、93、1,采用损伤模型开展计算。为了提高计算精度,需要选取能够反映局部应变场非均匀特性的参量作为聚类指标。这样聚类的结果能够最大限度保证每个材料簇中的单元力学响应最为接近,也更符合材料簇的均匀性假设。因此,引入应变集中系数 A 来量化每个单元在宏观应变下的力学响应,如式(13)所示:

$$\varepsilon_m(x) = A(x) : \varepsilon \quad (13)$$

式中: $\varepsilon_m(x)$ 为细观应变; ε 为宏观应变。

基于应变集中系数对单向复合材料单胞的体素网格进行聚类分析,参考针对聚类数量的研究成果^[25],依据材料域的大小确定聚类数量,基体相聚类数量为 16 个,纤维相聚类数量设为 8 个,聚类分析结果如图 4(a)、(b)所示。对于基体相,由于拉伸和剪切条件下分别在基体对称线和四角处形成大应变区,因此基体相的聚类结果靠外侧的部分较为均匀的分为几个区域;而纤维和基体接触的位置,由于材料性能的变化,应变梯度较大,因此产生较多较小的分区。纤维相整体的应变分布比较均匀,仅在边缘处波动较大。聚类分析结束后进行相互作用张量 $\mathbf{B}^j$ 的计算,并将聚类分析、各材料簇体积分数及相互作用张量等离线阶段计算结果保存为矩阵,便于后续在线计算调用。图 4(c)、(d)为单向复合材料单胞在拉伸和剪切条件下的计算结果,同时开展相同条件下的有限元分析,对比可以发现拉伸和剪切条件的最大误差分别为 2.22% 和 3.91%,均小于 4%。且随着应变增大,SCA 的误差变大。但整体结果表明,在非线条件下 SCA 的

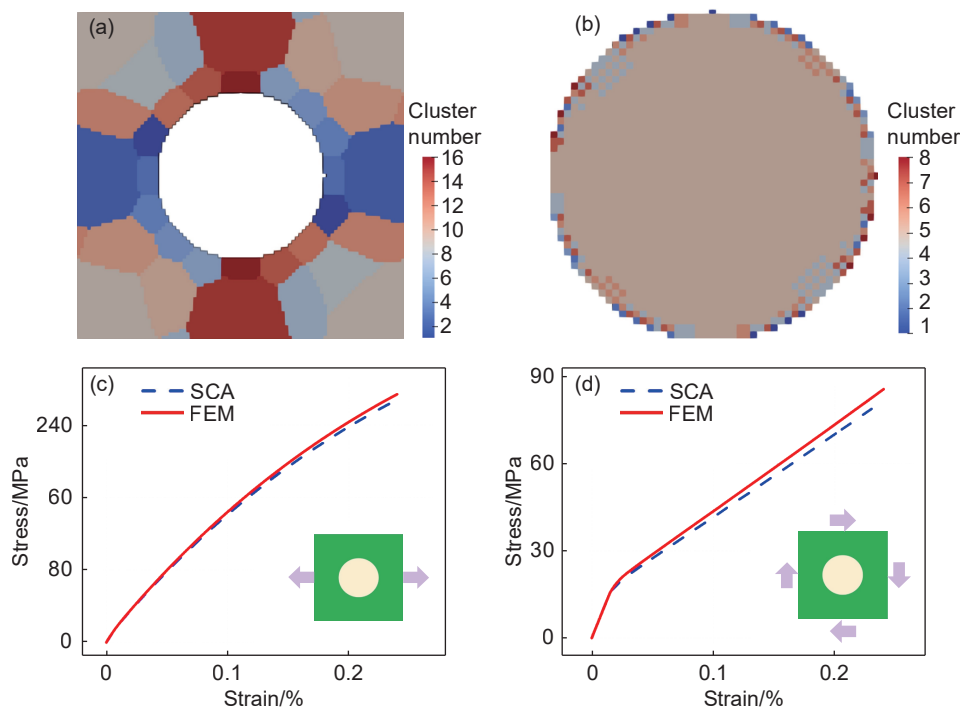


图 4 基体(a)、纤维(b)的聚类结果与拉伸(c)、剪切(d)载荷响应对比

Fig. 4 Comparison of matrix (a), fibers (b) clustering results and tensile (c), shear (d) load response

计算精度仍很高,能够满足多尺度计算的需求。

3.2 SCA 与有限元方法对比分析

以拉伸载荷为例分析 SCA 的细观局部应力场模拟精度,图 5 为拉伸载荷 σ_{11} 、 σ_{22} 、 σ_{12} 三种应力场的有限元和 SCA 分析结果对比,坐标系如图中 X_1 、 X_2 所示(分别对应 1、2 方向),拉伸载荷沿 X_1 方向施加。可以看出 SCA 计算的单胞应力场与有限元结果十分相似,但是由于聚类分析中每个材料簇中应力相同,因此应力场的“平滑度”低于有限元结果。表 1 给出了 SCA 和有限元计算用时的对比结果,其中 SCA 聚类数量“16+8”表示基体和纤维聚类数量分别为 16 和 8,用时“28.41+3.87”表示 SCA 离线阶段和在线阶段计算用时分别为 28.41 s 和 3.87 s。可以看出,即使加上离线阶段的计算用时,SCA 相比有限元依然能将计算效率提升一个数量级,计算效率约提升 10.9 倍。如前分析,SCA 通过降低“分辨率”来提高计算效率,保证了均匀化结果的准确性。

以图 5(c)红色箭头所示的路径提取的应力分布如图 6 所示,可以发现 SCA 能够较好地反映面内、面外的应力分布趋势,但在局部应力数值上与有限元结果仍存在一定差异。图中 SCA 与有限元两曲线的拟合优度分别为 0.6903、0.8814 和 0.6223,SCA 所得曲线呈现出有限元结果的阶梯化近似,这表明 SCA 在细观层面通过簇化与均匀化处理,牺

牲了部分局部场分辨率,从而导致一定的精度损失。这种精度损失主要源于聚类降阶过程中对材料细观异质性和应力梯度的简化。然而,从工程应用角度看,SCA 方法仍具有较高的实用价值。一方面,SCA 能准确捕捉应力分布的整体趋势与均匀化特征,因此在宏观尺度性能预测与结构设计中,其误差通常不会对结果的定性判断造成显著影响。另一方面,SCA 相比传统有限元法的计算量显著降低,可在确保工程设计精度要求的前提下,实现结构快速评估与寿命预测。对于需要实时响应分析或大规模复合材料结构设计的场景,SCA 的效率优势远大于其局部精度损失。

因此,可以认为 SCA 在多尺度力学分析中实现了计算精度与效率之间的合理平衡。通过牺牲局部场分辨率,获得了可接受的整体响应精度与显著的计算速度提升,为复合材料工程应用提供了新的高效分析手段。在后续的多尺度计算中,离线阶段基于 Matlab 平台完成聚类与模型训练,而在线阶段则采用 Fortran 语言以 UMAT 子程序形式进行求解,以实现材料参数的高效跨尺度传递与工程有限元环境的便捷嵌入。

3.3 精细化模型的聚类与性能差异分析

与单向复合材料不同,平纹编织复合材料纤维束的局部材料方向随截面位置不断变化。因此,针对平纹编织复合材料的聚类分析除应变集中系数

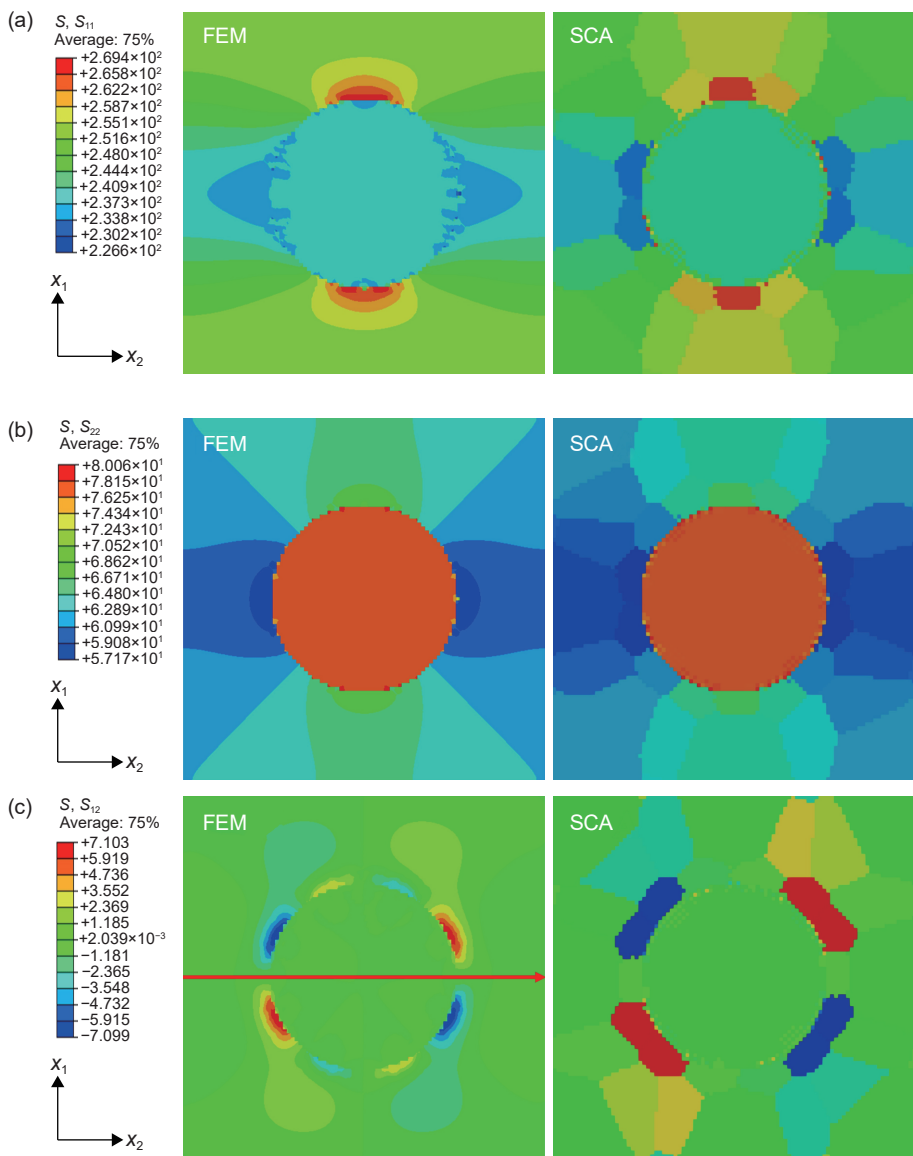


图 5 拉伸载荷条件下有限元和 SCA 应力云图对比 (a) σ_{11} ; (b) σ_{22} ; (c) σ_{12}

Fig. 5 Comparison of stress contour maps between FEM and SCA under tensile load (a) σ_{11} ; (b) σ_{22} ; (c) σ_{12}

表 1 SCA 和有限元计算用时对比
Table 1 Comparison of SCA and finite element (FEM) calculation time

Method	Number of units/clusters	Elapsed time/s
FEM	25947	353
SCA	16+8	28.41+3.87

外, 还应加入对局部材料方向的考量。聚类分析有两个聚类方式可供选择: (1)两次聚类: 先针对应变集中系数进行聚类, 在此基础上再针对局部材料方向进行; (2)一次聚类: 同时对两种因素进行聚类分析。图 7 给出了两种方案的聚类结果, 可见两次聚类 and 一次聚类的最终结果几乎一致。因此, 为简化计算流程, 后续采用一次聚类的方式进行分析。

针对基体部分进行聚类分析, 聚类数量为 64 簇,

每个纤维束聚类数量为 16 簇, 细观模型聚类数量合计 160 簇, 如图 8 所示。图 8 精细化模型纤维束的聚类分析结果与图 7 中传统模型纤维束的不一致, 表明两者的力学响应存在差异, 这也反映了形貌特征、局部纤维体积分数和局部材料方向等微观结构信息对材料性能预测有一定的影响。

4 结论

(1) 构建了基于 SCA 的并发多尺度计算框架。单向复合材料算例中, 有限元模型含 25947 个单元、耗时 353 s; SCA 采用基体 16 簇和纤维 8 簇, 总耗时 32.28 (28.41+3.87) s, 计算效率提升约 10.9 倍。通过离线-在线分离与材料簇快速求解, SCA 方法显著降低了传统嵌套多尺度分析的计算开销, 适用

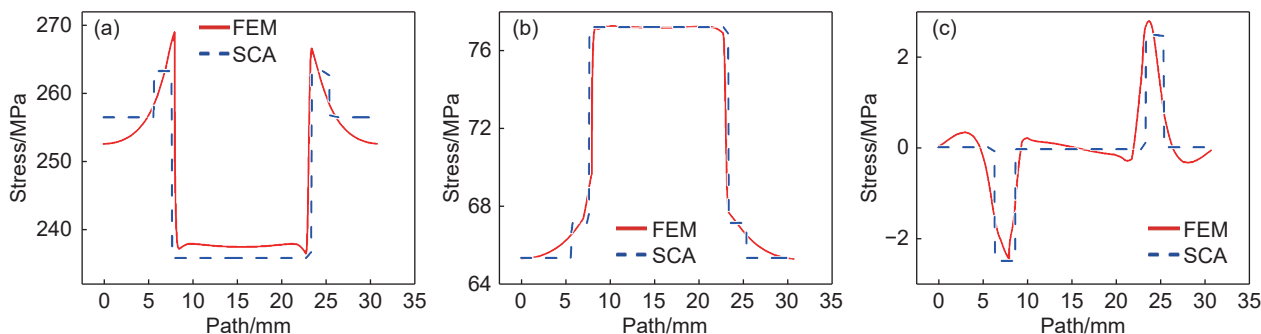


图6 拉伸载荷条件下有限元和SCA沿给定路径应力分布对比 (a) σ_{11} ; (b) σ_{22} ; (c) σ_{12}

Fig. 6 Comparison of stress distribution between finite element and SCA along a given path under tensile load

(a) σ_{11} ; (b) σ_{22} ; (c) σ_{12}

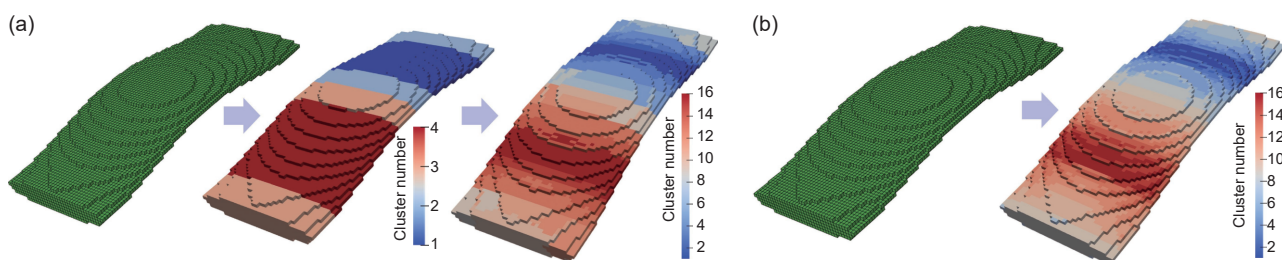


图7 两种聚类方法结果对比 (a)两次聚类; (b)一次聚类

Fig. 7 Comparison between the results of two clustering methods (a) twice clustering; (b) primary clustering

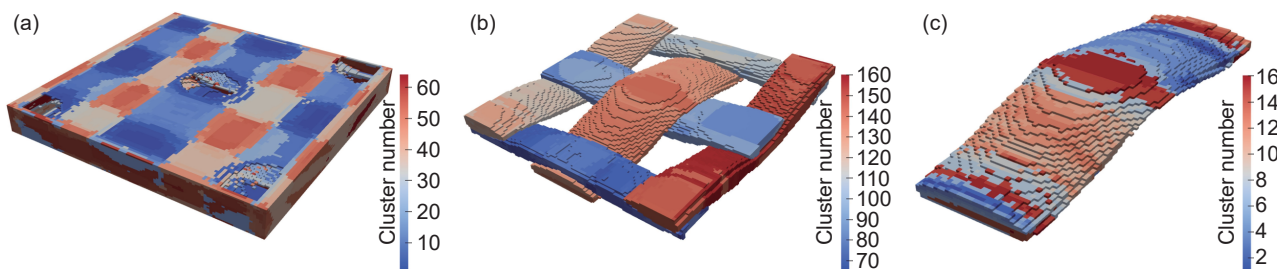


图8 精细化模型聚类结果 (a)基体; (b)所有纤维束; (c)单根纤维束

Fig. 8 Clustering results of refined model (a) matrix; (b) all fiber bundles; (c) single fiber bundle

于复合材料结构的高效损伤分析与寿命预测。

(2)以单向复合材料单胞为例的验证表明,SCA计算结果与有限元法误差小于4%,计算效率提升约一个数量级。

(3)平纹编织复合材料结果表明,该方法能够反映微观结构对宏观响应的影响。基体、纤维束分别划分为64簇和16簇,细观模型共160簇;不同聚类方案结果基本一致,而精细化模型与传统模型存在明显差异。说明形貌特征、局部纤维体积分数及局部材料方向等细观结构信息会对材料性能预测产生显著影响。

参考文献:

[1] Han X X, Xu C H, Xie W H, et al. Multiscale computational homogenization of woven composites from

microscale to mesoscale using data-driven self-consistent clustering analysis[J]. *Composite Structures*, 2019, 220: 760-768.

[2] Ciampaglia A. Data driven statistical method for the multiscale characterization and modelling of fiber reinforced composites[J]. *Composite Structures*, 2023, 320: 117215.

[3] Rayen B N, Vachon-Joannette P, Lombarkia R, et al. Implementation of three-scale bridging for fast homogenization of woven composite through clustering-based reduced order modeling[C]//Proceedings of the 13th Canada-Japan Workshop on Composites (CJWC13), 2023.

[4] Han X X, Gao J Y, Fleming M, et al. Efficient multiscale modeling for woven composites based on self-consistent clustering analysis[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2020, 364: 112929.

- [5] Yu C, Kafka O L, Liu W K. Multiresolution clustering analysis for efficient modeling of hierarchical material systems[J]. *Computational Mechanics*, 2021, 67(5): 1293-1306.
- [6] Liu Z L, Bessa M A, Liu W K. Self-consistent clustering analysis: an efficient multi-scale scheme for inelastic heterogeneous materials[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2016, 306: 319-341.
- [7] Yu C, Kafka O L, Liu W K. Self-consistent clustering analysis for multiscale modeling at finite strains[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, 349: 339-359.
- [8] Wu S Y, Guo L C, Li Z X, et al. A concurrent multiscale scheme FFT-SCA for meso-micro damage evolution of 3D woven composites independent of mesoscopic material parameters[J]. *Composites Science and Technology*, 2025, 261: 111021.
- [9] Gao J Y, Mojmudar S, Zhang W Z, et al. Concurrent n-scale modeling for non-orthogonal woven composite[J]. *Computational Mechanics*, 2022, 70(4): 853-866.
- [10] Liu T R, Yang Y, Bacarrez O R, et al. An extended full field self-consistent cluster analysis framework for woven composite[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2023, 281: 112407.
- [11] Liu Z L, Wu C T, Koishi M. A deep material network for multiscale topology learning and accelerated nonlinear modeling of heterogeneous materials[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, 345: 1138-1168.
- [12] Moulinec H, Suquet P. A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 157(1/2): 69-94.
- [13] Feyel F, Chaboche J L. FE^2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 183(3/4): 309-330.
- [14] Liu Z L, Fleming M, Liu W K. Microstructural material database for self-consistent clustering analysis of elastoplastic strain softening materials[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2018, 330: 547-577.
- [15] Matouš K, Geers M G D, Kouznetsova V G, et al. A review of predictive nonlinear theories for multiscale modeling of heterogeneous materials[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 330: 192-220.
- [16] Mura T. *Micromechanics of defects in solids*[M]. Dordrecht: Springer, 1987.
- [17] Brisard S, Dormieux L. FFT-based methods for the mechanics of composites: a general variational framework[J]. *Computational Materials Science*, 2010, 49(3): 663-671.
- [18] Liu Z L, Kafka O L, Yu C, et al. Data-driven self-consistent clustering analysis of heterogeneous materials with crystal plasticity[M]//*Advances in Computational Plasticity*. Cham: Springer, 2017: 221-242.
- [19] Belytschko T, Liu W K, Moran B. *Nonlinear finite elements for continua and structures*[M]. Chichester: John Wiley, 2000.
- [20] Kovachki N, Liu B, Sun X S, et al. Multiscale modeling of materials: computing, data science, uncertainty and goal-oriented optimization[J]. *Mechanics of Materials*, 2022, 165: 104156.
- [21] Raju K, Tay T E, Tan V B C. A review of the FE^2 method for composites[J]. *Multiscale and Multidisciplinary Modeling, Experiments and Design*, 2021, 4(1): 1-24.
- [22] Bishara D, Xie Y X, Liu W K, et al. A state-of-the-art review on machine learning-based multiscale modeling, simulation, homogenization and design of materials[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2023, 30(1): 191-222.
- [23] Cui Y H, Zhang Z L. A novel concurrent multiscale method based on the coupling of Direct FE^2 and CPFEM[J]. *Thin-Walled Structures*, 2025, 206: 112610.
- [24] Li H L, Sharif Khodaei Z, Aliabadi M H. FFT-based homogenisation for efficient concurrent multiscale modelling of thin plate structures[J]. *Computational Mechanics*, 2025, 75(2): 637-653.
- [25] 韩新星. 基于聚类分析的编织复合材料多尺度计算方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2020.
- Han X X. Multiscale computational method of woven composites based on clustering analysis[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020.

收稿日期: 2025-12-31; 录用日期: 2026-02-25

基金项目: 国家自然科学基金(52505144); 国家科技重大专项(Y2022-IV-0002-0019); 中国博士后科学基金(2024M764101, GZC20252715); 中国科学技术协会青年人才托举工程(YESS20241007AE); 北京市自然科学基金(3252007); 中国太行国家实验室项目(THL-K-25-050); 中央高校基本科研业务费专项资金

通讯作者: 刘昱(1996—), 男, 博士, 助理研究员, 研究方向为陶瓷基复合材料结构强度, 联系地址: 北京市昌平区沙河镇南3街9号北京航空航天大学沙河校区(102206), E-mail: 15552311802@163.com; 潘锦超(1996—), 男, 博士, 助理研究员, 研究方向为航空发动机轻质耐高温结构长寿命设计与制造, 联系地址: 北京市昌平区沙河镇南3街9号北京航空航天大学沙河校区(102206), E-mail: panjc@buaa.edu.cn