文章编号：1003-1421(2026)11-0064-17
引用格式：周明玺，郑平标，程文毅.服务中间站模式下技术站调车线运用优化研究[J].铁道运输与经济，2026，48(11)：64-80.
ZHOU Mingxi，ZHENG Pingbiao，CHENG Wenyi. Optimization of Classification Track Assignment at Technical Stations on Mode of Service Intermediate Stations[J]. Railway Transport and Economy，2026，48(11)：64-80.

服务中间站模式下技术站调车线运用优化研究

周明玺[1]，郑平标[2]，程文毅[2]

(1.中铁第一勘察设计院集团有限公司 线路运输设计院，陕西 西安 710043；2.中国铁道科学研究院集团有限公司 运输及经济研究所，北京 100081)

摘 要：为研究编组计划对技术站及其服务范围内中间站调车作业量的影响，以技术站解体作业与连挂作业、中间站倒钩作业与送车作业加权和最小为目标，构建基于组号细分的技术站调车线运用综合优化模型。模型由技术站调车线运用优化主模型(M1)、技术站连挂作业优化子模型(M2)与中间站倒钩作业优化子模型(M3)构成，考虑技术站调车线存车能力、车组编组时段/顺序等约束。基于车组所属到解列车的排列顺序、车组组号在所属出发列车的优先程度，构建车组间拓扑关系图，并将调车线运用问题转化为在该拓扑图中寻找若干条哈密顿路径的问题。采用模拟退火算法作为主算法，通过启发式规则生成可行的调车线方案，并结合回溯算法计算方案对应的技术站连挂与中间站倒钩作业量。以某技术站的阶段计划为基础，对比分析组号细分前后研究范围的调车作业量差别。通过算例实验，对技术站的组号适当进行细分，可在小幅增加技术站调车工作量的基础上，大幅减少中间站的调车作业量。

关键词：铁路运输；组号细分；调车线运用；哈密顿路径；模拟退火算法
中图分类号：U292.1 **文献标识码**：A **DOI**：10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20250724003

Optimization of Classification Track Assignment at Technical Stations on Mode of Service Intermediate Stations

ZHOU Mingxi[1]，ZHENG Pingbiao[2]，CHENG Wenyi[2]

(1. Railway Line and Station Design Institute, China Railway First Survey and Design Institute Group Co., Ltd., Xi'an 710043, Shaanxi, China; 2. Transportation & Economics Research Institute, China Academy of Railway Sciences Corporation Limited, Beijing 100081, China)

Abstract: To study the impact of train formation plan on the shunting operations at technical stations and the intermediate stations within their service scope, a comprehensive optimization model for the technical station classification track assignment based on block subdivision was proposed, with the aim to minimize the weighted sum of shunting operations, including disassembling and coupling at technical stations, and push-pull and car delivery operations at intermediate stations. The model consisted of a primary optimization model for classification track assignment at the technical station (M1), a sub-model for coupling operations at the technical station (M2), and a sub-model for push-pull operations at intermediate stations (M3), considering constraints such as track storage capacity and the timing/sequence of train formations. A topological relationship graph of train groups was constructed based on their sequence in the disassembled trains and their priority of block in the

收稿日期：2025-07-24
基金项目：中国国家铁路集团有限公司科技研究开发计划课题(K2022X016)

departing trains. The classification track assignment problem was also transformed into a problem of finding multiple Hamiltonian paths in the graph. The simulated annealing algorithm was used as the primary method to generate feasible classification track plans through heuristic rules. A backtracking algorithm was combined to calculate the corresponding coupling operations at technical stations and push-pull operations at intermediate stations. Based on the phase plan of a specific technical station, the differences in shunting operations before and after block subdivision were analyzed. The example experiment indicates that block subdivision at technical stations can significantly reduce the shunting workload at intermediate stations, despite a slight increase in the overall shunting workload at technical stations.

Keywords: Railway Transportation; Block Subdivision; Shunting Track Assignment; Hamiltonian Path; Simulated Annealing Algorithm

0　引言

技术站调车线运用优化问题是铁路运输组织中的经典问题，根据既定的阶段配流计划，已知每个车组的解体开始/结束时刻、编组开始/结束时刻、车组所属到解列车的编组顺序、车组所属出发列车的编号及编组顺序要求，并考虑车组编组时段/顺序冲突和调车线存车能力约束等条件，求解车组对调车线的最优占用方案[1-2]。

在国外研究中，调车线运用优化可以根据车组经驼峰溜放的次数分为单阶段优化和多阶段优化[3]。单阶段优化的研究目标通常为最小化调车线使用数量[4-5]或车组总停留时间最少[6-7]；而多阶段优化的主要目标为最小化回推次数[8-9]。

国内研究经历了3个阶段。早期主要围绕技术站调车线的固定使用方案进行探讨[10-12]。为缓解当时技术站调车线数量与车流去向的不匹配问题，国内逐渐将重点转向对调车线灵活运用方案的研究。黎浩东等[13]以阶段内的整理线数量与编组连挂钩数综合最小为目标，构建考虑了调车线数量和存车能力的0-1规划模型。薛锋等[14]定义了线群与线域，构建了考虑调车线集结车流分散度、空闲车数等因素的混合整数线性规划模型。Zhang等[15]在研究中引入编组时段冲突约束，并设计禁忌搜索算法求解。马亮等[16]基于“露头原则”构建以调车场混乱度最小与车组占用股道优先级最大为目标，考虑调车线容量限制的整数规划模型，并设计启发式回溯算法求解。除了单独考虑既定的阶段配流计划下的调车线运用优化，也有学者结合阶段配流、调机运用进行调车线运用[17-19]的综合研究。当前，随着技术站扩能改造的陆续完成，为充分发挥技术站设备优势、减少中间站的调车作业，中国国家铁路集团有限公司试点并推广“技术站服务中间站”运输组织模式，研究重点逐渐转向包含特定编组顺序要求的调车线运用策略的研究。例如，赵军等[2]进一步考虑了部分列车存在编组顺序冲突，并利用图论中极大团技术对编组时段/顺序冲突等约束进行改造；吴杰[20]定义了组号细分的方法，并尝试分析组号细分前后技术站及其服务范围内中间站调车作业量的变化。

技术站服务中间站模式是指技术站利用设施设备的优势，将中间站的部分调车工作转移至技术站，从而减轻中间站的作业负担与安全生产压力[21-22]。既有研究大多集中于单一技术站的调车线运用，较少考虑技术站调车线运用方案对中间站作业的影响。实际上，技术站的调车线运用方案决定了编成列车的车组连挂顺序。编成列车在抵达目标中间站作业时，为实现对不同装卸作业地点的车流成组取送，还需进行必要的倒钩作业[20]。

为综合分析阶段内技术站调车线运用方案对技术站及其服务范围内中间站的影响，研究基于技术站服务中间站模式，构建技术站服务中间站模式下调车线运用优化流程图如图1所示。首先，根据阶段配流计划与技术站组号方案，确定调车线运用的可行解生成方式，并将其构建为主模型M1；针对主模型生成的每一个可行调车线方案，调用子模型M2与M3分别评估技术站连挂作业量与中间站倒钩作业量，进而计算调车作业总成本作为该方案的目标函数值。该目标函数值作为评价指标反馈至模拟退火算法中，用于指导调车线运用方案的迭代优化。

3个模型与模拟退火算法共同构成“主问题—子问题—反馈优化”的嵌套结构。主模型M1用于

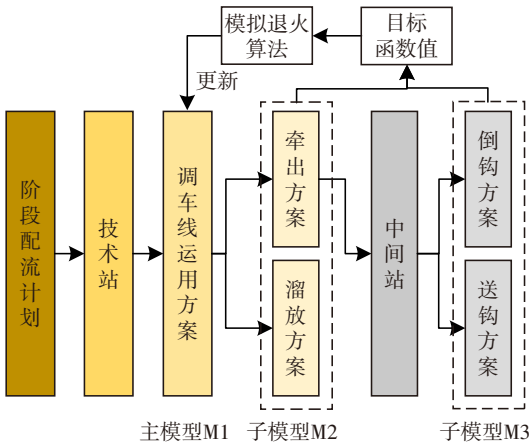


图1　技术站服务中间站模式下调车线运用优化流程图

Fig.1　Flow of shunting track assignment on the mode of technical stations serving intermediate stations

生成全局决策框架，即在既定阶段配流计划下形成各类可行的技术站调车线运用方案，并以区域调车作业总成本最小为目标进行迭代优化；子模型M2在此技术站调车线运用方案的基础上，对每个可行方案计算技术站内部的最优连挂作业方案，输出技术站层面的作业成本；子模型M3基于M2的编组结果，进一步推算各出发列车在中间站的倒钩作业方案及其对应成本。M2与M3的计算结果共同反馈至M1，用于修正目标函数值并指导下一轮方案筛选与优化。通过这种分层建模与循环反馈机制，模型体系在保持求解逻辑清晰的同时，实现了技术站与中间站调车作业的协同优化与效率提升。

1　问题描述

1.1　技术站调车线运用方案描述

调车线运用方案是指在铁路编组站或调车场内，基于阶段配流计划及相关作业计划，按照车组的目的地、作业顺序和优先级等因素，将计划时段内的车组合理分配至不同调车线的具体方案。

为构建技术站调车线运用方案，需明确各车组能否共存在同一调车线以及其在调车线内的先后顺序。考虑到调车作业中必须满足车组的溜放顺序与连挂优先级，定义“解体近似开始时刻”与“编组近似开始时刻”作为统一标度，对于车组在到达与出发列车中的相对位置进行显式刻画。

具体令$\delta_i(k)$表示到达解体列车$i\in I$中第k车组，则其解体近似开始时刻$\bar{e}_{\delta_i(k)}$如式(1)所示。

$$\bar{e}_{\delta_i(k)}=e_{\delta_i(k)}+(k-1)\cdot t_1 \qquad \forall i\in I,\ k\in[1,\ |\delta_i|] \tag{1}$$

式中：$e_{\delta_i(k)}$为车组$\delta_i(k)$解体开始时刻；t_1为一个极小时间偏移量，用于刻画同一到达列车i中不同车组的溜放顺序。

类似地，令$\tau_j(k')$表示自编始发列车$j\in J$中第k'车组，则其编组近似开始时刻$\bar{u}_{\tau_j(k')}$如式(2)所示。

$$\bar{u}_{\tau_j(k')}=u_{\tau_j(k')}+s_{\tau_j(k')}\cdot t_2+b_{\tau_j(k')}\cdot t_3$$
$$\forall j\in J,\ k'\in[1,\ |\tau_j|] \tag{2}$$

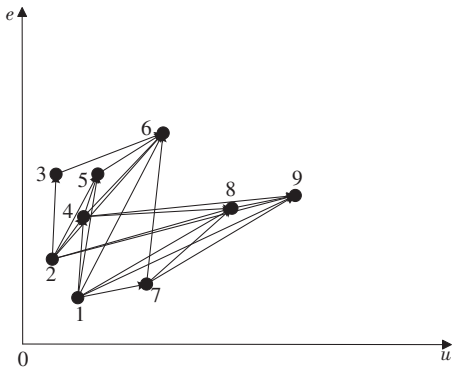
式中：$u_{\tau_j(k')}$为车组$\tau_j(k')$的编组开始时刻；$s_{\tau_j(k')}$为车组$\tau_j(k')$到达中间站编号；$b_{\tau_j(k')}$为车组$\tau_j(k')$的组号细分程度；t_2，t_3为极小时间偏移量，分别用于刻画中间站位置与组号分组对编组优先级的影响。

该近似开始时刻用于统一衡量各车组编组优先级，值越小的车组，其在始发列车中的编组顺序越靠前。

为描述车组c，c'在同一调车线内的时空兼容关系，定义邻接矩阵$\boldsymbol{W}\in R^{|C|\times|C|}$，其中，若车组$c$，$c'$依次存放于同一调车线时无时空冲突，对应$W(c,\ c')=1$；否则，车组$c$，$c'$存放于同一调车线时存在时空冲突，则令对应$W(c,\ c')=0$。因此，对于阶段内任意两车组$c$，$c'\in C$，能存放于同一调车线的条件可描述为：①对于属于同一出发列车的车组c，c'，若同时满足$\bar{e}_c<\bar{e}_{c'}$，$\bar{u}_c\leqslant\bar{u}_{c'}$，即车组$c$先于车组$c'$进入调车场，且其连挂作业不晚于$c'$，则二者可存放在同一调车线；②对于分属不同出发列车的车组c，c'，若满足$\bar{e}_c<\bar{e}_{c'}$，$v_c\leqslant\bar{u}_{c'}$，即车组c先于车组c'进入调车场，且其所属列车编组结束时刻v_c不晚于c'所属列车编组近似开始时刻$\bar{u}_{c'}$，则二者可存放于同一调车线。基于此，可构建阶段时间内相关车组间拓扑网络，邻接矩阵$\boldsymbol{W}\in R^{|C|\times|C|}$赋值如式(3)所示。

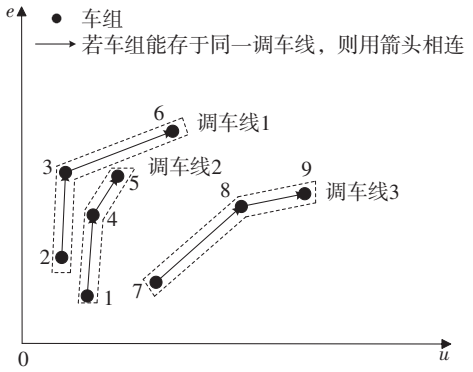
$$\boldsymbol{W}(c,\ c')=\begin{cases}1 & \text{if } c,\ c'\in\tau_j\ \&\ \bar{e}_c<\bar{e}_{c'}\ \&\ \bar{u}_c\leqslant\bar{u}_{c'}\\ 1 & \text{if } c\in\tau_j,\ c'\in\tau_{j'},\ j\neq j'\ \&\ \bar{e}_c<\bar{e}_{c'}\ \&\ v_c\leqslant\bar{u}_{c'}\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases} \qquad \forall c,\ c'\in C \tag{3}$$

基于上述规则，车组间拓扑关系与调车线运用方案如图2所示。图中每个节点表示车组，横轴表示编组近似开始时刻，纵轴表示解体近似开始时



a　车组拓扑关系图

a　Topological relationships among train groups



b　调车线运用方案图

b　Shunting track assignment scheme

图2　车组间拓扑关系与调车线运用方案

Fig.2　Topological relationship among train groups and shunting track assignment scheme

刻。对于车组c，c'，若满足$\boldsymbol{W}(c,\ c')$为1，则图中由节点c指向c'存在有向边，表示c，c'可在同一调车线存放，且车组c位于车组c'的前方；若$\boldsymbol{W}(c,\ c')$为0，表示二者不可共线或顺序冲突。由图2a所示拓扑关系可对应多种时空约束的调车线运用方案，图2b为基于图2a生成的其中一个可行的调车线运用方案，由若干条哈密顿路径组成，该路径表示进入各调车线的车组顺序。

1.2　技术站编组连挂方案描述

若调车线中车组的溜放顺序与其对应出发列车的编组顺序不一致，则该调车线被视为整理线，本研究在编组连挂方案设计中暂不考虑整理线的存在，在目标函数中仅用惩罚函数体现。

在技术站对自编始发列车进行编组连挂作业时，峰尾调机按照一定的顺序完成对相关车组的连挂，为刻画自编始发列车$j \in J$的车组连挂优先顺序，作以下定义：①$\bar{U}_j$表示始发列车中各车组的近似编组开始时刻组成的序列，其中各时刻值唯一，序列按时间升序排列，其表达式如式(4)、式(5)所示；②$p^j_{\tau_j(k)}$为出发列车j中第k车组$\tau_j(k)$的连挂优先级，由编组近似开始时刻$\bar{u}_{\tau_j(k)}$于序列$\bar{U}_j$中的排序确定，表达式如式(6)所示；③定义整数变量g^r_c为车组$c \in C$进入调车线$r \in R \cup R'$的顺序，若$c \notin G_r$，则令$g^r_c = \inf$，其表达式如式(7)所示。

$$\bar{U}_j = \{\bar{u}_{\tau_j(k)} | k \in [1,\ \left|\tau_j\right|]\} \tag{4}$$

$$\bar{U}_j(i) < \bar{U}_j(k) \qquad \forall 1 \leqslant i < k \leqslant \left|\bar{U}_j\right| \tag{5}$$

$$p^j_c = \mathrm{rank}(\bar{u}_c,\ \bar{U}_j) \qquad \forall c \in C \tag{6}$$

$$g^r_c = \mathrm{rank}(c,\ G_r) \qquad \forall r \in R \cup R',\ c \in C \tag{7}$$

令矩阵变量$\boldsymbol{W}^1_j$表示编组列车j中相关车组间依次连挂的最小费用矩阵，其元素$\boldsymbol{W}^1_j(c,\ c')$表示依次连挂车组$c$，$c' \in C$所需的钩数，其赋值考虑以下3种情况：①对于同一调车线上的车组c，$c' \in \tau_j$，若车组c相较于c'更靠近出发场，若满足两车组连挂优先级相同或相邻$(-1 \leqslant p^j_c - p^j_{c'} \leqslant 0)$且车组进入该调车线的顺序相邻$(g^r_c + 1 = g^r_{c'})$，则令$\boldsymbol{W}^1_j(c,\ c')$为0，表示调机可将车组$c$，$c'$同时连挂；②对于存放在不同调车线的车组$c$，$c' \in \tau_j$，若两车组连挂优先级相同或相邻$(-1 \leqslant p^j_c - p^j_{c'} \leqslant 0)$，则令$\boldsymbol{W}^1_j(c,\ c')$为1，表明调机依次连挂$c$，$c'$时需进行转线；③不满足上述条件的元素在$W^1_j$设置为inf。故$\boldsymbol{W}^1_j$表达式如式(8)所示。

$$\boldsymbol{W}^1_j(c,\ c') = \begin{cases} 0 & \text{if } \gamma_c = \gamma_{c'} \,\&\, c,\ c' \in \tau_j \,\&\, -1 \leqslant p^j_c - p^j_{c'} \leqslant 0 \,\&\, g^{\gamma_c}_c + 1 = g^{\gamma_{c'}}_{c'} \\ 1 & \text{if } \gamma_c \neq \gamma_{c'} \,\&\, c,\ c' \in \tau_j \,\&\, -1 \leqslant p^j_c - p^j_{c'} \leqslant 0 \\ \inf & \text{otherwise} \end{cases}$$

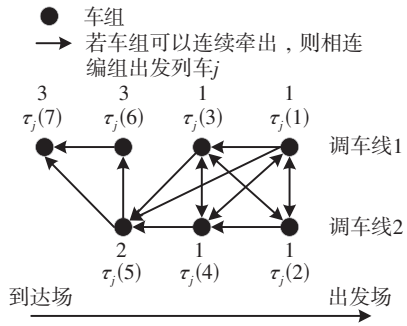
$$\forall c,\ c' \in C \tag{8}$$

式中：γ_c为车组c所在调车线编号。

编组出发列车j车组关系与编组连挂方案如图3所示。图3a展示了在指定调车线运用方案下，自编始发列车j内相关车组的分布情况及其基于费用矩阵$\boldsymbol{W}^1_j$构建的连挂关系拓扑图；图3b为一条经过图3a中所有节点且总费用最少的哈密顿路径，可表示峰尾调机依次连挂车组的作业顺序，其连挂顺序可记为κ_j。

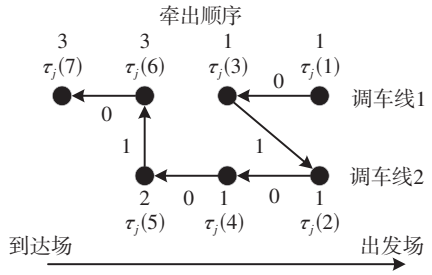
1.3　中间站倒钩作业方案描述

为简化问题，当自编始发列车$j \in J$到达中间站$s \in S$时，已在后续中间站无作业任务的车组将被视



a　编组出发列车车组拓扑关系图

a　Topological relationship of train groups in marshalling departing train



b　编组连挂方案

b　Marshalling coupling scheme

注：车组$\tau_j(i)$上方的数字表示车组连挂优先级$p^j_{\tau_j(i)}$。

图3　编组出发列车j车组关系与编组连挂方案

Fig.3　Topological relationship among train groups in marshalling departing train j and marshalling coupling scheme

为完成作业并从列车中移除。此时，列车j在中间站s所需作业的相关车组仅为集合ϕ^j_s中的车组，其中，ϕ^j_s表示列车j在中间站s需作业的相关车组集合，S为技术站服务范围内中间站集合。

定义倒钩作业为通过一系列调车将ϕ^j_s中的车组按专用线成组排列的作业，为简化问题，此处规定按专用线送车顺序排列。完成倒钩作业后，通过送车作业将车组依次送进指定线路。

对于ϕ^j_s中的车组，借鉴下落法[23]，调机将相关车组依次推进至若干股道，随后按特定顺序牵出形成新的车组排序。在不考虑中间站s股道数限制的情况下，中间站倒钩作业方案的目标是使中间站的推进作业与牵出作业成本最小。倒钩作业与送车作业示意图如图4所示。

假设车组按照所属专用线编号降序送车，令π^j_s为列车j中到达中间站相关车组所属专用线集合，μ_c为车组c所属专用线编号，η^j_c为车组c于编成列车j中的顺位。为刻画列车j到达中间站s的倒钩作业流程，分别定义牵出作业费用矩阵$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}$与推进作业

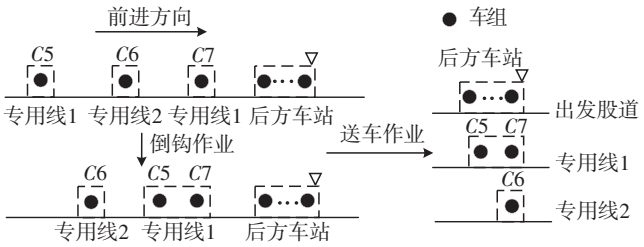


图4　倒钩作业与送车作业示意图

Fig.4　Push-pull and car delivery operations

费用矩阵$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}$，且由于同为平面调车作业，令牵出作业与推进作业成本一致。

令$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}$为列车j在中间站s作业时的牵出作业的费用矩阵。$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}$中各元素赋值规则表达式如式(9)所示。对于车组c，$c'\in\phi^j_s$，若车组c较c'晚进行送车($\mu_c\leqslant\mu_{c'}$)，且在列车j中更靠近车头位置($\eta^j_c<\eta^j_{c'}$)，此时两车组可被推进至同一股道，并在牵出作业中一同被牵出，此时，令$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}(c,\,c')$为0；对于车组$c$，$c'\in\phi^j_s$，若车组$c$较$c'$晚进行送车，但$c$在列车$j$中更远离车头时，此时车组$c$与$c'$不能经推进作业处于相同股道，在牵出作业中需要额外转线一次后依次牵出c与c'，此时，令$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}(c,\,c')$为1；若为其他情况，则车组$c$与$c'$不能依次牵出，此时令$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}(c,\,c')$为inf。

令$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}$为列车j在中间站s作业时的推进作业的费用矩阵，$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}$各元素赋值规则表达式如式(10)所示。其中，对于车组c，$c'\in\phi^j_s$，若车组c与c'在原车列中相邻、且车组c更靠近车头位置($\eta^j_c=\eta^j_{c'}-1$)，则将c与c'推进至相同股道且相邻排列仅需1钩，无需额外成本，此时令$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}(c,\,c')=0$；否则($\eta^j_c\neq\eta^j_{c'}-1$)，对于车组$c$，$c'\in\phi^j_s$，车组$c$与$c'$间需至少额外一钩推进至相同或不同股道，此时，令$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}(c,\,c')=1$；其他情况，则令$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}(c,\,c')=\inf$。

$$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}(c,\,c')=\begin{cases}0 & \text{if } c,\,c'\in\phi^j_s\,\&\,\mu_c\leqslant\mu_{c'}\,\&\,\eta^j_c<\eta^j_{c'}\\1 & \text{if } c,\,c'\in\phi^j_s\,\&\,\mu_c\leqslant\mu_{c'}\,\&\,\eta^j_c>\eta^j_{c'}\\\inf & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$\forall j\in J,\ s\in S \tag{9}$$

$$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}(c,\,c')=\begin{cases}0 & \text{if } c,\,c'\in\phi^j_s\,\&\,\eta^j_c=\eta^j_{c'}-1\\1 & \text{if } c,\,c'\in\phi^j_s\,\&\,\eta^j_c\neq\eta^j_{c'}-1\\\inf & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$\forall j\in J,\ s\in S \tag{10}$$

以摘挂列车$D1$于中间站$B2$推进作业为例，根据牵出作业费用矩阵$\boldsymbol{W}^2_{j,\,s}$与推进作业费用矩阵$\boldsymbol{W}^3_{j,\,s}$可画出对应的车组间拓扑图。摘挂列车$D1$编组顺

序如图5所示。到达列车$D1$于中间站$B2$的牵出费用拓扑图及推进费用拓扑图如图6所示。到达列车$D1$于中间站$B2$的牵出作业及推进作业如图7所示。最优倒钩方案为形如图7的经过ϕ_{B2}^{D1}中所有节点在$\boldsymbol{W}_{j,\,s}^{2}$与$\boldsymbol{W}_{j,\,s}^{3}$中总费用最小的哈密顿路径。到达列车$D1$于中间站$B2$倒钩作业流程如图8所示。

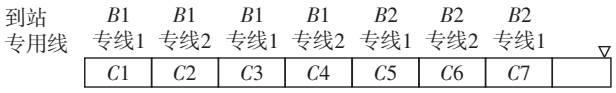


图5　摘挂列车$D1$编组顺序

Fig.5　Marshalling sequence of pick-up and drop train $D1$

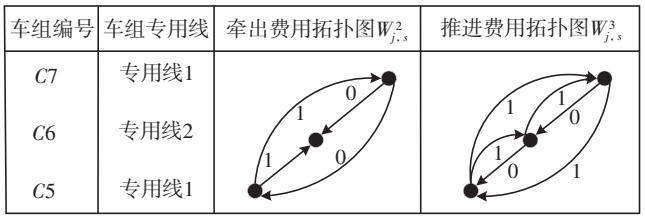


图6　到达列车$D1$于中间站$B2$的牵出费用拓扑图及推进费用拓扑图

Fig.6　Topological graphs of coupling cost and pushing cost for arrival train $D1$ at intermediate station $B2$

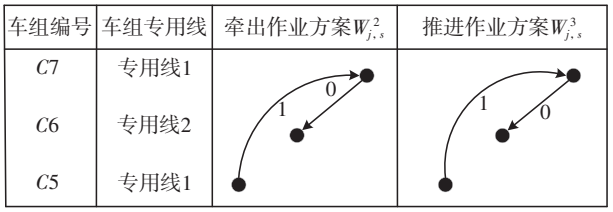


图7　到达列车$D1$于中间站$B2$的牵出作业及推进作业

Fig.7　Coupling and pushing operations of arrival train $D1$ at intermediate station $B2$

2　数学建模

2.1　模型假设

（1）阶段内配流方案已定。

（2）不使用本站作业车、检修车、禁溜车、特种车固定股道，车组可占用其他任意股道。

（3）技术站中仅考虑单个调车场系统，若存在多调车场，则不考虑调车场间的交换车流。

（4）中间站进行倒钩作业时，不考虑平面调车所需股道的数量限制。

（5）若调车线数量不足，则使用虚拟调车线并设置惩罚函数。

（6）对于管内的车组，在同一列车中至少满足按站顺排列；对于管外车组，根据去向统一赋予一个虚拟到站，不考虑对其的组号细分(对应b_c设为0)。

（7）技术站与中间站作为相对独立个体，分别基于当前输入条件独立优化：将技术站调车线运用方案作为输入，技术站以最小化溜放与连挂作业总成本为目标执行作业；以技术站编成列车顺序作为输入，中间站则以最小化当前列车倒钩数为目标执行作业。

2.2　基于技术站服务中间站的调车线优化模型构建

2.2.1　符号定义

集合定义如表1所示。参数定义如表2所示。变量与函数定义如表3所示。

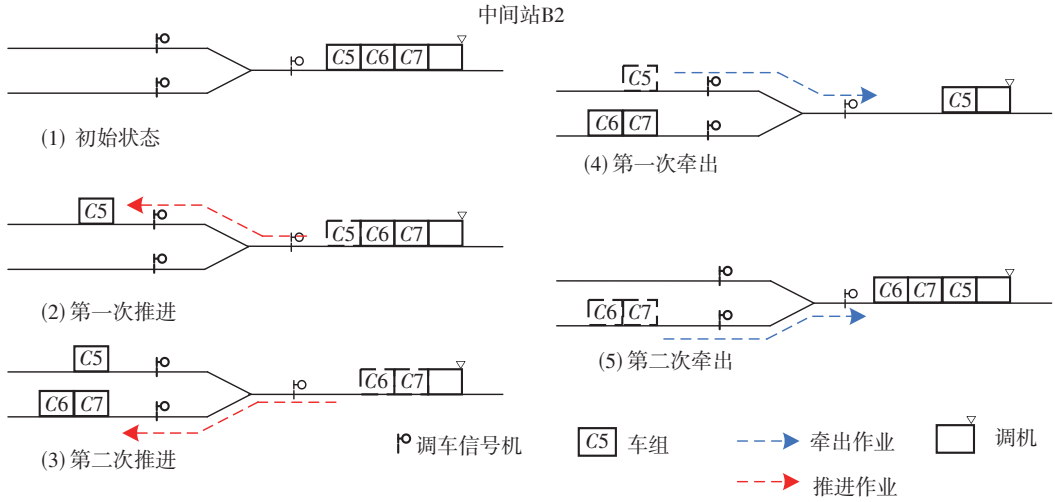


图8　到达列车$D1$于中间站$B2$倒钩作业流程

Fig.8　Push-pull operation process of arrival train $D1$ at intermediate station $B2$

表1　集合定义

Tab.1　Definition of sets

符号	定义
C，c	车组集合及其索引
I，i	到达列车集合及其索引
J，j	出发列车集合及其索引
S，s	技术站服务范围内中间站集合及其索引，中间站编号根据距离技术站位置编号，距离越远编号越小
T，t	车组解体开始时刻与编组结束时刻集合及索引
R，R'	技术站调车场实际调车线集合与虚拟调车线集合，当使用调车线数量超过实际调车线数量时，R'非空；否则，R'为空
υ_j	出发列车$j \in J$的到达中间站集合
τ_j	技术站出发列车$j \in J$的车组集合
ϕ_s^j	出发列车$j \in J$的到达中间站$s \in \upsilon_j$的车组集合
π_s^j	出发列车$j \in J$的到达中间站$s \in \upsilon_j$的车组涉及专用线集合

表2　参数定义

Tab.2　Definition of parameters

符号	定义
e_c，$\bar{e}_c$	参数，分别为车组$c \in C$在技术站的解体开始时刻、解体近似开始时刻
u_c，$\bar{u}_c$，v_c	参数，车组$c \in C$在技术站的编组开始时刻、编组近似开始时刻、编组结束时刻
$\bar{U}_j$	序列参数，始发列车中各车组的近似编组开始时刻组成的序列，序列元素唯一并升序排列
α_1，α_2，α_3，α_4，α_5	参数，分别为技术站溜放钩数、连挂钩数、中间站倒钩数、送车钩数以及占用虚拟线等权重系数
n_c	参数，车组$c \in C$的车辆数
θ_r	参数，调车线$r \in R \cup R'$的有效长度比例
l_r	参数，调车线$r \in R \cup R'$的总长，其中，如果$r \in R'$，则令$l_r = \inf$
μ_c	参数，车组$c \in C$抵达中间站的专用线编号，规定编号越大送车顺序越靠前
b_c	参数，车组$c \in C$的专用线组号细分程度。由技术站编组计划确定，决定相同到站的车组排序要求。若按专用线进行细分，令$b_c = \mu_c$；若该车组无需区分排列优先程度，令b_c为0
δ_i	向量参数，表示到达列车$i \in I$车组排序情况
$\boldsymbol{W}$	矩阵参数，表示车组间能否存放在同一调车线的判定矩阵，其中$c \in C$
t_1	时间偏移量1，用于区分车组所在到达解体列车解体顺序
t_2	时间偏移量2，基于车组到站顺序区分连挂顺序
t_3	时间偏移量3，用于根据车组所属到站专用线细分程度区分连挂顺序，其中，t_3远小于t_2
p_c^j	参数，表示车组$c \in C_j$在出发列车$j \in J$的连挂优先级，用$\bar{u}_c$在$\bar{U}_j$的排序表示
M	参数，为足够大的正数
ε	参数，为足够小的正数

2.2.2　技术站调车线运用优化模型(主模型M1)

基于1.1节的讨论，可构建主模型M1如式(1)—(3)、式(11)—(25)所示。其中，式(11)中的f_j^2与$f_{j,\,s}^3$无法由$x_{c,\,r}$或G_r直接表示，需要另外构建子模型M2与M3分别求解。

表3　变量与函数定义

Tab.3　Definition of variables and functions

	符号	定义
变量	f_j^2	变量，技术站出发列车$j \in J$最优连挂钩数
	$f_{j,\,s}^3$	变量，技术站出发列车$j \in J$在中间站$s \in S$的最优倒钩数
	$\boldsymbol{W}_j^1$	矩阵变量，表示技术站车组间依次连挂的最小费用矩阵，其中车组$c \in \tau_j$
	$\boldsymbol{W}_{j,\,s}^2$	矩阵变量，表示列车j在中间站$s \in \upsilon_j$作业时，车组依次牵出的费用矩阵
	$\boldsymbol{W}_{j,\,s}^3$	矩阵变量，表示列车j在中间站$s \in \upsilon_j$作业时，车组依次推进的费用矩阵
	y_t^c	0–1决策变量，若$t \in T$大于等于车组$c \in C$的解体开始时刻e_c，则为1；否则为0
	z_t^c	0–1决策变量，若$t \in T$大于等于车组$c \in C$的编组结束时刻v_c，则为1；否则为0
	$x_{c,\,r}$	0–1决策变量，若车组c在调车线$r \in R \cup R'$上停留，则为1；否则为0
	γ_c	变量，车组$c \in C$占用技术站调车线编号
	G_r	序列变量，元素为进入调车线$r \in R \cup R'$的车组编号，车组根据进入调车场顺序升序排列
	φ_i^a	序列变量，$\varphi_i^a(k)$表示$\delta_i(k)$与$\delta_i(k-1)$是否处于同一调车线，如果是，则为0；否则为1。其中，$\varphi_i^a(1) = 1$
	$L_r^{\text{in}}(t)$	序列变量，$t \in T$时刻及其之前累计进入调车线$r \in R \cup R'$的车辆数
	$L_r^{\text{out}}(t)$	序列变量，$t \in T$时刻及其之前累计离开调车线$r \in R \cup R'$的车辆数
	κ_j	序列变量，表示列车$j \in J$在技术站的车组的连挂顺序，元素为车组编号
	g_c^r	变量，表示车组$c \in C$在调车线$r \in R \cup R'$的进入顺序，如果车组c未能进入调车线r，则令$g_c^r = \inf$
	η_c^j	变量，车组$c \in C$所属出发列车$j \in J$的排序，即c在κ_j的序号
	m_s^j	序列变量，表示列车$j \in J$到达车站$s \in \upsilon_j$的车组连挂顺序，元素为车组编号
函数	$\text{rank}(\alpha,\ \beta)$	函数，在向量β中返回元素α的序号，若β中存在α，返回α在β的序号；若α不在β中，则返回inf
	$\text{sign}(x)$	函数，当$x > 0$或x为非空集合时为1；当$x = 0$或x为空集时为0；其他情况为−1
	$\lvert x \rvert$	函数，表示集合或向量x中元素个数

$$\min f = \alpha_1 \cdot \sum_{i \in I} \sum_{k \in [1,\ |\delta_i|]} \varphi_i^a(k) + \alpha_2 \cdot \sum_{j \in J} f_j^2 + \alpha_3 \cdot \sum_{s \in \upsilon_j} \sum_{j \in J} f_{j,\,s}^3 + \alpha_4 \cdot \sum_{s \in S} \sum_{j \in J} \left| \pi_s^j \right| + \alpha_5 \cdot \left| R' \right| \tag{11}$$

s.t.

式(1)—(3)

$$\boldsymbol{W}(c,\ c') + \boldsymbol{W}(c',\ c) \geqslant x_{c,\,r} + x_{c',\,r} - 1$$

$$\forall c,\ c' \in C,\ r \in R \cup R' \tag{12}$$

$$\gamma_c = \sum_{r \in R \cup R'} x_{c,\,r} \cdot r \qquad \forall c \in C \tag{13}$$

$$G_r = \{c | \gamma_c = r\} \qquad \forall c \in C,\ r \in R \cup R' \tag{14}$$

$$\bar{e}_{G_r(i)} < \bar{e}_{G_r(k)} \qquad \forall 1 \leqslant i < k \leqslant |G_r| \tag{15}$$

$$\varphi_i^a(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } k = 1 \\ 1 & \text{if } k > 1 \,\&\, \gamma_{\delta_i(k-1)} \neq \gamma_{\delta_i(k)} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\forall i \in I,\ k \in [1,\ |\delta_i|] \tag{16}$$

$$M \cdot y_t^c \geqslant t - e_c \geqslant \varepsilon - M \cdot (1 - y_t^c)$$

$$\forall c \in C,\ t \in T \tag{17}$$

$$M \cdot z_t^c \geqslant t - v_c \geqslant \varepsilon - M \cdot (1 - z_t^c)$$

$$\forall c \in C,\ t \in T \tag{18}$$

$$L_r^{\text{in}}(t) = \sum_{i=1}^{|G_r|} n_{G_r(i)} \cdot y_t^{G_r(i)} \qquad \forall r \in R \cup R',\ t \in T \tag{19}$$

$$L_r^{\text{out}}(t) = \sum_{i=1}^{|G_r|} n_{G_r(i)} \cdot z_t^{G_r(i)} \qquad \forall r \in R \cup R',\ t \in T \tag{20}$$

$$L_r(t) = L_r^{\text{in}}(t) - L_r^{\text{out}}(t) \qquad \forall r \in R \cup R',\ t \in T \tag{21}$$

$$L_r(t) \leqslant \theta_r \cdot l_r \qquad \forall r \in R \cup R',\ t \in T \tag{22}$$

$$|R'| = \max\{0,\ \sum_{r \in R \cup R'} \text{sign}(G_r) - |R|\}$$

$$\forall r \in R \cup R',\ t \in T \tag{23}$$

$$\sum_{r \in R \cup R'} x_{c,\,r} = 1 \qquad \forall c \in C \tag{24}$$

$$x_{c,\,r},\ y_t^c,\ z_t^c \in \{0,\ 1\} \qquad \forall c \in C,\ r \in R \cup R',\ t \in T \tag{25}$$

式(11)为目标函数，分别表示技术站最优溜放钩数、最优连挂钩数、技术站服务范围内中间站的最优倒钩数与送车钩数、车组占用虚拟线数的加权和，权重系数[α_1，α_2，α_3，α_4]取值依据为各环节的平均单钩时间，可参考车站工作报告统计。其中，由于中间站在送车作业前需通过倒钩作业将相关车组按专用线成组，故列车j在该站的送车钩数等于相关车组涉及专用线数$|\pi_s^j|$，故中间站总送车钩数为$\sum_{s \in S,\ j \in J} |\pi_s^j|$，可视为固定值。

式(1)表示车组$\delta_i(k)$的解体近似开始时刻$\bar{e}_{\delta_i(k)}$的计算公式；式(2)表示车组$\tau_j(k)$的编组近似开始时刻$\bar{u}_{\tau_j(k)}$的计算公式；式(3)表示技术站车组间邻接矩阵的赋值，若两车组满足存放同一股道条件，对应矩阵元素取1，否则取0；式(12)为任意两车组在技术站存放调车线的约束条件；式(13)表示车组c所在调车线的编号；式(14)—(15)表示进入调车线r的车组顺序，其中，$\{G_r | r \in R \cup R'\}$构成调车线运用方案；式(16)表示到达列车$i \in I$的溜放过程，若车组$\delta_i$中相邻车组$\delta_i(k-1)$与$\delta_i(k)$能同时溜放，则令$\varphi_i^a(k)$为0，否则，令$\varphi_i^a(k)$为1；式(17)—(18)分别表示$t$时刻车组$c$进入/离开调车场的状态；式(19)—(20)分别表示调车线r在t时刻累计进入的车辆数与累计离开的车辆数；式(21)表示调车线r在t时刻存车数量；式(22)表示调车线r存车容量限制；式(23)表示占用虚拟线的数量，为所需调车线数超出实际可用数量的超额部分；式(24)表示车组c能且仅能存放在一条调车线；式(25)表示各决策变量取值范围。

2.2.3　技术站连挂作业优化模型(子模型M2)

基于主模型M1中任意满足约束(1)—(3)、(12)—(25)的调车线运用方案$\{G_r | r \in R \cup R'\}$，在计算任意出发列车$j$的最优连挂钩数$f_j^2$时，根据1.2节的讨论，可建立子模型M2如式(26)—(29)所示。

$$f_j^2 = \min \sum_{i=1}^{|\tau_j|-1} \boldsymbol{W}_j^1(\kappa_j(i),\ \kappa_j(i+1)) \tag{26}$$

s.t.

式(4)—(8)

$$\kappa_j(i) \in \tau_j \qquad \forall 1 \leqslant i \leqslant |\tau_j| \tag{27}$$

$$\kappa_j(i) \neq \kappa_j(k) \qquad \forall 1 \leqslant i < k \leqslant |\tau_j| \tag{28}$$

$$\boldsymbol{W}_j^1(\kappa_j(i),\ \kappa_j(i+1)) \leqslant 1 \qquad \forall i \in [1,\ |\kappa_j| - 1] \tag{29}$$

式(26)为目标函数，表示出发列车j在当前调车线运用方案下的最优连挂钩数；式(4)表示出发列车j各车组编组近似开始时刻集合；式(5)要求集合内元素升序排列；式(6)表示车组c在出发列车j中的连挂优先级，其编组近似开始时刻越早，则车组c所在列车j的位置越靠前；式(7)表示车组c进入调车线r的顺序；基于1.2节的描述，列车j在技术站连挂时，车组间的邻接矩阵$\boldsymbol{W}_j^1$由式(8)构建；式(27)—(29)表示列车j的连挂方案，即为一条在邻接矩阵$\boldsymbol{W}_j^1$中经过τ_j所有节点的哈密顿路径。

2.2.4　中间站倒钩作业优化模型(子模型M3)

基于子模型M2中得到的任意列车j的车组连挂方案κ_j，计算列车j在中间站$s \in \nu_j$最优倒钩数$f_{j,\,s}^3$时，根据1.3节的讨论，可建立子模型M3如式(9)—(10)、(30)—(35)所示。

$$f_{j,s}^{3}=\min\sum_{i=1}^{|\phi_s^j|-1}\boldsymbol{W}_{j,s}^{2}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))+\operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^{|\phi_s^j|-1}\boldsymbol{W}_{j,s}^{2}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))\right)+\sum_{i=1}^{|\phi_s^j|-1}\boldsymbol{W}_{j,s}^{3}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))+\operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^{|\phi_s^j|-1}\boldsymbol{W}_{j,s}^{3}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))\right)\tag{30}$$

s.t.

式(9)—(10)

$$\eta_c^j=\operatorname{rank}(c,\ \kappa_j)\qquad\forall c\in C\tag{31}$$

$$m_s^j(i)\in\phi_s^j\qquad\forall i\in[1,\ |m_s^j|],\ s\in S\tag{32}$$

$$m_s^j(i)\neq m_s^j(k)\qquad\forall\,1\leqslant i<k\leqslant|\phi_s^j|,\ s\in S\tag{33}$$

$$\boldsymbol{W}_{j,s}^{2}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))\leqslant 1\quad\forall i\in[1,\ |m_s^j|-1],\ s\in S\tag{34}$$

$$\boldsymbol{W}_{j,s}^{3}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))\leqslant 1\quad\forall i\in[1,\ |m_s^j|-1],\ s\in S\tag{35}$$

式(30)为目标函数，表示出发列车j在中间站s的最优倒钩数。其中，式(30)中第1、第2项表示m_s^j在牵出费用拓扑图中的路径长度，即牵出钩数；第3、第4项表示m_s^j在推进费用拓扑图中的路径长度，即推进钩数。$\operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^{|\phi_s^j|-1}\boldsymbol{W}_{j,s}^{2}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))\right)$表示，若$m_s^j$对应牵出费用为0，列车$j$无需在中间站$s$进行牵出作业，否则需要至少1钩牵出；同理，$\operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^{|\phi_s^j|-1}\boldsymbol{W}_{j,s}^{3}(m_s^j(i),\ m_s^j(i+1))\right)$表示，若$m_s^j$对应推进费用为0，列车$j$无需在中间站$s$推进作业，否则需要至少1钩推进。

式(9)—(10)构建了列车j在中间站s作业时的车组间牵出费用矩阵$\boldsymbol{W}_{j,s}^{2}$与推进费用矩阵$\boldsymbol{W}_{j,s}^{3}$；式(31)表示车组c在出发列车j中的排序；式(32)—(35)表示列车j在中间站s的倒钩方案，即一条在邻接矩阵$\boldsymbol{W}_{j,s}^{2}$，$\boldsymbol{W}_{j,s}^{3}$中经过ϕ_s^j中所有节点的哈密顿路径。

3　算法设计

研究共设计6个算法，共同形成“全局搜索—局部优化—子模型求解”的多层嵌套算法结构。算法1为模拟退火算法(SA)主框架，负责控制全局搜索过程，包括候选方案的生成、目标函数计算与方案迭代更新；算法2基于贪心算法，在可行解空间内快速构造出较高质量的初始技术站调车线运用方案，为后续的全局优化提供高质量初始解；算法3为邻域搜索，通过邻域扰动机制对当前方案进行局部更新，维持解空间的多样性；算法4在给定技术站调车线运用方案下基于深度优先搜索计算技术站的最优溜放与连挂方案，得到该方案下对应的技术站作业成本；算法5在M2输出的技术站出发列车编组结果基础上，采用深度优先搜索计算各列车于中间站的最优倒钩方案；算法6为深度优先算法模块，被算法4和算法5共同调用，用于实现路径搜索与作业序列生成。

上述算法间形成层次递进关系，算法1控制全局优化流程，算法2与算法3在其内部生成与改进方案；在每一轮迭代中，算法1调用算法4、算法5计算当前方案下对应的技术站与中间站调车作业成本；算法4与算法5则分别调用算法6完成底层路径搜索与成本计算。在明确模型与算法体系的层次关系基础上，研究进一步阐述各算法流程与实现步骤。

3.1　主模型M1求解

数学模型M1作为主模型，其目标函数式(11)中f_j^2与$f_{j,s}^{3}$无法通过式(1)—(3)、式(12)—(25)中元素显式表达。若已知M1中任意可行解，可将$\{G_r|r\in R\cup R'\}$输入子模型M2中，可解得列车$j\in J$在技术站的最优连挂钩数f_2^j与对应连挂方案κ_j；将M2中结果κ_j输入子模型M3中，可解得列车j在中间站$s\in\upsilon_j$的最优倒钩数$f_{j,s}^{3}$与对应倒钩方案m_s^j。

故针对上述数学模型，直接求解较为困难，但基于1.1节的讨论，主模型M1的可行解生成较为简单，故研究采用启发式算法进行求解。模拟退火算法是一种通用的近似全局最优解的概率算法，适用于解空间离散的情况，与本研究构建的数学模型契合，因此设计模拟退火算法作为主算法。

3.1.1　主算法(算法1)

基于模拟退火为主算法的流程图(算法1)如图9所示。模拟退火参数设置包括初始温度、停止温度、Markov链长度、衰减系数与最大重复次数，分别为[T，T'，M，λ，r]，初始化Metropolis过程次数与重复次数[ϖ，ξ]分别为[1，0]。为提高求解速度，

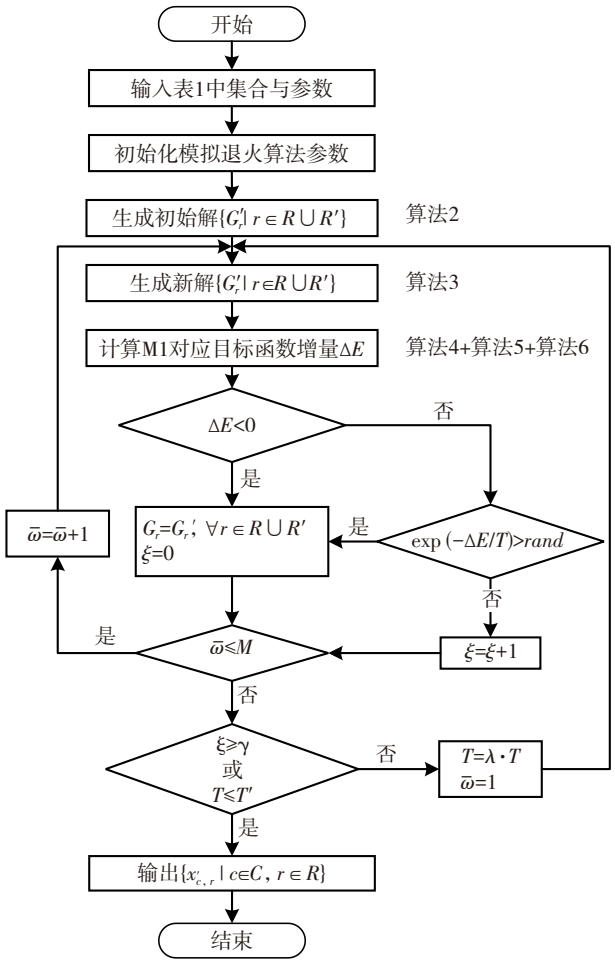


图9　基于模拟退火为主算法的流程图(算法1)

Fig.9　Flow of primary algorithm based on simulated annealing

主算法(算法1)的收敛条件有2个，其一为温度T低于设定温度T'时，其二是在迭代过程中{$x_{c,r}$|$r\in R\cup R'$}连续r次仍未发生变化时。以上2种情况均认为模拟退火算法达到收敛状态，算法停止。其中，ΔE为当前解与新解对应M1目标函数值的差值。

3.1.2　初始解生成(算法2)

基于1.1节的讨论，技术站调车线运用方案是在形如图2a的拓扑图中找到形如图2b的调车线运用方案{G_r|$r\in R\cup R'$}，根据式(13)—(15)与式(24)—(25)可得，已知{G_r|$r\in R\cup R'$}，可反推{$x_{c,r}$|$c\in C$，$r\in R\cup R'$}。尽管模拟退火算法最后求得的解与初始解的状态无关，但初始解的质量仍会影响算法的收敛速度。为提高初始解的质量，采用贪心算法进行初始解的生成，后续的邻域搜索策略也将基于此处生成的初始解进行。

初始解生成的思路为，依次对每一条调车线$r\in R\cup R'$更新，对于调车线r，选取与当前G_r中最后一个车组相邻且距离最近的车组进入G_r，重复该过程，直到无法满足调车线r长度约束为止。具体操作如下(算法2)。

步骤1：初始化未选车组集合$C'=C\backslash C(1)$，调车线编号$r=1$，$G_r=C(1)$，根据式(1)—(2)、式(3)，计算技术站车组间邻接矩阵$\boldsymbol{W}$。进入步骤2。

步骤2：判断C'是否为空，若是，进入步骤9；否则，转步骤3。

步骤3：获取集合$Z=\{c|\boldsymbol{W}(G_r(end),\ c)=1,\ c\in C'\}$，并计算$Z$中各点与$G_r(end)$在图2a中的欧式距离，并基于该距离对$Z$中元素升序排列，进入步骤4。

步骤4：判断集合Z是否为空集，若是，转步骤8；否则初始化$i=1$，进入步骤5。

步骤5：判断$i\leqslant|Z|$，若是，进入步骤6；否则转步骤8。

步骤6：利用式(17)—(21)计算调车线r中加入车组$Z(i)$后，[G_r，$Z(i)$]在T中各时刻的累积流情况L_r^{in}，L_r^{out}，L_r，进入步骤7。

步骤7：判断$\max(L_r)\leqslant\theta_r\cdot l_r$，若成立，更新$G_r=[G_r,\ Z(i)]$，$C'=C'\backslash Z(i)$，转步骤2；否则令$i=i+1$，转步骤5。

步骤8：令$r=r+1$，$G_r=C'(1)$，$C'=C'\backslash C'(1)$，转步骤2。

步骤9：根据{$G_r|r\in R\cup R'$}计算{$x_{c,r}|c\in C$，$r\in R\cup R'$}，结束。

3.1.3　邻域搜索策略(算法3)

新解的产生思路为：首先，随机选取调车线占用方案{$G_r|r\in R\cup R'$}中的G_r与$G_{r'}$，对于G_r与$G_{r'}$的每个形如$G_r=[A,\ B]$与$G_{r'}=[C,\ D]$的划分，令新划分结果为$G_r'=[A,\ D]$与$G_{r'}'=[C,\ B]$。随后，执行赋值操作$G_r=G_r'$与$G_{r'}=G_{r'}'$，若此时{$G_r|r\in R\cup R'$}仍满足主模型M1中约束，则令$Q=Q\cup\{G_r',\ G_{r'}'\}$；同理，执行赋值操作$G_r=G_{r'}'$与$G_{r'}=G_r'$后，若此时{$G_r|r\in R\cup R'$}仍满足主模型M1中约束，则$Q=Q\cup\{G_{r'}',\ G_r'\}$。其中，$Q$为由$G_r$与$G_{r'}$生成的可行解集合，最终，从集合$Q$中随机选取一个可行解，作为$G_r$与$G_{r'}$的替代方案。

具体操作如下所示(算法3)。其中，函数$randi(N)$表示在区间[1，N]随机选取一个整数。

步骤1：输入调车线运用方案$\{G_r|r\in R\cup R'\}$与技术站车组间邻接矩阵$\boldsymbol{W}$，进入步骤2。

步骤2：随机选取G_r，$G_{r'}\in\{G_r|r\in R\cup R'\}$，其中，$r\neq r'$，进入步骤3。

步骤3：判断$G_r\neq\varnothing||G_{r'}\neq\varnothing$，若成立，进入步骤4；否则，返回步骤2。

步骤4：初始化可行解集$Q=\{\{G_r,\ G_{r'}\}\}$以及$i,\ j=1$；定义集合Q_1、Q_2如下。

$$Q_1=\{\{G_r(1:\ i),\ G_r(i+1:|G_r|)\}|0\leqslant i\leqslant|G_r|\}$$

$$Q_2=\{\{G_{r'}(1:\ j),\ G_{r'}(j+1:|G_{r'}|)\}|0\leqslant j\leqslant|G_{r'}|\}$$

其中，$\forall k\in R\cup R'$，$G_k(1:\ 0)=\varnothing$与$G_k(|G_k|+1:|G_k|)=\varnothing$。进入步骤5。

步骤5：判断$i\leqslant|Q_1|$，若成立，令$A=Q_1(i)(1)$与$B=Q_1(i)(2)$，进入步骤6；否则，转步骤17。

步骤6：判断$j\leqslant|Q_2|$，若成立，令$C=Q_2(j)(1)$与$D=Q_2(j)(2)$，进入步骤7；否则，令$i=i+1$，转步骤5。

步骤7：判断$A\neq\varnothing\&D\neq\varnothing$，若成立，进入步骤8；否则，令$p_1=1$，进入步骤9。

步骤8：判断$\boldsymbol{W}(A(end),\ D(1))==1$，若成立，令$p_1=1$；否则，令$p_1=0$。进入步骤9。

步骤9：判断$C\neq\varnothing\&B\neq\varnothing$，若成立，进入步骤10；否则，令$p_2=1$。进入步骤11。

步骤10：判断$\boldsymbol{W}(C(end),\ B(1))==1$，若成立，令$p_2=1$；否则，令$p_2=0$。进入步骤11。

步骤11：判断$p_1\cdot p_2=1$，若成立，进入步骤12；否则，转步骤16。

步骤12：通过式(17)—(21)计算G'_{r1}与G'_{r2}对应的累积流情况L_{r1}与L_{r2}，此时，分别令$G'_r=[A,\ D]$，$G'_{r'}=[C,\ B]$，进入步骤13。

步骤13：判断$\max(L_r)\leqslant\theta_r\cdot l_r\&\max(L_{r'})\leqslant\theta_{r'}\cdot l_{r'}$，若成立，令$Q=Q\cup\{[A,\ D],\ [C,\ B]\}$，进入步骤14；否则，直接进入步骤14。

步骤14：通过式(17)—(21)计算G'_r与$G'_{r'}$对应的累积流情况L_r与$L_{r'}$，此时，$G'_r=[C,\ B]$，$G'_{r'}=[A,\ D]$，进入步骤15。

步骤15：判断$\max(L_r)\leqslant\theta_r\cdot l_r\&\max(L_{r'})\leqslant\theta_{r'}\cdot l_{r'}$，若成立，令$Q=Q\cup\{[C,\ B],\ [A,\ D]\}$，进入步骤16；否则，直接进入步骤16。

步骤16：令$j=j+1$，转步骤6。

步骤17：令$m=randi(|Q|)$，更新调车线r与r'的运用方案$G_r'=Q(m)(1)$以及$G_{r'}'=Q(m)(2)$，并与$\{G_k|k\in R\cup R',\ k\neq r,\ k\neq r'\}$构成$\{G_r'|r\in R\cup R'\}$，更新$\{x'_{c,\ r}|c\in C,\ r\in R\cup R'\}$，算法结束。

3.2　子模型M2求解(算法4)

基于1.2节的讨论与2.2.3节的模型构建，设计算法4对子模型M2进行求解。在对出发列车$j\in J$进行连挂作业时，根据式(7)—(8)构建出发列车j相关车组的邻接矩阵$\boldsymbol{W}_j^1$，并调用深度优先搜索算法(算法6)求解基于矩阵$\boldsymbol{W}_j^1$的最优的连挂钩数f_j^2与对应连挂方案κ_j，最后累加f_j^2构成总的连挂钩数，具体操作如下。

步骤1：初始化$j=1$，$\sum_{j\in J}f_j^2=0$，进入步骤2。

步骤2：判断$j\leqslant|J|$，若成立，进入步骤3；否则，转步骤10。

步骤3：通过式(7)—(8)分别计算g_c^r，$\bar{U}_j$，p_c^j与$\boldsymbol{W}_j^1$，并计算集合$q_j=\{c|c\in\tau_j,\ p_c^j=1\}$。进入步骤4。

步骤4：初始化，循环次数$k=1$；列车j最优连挂方案$\kappa_j=0_{1\times|\tau_j|}$，对应最优连挂钩数$f_j^2=\inf$；访问标记数组$v=false$，其中，$v\in\mathbb{R}^{|\tau_j|\times1}$；初始路径及其长度分别为$p=0_{1\times|\tau_j|}$，$l=0$；最优路径及其长度为$bp=0_{1\times|\tau_j|}$，$bl=\inf$；递归深度$d=1$。其中，$0_{1\times|\tau_j|}$表示长度为$|\tau_j|$的0向量。进入步骤5。

步骤5：判断$k\leqslant|q_j|$，若成立，令$o=q_j(k)$，$p(d)=o$，$v(o)=true$，进入步骤6；否则，转步骤9。

步骤6：调用深度优先搜索(DFS)算法(算法6)，输入$DFS(o,\ d,\ v,\ p,\ l,\ bp,\ bl,\ \boldsymbol{W}_j^1)$，获取以$q_j(k)$为起点的在$\boldsymbol{W}_j^1$中的最短哈密顿路径$bp$及其长度$bl$。进入步骤7。

步骤7：判断$bl<f_j^2$是否成立，若成立，令$\kappa_j=bp$，$f_j^2=bl$，转步骤8；否则，直接转步骤8。

步骤8：回溯，令$v(q_j(k))=false$，$k=k+1$。转步骤5。

步骤9：令$j=j+1$，$\sum_{j\in J}f_j^2=\sum_{j\in J}f_j^2+f_j^2$，转步骤2。

步骤 10：输出$\{f_j^2|j\in J\}$、$\{\kappa_j|j\in J\}$以及$\sum_{j\in J}f_j^2$。算法结束。

3.3　子模型 M3 求解(算法 5)

基于 1.3 节的讨论与 2.2.4 的模型构建，设计算法 5 对 M3 进行求解。当列车$j\in J$在中间站$s\in\nu_j$进行倒钩作业时，根据式(9)、式(10)、式(31)构建出发列车j在中间站s的相关车组邻接矩阵$\boldsymbol{W}_{j,\,s}^2$，$\boldsymbol{W}_{j,\,s}^3$，调用深度优先搜索算法(算法 6)求解基于矩阵$\boldsymbol{W}_{j,\,s}^2+\boldsymbol{W}_{j,\,s}^3$的最优倒钩数$f_{j,\,s}^3$与对应方案$m_s^j$，最后累加$f_{j,\,s}^3$构成总的服务范围内中间站的倒钩数，具体操作如下。

步骤 1：初始化$j=1$，$\sum_{s\in S}\sum_{j\in J}f_{j,\,s}^3=0$，进入步骤 2。

步骤 2：判断$j\leqslant|J|$，若成立，初始化$s=1$，并读取出发列车j车组连挂顺序κ_j以及到站集合ν_j，进入步骤 3；否则，转步骤 11。

步骤 3：判断$s\leqslant\left|\nu_j\right|$，若成立，进入步骤 4；否则，令$j=j+1$，转步骤 2。

步骤 4：根据式(9)、式(10)、式(31)等计算矩阵$\boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^2$与$\boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^3$，并计算集合$q_{\nu_j(s)}^j=\{c|c\in\phi_s^j,\ \mu_c=\min_{c'\in\phi_s^j}\{\mu_{c'}\}\}$，其中，集合$q_{\nu_j(s)}^j$表示最晚送车的车组编号。进入步骤 5。

步骤 5：初始化，循环次数$k=1$；列车j在站$\nu_j(s)$最优倒钩方案$m_{\nu_j(s)}^j=0_{1\times\left|\phi_{\nu_j(s)}^j\right|}$，对应最优倒钩数$f_{j,\,\nu_j(s)}^3=\inf$；访问标记数组$v=false$，其中，$v\in\mathbb{R}^{\left|\phi_{\nu_j(s)}^j\right|\times1}$；初始路径及其长度分别为$p=0_{1\times|\phi_s^j|}$，$l=0$；最优路径及其长度为$bp=0_{1\times|\phi_s^j|}$，$bl=\inf$；递归深度$d=1$。进入步骤 6。

步骤 6：判断$k\leqslant\left|q_{\nu_j(s)}^j\right|$，若成立，令$o=q_{\nu_j(s)}^j(k)$，$p(d)=o$，$v(o)=true$，进入步骤 7；否则，转步骤 10。

步骤 7：调用 DFS 算法(算法 6)，调用$[bp,\ bl]=DFS(o,\ d,\ v,\ p,\ l,\ bp,\ bl,\ \boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^2+\boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^3)$，并令

$$bl=bl+\operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^{\left|\phi_{\nu_j(s)}^j\right|-1}\boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^2(bp(i),\ bp(i+1))\right)+\operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^{\left|\phi_{\nu_j(s)}^j\right|-1}\boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^3(bp(i),\ bp(i+1))\right),$$

获取以$q_{\nu_j(s)}^j(k)$为起点的在$\boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^2+\boldsymbol{W}_{j,\,\nu_j(s)}^3$中的最短哈密顿路径$bp$及其长度$bl$。进入步骤 8。

步骤 8：判断$bl<f_{j,\,\nu_j(s)}^3$，若成立，令$m_{\nu_j(s)}^j=bp$，$f_{j,\,\nu_j(s)}^3=bl$，进入步骤 9；否则，直接进入步骤 9。

步骤 9：回溯，令$v(q_{\nu_j(s)}^j(k))=false$，$k=k+1$，转步骤 6。

步骤 10：令$s=s+1$，$\sum_{s\in S}\sum_{j\in J}f_{j,\,s}^3=\sum_{s\in S}\sum_{j\in J}f_{j,\,s}^3+f_{j,\,\nu_j(s)}^3$，转步骤 3。

步骤 11：输出$\left\{f_{j,\,s}^3|j\in J,\ s\in\nu_j\right\}$、$\left\{m_s^j|j\in J,\ s\in\nu_j\right\}$以及$\sum_{s\in S}\sum_{j\in J}f_{j,\,s}^3$。算法结束。

3.4　深度优先搜索(算法 6)

DFS 算法(算法 6)是基于既有邻接矩阵，以设定的o为起点，搜索经过邻接矩阵所有相关点的最小权重哈密顿路径的回溯算法。本算法主要采用递归的思路，当检索到存在经过所有相关点的哈密顿路径p权重l小于等于当前bl时，更新bp与bl。为加快算法求解速度，规定当正处于搜索状态的哈密顿路径p的权重l大于等于当前bl时，此时继续沿着当前节点搜索的路径权重必将大于当前最优路径长度，故此时放弃对当前节点的继续搜索，直接返回上一级。

通过该算法，得到初始输入o为起点的经过邻接矩阵$\boldsymbol{W}_{\text{temp}}$所有相关点的权重最小的哈密顿路径。DFS 算法流程图如图 10 所示。

4　算例分析

为验证提出的算法与模型的有效性，选取文献[20]第 5 节中的数据为基础构造算例，基于上述模型与算法，在处理器为 Intel(R) Core(TM)i9、运行内存为 16 G 的计算机上进行求解。

4.1　算例设置

技术站的调车场共设置 10 条调车线用于集结车辆，在倒钩作业中不考虑中间站线路限制。式(11)中$[\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3]$的取值参考文献[20]对应各作业环节的平均单钩成本，即[28.27，212.01，62.01]；由于送车车钩为固定值 52，故令α_4为 0；令惩罚系数$\alpha_5=10\,000$；调车线有效长利用率θ统一取 0.8；$[t_1,\ t_2,\ t_3]$分别为[0.1，0.1，0.01]。技术站调车线长度如表 4 所

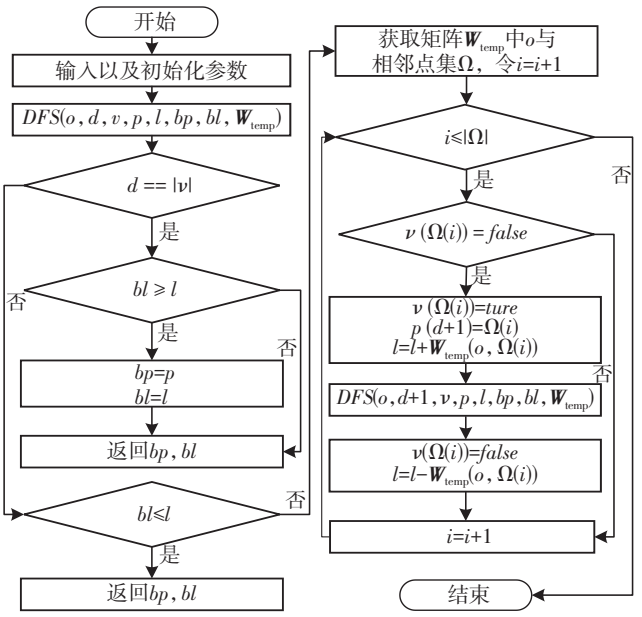


图10　DFS算法流程图

Fig.10　Flow of DFS algorithm

表4　技术站调车线长度　　辆

Tab.4　Length of classification track

调车线	有效长	调车线	有效长	调车线	有效长
R1	45	R5	55	R9	50
R2	50	R6	50	R10	45
R3	45	R7	40		
R4	50	R8	45		

示，列车解编方案如表5所示，车组方案如表6所示。其中，表6展示了车组的详细信息，该阶段内所有车组到站均为管内。序号是指车组编号；第2列分别表示车组所属的到达/出发列车编号、车组所含车辆数、车组目标中间站编号以及车组目标专用线编号。对于车组专用线组号细分程度，若车组送车顺序越靠前，则编号越大；对于中间站编号，若列车到站顺序越靠前，则编号越大。

表5　列车解编方案

Tab.5　Train disassembling and formation scheme

到达列车	解体开始时刻	解体结束时刻	出发列车	编组开始时刻	编组结束时刻
A0	8:20	8:40	B1	9:00	9:20
A1	8:40	9:00	B2	9:20	9:40
A2	9:00	9:20	B3	9:40	10:00
A3	9:20	9:40	B4	10:00	10:20
A4	9:40	10:00	B5	10:20	10:40
A5	10:00	10:20	B6	10:40	11:00
A6	10:20	10:40	B7	11:00	11:20
A7	10:40	11:00	B8	11:20	11:40
A8	11:00	11:20	B9	11:40	12:00
			B10	12:01	12:02

表6　车组方案

Tab.6　Train group scheme

序号	到达/出发列车编号/车辆数/到达中间站/到达专用线	序号	到达/出发列车编号/车辆数/到达中间站/到达专用线	序号	到达/出发列车编号/车辆数/到达中间站/到达专用线
1	A0/B1/6/1/3	32	A3/B5/5/3/2	63	A6/B7/5/2/2
2	A0/B2/5/3/2	33	A3/B3/6/6/1	64	A6/B7/3/1/3
3	A0/B3/3/4/1	34	A3/B3/3/1/2	65	A6/B8/4/5/2
4	A1/B2/3/5/2	35	A3/B4/2/1/3	66	A6/B6/3/1/1
5	A1/B1/11/7/2	36	A3/B3/4/4/2	67	A6/B6/2/7/1
6	A1/B3/2/1/1	37	A3/B5/2/5/1	68	A6/B8/5/3/2
7	A1/B1/2/5/2	38	A4/B6/4/3/1	69	A6/B6/6/1/2
8	A1/B4/6/6/3	39	A4/B4/2/1/3	70	A6/B7/8/6/2
9	A1/B1/10/5/1	40	A4/B6/1/1/2	71	A7/B8/5/5/1
10	A1/B3/2/1/1	41	A4/B4/8/7/1	72	A7/B7/6/7/2
11	A2/B1/5/1/3	42	A4/B7/7/2/3	73	A7/B10/2/1/1
12	A2/B2/2/5/2	43	A4/B6/1/1/2	74	A7/B7/5/1/3
13	A2/B3/1/1/1	44	A4/B6/2/7/1	75	A7/B8/2/5/2
14	A2/B1/3/1/3	45	A4/B4/4/6/6	76	A7/B7/1/1/2
15	A2/B1/6/7/1	46	A4/B9/5/4/4	77	A7/B9/12/7/1
16	A2/B3/3/1/2	47	A4/B6/3/1/1	78	A7/B7/7/2/1
17	A2/B4/1/1/1	48	A4/B4/2/1/3	79	A7/B8/5/3/2
18	A2/B4/4/1/3	49	A4/B4/11/6/6	80	A7/B7/6/5/1

续表

序号	到达/出发列车编号/车辆数/到达中间站/到达专用线	序号	到达/出发列车编号/车辆数/到达中间站/到达专用线	序号	到达/出发列车编号/车辆数/到达中间站/到达专用线
19	A2/B2/8/5/1	50	A5/B6/4/1/1	81	A7/B7/6/2/3
20	A2/B2/8/5/2	51	A5/B6/8/7/2	82	A8/B10/4/6/1
21	A2/B4/4/7/1	52	A5/B5/5/3/2	83	A8/B8/14/5/1
22	A2/B2/3/3/2	53	A5/B7/7/1/3	84	A8/B8/8/1/3
23	A2/B2/10/5/1	54	A5/B6/6/7/1	85	A8/B9/6/7/2
24	A2/B2/12/2/1	55	A5/B5/3/3/2	86	A8/B10/2/1/1
25	A2/B3/3/1/2	56	A5/B5/11/5/1	87	A8/B8/3/1/2
26	A3/B3/15/3/1	57	A5/B5/4/1/1	88	A8/B8/8/5/1
27	A3/B5/3/5/2	58	A5/B9/3/6/2	89	A8/B9/8/5/2
28	A3/B4/2/1/3	59	A5/B7/4/6/1	90	A8/B9/6/7/1
29	A3/B3/5/1/1	60	A6/B9/3/4/1	91	A8/B8/3/3/2
30	A3/B5/8/7/2	61	A6/B6/6/1/2		
31	A3/B4/2/7/1	62	A6/B6/12/7/1		

4.2　计算结果

模拟退火算法的初始温度 T、停止温度 T'、Markov链长度 M、衰减系数 λ 与最大重复次数 r 分别设置为[50，0.01，200，0.95，200]。依次调整调车场股道数量、组号$\{b_c|c \in C\}$细分情况，记录调车线运用优化模型结果。组号细分方案及其求解结果如表7所示。考虑到启发式算法求解结果具有波动性，利用多线程的方法，针对每一类场景，同步执行12次，其中仅记录最优结果。

表7记录了3种组号细分方案下的结果。情况1为按站顺+专用线细分组号，情况2仅对编号不大于4的中间站进行细分组号，情况3则仅依照站顺进行组号划分。调车线数量的变化是基于表4所示的前10条调车线依序选取，如设置为8条调车线时即取前8条。出发列车编组顺序($|R|=9$)如表8所示。为进一步分析组号细分对调车线使用的影响，图11—图14分别展示了当技术站可用调车线数量为9时，不同组号条件下技术站调车线运用方案以及对应适应度曲线进化过程。调车线运用方案(情况1)如图11所示，调车线运用方案(情况2)如图12所示，调车线运用方案(情况3)如图13所示，适应度进化曲线图如图14所示。

对比不同组号细分下相同调车线数量条件的求解结果，组号细分越彻底，求解时间越少、技术站调车作业量越大、中间站调车作业量越小；对比相同组号细分下不同调车线数量条件的求解结果，当技术站调车线数量较为充足时，随着调车线数量进一步增加、解空间逐步扩大，在限定的可接受求解时间内，启发式算法的求解质量呈现下降趋势，如情况3中，技术站调车线数量由9增加至10时，解的质量略微下降。

在计算效率方面，当调车线数量固定时，组号细分越彻底，计算所消耗时间越少。例如，当调车线数量为10时，对于表7中的3种情况，并行运算12次所消耗的时间分别为382 s，598 s，900 s，而对应的钩分值分别为10 388.64，10 424.67，10 620.75。

表7　组号细分方案及其求解结果

Tab.7　Block subdivision schemes and solution results

调车线数量	情况1：$b_c=\mu_c$，$\forall c \in C$					情况2：$b_{\phi_s^j}=0$，$\forall s \leqslant 4$，$j \in J$；$b_{\phi_s^j}=\mu_{\phi_s^j}$，$\forall s>4$，$j \in J$					情况3：$b_c=0$，$\forall c \in C$				
	技术站		中间站		时间/s	技术站		中间站		时间/s	技术站		中间站		时间/s
	溜放钩数	连挂钩数	倒钩数	总钩分		溜放钩数	连挂钩数	倒钩数	总钩分		溜放钩数	连挂钩数	倒钩数	总钩分	
8	75	41	0	10 812.66	452	76	36	13	10 587.01	566	76	36	16	10 773.04	614
9	75	41	0	10 812.66	370	76	37	8	10 488.97	582	76	36	12	10 525.00	643
10	75	39	0	10 388.64	382	75	38	4	10 424.67	598	75	36	14	10 620.75	900

表8　出发列车编组顺序($|R|=9$)

Tab.8　Formation sequence of departing trains ($|R|=9$)

出发列车	调车线运用方案/调车线+车辆数(车组)		
	情况1(总去向数19)	情况2(总去向数12)	情况3(总去向数7)
B1	C1，C11，C14，C9，C7，C15，C5	C1，C11，C14，C9，C7，C15，C5	C11，C14，C1，C7，C9，C15，C5
B2	C24，C2，C22，C23，C19，C20，C4，C12	C24，C2，C22，C23，C19，C20，C4，C12	C24，C2，C22，C23，C19，C20，C4，C12
B3	C6，C10，C13，C29，C34，C16，C25，C26，C3，C36，C33	C6，C10，C13，C29，C34，C16，C25，C26，C3，C36，C33	C6，C10，C13，C29，C34，C16，C25，C26，C3，C36，C33
B4	C17，C18，C28，C39，C35，C48，C8，C45，C49，C21，C31，C41	C17，C18，C28，C35，C39，C48，C8，C45，C49，C21，C31，C41	C17，C18，C28，C35，C39，C48，C8，C45，C49，C21，C31，C41
B5	C57，C32，C52，C55，C56，C37，C27，C30	C57，C32，C52，C55，C56，C37，C27，C30	C57，C32，C52，C55，C56，C37，C27，C30
B6	C47，C50，C66，C69，C40，C43，C61，C38，C44，C54，C62，C67，C51	C47，C50，C66，C69，C40，C43，C61，C38，C54，C62，C67，C44，C51	C47，C50，C66，C69，C40，C43，C61，C38，C54，C62，C67，C44，C51
B7	C76，C53，C64，C74，C78，C63，C81，C42，C80，C59，C70，C72	C53，C64，C74，C76，C78，C63，C81，C42，C80，C59，C70，C72	C53，C64，C74，C76，C78，C63，C81，C42，C80，C59，C70，C72
B8	C87，C84，C79，C91，C68，C71，C83，C88，C65，C75	C87，C84，C91，C79，C68，C71，C83，C88，C65，C75	C87，C84，C91，C79，C68，C71，C83，C88，C65，C75
B9	C60，C46，C89，C58，C77，C90，C85	C46，C60，C89，C58，C90，C77，C85	C46，C60，C89，C58，C90，C77，C85
B10	C86，C73，C82	C86，C73，C82	C86，C73，C82

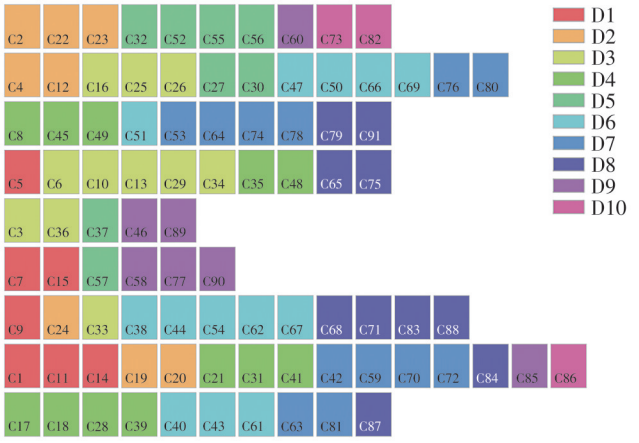


图11　调车线运用方案(情况1)

Fig.11　Classification track assignment: Case 1

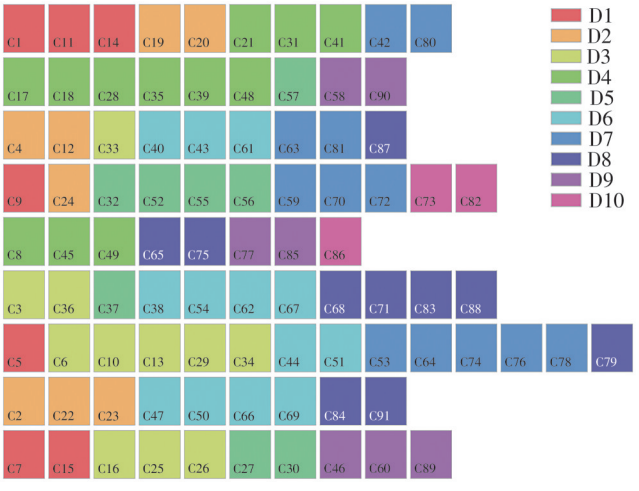


图12　调车线运用方案(情况2)

Fig.12　Classification track assignment: Case 2

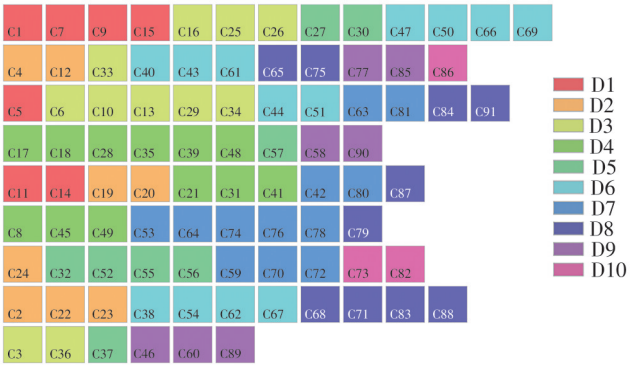


图13　调车线运用方案(情况3)

Fig.13　Classification track assignment: Case 3

表明通过适度的组号细分，组号细分方案在求解时间与作业效率之间能取得良好的平衡，在不明显改变技术站作业负担条件下，可以大幅降低中间站调车作业量。

5　结论

研究基于服务中间站模式需求，围绕调车线运用对技术站与中间站作业的联动影响，提出一种基于组号细分的技术站调车线运用综合优化模型，并设计以模拟退火为框架的算法进行求解。通过算例验证，得到主要结论如下。

（1）将调车线运用方案转化为若干哈密顿路径的组合问题，提出由技术站调车线运用方案优化主模型(M1)、技术站溜放解体与编组连挂方案优化子

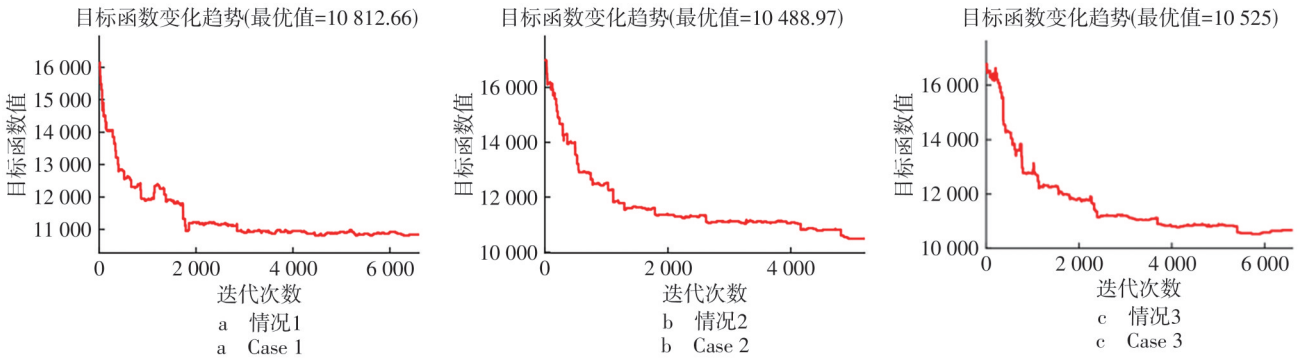


图14　适应度进化曲线图

Fig.14　Fitness evolution curve

模型(M2)及中间站倒钩作业方案优化子模型(M3)构成的优化模型框架，考虑调车线存车能力、车组编组时段/顺序等约束及组号细分要求等多种约束，形成覆盖技术站调车线运用与中间站倒钩作业全过程的优化机制。

（2）研究提出的调车线运用优化模型能有效处理技术站和中间站调车任务分配问题，设计的算法在可接受时间范围内得到较优可行解。

（3）在求解中间站倒钩作业方案优化模型(M3)时，所求最短哈密顿路径反映了“车组重排”的最优钩数与相应牵出钩顺序。然而，该路径在推进费用拓扑图中体现的是子车列的划分逻辑，尚无法直接用于指导推进钩作业的具体执行。因此，将该结果等价于实际推进钩+牵出钩计划，还需进一步研究。

参考文献：

[1] 张英群，宋　瑞，黎浩东. 基于阶段配流计划的编组站分类线运用优化研究[J]. 交通运输系统工程与信息，2016，16(3)：120-125.
ZHANG Yingqun，SONG Rui，LI Haodong. Optimization of Classification Track Assignment Based on the Railcar Connection Plan in Hump Yard[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2016，16(3)：120-125.

[2] 赵　军，张思宇，彭其渊. 考虑解编调车成本的铁路技术站调车线运用优化[J]. 铁道学报，2020，42(8)：10-22.
ZHAO Jun，ZHANG Siyu，PENG Qiyuan. Classification Track Assignment Considering Sorting and Assembly Shunting Cost at Railway Technical Stations[J]. Journal of the China Railway Society，2020，42(8)：10-22.

[3] GATTO M，MAUE J，MIHALÁK M，et al. Shunting for Dummies：An Introductory Algorithmic Survey[C]//Robust and Online Large-Scale Optimization：Models and Techniques for Transportation Systems. Berlin，Heidelberg：Springer，2009：310-337.

[4] HANSMANN R S，ZIMMERMANN U T. Optimal Sorting of Rolling Stock at Hump Yards[C]//Mathematics-Key Technology for the Future：Joint Projects between Universities and Industry 2004—2007. Berlin，Heidelberg：Springer，2008：189-203.

[5] DAHLHAUS E，HORAK P，MILLER M，et al. The Train Marshalling Problem[J]. Discrete Applied Mathematics，2000，103(1-3)：41-54.

[6] JAEHN F，RIEDER J，WIEHL A. Minimizing Delays in a Shunting Yard[J]. OR Spectrum，2015，37(2)：407-429.

[7] JAEHN F，RIEDER J，WIEHL A. Single-Stage Shunting Minimizing Weighted Departure Times[J]. Omega，2015，52：133-141.

[8] GESTRELIUS S，ARONSSON M，JOBORN M，et al. Towards a Comprehensive Model for Track Allocation and Roll-Time Scheduling at Marshalling Yards[J]. Journal of Rail Transport Planning & Management，2017，7(3)：157-170.

[9] BOHLIN M，GESTRELIUS S，DAHMS F，et al. Optimization Methods for Multistage Freight Train Formation[J]. Transportation Science，2016，50(3)：823-840.

[10] 孙玉明，李红璇. 编制编组站调车场线路固定使用方案的探讨[J]. 铁道运输与经济，2003，25(12)：20-21，59.
SUN Yuming，LI Hongxuan. Discussion on Making Regular Utilization Plan of Shunting Yard Tracks in Marshalling Station[J]. Railway Transport and Economy，2003，25(12)：20-21，59.

[11] 任　勇. 驼峰调车场线路固定使用方案的研究[J]. 太原科技，2003，24(5)：24-26.

REN Yong. Research on the Scheme of Fixed Line Application at Hump Shunting Yard[J]. Taiyuan Science and Technology, 2003, 24(5): 24-26.

[12] 陈伯羽. 铁路编组场线路固定使用方案优选方法研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2006, 3(6): 80-82.
CHEN Boyu. Studying of Optimization of Fixed Usage Plan for Railway Marshalling Yard Tracks[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2006, 3(6): 80-82.

[13] 黎浩东, 宋　瑞, 呼志刚. 铁路编组站分类线运用优化研究[J]. 铁道学报, 2015, 37(12): 8-13.
LI Haodong, SONG Rui, HU Zhigang. Optimization of Classification Track Assignment in Railway Marshaling Yard[J]. Journal of the China Railway Society, 2015, 37(12): 8-13.

[14] 薛　锋, 左大杰, 罗　建. 编组站调车场线群的调整运用模型[J]. 铁道运输与经济, 2011, 33(11): 75-79.
XUE Feng, ZUO Dajie, LUO Jian. Adjustment and Application Model of Shunting Yard Track Group in Marshalling Station[J]. Railway Transport and Economy, 2011, 33(11): 75-79.

[15] ZHANG Y Q, SONG R, HE S W, et al. Optimization of Classification Track Assignment Considering Block Sequence at Train Marshaling Yard[J]. Journal of Advanced Transportation, 2018, 2018(1): 3802032.

[16] 马　亮, 张晓霞, 郭　进. 基于启发式回溯算法的铁路编组站调车场股道活用研究[J]. 铁道学报, 2016, 38(8): 16-22.
MA Liang, ZHANG Xiaoxia, GUO Jin. Study on Flexible Utilization of Shunting Tracks in a Marshalling Station Based on Heuristic Backtracking[J]. Journal of the China Railway Society, 2016, 38(8): 16-22.

[17] 赵　军, 张煜婷, 张思宇. 铁路技术站作业计划综合编制的优化模型研究[J]. 交通运输工程与信息学报, 2020, 18(4): 11-22.
ZHAO Jun, ZHANG Yuting, ZHANG Siyu. Optimization Model for the Integrated Operation Plan at Railway Technical Stations[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2020, 18(4): 11-22.

[18] 张煜婷. 铁路技术站配流与调车线运用的综合优化研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2020.

[19] 薛　锋. 编组站调度系统配流协同优化理论与方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2009.

[20] 吴　杰. 基于服务组号的技术站调车组织优化研究[D]. 北京: 中国铁道科学研究院, 2021.

[21] 王道奇, 祖鑫雨, 赵　军, 等. 开行技术站服务中间站列车对运输组织效率影响研究[J]. 铁道运输与经济, 2025, 47(2): 119-130.
WANG Daoqi, ZU Xinyu, ZHAO Jun, et al. Influence of Operating Trains Making Technical Stations Service Intermediate Stations on Transportation Organization Efficiency[J]. Railway Transport and Economy, 2025, 47(2): 119-130.

[22] 张炜晗, 杨哲元, 史　淦, 等. 铁路区段站服务中间站运输组织评价研究[J]. 铁道运输与经济, 2025, 47(7): 97-104.
ZHANG Weihan, YANG Zheyuan, SHI Gan, et al. Evaluation of Transportation Organization at District Stations Serving Intermediate Stations in Railway Systems[J]. Railway Transport and Economy, 2025, 47(7): 97-104.

[23] 孙　焰, 牟世斌, 张俊杰, 等. 求选编钩计划最优下落方案的一种最短路算法[J]. 铁道运输与经济, 2011, 33(10): 64-69.
SUN Yan, MOU Shibin, ZHANG Junjie, et al. A Shortest-Path Algorithm for the Optimum of the Fall-down Plan of Wagon Groups[J]. Railway Transport and Economy, 2011, 33(10): 64-69.

(责任编辑　金　颖)