引用格式:扈献磊,战庆亮,于利辉,等. 正弦振荡来流下低雷诺数圆柱的绕流模态分析[J].大连海事大学学报,2026,52(3):71-81.

正弦振荡来流下低雷诺数圆柱的绕流模态分析

扈献磊[1],战庆亮*[1],于利辉[2],王智勇[3],郭 耀[4],陈一飞[5],许 浒[1]
(1.大连海事大学 交通运输工程学院,辽宁 大连 116026;2.和邢铁路有限责任公司,河北 邢台 054000;
3.中国航发上海商用航空发动机制造有限责任公司,上海 200003;4.河南交建科技发展有限公司,郑州 451162;
5.大连交通大学 交通工程学院,辽宁 大连 116028)

摘要:针对非零均值正弦振荡来流下的低雷诺数圆柱绕流问题开展非定常流动模拟,采用本征正交分解(POD)方法对其尾流结构进行分析。运用数值模拟方法模拟固定速度来流、低频正弦振荡来流和高频正弦振荡来流工况下的圆柱周围流场数据,并分别对压力场、顺流向速度场和横流向速度场进行分解与分析。结果表明:正弦振荡来流会引发能量向高阶模态传递,需要更多阶模态才能达到与均匀流相同的流场表征精度;高频正弦振荡来流会重构压力主导模态,使表征周期脉动压力的第2阶模态取代第1阶平均模态;正弦振荡来流会在模态时间系数主频中引入来流频率成分,当该频率成分为主频时,对应的模态云图与均匀流场差异显著。研究结果可为海洋工程深海立管、海上风电桩等结构在振荡流下的流固耦合分析提供理论参考。

关键词:正弦振荡来流;低雷诺数;圆柱绕流;模态分析;本征正交分解(POD)

中图分类号:O35;P751 **文献标志码**:A

文章编号:1006-7736(2026)03-0071-11

doi:10.16411/j.cnki.issn1006-7736.2026.03.007

Modal analysis of flow around a circular cylinder at low Reynolds numbers under sinusoidal oscillating inflow

Hu Xianlei[1], Zhan Qingliang*[1], Yu Lihui[2], Wang Zhiyong[3], Guo Yao[4], Chen Yifei[5], Xu Hu[1]

(1. *College of Transportation Engineering*, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 2. Hexing Railway Co., Ltd., Xingtai 054000, China; 3 AECC Commercial Aircraft Engine Manufacturing Co., Ltd., Shanghai 200003, China; 4 Henan Transport Investment Technology Development Co., Ltd., Zhengzhou 451162, China; 5. *School of Transportation Engineering*, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

Abstract: Unsteady flow simulations were conducted for low-Reynolds-number circular cylinder flow under non-zero-mean sinusoidally oscillating inflow, and the wake structure was analyzed by using proper orthogonal decomposition (POD) method. Numerical simulations were performed to model flow fields around a circular cylinder under steady inflow, low-frequency sinusoidally oscillating inflow, and high-frequency sinusoidally oscillating inflow conditions, and the pressure field, streamwise velocity field, and transverse velocity field were then decomposed and analyzed respectively. The results show that sinusoidally oscillating inflow induces energy transfer to higher-order modes, requiring more modal orders to achieve the same flow field representation accuracy as steady inflow. High-frequency sinusoidally oscillating inflow reorganizes pressure-dominant modes, causing the second-order mode representing periodic fluctuating pressure to supersede the first-order mean mode. The sinusoidally oscillating inflow induces superposition of inflow frequency components onto the dominant frequency of modal temporal coefficients. When this frequency component becomes dominant, the corresponding modal contour patterns exhibit marked discrepancies from those under steady inflow. The research results can provide a theoretical reference for the fluid-solid coupling analysis and anti-vibration design of deep-sea risers and offshore wind power piles in ocean engineering under oscillating flow.

收稿日期:2026-01-08;**修回日期**:2026-04-28

基金项目:大连海事大学博联科研基金(3132023619);交通行业重点实验室开放课题(KLWRTBMC21-02);辽宁省科技计划联合计划(2025-MSLH-108)

作者简介:扈献磊(2002—),男,硕士生;战庆亮*(1987—),男,博士,讲师,E-mail:zhanqingliang@163.com

Key words: sinusoidally oscillating inflow; low-Reynolds-number; circular cylinder flow; modal analysis; proper orthogonal decomposition (POD)

0 引 言

正弦振荡来流广泛存在于海洋结构波浪作用、城市风环境及结构风工程等场景中,具有重要研究价值。

正弦振荡来流按均值特性可分为均值非零和均值为零两类。对于均值为零的正弦振荡来流,王坤鹏等[1]对 *KC* 数为 25 和 50 两种来流下涡激振荡进行了数值模拟,结果发现,振荡来流会激发更复杂的振动模态;Williamson[2]通过实验研究了振荡中圆柱周围涡脱方式,发现不同正弦振荡来流振幅下圆柱周围存在多种涡脱模式;Zhao 等[3]模拟了 *KC* 数为 10 和 20、折合速度为 1~36 的振荡来流中圆柱涡激振动,发现振动响应频率成分与折合速度有关。对于均值非零的正弦振荡来流,刘鑫等[4]通过对低雷诺数下圆柱绕流的数值模拟,研究了不同振荡周期下结构受力与流场形态差异;于利辉等[5]采用流场模拟程序模拟了高、低频正弦振荡来流下圆柱涡激振荡响应特征以及与均匀流的差异;Li 等[6]通过实验研究了柔性管道在振荡来流作用下的涡激振动特性,发现其在振荡流作用下存在间歇性振荡、滞后效应及模态转换现象;于春放等[7]开展了 $Re=1000$ 的圆柱绕流三维大涡模拟,分析了 0~0.3 Hz 正弦振荡来流对圆柱气动力与流场特性的影响,发现阻力系数主导频率与来流频率一致,升力系数频谱呈现三个涡脱频率关联峰值;Liu 等[8]采用切片法对振荡流下柔性立管的涡激振动开展研究,探究了来流速度与多模态振动之间的相关性。目前,针对正弦振荡来流与均匀流的结构影响差异研究,主要集中于气动力系数及涡激振动特征的表征,其深层机理仍需深入探索。

本征正交分解(POD)作为一种高效的数据驱动型流场分析方法,是揭示非定常流动本质特性的有效方法之一[9]。快照 POD 方法能够处理空间维度较大的流场数据矩阵[10],已广泛应用于流场分析中。Shi 等[11]采用 POD 方法分析 PIV 测量数据,发现该方法可有效识别尾流主能量模态与流动结构,并揭示了不同间隙宽度下尾流模式的演变规律;Min 等[12]通过数值模拟结合 POD、DMD 及 POD-BPNN 代理模型,实现了双圆柱流场主导结构提取与非样本点压力场预测;Feng 等[13]通过 PIV 技术和 POD 方法,分析了合成喷射对圆柱体尾涡动力学的控制机制,讨论了不同动量系数下尾涡脱落模式的变化规律;Huera-Huarte 等[14]通过 POD 有效压缩实验数据维度并精准捕捉高能量相干涡结构,为后续模糊聚类的模式分类奠定了基础,即使低能量的 2P 模式也可通过足够阶数的 POD 模态重构实现识别;Wu 等[15]采用 POD 方法处理低动量通道横流射流流场快照数据,证实 POD 方法可以采用较少模态捕捉流场主要能量、提取相干模态。

现有流场 POD 分析研究多聚焦于均匀来流圆柱绕流的动态特性[16],而针对正弦振荡来流进行 POD 分解与机理探究的相对较少。为此,本文采用 POD 方法针对均匀来流、非零均值低频正弦振荡来流和非零均值高频正弦振荡来流三种工况,开展圆柱绕流流场的 POD 分解研究,系统分析不同工况下流场压力 p、横向速度 V、流向速度 U 能量分布规律与空间结构特征,研究正弦振荡来流对圆柱绕流流场主导结构、能量传递和模态演化的影响机制,明确其与均匀流作用下的流场模态特征差异。

1 数值模拟与分析方法

数值模拟部分采用自主开发的非结构化网格流体计算程序 zFlower[17-18],求解域采用非结构化网格对空间进行离散。

1.1 计算模型与网格划分

计算域及网格划分如图 1 所示。圆柱直径为 D,上下游距圆柱中心均为 $24D$。计算域左侧边界条件为速度入口,右侧为压力出口;圆柱表面采用无滑移边界,上下面采用对称边界。为保证数值模拟的准确性,结合网格尺寸与库朗数要求,时间步长选取 0.01 s。

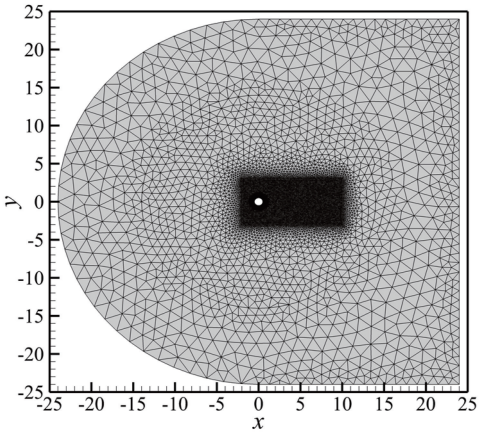


图 1　计算域及网格划分

Fig.1　Computational domain and grid

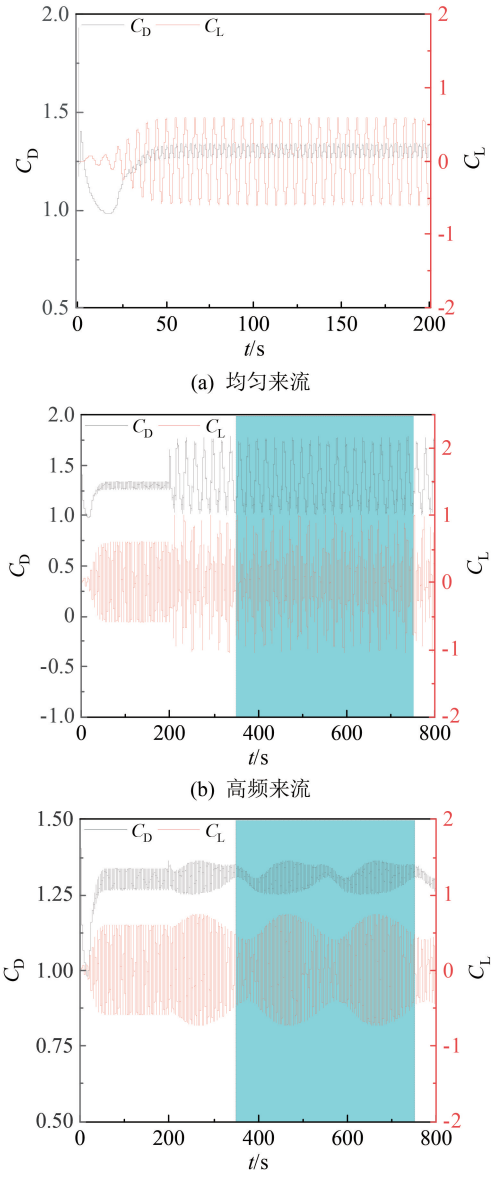
1.2　数值方法验证与算例设置

对 $Re=100$ 工况下静止圆柱绕流[4]与 $Re=200$ 工况下涡激振动问题[19]进行验证。结果表明,本文采用的数值方法与计算程序所得结果与参考文献吻合良好。本文的振荡来流速度表达式为:

$$U=U_0+U_1\sin(2\pi f(t-t_1)) \tag{1}$$

式中:U_0为振荡流均值;U_1为振荡流振幅;f为正弦振荡来流频率;t_1为加入振荡流的时间。本文设定 $U_0=1$ m/s,$U_1=0.3$ m/s,流体密度 $\rho=2$ kg/m^3,运动黏度为 0.01m^2/s,叠加后雷诺数范围为 140~260。两种振荡流在 200 s 之前均为均匀流,200 s 之后加入振幅为 0.3 m/s 的振荡流。其中,低频正弦振荡来流频率 $f=0.005$ Hz,周期 $T=200$ s;高频正弦振荡来流频率 $f=0.05$ Hz,周期 $T=20$ s。

不同工况下升/阻力系数时程曲线如图 2 所示。由图 2 可知,均匀来流工况下,升/阻力系数在稳定阶段幅值恒定;正弦振荡来流加入后,升/阻力系数幅值开始发生变化:高频来流工况下,升/阻力系数时程含有多个频率成分,升/阻力系数幅值较均匀流更大;低频来流工况下,升/阻力系数随来流速度呈现周期性变化,且峰值大于均匀流工况值。



(a) 均匀来流

(b) 高频来流

(c) 低频来流

图 2　不同工况下升/阻力系数时程曲线

Fig.2　Time-history curves of lift/drag coefficients under different flow conditions

1.3　POD 方法

常见 POD 算法包括经典 POD 算法与快照 POD 算法[20]。本文 POD 分析以瞬时流场快照为样本,其第 1 阶模态反映流场时均特性。瞬时流场快照可表示为 $u(x,t_i)$,则由 M 个时间快照脉动分量构建的数据矩阵表示为:

$$\boldsymbol{U}=\left[u(x,t_1),u(x,t_2),\cdots,u(x,t_M)\right] \tag{2}$$

时间相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 表示为:

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U} \tag{3}$$

对 $\boldsymbol{R}$ 进行特征值分解,求解特征值和特征向量:

$$\boldsymbol{R}a_k = \lambda_k a_k \tag{4}$$

式中：λ_k 为特征值，对应模态能量；a_k 为特征向量，即时间系数向量。

正交模态可由特征向量和瞬时流场数据矩阵表示，即

$$\phi_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}}\boldsymbol{U}a_k \tag{5}$$

任意 i 时刻流场可表示为：

$$u(x,t_i) = \sum_{k=1}^{M} b_{ki}\phi_k(x) \tag{6}$$

式中：b_{ki} 为第 k 个模态在 t_i 时刻的时间系数。

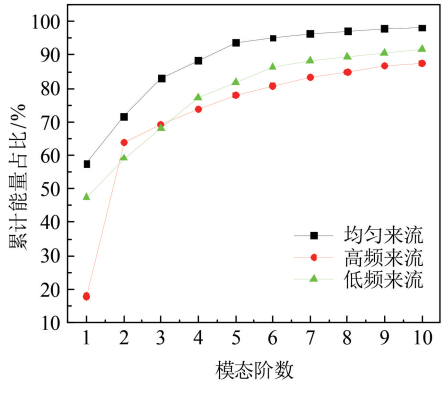
第 k 个模态能量占比表示为：

$$E_k = \lambda_k \Big/ \sum_{i=1}^{M}\lambda_i \tag{7}$$

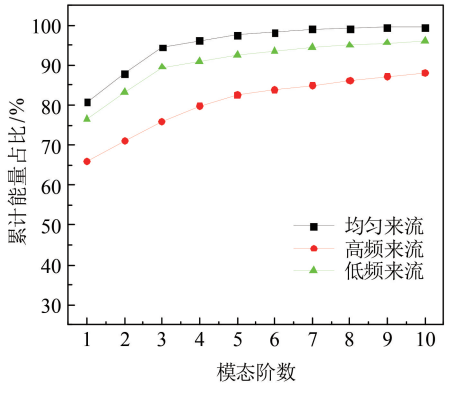
2 POD 结果与分析

2.1 模态能量占比

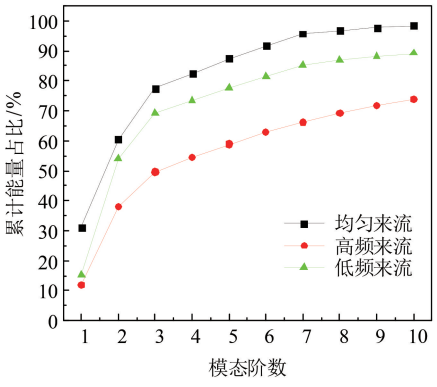
均匀来流工况选取 100 s ~200 s 稳定流场数据进行 POD 分解，高/低频正弦振荡来流工况选取图 2(b)、(c)中阴影部分区域(350 s~750 s)进行模态分解。对压力、速度数据进行 POD 分析，得到前 10 阶模态的累计能量占比，结果如图 3 所示。



(a) 压力 p



(b) 流向速度 U



(c) 横向速度 V

图 3 前 10 阶模态累计能量占比

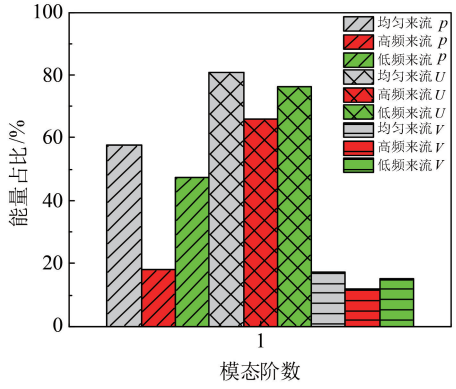
Fig.3 Cumulative energy proportion of first 10 modes

由图 3 可知，均匀流工况下，U、V、p 三个参数的前 5 阶模态占据了总能量的绝大部分(V 的前 5 阶模态累计能量占比达 87.3%)，流场能量集中于中低阶模态。正弦振荡来流工况下，正弦振荡来流导致能量向高阶模态扩散，且正弦振荡来流频率越高，能量向高阶模态扩散的程度越明显：低频正弦振荡来流横向速度 V 的前 5 阶模态能量占比为 77.6%，而高频工况下仅为 58.8%。这一结果表明，正弦振荡来流工况下，流场结构更复杂，能量分布更分散，需要更多的模态数量才能达到与均匀流相同的流场表征精度。

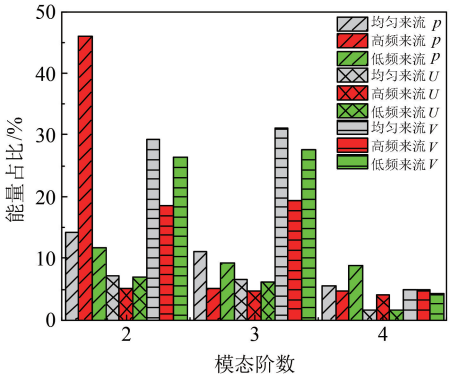
图 4 为前 10 阶模态能量占比。由图 4(a)可知，流向速度 U 在三种工况下，均呈现第 1 阶模态主导；横向速度 V 受流动对称性制约，第 1 阶能量占比显著偏低；压力 p 的模态特性对来流形式敏感。具体而言：均匀来流工况下，U、V、p 三个参数的第 1 阶模态能量占比均高于正弦振荡来流工况，其中，U 的第 1 阶模态能量占比最高，可达 80%以上；低频正弦振荡来流工况下，各参数第 1 阶模态能量占比相较于均匀来流下降 5%~22%，能量有向高阶模态分散的趋势；高频正弦振荡来流中，压力 p 的第 1 阶模态能量占比显著下降，仅为均匀流工况的 30%。由图 4(b)可知，压力 p 的主导模态为第 2 阶模态，表明来流速度的高频变化驱动压力场能量从平均分布(第 1 阶)向周期性脉动(第 2 阶)转移，使后者成为主导模态。

图 4(b)—(d)高阶模态的能量分布规律如下：第 2、3 阶模态能量占比相对突出，为能量转移的主要承接模态。随着模态阶次升高(4 ~ 10

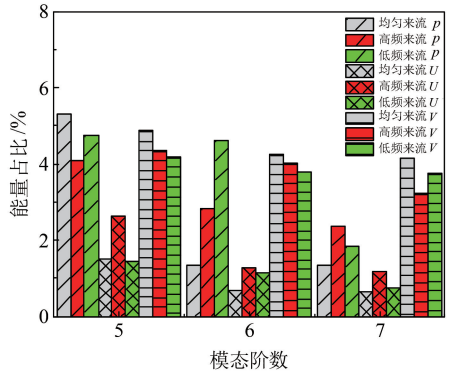
阶),均匀流能量占比的优势逐渐消失,振荡流下 U、V、p 能量占比逐渐接近并超过均匀流工况,且高频来流在高阶模态(8~10 阶)下,U、V、p 能量占比显著大于均匀流,这也表明正弦振荡来流能量分布更分散,振荡流不仅削弱了低阶能量的集中特性,还促使能量向高阶模态转移,其中,高频正弦振荡来流的促进作用更加显著。根据 Navier-Stokes 动量方程,速度场的振荡扰动会被放大传递至压力场,这使其对来流振荡更敏感。高频振荡来流相当于对流场施加高频强迫作用,使能量向更多模态分散。



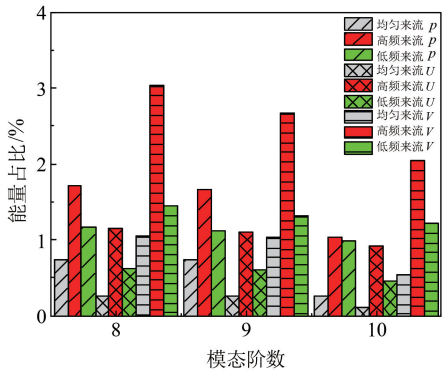
(a) 第 1 阶能量占比



(b) 第 2~4 阶能量占比



(c) 第 5~7 阶能量占比



(d) 第 8~10 阶能量占比

图 4　前 10 阶模态能量占比

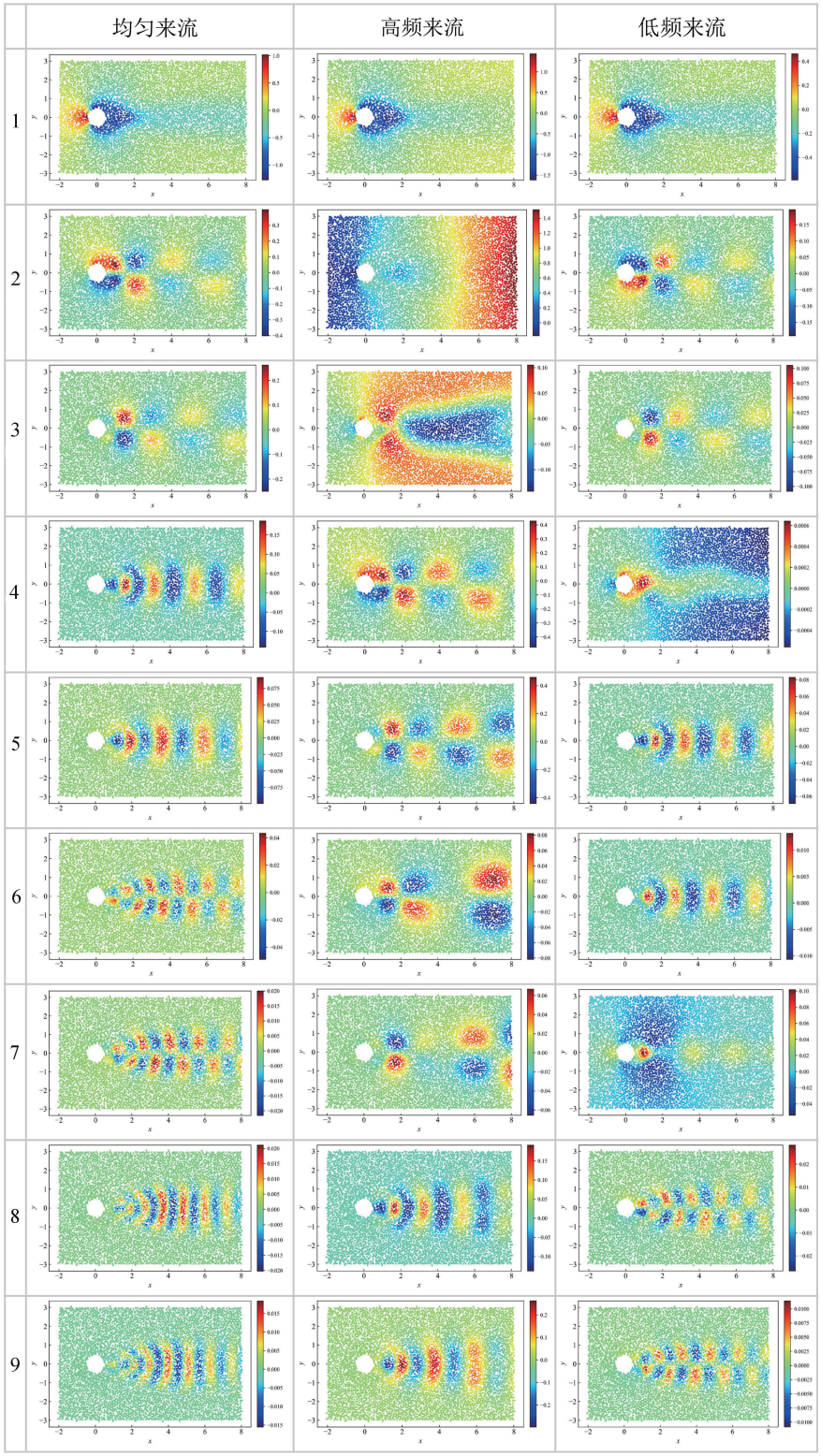
Fig.4　Proportion of energy in the first 10 POD modes

2.2　空间模态结果分析

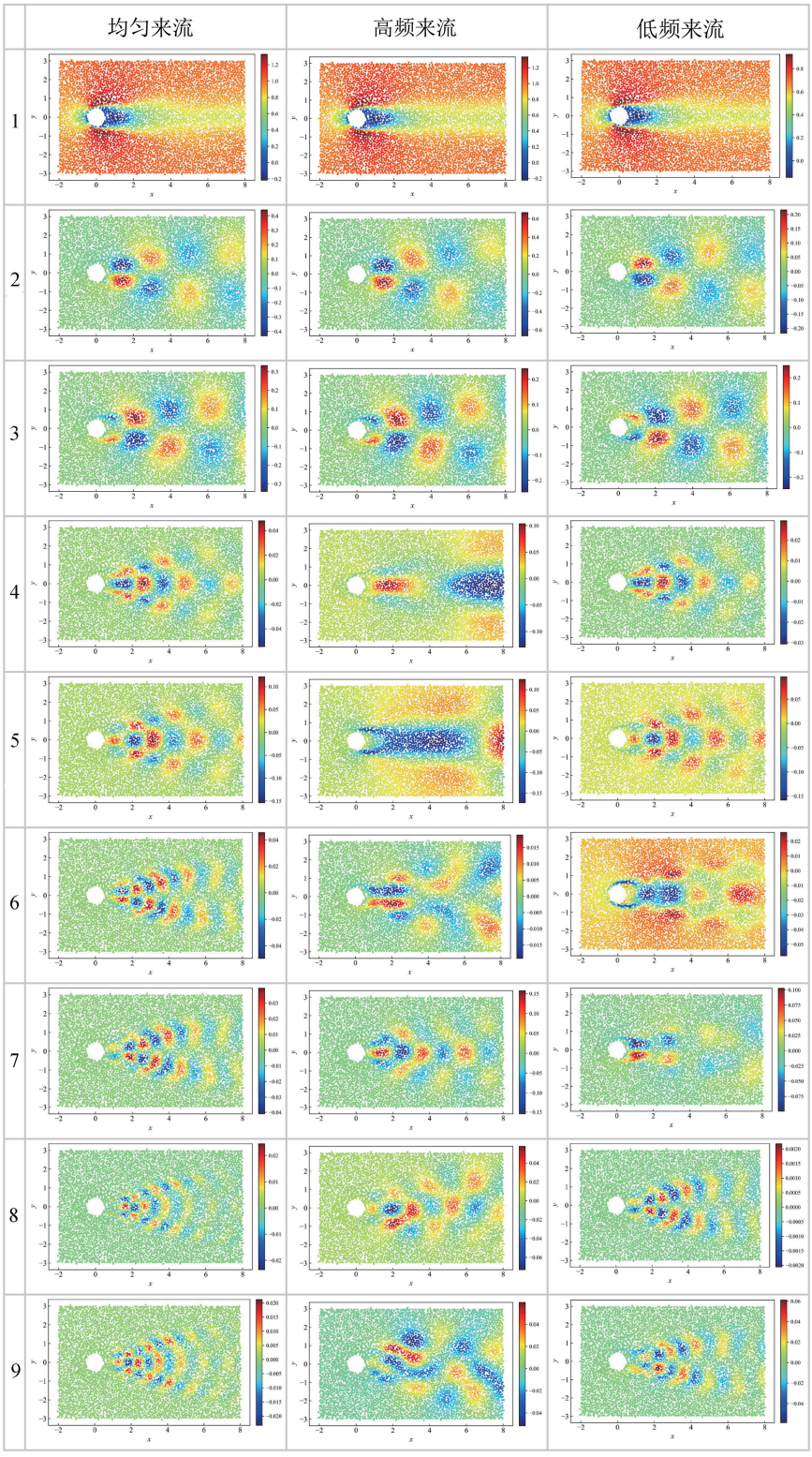
图 5 为不同工况下的模态云图。其中,第 1 阶模态代表平均流场,三种工况下模态结构相近,压力云图呈对称分布,圆柱前端为高压区,后端为低压区且尾迹较长。

第 2、3 阶模态为流场的主导模态。均匀流与低频来流的该阶模态均呈现卡门涡街的反对称交替涡结构;高频来流工况则差异显著,由于压力 p 的第 2 阶模态成为主导模态,圆柱尾流区压力梯度变化剧烈,第 3 阶模态尾迹较长,而 U、V 的第 2、3 阶模态与另外两种工况基本一致,表明高频正弦振荡来流对压力场的影响远大于速度场。

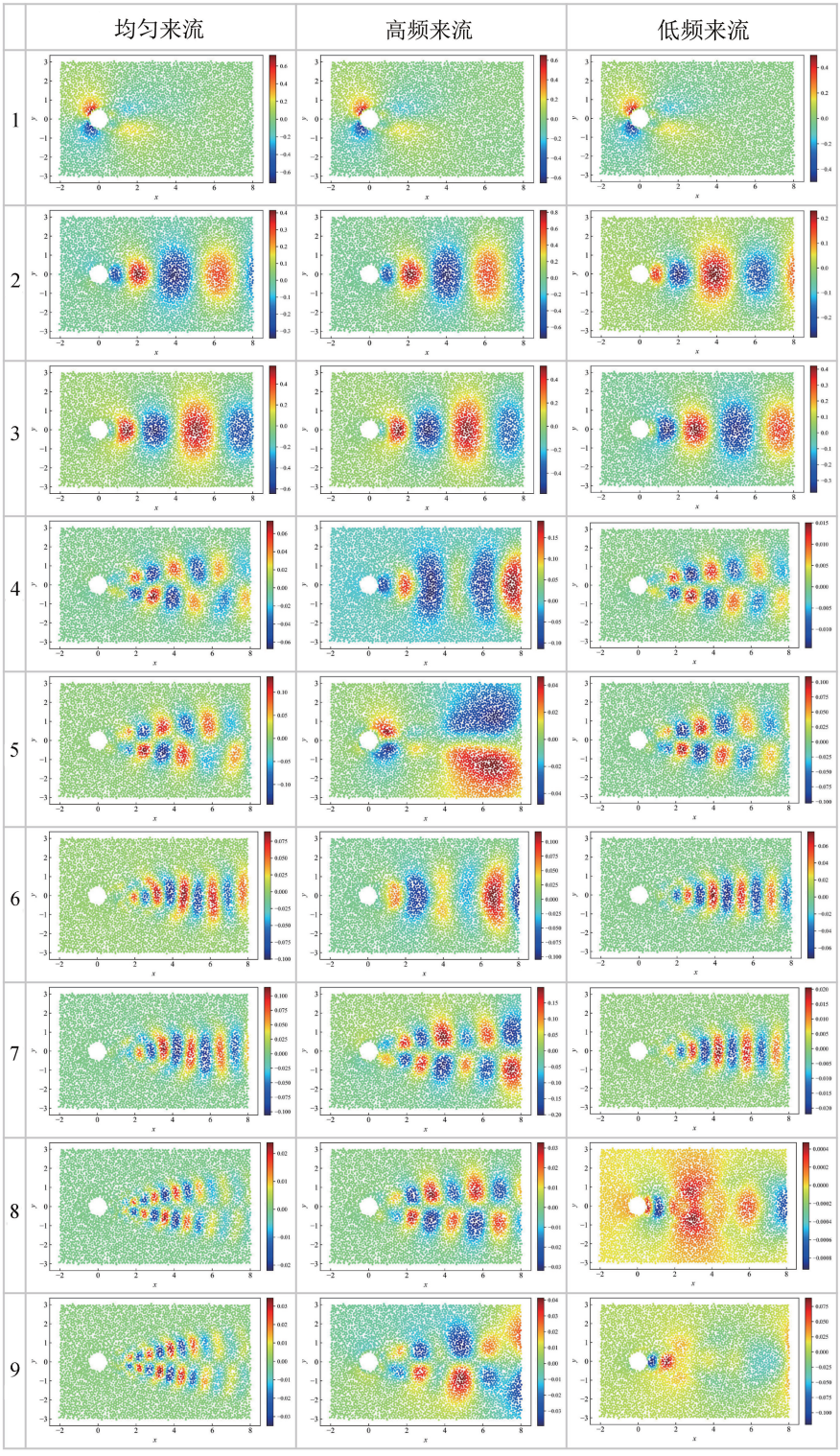
在第 4 阶及以上模态中,均匀流模态结构严格遵循正/反对称的交替分布规律,流向条纹数规律性增加;振荡来流则在特定模态中出现振荡特征:低频来流压力 p 的第 4 阶模态圆柱周围有较大压力波动,尾流区压力为带状分布,空间结构不对称;高频来流各参数模态条纹数少于均匀来流,且流向速度 U 的第 4、5 阶模态尾流出现与平均模态类似的带状尾迹,第 9 阶模态出现对称性破缺与小尺度复杂结构。



(a) 压力p



(b) 流向速度U



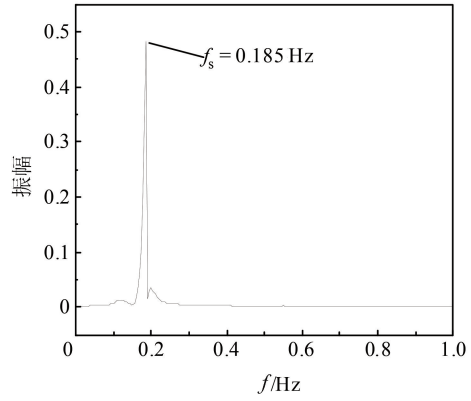
(c) 横向速度 V

图 5 不同工况下的模态云图

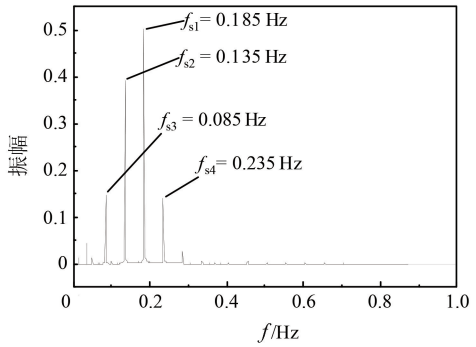
Fig.5 Modal contour patterns under different flow conditions

2.3　时间系数频谱分析

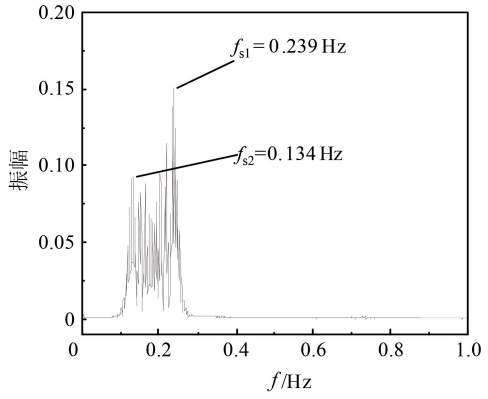
不同工况下的升力系数频谱如图 6 所示。其中，f_s为均匀来流时频谱的卓越频率，f_{sn}为振荡来流工况下升力系数频谱中不同阶次频率，下标“n”表示按照谱峰幅值大小排序的不同频率成分。图 6(a)中，升力系数呈现f_{s1} = 0.185 Hz 的单一主频，也即斯特劳哈尔频率；在高频来流工况下，升力系数频谱除了在f_{s1} = 0.185 Hz 处保持主峰外，也含有其他峰值频率，呈现多主频特性；低频来流工况下，升力系数频谱较为复杂，在 0.134～0.239 Hz 之间出现多个频率峰值。



(a) 均匀来流



(b) 高频来流



(c) 低频来流

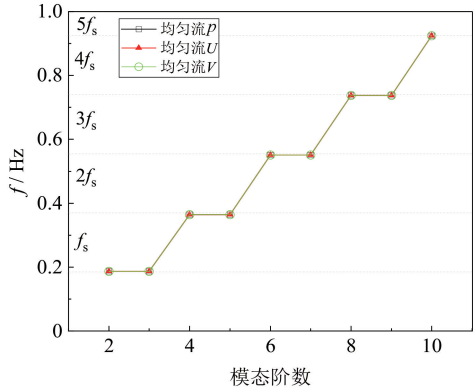
图 6　不同工况下的升力系数频谱

Fig.6　Spectrum of lift coefficient under different flow conditions

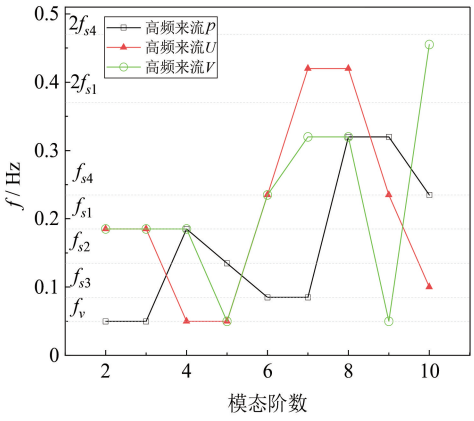
升力系数频谱反映全局流场特性，而 POD 时间系数频谱可解析升力频率特性与各相干结构的关联机制，故需对 POD 时间系数进行频谱分析。图 7 为各工况不同模态下时间系数频谱主频分布。其中，第 1 阶模态为平均模态，其时间系数不随时间变化；f_s、f_{sn}定义同图 6，f_v表示来流频率。

由图 7(a)可知，均匀来流中，p、U、V 的模态时间系数主频高度一致，均遵循升力系数频率基频的倍频分布，无额外频率成分，流场演化主要受涡脱主导，与模态云图的规则对称/反对称结果相符。

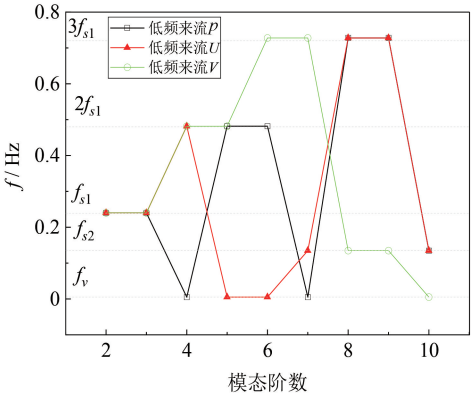
由图 7(b)、(c)可知，振荡来流工况下，来流频率成为主频成分之一，且当时间系数主频为来流频率时，模态云图与均匀流差异显著。低频振荡来流频率选择性锁定于特定模态：压力场 p 的第 4、7 阶模态，流向速度场 U 的第 5、6 阶模态；升力系数基频仍集中在压力场、速度场的第 2、3 阶模态，未破坏涡脱的主导性。高频正弦振荡来流下，各模态时间系数主频分布分散，中高阶模态出现非升力系数倍频成分，且来流频率入侵压力场 p 中，能量占比更高的第 2、3 阶模态取代涡脱基频成为主导频率。结合模态云图可知，当时间系数主频为来流频率时，模态云图出现局部高压、尾迹带状分布等典型振荡特征。



(a) 均匀来流



(b) 高频来流



(c) 低频来流

图 7 各工况不同模态下时间系数频谱主频分布

Fig.7 Distribution of dominant frequencies in frequency spectra of temporal coefficients across different modes under various flow conditions

3 结 论

本文采用 POD 方法对均匀来流、低频正弦振荡来流、高频正弦振荡来流三种工况下静止圆柱绕流进行模态分析,从能量分布、模态云图、时间系数频谱特征三个维度,探讨均匀来流与正弦振荡来流的差异,得出如下结论:

(1)均匀来流能量集中于低阶模态,正弦振荡来流显著改变流场能量的分布特征,能量向高阶模态转移,且需更多阶数的模态才能达到与均匀流相同的流场表征精度。

(2)正弦振荡来流的能量分散效应随来流频率升高而增强,高频正弦振荡来流会重构压力场主导模态,使表征周期脉动压力的第 2 阶模态取代第 1 阶平均模态。

(3)空间模态分析表明:均匀来流模态对称性良好,条纹数规律递增;低频正弦振荡来流中间阶(4、7 阶)压力模态呈现尾迹较长的特殊结构;高频正弦振荡来流显著改变了低阶(第 2、3 阶)压力模态结构,且高阶模态条纹数减少。

(4)均匀来流下模态时间系数主频遵循升力系数倍频分布,振荡来流会使时间系数主频中含有来流频率成分:低频正弦振荡来流频率成分主要出现在中高阶模态,高频正弦振荡来流则直接侵入低阶模态并取代涡脱频率成为主导频率,且模态云图与均匀流差异显著。

上述流场模态演化与频率响应规律为振荡来流环境下,海洋/风工程圆柱结构的绕流控制优化与疲劳寿命评估提供了理论依据。

参考文献(References):

[1]王坤鹏, 迟庆海, 张一兆. 振荡流中圆柱体横流涡激振动特性数值分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2021, 42(1): 96-104.
Wang Kunpeng, Chi Qinghai, Zhang Yizhao. Numerical simulation of vortex-induced vibration of circular cylinder in oscillating flow [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2021,42(1): 96-104. (in Chinese)

[2] Williamson C H K. Sinusoidal flow relative to circular cylinders[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1985, 155: 141-174.

[3]Zhao Ming, Cheng Liang, An Hongwei. Numerical investigation of vortex-induced vibration of a circular cylinder in transverse direction in oscillatory flow[J]. Ocean Engineering, 2012,41: 39-52.

[4]刘鑫, 张冠华, 于利辉, 等. 振荡来流中静止圆柱的低雷诺数绕流模拟[J]. 大连海事大学学报, 2024,50(4): 135-143.
Liu Xin, Zhang Guanhua, Yu Lihui, et al. Simulation of low Reynolds number flow around a stationary cylinder in oscillating inflow[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2024,50(4): 135-143. (in Chinese)

[5]于利辉, 战庆亮, 陈一飞, 等. 振荡来流频率对低雷诺数圆柱涡激振动的影响[J]. 大连海事大学学报, 2025,51(4): 92-100.
Yu Lihui, Zhan Qingliang, Chen Yifei, et al. Influence of oscillating inflow frequency on low Reynolds number cylindrical vortex induced vibration[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2025, 51(4): 92-100. (in Chinese)

[6]Li Xinghui, Yuan Yuchao, Duan Zhongdi, et al. Experi-

mental investigation on vortex-induced vibration of a flexible pipe in combined uniform and oscillatory flow[J]. Ocean Engineering, 2023,285: 115375.

[7]于春放, 靖洪淼, 王仰雪, 等. 顺向正弦来流条件下圆柱气动力和绕流流场数值模拟研究[J]. 振动与冲击, 2024,43(6): 216-224.
Yu Chunfang, Jing Hongmiao, Wang Yangxue, et al. Numerical study on the aerodynamic forces and flow around a circular cylinder under streamwise sinusoidal inflow condition[J]. Journal of Vibration and Shock, 2024, 43(6): 216-224. (in Chinese)

[8]Liu Fugang, Sang Song, Zhang Wenlin, et al. Study on vortex-induced vibration response of riser under the action of oscillating flow superposition[J]. Applied Sciences, 2023,13(20): 11420.

[9]Taira K, Brunton S L, Dawson S T M, et al. Modal analysis of fluid flows: an overview[J]. AIAA Journal, 2017,55(12): 4013-4041.

[10]李璟, 韩大建. 本征正交分解法在屋盖结构风场模拟中的应用[J]. 工程力学, 2009,26(3): 64-72.
Li Jing, Han Dajian. Application of proper orthogonal decomposition method in wind field simulation for roof structures[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(3): 64-72. (in Chinese)

[11]Shi Liuliu, Liu Yingzheng, Wan Jinjin. Influence of wall proximity on characteristics of wake behind a square cylinder: PIV measurements and POD analysis [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2010, 34(1): 28-36.

[12]Min Guangyun, Jiang Naibin. Data-driven identification and pressure fields prediction for parallel twin cylinders based on POD and DMD method[J]. Physics of Fluids, 2024,36(2):023614.

[13]Feng Lihao, Wang Jinjun, Pan Chong. Proper orthogonal decomposition analysis of vortex dynamics of a circular cylinder under synthetic jet control[J]. Physics of Fluids, 2011,23(1):014106.

[14]Huera-Huarte F J, Vernet A. Vortex modes in the wake of an oscillating long flexible cylinder combining POD and fuzzy clustering[J]. Experiments in Fluids, 2010, 48: 999-1013.

[15]Wu Zhao, Laurence D, Utyuzhnikov S, et al. Proper orthogonal decomposition and dynamic mode decomposition of jet in channel crossflow[J]. Nuclear Engineering and Design, 2019,344: 54-68.

[16]Noack B R, Afanasiev K, Morzyński M, et al. A hierarchy of low-dimensional models for the transient and post-transient cylinder wake[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2003,497: 335-363.

[17]战庆亮, 刘鑫, 白春锦, 等. 工程流动模拟中转角附近网格的划分策略比较[J]. 工程力学, 2025,42(6): 1-10.
Zhan Qingliang, Liu Xin, Bai Chunjin, et al. Comparison of meshing strategies at corners in engineering flow simulation[J]. Engineering Mechanics, 2025,42(6): 1-10. (in Chinese)

[18]战庆亮, 刘鑫, 白春锦, 等. 物理方程约束的机器学习流场时程表征方法[J]. 工程力学, 2025,42(4): 38-45.
Zhan Qingliang, Liu Xin, Bai Chunjin, et al. Physical constrained machine learning model for flow time history representation[J]. Engineering Mechanics, 2025, 42(4): 38-45. (in Chinese)

[19]战庆亮, 周志勇, 葛耀君. 无变形网格下运动参考系求解平动流固耦合问题[J]. 振动与冲击, 2017,36(6): 114-121.
Zhan Qingliang, Zhou Zhiyong, Ge Yaojun. Translational fluid-structure interactive vibration simulation using fixed grid and moving reference frame [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017,36(6): 114-121. (in Chinese)

[20]寇家庆, 张伟伟, 高传强. 基于 POD 和 DMD 方法的跨声速抖振模态分析[J]. 航空学报, 2016,37(9): 2679-2689.
Kou Jiaqing, Zhang Weiwei, Gao Chuanqiang. Modal analysis of transonic buffet based on POD and DMD method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(9): 2679-2689. (in Chinese)