



旋转弹丸刚体外弹道微分方程组数值解算初始条件

回建豪,王雨时*,闻 泉

(南京理工大学 机械工程学院,江苏 南京 210094)

摘要:针对旋转弹丸刚体外弹道微分方程组数值解算初始条件问题,运用刚体动力学理论,分析了外弹道初始时刻的章动运动和进动运动规律,给出了弹丸绕质心运动的初始章动角和初始进动角的取值范围。通过建立外弹道坐标系,推导出初始速度方位角和初始弹轴高低角与初始章动角和初始进动角的转换关系,证明了当初始章动角和初始进动角不为零时,初始弹轴高低角不等于射角,初始弹轴方位角也不等于初始速度方位角。以某 155 mm 火炮底凹榴弹为例进行仿真研究,发现初始章动角对外弹道弹丸质心运动中的偏流以及绕质心运动中的章动和进动规律均有影响。所给出的外弹道数值解算初始条件及其取值范围可用于旋转弹丸刚体外弹道微分方程组数值解算。

关键词:外弹道;旋转弹丸;刚体外弹道;外弹道解算;初始条件

中图分类号:TJ012.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-499X(2025)01-0036-08

Numerical-solution Initial-conditions for Rigid-body Trajectory Differential-equations of Rotating Projectile

HUI Jianhao, WANG Yushi*, WEN Quan

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In order to solve the problem of initial conditions for the numerical-solution of the differential equations of rotating-projectile rigid-body trajectory, the rigid-body dynamics theory was applied to analyze the nutation and precession motion at the initial moment of trajectory. The range of values for the initial nutation-angle and initial precession-angle of the projectile moving around the center of mass was provided. By establishing the trajectory coordinate-system, the transformation relationship between the initial velocity azimuth angle and the initial projectile-axis elevation angle, with the initial nutation angle and initial precession angle, was derived. While the initial nutation-angle and the initial precession-angle are not zero, the initial elevation-angle of projectile axis is not equal to the firing angle, and the initial azimuth-angle of the projectile axis is also not equal to the initial velocity azimuth angle. The 155 mm gun-howitzer projectiles with bottom concave was taken as an example for simulation research. The result shows that the initial nutation angle has an impact on the drift, as well as the nutation and precession laws in its motion around the mass center. The initial conditions and values range provided for the numerical solution of the trajectory can be used for numerical solution of the differential equations of rotating-projectile rigid-body trajectory.

Key words: trajectory; rotating projectile; rigid-body trajectory; trajectory calculation; initial condition

弹丸外弹道计算机数值解算是除靶场试验外获取弹道数据的另一方法。试验测试手段往往原理复杂、成本高昂,而弹丸外弹道计算机数值解算具备快速性和经济性的优点。随着外弹道理论的发展,弹丸六自由度刚体外弹道微分方程组以其独特的优势得到了研究者的青睐。但是,在应用弹丸六自由度刚体外弹道微分方程组数值解算外弹道时,所需初值,即初始条件,未见有文献系统论述。不合理的初值有可能会造成解算结果失真,特别是针对弹丸绕质心运动。

从物理意义上讲,刚体外弹道微分方程组数值解算初始条件,即为弹丸在发射后结束其内弹道过程并开始外弹道运动的初始状态的变量值。其中弹丸质心运动初始参数可通过测量或计算反推确定。而对于旋转弹丸绕质心运动的某些初始参数,由于弹丸运动极为高速且剧烈,并不易通过测试手段直接获取,通常被忽略或按传统取值,如常被轻易取为“0”。文献[1]认为一般线膛火炮初始章动角大小只有几分,初始章动角速度可达几或十几 rad/s,因而仅考虑了初始章动角速度,也将初始章动角取为0。文献[2]针对弹丸外弹道3D模型解算给出了初始条件,但针对4D、5D和6D模型均未给出初始条件。文献[3]介绍了弹丸六自由度高原刚体外弹道模型,其数值解算初始条件包括初始阵地条件和初始弹道条件,但未见有具体论述。文献[4~8]虽然介绍了弹丸刚体外弹道模型,但未介绍其数值解算的初始条件。文献[9]在应用六自由度刚体外弹道方程解算结果分析无动力飞行弹丸炮口状态参数误差对地面密集度的影响时,将炮口状态参数中的高低攻角、方位攻角、高低攻角角速度和方位攻角角速度均值都取为0。这意味着初始章动角取值为0,与实际不符。中间弹道学研究的重要内容之一即为弹丸在后效期内的运动状态,即外弹道的初始条件。尽管弹丸在后效期内的作用时间(距离)较短,对质心弹道的影响不大,但它对弹丸起始扰动的影响却不能忽视。文献[10]通过对弹丸在后效期内的运动规律及扰动量进行计算,得到了不同情况下初始扰动量的变化规律,发现初始扰动很小但并不为0。国外在应用弹丸六自由度刚体外弹道微分方程组解算弹道时,对初始条件的选取也不够明确。文献[11]在应用六自由度外弹道模型解算结果评估某质量为16 kg弹丸的射击精度时,仅对初始速度高低角和初始速度方位角进行赋值,并未说明初始弹

轴高低角和初始弹轴方位角的取值。文献[12]认为弹丸外弹道六自由度运动微分方程组求解需要初始条件,即弹丸刚刚飞出炮口时的运动状态,并且初始条件对弹丸飞行轨迹影响较大,但该初始条件是内弹道学的研究范畴。综上所述,外弹道学者大多在应用刚体外弹道模型进行弹道解算时,将初始章动角简单地默认为0,而对于弹丸绕质心运动的其他参数,未见有文献论及。

以往的外弹道研究多关注解算后的射击诸元,而外弹道初始条件对质心运动影响不大,通常可忽略,但由此忽略了初始条件对绕质心运动的影响,这不能不引起重视。因此,研究弹丸的外弹道初始状态,为刚体外弹道微分方程组数值解算提供更为准确的初值,可获得更高的弹丸外弹道解算精度,也可对弹丸及引信提供更为可信的外弹道力学环境。

1 坐标系与基本假设

1.1 外弹道常用坐标系

为了分析在外弹道初始时刻弹丸的初始状态,建立了如图1所示的刚体外弹道常用坐标系^[13]。

地面坐标系 $Oxyz$: 坐标原点 O 为炮口位置,也为射出点。水平轴 Ox 为射击面与炮口水平面的交线,顺着射向为正。铅直轴 Oy 在射击面上,并垂直于 Ox 轴。 Oz 轴垂直于射击面,按右手法则决定正向。

基准坐标系 $O'x_d y_d z_d$: 以弹丸质心 O' 为坐标系原点,坐标轴 $O'x_d$ 、 $O'y_d$ 和 $O'z_d$ 始终与地面坐标系的坐标轴平行。

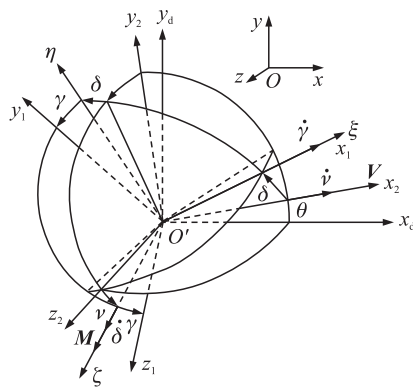


图1 刚体外弹道常用坐标系

Fig. 1 External ballistic coordinate system

图1中, θ 为弹道倾角,即质心速度矢量 V 与基准坐标系 $O'x_d y_d z_d$ 坐标轴 $O'x_d$ 的夹角; δ 为章动角,即弹轴与速度矢量线 V 的夹角; ν 为进动角,即阻力

面与过速度 V 的铅垂面的二面角; γ 为自转角, 弹体绕弹轴相对于阻力面的转角; $\delta, \dot{\nu}, \dot{\gamma}$ 分别为章动角速度、进动角速度和自转角速度。

弹轴坐标系 $O'\xi\eta\zeta$: $O'\xi$ 轴与弹轴重合, 以弹头方向为正; $O'\zeta$ 轴与翻转力矩矢量 $\mathbf{M}$ 重合; $O'\eta$ 轴按照向量空间的右手法则确定。弹轴坐标系 $O'\xi\eta\zeta$ 可由基准坐标系经两次旋转获得, 第一次是基准坐标系绕 $O'z_d$ 正向向右旋转 φ_α , 得到 $O'\xi'\eta z_d$; 第二次旋转是 $O'\xi'\eta z_d$ 绕 $O'\eta$ 轴负方向向右旋转 φ_2 , 得到 $O'\xi\eta\zeta$ 。 φ_α 和 φ_2 分别为弹轴高低角和弹轴方位角, 决定了弹轴的空间方位, 如图2所示。

弹体坐标系 $O'x_1y_1z_1$: $O'x_1$ 轴与 $O'\xi$ 轴重合,

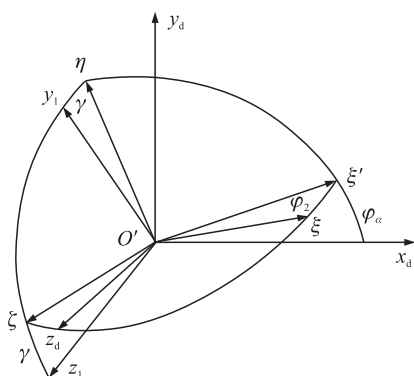


图2 基准坐标系、弹轴坐标系和弹体坐标系

Fig. 2 Reference coordinate system, projectile-axis coordinate system and projectile-body coordinate system

1.2 基本假设

当弹丸在外弹道初始时刻, 并不是所有的因素对弹丸运动都有较大影响, 对弹丸外弹道初始条件研究作如下基本假设:

①忽略中间弹道过程, 将弹丸质心脱离炮口不再受发射药气体作用时视为外弹道运动的初始时刻;

②地表面是平面, 重力加速度的大小保持不变 ($g=9.8 \text{ m/s}^2$), 其方向始终垂直向下;

③忽略由地球自转产生的作用在弹丸上的科氏惯性力;

④弹丸是轴对称体, 即关于纵轴对称, 弹丸偏心距为0, 弹丸动不平衡角也为0;

⑤气象条件是标准条件且无外在天气变化, 无风、雨和雪。

2 外弹道初始章动与进动运动分析

弹丸在炮膛内运动至进入外弹道阶段, 需经历

$O'y_1$ 轴和 $O'z_1$ 轴与弹体固连, 是弹轴坐标系绕 $O'\xi$ 轴逆时针旋转 γ 所得。当从弹轴坐标系转过的角度为 γ 时, 弹体坐标系的角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 要比弹轴坐标系的角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_1$ 多一个自转角速度矢量 $\dot{\gamma}$ 。

弹道坐标系 $O'x_2y_2z_2$: $O'x_2$ 沿弹丸质心速度矢量 (弹丸速度 $\mathbf{V}$) 方向; $O'y_2$ 轴在铅垂面内且垂直于 $O'x_2$ 轴, 向上为正; $O'z_2$ 按右手定则确定。弹道坐标系 $O'x_2y_2z_2$ 可由基准坐标系经两次旋转而成, 第一次是基准坐标系绕 $O'z_d$ 轴向向右旋转 θ_α 角到达 $O'x_2'y_2z_d$ 位置; 第二次是 $O'x_2'y_2z_d$ 绕 $O'y_2$ 轴负方向向右旋转 ψ_2 角达到 $O'x_2y_2z_2$ 位置。所转动角度 θ_α 为速度高低角, ψ_2 为速度方位角, 如图3所示。

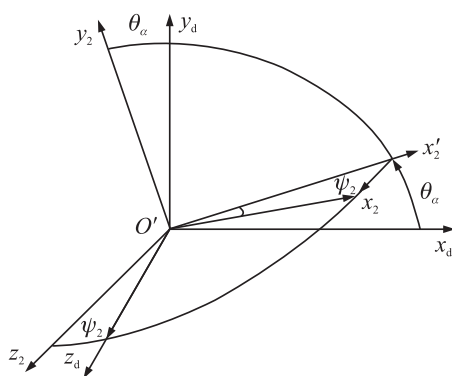


图3 基准坐标系和弹道坐标系

Fig. 3 Reference coordinate system and ballistic coordinate system

约束期、半约束期和后效期。弹丸在这3个环节内完成质心加速运动, 其中约束期为半约束期提供初始条件, 半约束期为后效期提供初始条件, 也可认为后效期结束即为外弹道数值解算所需初始条件。为了直观表达弹丸在外弹道飞行过程中的绕质心运动, 并且便于数学运算, 选用欧拉角对弹丸初始时刻绕质心运动进行描述。

弹丸在外弹道初始时刻的绕质心运动可视为刚体绕固定点的转动, 以欧拉角作为其转动位置的坐标。常用的欧拉角是章动角 δ 、进动角 ν 和自转角 γ , 其取值是随机的, 从理论上讲取值范围^[14] 分别为 $0 \leq \delta \leq \pi$, $0 \leq \nu < 2\pi$, $0 \leq \gamma < 2\pi$ 。如果弹丸偏心距为0, 则从结构和工作原理判断进动角 ν 和自转角 γ 近似服从均匀分布。

2.1 初始章动角

文献[15]通过分析弹丸在约束期、半约束期和后效期的章动角和章动角速度形成过程, 得到了弹丸在后效期结束即外弹道初始时刻的章动角和章动

角速度,并以此得出初始章动角理论计算最大值 $\delta_{0,\max}$ 。本文以此为参考,进一步论述初始章动角的取值范围。

为验证理论计算的可信性,分别以某 76 mm 口径火炮杀伤爆破弹和某 155 mm 口径火炮底凹榴弹为研究对象,以其间隔纸靶法实验数据与拟合曲线^[16-17]反推计算得到弹丸初始章动角,并与上述理论计算最大值对比,如表 1 所示。

表 1 实验数据拟合反推初始章动角与理论计算最大初始章动角对比

Table 1 Comparison of initial-nutation-angle between fitting and inverting experimental data and theoretical-calculation maximum-result

弹型	反推初始章动角/(°)	平均值/(°)	最大值/(°)	理论计算最大初始章动角/(°)
某 76 mm 火炮杀伤爆破弹	2.973			
	5.147			
	3.670	3.337	5.147	5.344
	3.084			
	1.812			
某 155 mm 火炮底凹榴弹	2.287			
	3.143			
	4.670	3.111	4.670	4.656
	2.541			
	4.243			
	1.782			

由表 1 可以看出,某 76 mm 火炮杀伤爆破弹间隔纸靶法实验数据共计 5 发,其中最小 1.812°,最大 5.147°,平均 3.337 2°,最大初始章动角 $\delta_{0,\max}$ 理论计算值为 5.344°;某 155 mm 火炮底凹榴弹间隔纸靶法实验数据共计 6 发,其中最小 1.782°,最大 4.670°,平均 3.111°, $\delta_{0,\max}$ 理论计算值为 4.656°。某 76 mm 火炮杀伤爆破弹初始章动角理论计算最大值 $\delta_{0,\max}$ 均大于间隔纸靶法实验数据拟合反推出的初始章动角 δ_0 ,并且非常接近其最大值;某 155 mm 火炮底凹榴弹间隔纸靶法实验数据除 4.670°外,初始章动角理论计算最大值 $\delta_{0,\max}$ 均大于间隔纸靶法实验数据拟合反推出的初始章动角 δ_0 ,并且最大初始章动角 $\delta_{0,\max}$ 为 4.656°,略小于 4.670°,误差约为 0.3%,在可接受范围内。因此,可以认定初始章动角 δ_0 取值范围在 $0\sim\delta_{0,\max}$ 之间,即 $[0,\delta_{0,\max}]$ 。

2.2 初始进动角

欧拉角中进动角的定义为固定轴到规定节线之间的角度,其取值范围为 $[0,2\pi)$;在外弹道学中,进动角为起始阻力面与速度矢量线的铅直面间的两面

角,两面之间的夹角取值范围为 $[0,\pi)$ 。因此,在外弹道初始时刻弹丸初始进动角 ν_0 的取值范围为 $[0,\pi)$,并且其值为均匀分布的随机量。在外弹道初始段,可近似认为弹道倾角为 0,此时初始进动角速度可按下式估算:

$$\dot{\nu}_0=\frac{J_c\dot{\gamma}_0}{2J_A}$$

(1)

式中: J_c 为弹丸极转动惯量, J_A 为赤道转动惯量, $\dot{\gamma}_0$ 为初始自转角速度。由式(1)可以看出,初始进动角速度与弹丸初始自转角速度成正比,其值与弹丸极转动惯量 J_c 和赤道转动惯量 J_A 有关。对于一般弹丸,其极转动惯量 J_c 和赤道转动惯量 J_A 之比约为 0.1,故初始进动角速度约为初始自转角速度的 5%。

3 刚体外弹道微分方程组解算初始条件

刚体外弹道微分方程组解算的初始条件即初值,包括弹丸初速 v_0 、射出点坐标 (x_0,y_0,z_0) 、初始速度高低角 θ_{a0} 、初始速度方位角 ψ_{20} 、初始弹轴高低角 φ_{a0} 、初始弹轴方位角 φ_{20} 、初始自转角速度 $\dot{\gamma}_0$ 和初始自转角 γ_0 。

3.1 初速与射出点位置

假设外弹道学上的“初速”即为内弹道学上的“炮口速度”。在既定火炮弹药系统和装填条件下,发射装药批号对应初速。但由于发射药间性能差异、非标准弹质量和火炮性能差异等因素影响,会产生初速偏差量 ΔV_0 ^[18],可通过炮口测速获取初速。

射出点位置 (x_0,y_0,z_0) 中 x_0 和 z_0 均为 0, y_0 为射出点的海拔高度。

3.2 初始姿态角

旋转弹丸六自由度刚体外弹道微分方程组解算所需初值中 θ_{a0} 、 ψ_{20} 、 φ_{a0} 和 φ_{20} 为弹丸在外弹道初始时刻的弹丸姿态角。其中 θ_{a0} 、 ψ_{20} 和 φ_{a0} 、 φ_{20} 分别确定了在外弹道初始时刻弹道坐标系和弹轴坐标系相对于基准坐标系的位置,同时两个坐标系的相互位置也随之确定。

弹丸六自由度刚体外弹道微分方程组中 θ_{a0} 、 ψ_{20} 、 φ_{a0} 和 φ_{20} ,与用于确定弹轴相对于速度方位的初始方位攻角 δ_{20} 和初始高低攻角 δ_{10} 存在转换关系^[1],即:

$$\begin{cases} \sin\delta_{20}=\cos\psi_{20}\sin\varphi_{20}-\sin\psi_{20}\cos\varphi_{20}\cos(\varphi_{a0}-\theta_{a0}) \\ \sin\delta_{10}=\frac{\cos\varphi_{20}\sin(\varphi_{a0}-\theta_{a0})}{\cos\delta_2} \end{cases}$$

(2)

对于正常飞行的弹丸,弹轴与速度之间的夹角很小,弹道偏离射击面也很小,这时 δ_{10} 、 δ_{20} 、 φ_{20} 、 ψ_{20} 、 $\varphi_{\alpha 0}-\theta_{\alpha 0}$ 均为小量,并略去二阶小量^[1],于是有:

$$\delta_{10} \approx \varphi_{\alpha 0} - \theta_{\alpha 0}, \delta_{20} \approx \varphi_{20} - \psi_{20} \quad (3)$$

发射时火炮身管在弹道坐标系中所呈角度即为弹丸初始速度矢量线与水平面的夹角,因而式(3)中 $\theta_{\alpha 0}$ 通常取为弹丸射角, ψ_{20} 常取0, $\varphi_{\alpha 0}$ 和 φ_{20} 可通过 δ_{20} 和 δ_{10} 计算得出。而 δ_{20} 和 δ_{10} 与以欧拉角表示的初始章动角 δ_0 和初始进动角 ν_0 存在转换关系^[19],即:

$$\begin{cases} \delta_{10} = \arccos(\cos\delta_{10}\cos\delta_{20}) \\ \nu_0 = \arctan\left(\frac{\tan\delta_{10}}{\sin\delta_{20}}\right) \end{cases} \quad (4)$$

由此即可推导出 δ_{20} 、 δ_{10} 用 δ_0 、 ν_0 表示的关系式:

$$\begin{cases} \delta_{10} = \arcsin(\sin\delta_0\sin\nu_0) \\ \delta_{20} = \arccos\frac{\cos\delta_0}{\cos(\arcsin(\sin\delta_0\sin\nu_0))} \end{cases} \quad (5)$$

将式(3)代入式(5),可近似得到 $\varphi_{\alpha 0}$ 和 φ_{20} 的表

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{\alpha 0} = \frac{\dot{\delta}_0 \cos\delta_0 \sin\nu_0 + \dot{\nu}_0 \sin\delta_0 \cos\nu_0}{\sqrt{1 - \sin^2\delta_0 \sin^2\nu_0}} \\ \dot{\varphi}_{20} = \frac{\dot{\delta}_0 \sin\delta_0 \cos(\arcsin(\sin\delta_0\sin\nu_0))(1 - \sin^2\delta_0 \sin^2\nu_0) - \cos\delta_0 \sin(\arcsin(\sin\delta_0\sin\nu_0))(\dot{\delta}_0 \cos\delta_0 \sin\nu_0 + \dot{\nu}_0 \sin\delta_0 \cos\nu_0)}{\cos^2(\arcsin(\sin\delta_0\sin\nu_0)) \sqrt{1 - \frac{\cos^2\delta_0}{\cos^2(\arcsin(\sin\delta_0\sin\nu_0))}} (1 - \sin^2\delta_0 \sin^2\nu_0)} \end{cases} \quad (9)$$

3.4 初始自转角

在弹丸装填进炮膛时,初始位置是随机的。当弹丸不存在质量偏心时,弹丸是轴对称体,弹丸绕弹轴作自转运动,初始自转角对外弹道无影响,则其在外弹道的初始时刻的取值随机,为 $[0, 2\pi)$;当弹丸存在质量偏心时,假设弹丸质心所在的径向截面与阻力面的转角为自转角,由于装填的随机性,导致弹丸在出炮口处的自转角也具有随机性,弹丸自转一圈为一个周期,则周期为 2π ,因此初始自转角 γ_0 的取值范围为 $[0, 2\pi)$ 。

4 初始条件选取对外弹道解算的影响

为获取不同初始条件对外弹道解算的结果影响,以某155 mm口径火炮底凹榴弹弹丸为例,应用文献[20]介绍的弹丸六自由度刚体弹道方程及其应用仿真程序(文献[20]已验证该模型和仿真程序

达式,即:

$$\begin{cases} \varphi_{\alpha 0} = \theta_{\alpha 0} + \arcsin(\sin\delta_0 \sin\nu_0) \\ \varphi_{20} = \psi_{20} + \arccos\frac{\cos\delta_0}{\cos(\arcsin(\sin\delta_0 \sin\nu_0))} \end{cases} \quad (6)$$

因此,当 δ_0 和 ν_0 不为0时, $\varphi_{\alpha 0}$ 不等于射角, φ_{20} 也不等于 ψ_{20} ,即不等于0。

3.3 初始自转角速度

在身管工作正常情况下,弹丸初始自转角速度可由弹丸初速 V_0 与火炮缠度确定,即:

$$\dot{\gamma}_0 = \frac{2\pi V_0}{\eta d} \quad (7)$$

式中: η 为火炮炮口处的缠度, d 为弹径。

弹丸绕质心运动在弹轴坐标系中各坐标轴上的角速度分量($\omega_{\xi 0}$ $\omega_{\eta 0}$ $\omega_{\zeta 0}$)分别为^[1]

$$(\omega_{\xi 0} \quad \omega_{\eta 0} \quad \omega_{\zeta 0}) = (\dot{\gamma}_0 + \dot{\varphi}_{\alpha 0} \sin\varphi_{20} \quad -\dot{\varphi}_{20} \quad \dot{\varphi}_{\alpha 0} \cos\varphi_{20}) \quad (8)$$

式中: $\dot{\varphi}_{\alpha 0}$ 为初始弹轴高低角速度, $\dot{\varphi}_{20}$ 为初始速度方位角速度,可通过式(6)求导得到,即:

的可信性)进行弹丸外弹道解算,仿真参数如文献[13]中所列。

4.1 初始章动角与初始进动角对质心运动的影响

由式(4)可以看出,一旦 δ_{20} 和 δ_{10} 确定, δ_0 与 ν_0 也随之确定。假设 γ_0 为0,选取 δ_0 为0、最大值的1/3、最大值的1/2、最大值的2/3和最大值 $\delta_{0,\max}$ 进行弹道解算,解算结果如表2所示。

根据表2可以看出,初始章动角取值对于射程、最大高度、飞行时间、落角和落地速度影响可忽略,对偏流有一定影响。考虑初始章动角与不考虑初始章动角相比,最多相差7.62%。

4.2 初始章动角与初始进动角对绕质心运动的影响

4.1节仿真解算后的弹丸外弹道章动角变化规律如图4~图10所示,进动角速度变化如图11所示。

表 2 不同初始章动角与初始进动角取值外弹道质心运动诸元仿真结果

Table 2 Simulation results of projectiles center of mass motion in exterior ballistics with different initial nutation angle and initial precession angle

初始高低 攻角/(°)	初始方位 攻角/(°)	初始章动 角/(°)	初始进动 角/(°)	射程 /m	飞行时间 /s	落角 /(°)	落速 /(m·s ⁻¹)	最大高度 /m	偏流 /mil
0	0	0	90	29 529	100.35	67.56	361.98	12 249	42.51
1.55	0	1.55	90	29 509	100.33	67.57	361.89	12 243	44.09
2.33	0	2.33	90	29 485	100.29	67.57	361.78	12 233	44.75
3.10	0	3.10	90	29 453	100.23	67.57	361.63	12 221	45.40
4.66	0	4.66	90	29 361	100.07	67.56	361.22	12 183	46.75
0	1.55	1.55	0	29 508	100.40	67.59	361.96	12 258	42.84
0	2.33	2.33	0	29 484	100.39	67.60	361.88	12 257	42.87
0	3.10	3.10	0	29 451	100.37	67.61	361.76	12 252	42.91
0	4.66	4.66	0	29 359	100.28	67.63	361.38	12 231	43.02

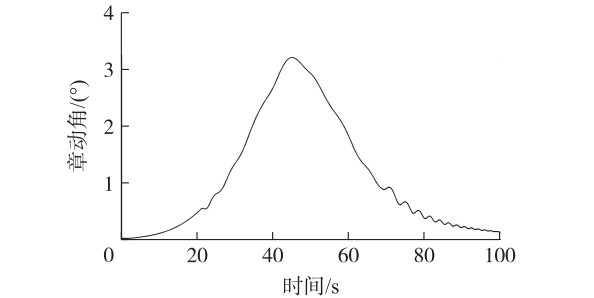


图 4 初始章动角为 0 时的弹丸外弹道章动规律
Fig. 4 Exterior ballistics nutation law of projectile at the initial nutation angle of 0

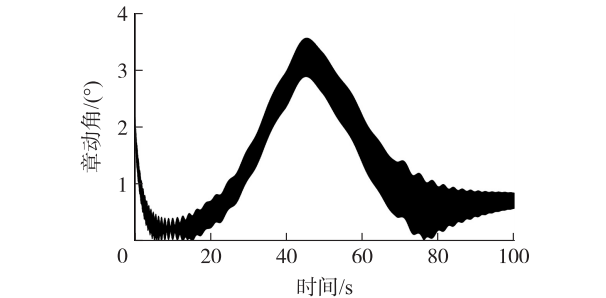


图 7 初始章动角为 2.33°时的弹丸外弹道章动规律
Fig. 7 Exterior ballistics nutation law of the projectile at the initial nutation angle of 2.33°

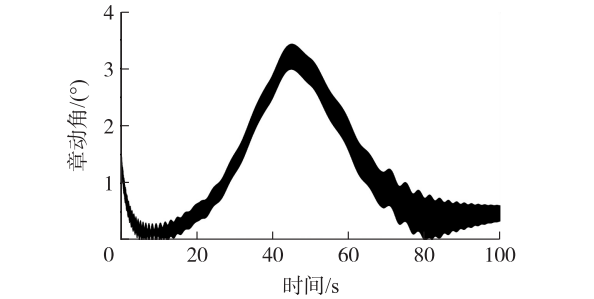


图 5 初始高低攻角为 1.55°时的弹丸外弹道章动规律
Fig. 5 Exterior ballistics nutation law of the projectile at the initial high-low attack-angle of 1.55 °

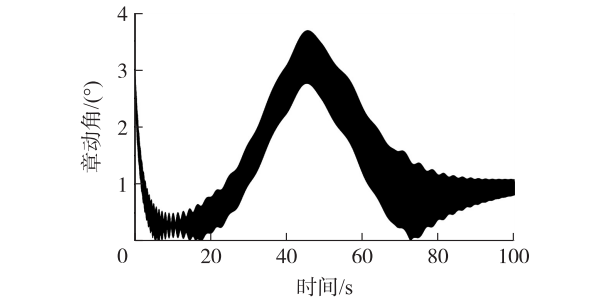


图 8 初始章动角为 3.10°时的弹丸外弹道章动规律
Fig. 8 Exterior ballistics nutation law of projectile at the initial nutation angle of 3.10°

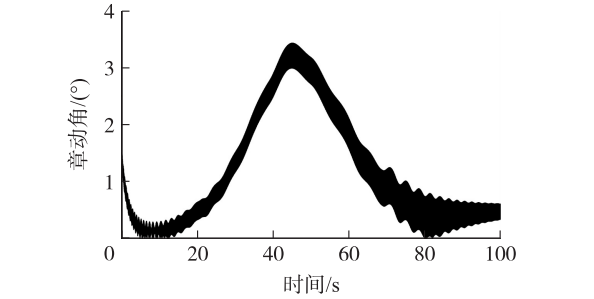


图 6 初始方位攻角为 1.55°时的章动规律
Fig. 6 Exterior ballistics nutation law of the projectile at the initial azimuth attack-angle of 1.55 °

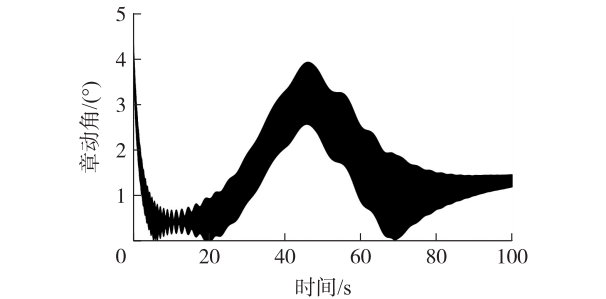


图 9 初始章动角为 4.66°时的弹丸外弹道章动规律
Fig. 9 Exterior ballistics nutation law of the projectile at the initial nutation angle of 4.66°

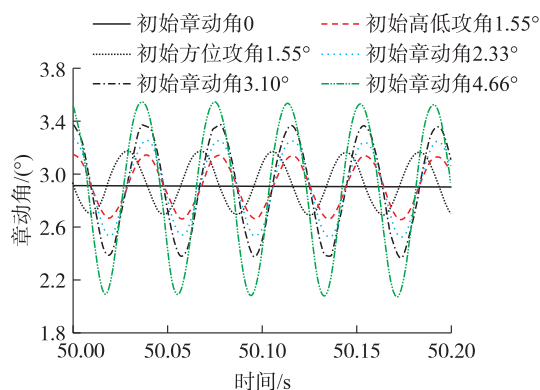


图10 不同初始章动角在50~50.2 s内的弹丸章动规律

Fig. 10 Nutation law of projectiles with different initial nutation angles within 50~50.2 s

通过对比图5和图6,发现相同条件下初始高低攻角和初始方位攻角数值相等,则弹丸章动规律一致,也可看出初始进动角不影响弹丸章动规律。对比图4和图6~图9可以看出,不同初始章动角仿真得到的弹丸章动规律变化趋势相似,区别在于初始章动角越大,单个周期内弹丸章动角幅值也越大,如图10所示。

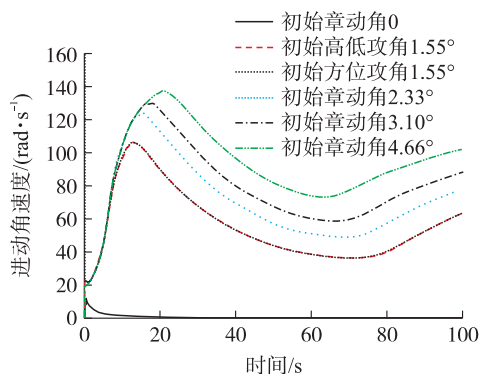


图11 不同初始章动角的弹丸外弹道进动规律

Fig. 11 Exterior ballistics precession law of projectile with different initial nutation angles

由图11可以看出,初始章动角为0时,进动角速度在外弹道初始段5 s内迅速衰减至0附近;初始章动角不为0时,进动角速度变化规律为先增大,后减小,再增大;初始高低攻角与初始方位攻角相同时,进动角速度变化规律一致,即初始进动角不影响进动角速度的变化规律;初始章动角仅影响同一时刻进动角速度值,不影响整条弹道的变化规律。

不同初始章动角和初始进动角下,仿真得到弹丸外弹道自转角速度相差小于0.01%。可见,初始章动角和初始进动角取值对弹丸自转角速度无影响。

4.3 初始自转角对解算结果的影响

在初始章动角和初始进动角均为0,初始自转角分别为0°,45°,90°,180°,270°的初始条件下,应用弹丸刚体外弹道微分方程组解算后发现弹道诸元均相同,说明初始自转角对外弹道解算无影响,仿真过程与4.1节一致。

5 结束语

本文通过分析弹丸外弹道初始时刻的章动运动和进动运动规律,发现当初始章动角和初始进动角不为0时,初始弹轴高低角不等于射角,初始弹轴方位角也不等于初始速度方位角,不可随意地将两者取为同一值,并给出初始章动角取值范围为 $[0, \delta_{0,\max}]$,初始进动角取值范围为 $[0, \pi)$,初始自转角的取值范围为 $[0, 2\pi)$ 。通过建立外弹道常用坐标系,推导出刚体外弹道微分方程组求解所需初值中的初始弹轴高低角和初始速度方位角与初始章动角和初始进动角的转换关系,总结出刚体外弹道微分方程组数值解算所需的初值取值方法。仿真发现,初始章动角与初始进动角的取值对偏流的影响较大,不考虑初始章动角与考虑初始章动角相比,弹丸章动和进动规律相差较大。初始章动角取值影响弹丸单个章动周期内章动角幅值以及进动角速度值,但对自转运动无影响。因此,在应用弹丸六自由度刚体外弹道微分方程组数值解算外弹道射击诸元时,应关注初始条件对偏流的影响;解算外弹道绕质心运动时,应合理确定初始条件。

参考文献

- [1] 韩子鹏,常思江,赵子华,等. 弹箭外弹道学[M]. 北京:北京理工大学出版社,2022.
HAN Zipeng, CHANG Sijiang, ZHAO Zihua, et al. Exterior ballistics of projectiles and rockets[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2022. (in Chinese)
- [2] 许耀峰. 现代火炮工程设计手册[M]. 北京:兵器工业出版社,2017.
XU Yaofeng. Modern artillery engineering design handbook[M]. Beijing: Ordnance Industry Press, 2017. (in Chinese)
- [3] 张跃华,刘玉文,蒋明,等. 高原弹道理论及应用[M]. 北京:兵器工业出版社,2020.
ZHANG Yuehua, LIU Yuwen, JIANG Ming, et al. High altitude ballistic theory and application[M]. Beijing: Ordnance Industry Press, 2020. (in Chinese)
- [4] 刘世平. 弹箭飞行试验与气动参数辨识[M]. 北京:国防工业出版社,2023.

- LIU Shiping. Flight test and aerodynamic coefficients identification of projectiles [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2023. (in Chinese)
- [5] 高旭东. 弹箭飞行原理与应用 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2018.
- GAO Xudong. Principle and application of projectile flight [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2018. (in Chinese)
- [6] 郭锐. 弹丸飞行力学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2020.
- GUO Rui. Flight mechanics of projectile [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2020. (in Chinese)
- [7] 吴福平, 崔小航, 邓皓, 等. 基于变角度积分的六自由度弹道快速解算方法 [J]. 航空科学技术, 2016, 27(9): 49–51.
- WU Fuping, CUI Xiaohang, DENG Hao, et al. Quick solving algorithm of 6-DOF trajectory based on variable step angel integration [J]. Aeronautical Science & Technology, 2016, 27(9): 49–51. (in Chinese)
- [8] XING Bingnan, DU Chenxin, DU Zhonghua, et al. Robust optimization design of the aerodynamic shape and external ballistics of a pulse trajectory correction projectile [J]. Applied Sciences, 2023, 13(12): 1–23.
- [9] 钱林方, 陈光辉, 王明明. 弹丸在炮口的状态参数对地面密集度影响研究 [J]. 兵工学报, 2020, 41(5): 833–841.
- QIAN Linfang, CHEN Guanghui, WANG Mingming. The effects of initial state parameters of projectiles at muzzle on their ground dispersion [J]. Acta Armamentarii, 2020, 41(5): 833–841. (in Chinese)
- [10] 尤国钊, 许厚谦, 杨启仁. 中间弹道学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
- YOU Guozhao. XU Houqian, YANG Qiren. Intermediate ballistics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [11] MA Ping, ZHOU Yuchen, SHANG Xiaobing, et al. Firing accuracy evaluation of electromagnetic railgun based on multicriteria optimal Latin Hypercube design [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2017, 45(7): 1503–1511.
- [12] CARLUCCI D E, SIDNEY S J. 弹道学——枪炮弹药的理论与设计 [M]. 韩珺礼, 译. 北京: 国防工业出版社, 2014.
- [13] 董盛鹏. 大口径旋转炮弹弹头机械触发引信弹道炸原因分析 [D]. 南京: 南京理工大学, 2017.
- DONG Shengpeng. Analysis on the causes of ballistic explosion of mechanical trigger fuze for large caliber rotating projectiles [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2017. (in Chinese)
- [14] 王洪兰. 陀螺理论及在工程测量中的应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.
- WANG Honglan. Gyro theory and the application in engineering surveying [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995. (in Chinese)
- [15] 浦发, 芮筱亭. 外弹道学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- PU Fa, RUI Xiaoting. Exterior ballistics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1989. (in Chinese)
- [16] 倪庆乐, 王雨时, 闻泉, 等. 间隔纸靶测试弹丸章动实验数据拟合分析 [J]. 弹箭与制导学报, 2017, 37(2): 143–147.
- NI Qingle, WANG Yushi, WEN Quan, et al. Fitting data analysis of projectile nutation tested by interval paper target [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2017, 37(2): 143–147. (in Chinese)
- [17] 田大畅. 大口径炮弹弹道环境对引信弹道炸的影响 [D]. 南京: 南京理工大学, 2022.
- TIAN Dachang. The influence of ballistic environment of large caliber projectiles on the ballistic explosion of fuze [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2022. (in Chinese)
- [18] 王秀玲, 赵刚. 基于炮口雷达的初速综合预测技术 [J]. 火力与指挥控制, 2009, 34(7): 165–167.
- WANG Xiuling, ZHAO Gang. Intergrated prediction of muzzle velocity based muzzle radar [J]. Fire Control & Command Control, 2009, 34(7): 165–167. (in Chinese)
- [19] 彭启蒙. 旋转炮弹引信弹道环境及弹道炸成因研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2022.
- PENG Qimeng. Research on the ballistic environment and causes of ballistic explosion of rotating projectiles fuze [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2022. (in Chinese)
- [20] 彭启蒙, 王雨时, 项帆, 等. 基于刚体外弹道学仿真的中大口径旋转炮弹引信力学环境 [J]. 探测与控制学报, 2023, 44(2): 37–44.
- PENG Qimeng, WANG Yushi, XIANG Fan, et al. Mechanical environment of fuze for medium and large caliber rotating projectile based on rigid body exterior ballistics simulation [J]. Journal of Detection & Control, 2023, 44(2): 37–44. (in Chinese)