文章编号:1674-2974(2024)08-0145-10 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2024185

基于多边凸集模型的电动汽车悬置系统分析

吕辉[1],廖泽芸[1],李长玉[2],上官文斌[1],肖国权[1†]
(1. 华南理工大学 机械与汽车工程学院,广东 广州 510641;
2. 广州城市理工学院 汽车与交通工程学院,广东 广州 510800)

摘 要:工程实际中,电动汽车悬置系统参数存在着一定的不确定性和相关性.首先,引入基于主成分分析的多边凸集模型,有效处理了系统不确定参数同时存在相关性和独立性的复杂情形;然后,结合蒙特卡洛法提出了一种悬置系统固有特性的不确定性分析方法,并给出了方法的具体分析步骤;最后,将方法应用于某电动乘用汽车的悬置系统分析,以验证方法的有效性.数值分析结果表明:相较于未考虑参数相关性的区间方法,所提出方法求得的系统固有特性响应范围更加合理;与基于多维平行六面体模型的分析方法对比,所提出方法能更有效地处理系统不确定参数样本分布边界不规则的情形;对于所研究模型,其右、前悬置点的刚度参数相关性对系统固有特性有较大的影响,在设计研究过程中应予以重视.

关键词:悬置系统;主成分分析;多边凸集模型;固有特性;不确定性分析
中图分类号:U469.72 **文献标志码**:A

Analysis of Electric Vehicle Mounting System Based on Polygonal Convex Set Model

LÜ Hui[1],LIAO Zeyun[1],LI Changyu[2],SHANGGUAN Wenbin[1],XIAO Guoquan[1†]
(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641,China;
2. School of Automobile and Traffic Engineering, Guangzhou City University of Technology, Guangzhou 510800,China)

Abstract: In engineering practice, the parameters of the electric vehicle mounting system inevitably have certain uncertainties and correlations. Firstly, a polygonal convex set model based on principal component analysis is introduced to effectively deal with the complex situation where the uncertain parameters of the system are correlated and independent at the same time; then, an uncertainty analysis method for the inherent characteristics of the mounting system is proposed in combination with the Monte Carlo method, and the specific analysis steps of the method are given; finally, the method is applied to the analysis of the mounting system of an electric passenger car to verify the effectiveness of the method. The results of numerical analysis show that the response range of the inherent characteristics of the system obtained by the proposed method is more reasonable than that of the interval method without considering the parameter correlation; compared with the analysis method based on the

* **收稿日期**:2023-07-18
基金项目:国家自然科学基金资助项目(52375093; 51975217),National Natural Science Foundation of China(52375093; 51975217);广东省自然科学基金资助项目(2023A1515011585),Natural Science Foundation of Guangdong Province (2023A1515011585)
作者简介:吕辉(1986—),男,广西陆川人,华南理工大学副教授,博士
† 通信联系人,E-mail:megqxiao@scut.edu.cn

multidimensional parallel hexahedron model, the proposed method can more effectively deal with the case of irregular boundary distribution of the uncertain parameter samples of the system; for the studied model, the correlation of the stiffness parameters of the right and front mounting points has a greater influence on the inherent characteristics, which should be paid attention to in the design research process.

Key words: mounting system; principal component analysis; polygonal convex set model; inherent characteristics, uncertainty analysis

在电动汽车的设计、生产制造和工作运行过程中,普遍存在着多种不确定因素.由于电动汽车采用电驱动动力总成替代传统发动机动力总成,发动机的"掩蔽效应"消失使得电动汽车的噪声、振动和声振粗糙度(Noise, Vibration and Harshness, NVH)问题日益凸显.动力总成悬置系统(Powertrain Mounting System, PMS)作为NVH技术的重要一环,是电动汽车隔离振动传递、降低噪声传播的重要系统之一[1].因此,对电动汽车PMS固有特性进行不确定性分析和研究有着重要的工程意义.

近几年,关于PMS固有特性的不确定性研究已经取得了显著成果.Wu[2]基于区间截断法估计了PMS响应的不确定边界,并优化了系统固有特性的鲁棒性.Chen等[3]将PMS的悬置安装角度、位置以及刚度参数视为区间变量,分析了系统模态动能分布的上下边界.Xie等[4]基于切比雪夫多项式展开技术和区间分析模型,提出了一种PMS固有特性的不确定性分析方法.

上述研究均将系统不确定参数处理为独立变量.然而,工程实际中PMS一些关键的不确定参数间一般还具有一定的相关性[5].例如,电动汽车PMS同一橡胶悬置的三向刚度参数就存在相关性,但是不同悬置之间的参数又是相互独立的.针对该复杂情形,作者所在课题组前期分别基于多椭球凸模型和多维平行六面体模型,提出了一些PMS固有特性的不确定性分析方法,初步探讨了悬置刚度参数相关性对系统响应的影响[6-7].

可以看出,考虑不确定参数相关性的PMS研究已引起学者的重点关注,并且已经取得了一些成果.然而,现有的考虑不确定参数相关性的PMS研究均具有一个相同的特征,即所采用研究模型的边界都是比较规则的,例如,多维椭球模型和多维平行六面体模型.但是,在实际工程中,不确定参数的样本分布并不总是规则的,这时规则的边界可能无法准确地处理不确定参数信息,从而导致系统响应求解误差增大.为准确描述不规则的参数样本信息,一种基于主成分分析[8-9]的区间凸集不确定性建模方法[10]被提了出来,在此基础上进一步发展出了更为紧凑的多边凸集模型(Polygonal Convex Set Model, PCS)[11].

针对电动汽车PMS中不确定关键参数的相关性和独立性并存,且参数样本可能不符合规则边界的问题,首先构建PCS模型来处理系统参数的不确定性和相关性;然后提出一种基于蒙特卡洛法的PMS固有特性分析方法;最后通过数值算例验证模型和方法的有效性.

1 多边凸集模型分析

在实际工程中,可能存在如下情况:不确定参数可分为几组,不同组参数相互独立,每组内参数具有一定的相关性,同时参数样本可能不符合规则边界.对此类复杂情况,可利用PCS模型对参数的不确定性和相关性进行描述.文献[11]中给出了PCS模型的建立方法以及数学表达式.

假设系统存在n个有界不确定参数,$\boldsymbol{X}=\left[X_1,\cdots,X_t,\cdots,X_n\right]^{\mathrm{T}}$,$t=1,2,\cdots,n$.通过对其有界闭区间及其中点和半径的描述,可建立相应的区间不确定性度量模型[12],即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}=\{&X_1^{\mathrm{L}}\leqslant X_1\leqslant X_1^{\mathrm{U}}\cup\cdots\cup\\&X_t^{\mathrm{L}}\leqslant X_t\leqslant X_t^{\mathrm{U}}\cup\cdots\cup X_n^{\mathrm{L}}\leqslant X_n\leqslant X_n^{\mathrm{U}}\}\end{aligned}\tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$为区间模型不确定域,$\boldsymbol{X}^{\mathrm{L}}=\left[X_1^{\mathrm{L}},\cdots,X_t^{\mathrm{L}},\cdots,X_n^{\mathrm{L}}\right]$、$\boldsymbol{X}^{\mathrm{U}}=\left[X_1^{\mathrm{U}},\cdots,X_t^{\mathrm{U}},\cdots,X_n^{\mathrm{U}}\right]$分别表示区间不确定参数下界、上界.传统的区间模型不能有效地处理系统不确定参数的相关性,因此在区间不确定域中可能会出现一部分没有任何参数样本的空白区域.

假设系统有m组n维不确定参数样本

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{S}}=\left[\boldsymbol{X}^{(1)},\boldsymbol{X}^{(2)},\cdots,\boldsymbol{X}^{(m)}\right] \tag{2}$$

第j组样本可记为

$$\boldsymbol{X}^{(j)}=\left[X_1^{(j)},X_2^{(j)},\cdots,X_n^{(j)}\right]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

式中:$j=1,2,\cdots,m$.各参数均值点具体计算为

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}=\left[\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}X_1^{(j)},\ \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}X_2^{(j)},\cdots,\ \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}X_n^{(j)}\right]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

将样本去中心化,协方差矩阵可以定义为

$$\boldsymbol{C}_X=\frac{1}{n}\left(\boldsymbol{X}^S-\overline{\boldsymbol{X}}\right)\left(\boldsymbol{X}^S-\overline{\boldsymbol{X}}\right) \tag{5}$$

式中:$\overline{\boldsymbol{X}}=\left[\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}},\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}},\cdots,\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right]_{n\times m}$.得到协方差矩阵$\boldsymbol{C}_X$之后,可以计算其特征值以及对应的特征向量.从高到低依次排序所得到的特征值,则相应的正交特征向量为$\boldsymbol{p}_i=\left[p_{1i},p_{2i},\cdots,p_{ni}\right]^{\mathrm{T}},i=1,2,\cdots,n$,其可作为新坐标系的正交基底,改写为矩阵形式$\boldsymbol{P}=\left[\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n\right]$.

不确定参数及其样本可以通过矩阵$\boldsymbol{P}$投影到新的坐标系中,具体转换公式如下:

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right) \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{Y}=\left[Y_1,\cdots,Y_t,\cdots,Y_n\right]^{\mathrm{T}},t=1,2,\cdots,n$是新坐标系中的不确定参数.类似地,通过基于正交特征向量方向的新坐标系中不确定参数的上下界,可以建立基于主成分分析的区间模型(后简称主成分区间模型)如下:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}\in\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}=\Big\{&\boldsymbol{X}\big|Y_1^{\mathrm{L}}\leqslant\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_1\leqslant Y_1^{\mathrm{U}}\\&\cup\cdots\cup Y_t^{\mathrm{L}}\leqslant\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_t\leqslant Y_t^{\mathrm{U}}\\&\cup\cdots\cup Y_n^{\mathrm{L}}\leqslant\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_n\leqslant Y_n^{\mathrm{U}}\Big\}\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{cases}Y_t^{\mathrm{L}}=\min\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}^S-\overline{\boldsymbol{X}}\right)\right)_t\\Y_t^{\mathrm{U}}=\max\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}^S-\overline{\boldsymbol{X}}\right)\right)_t\end{cases} \tag{8}$$

式中:$\boldsymbol{Y}^{\mathrm{U}}=\left[Y_1^{\mathrm{U}},\cdots,Y_t^{\mathrm{U}},\cdots,Y_n^{\mathrm{U}}\right]^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{Y}^{\mathrm{L}}=\left[Y_1^{\mathrm{L}},\cdots,Y_t^{\mathrm{L}},\cdots,Y_n^{\mathrm{L}}\right]^{\mathrm{T}}$分别表示新坐标系下不确定样本的上下边界,$\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_t$表示矩阵$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)$第$t$行对应的数值,$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$为主成分区间模型不确定域.以图1所示的二维问题为例,传统的区间模型包围的样本空间内可能会含有若干没有任何样本的空白区域.在这种情况下,相应的不确定性分析结果可能会不够准确.很明显,不确定域$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$比传统区间不确定域$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$更为紧凑.

不确定域$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$虽然比$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$更紧凑,但$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$的部分边角区域处于$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$之外.在某些极端情况下,基于$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$的不确定性分析结果可能会比基于$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$的不确定性结果更为保守.为了克服这一缺点,通过提取$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$和$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$之间的公共区域,得到了一种新的不确定性量化模型,即PCS模型.

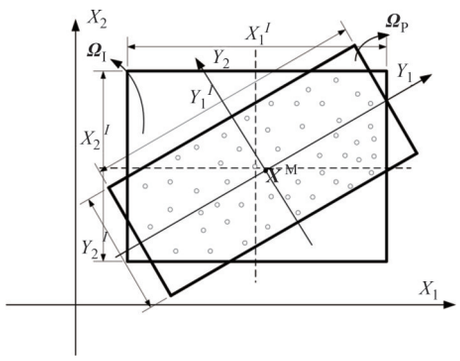


图1　二维主成分区间模型

Fig.1　Two-dimensional principal component interval model

描述m组n维不确定参数样本$\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}=\left[\boldsymbol{X}^{(1)},\boldsymbol{X}^{(2)},\cdots,\boldsymbol{X}^{(m)}\right]$的PCS模型可以表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}\in\boldsymbol{\Omega}=\Big\{&\boldsymbol{X}\big|X_1^{\mathrm{L}}\leqslant X_1\leqslant X_1^{\mathrm{U}}\cap Y_1^{\mathrm{L}}\leqslant\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_1\leqslant Y_1^{\mathrm{U}}\\&\cup\cdots\cup X_t^{\mathrm{L}}\leqslant X_t\leqslant X_t^{\mathrm{U}}\cap Y_t^{\mathrm{L}}\leqslant\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_t\leqslant Y_t^{\mathrm{U}}\\&\cup\cdots\cup X_n^{\mathrm{L}}\leqslant X_n\leqslant X_n^{\mathrm{U}}\cap Y_n^{\mathrm{L}}\leqslant\left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_n\leqslant Y_n^{\mathrm{U}}\Big\}\end{aligned} \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{\Omega}$为PCS模型不确定域,描述二维不确定参数的PCS模型(黑色实线包围部分)如图2所示,可以看出不确定域$\boldsymbol{\Omega}$最为紧凑.

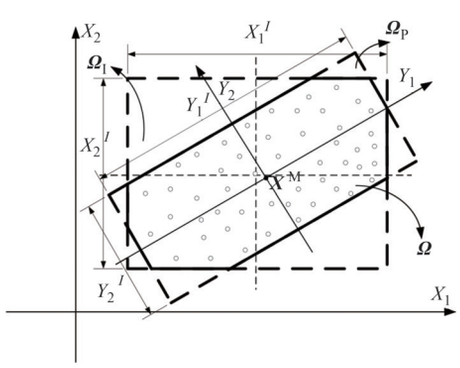


图2　二维PCS模型

Fig.2　Two-dimensional PCS model

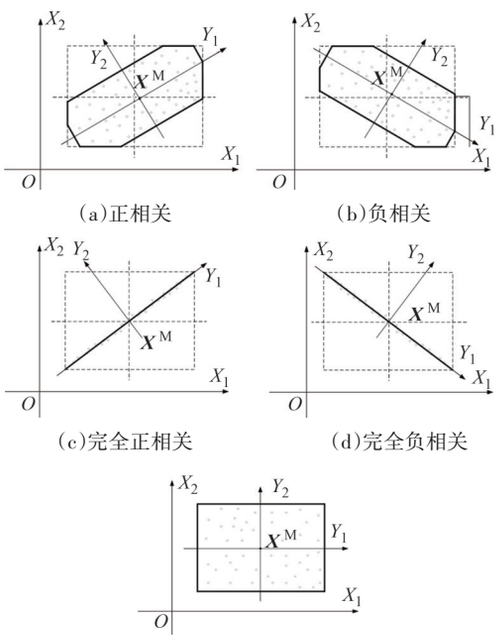
基于PCS模型进行不确定性分析具有以下特点:

1)不确定域$\boldsymbol{\Omega}$完全被包含于不确定域$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$和$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$.因此,基于PCS模型的不确定性分析结果比其他两种模型的结果会更为精确.

2)PCS模型所有顶点均位于$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{P}}$和$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$的边界上.因此,如果参数不确定性水平较低或响应函数非线

性较弱,则可以使用PCS模型的顶点来近似确定响应的最大最小值.

3)不确定参数的相关性可以通过PCS模型的形状和大小来合理表示.例如,PCS模型可以描述5种不同的参数相关情形:(a)正相关;(b)负相关;(c)完全正相关;(d)完全负相关;(e)不相关.对于完全线性相关,PCS模型退化为主成分区间模型.对于不相关情形,PCS模型退化为传统区间模型.不同相关性下的PCS模型如图3所示.



(a)正相关 (b)负相关

(c)完全正相关 (d)完全负相关

(e)不相关

图3 不同相关情形下的PCS模型

Fig.3 PCS models under different correlated cases

2 基于PCS模型的PMS固有特性分析

2.1 电动汽车PMS模型和固有特性分析

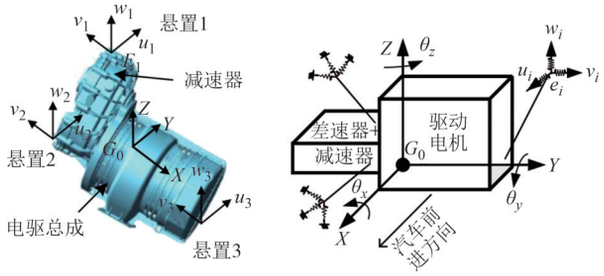
图4(a)、(b)分别为某纯电动汽车PMS的三维模型[13]和动力学模型.通常情况下,可以将电驱动总成简化为六自由度刚体,将橡胶悬置元件简化为三向正交刚度的弹簧模型.

建立动力总成坐标系G_0-XYZ和悬置元件局部坐标系$e_i-u_iv_iw_i(i=1,2,3)$,各坐标系及坐标轴具体定义见文献[14].系统固有频率可由下式求得:

$$\left|\boldsymbol{K}-\omega^2\boldsymbol{M}\right|=0 \tag{10}$$

$$\left\{\boldsymbol{K}-\omega_j^2\boldsymbol{M}\right\}\varphi_j=0 \tag{11}$$

式中:$\boldsymbol{K}$为系统质量矩阵,$\boldsymbol{M}$为系统刚度矩阵.求解上述两式,可得到系统6阶固有频率$f_j=\omega_j/2\pi$,$j=1,2,\cdots,6$,以及对应的振型$\boldsymbol{\varphi}_j=\left[\varphi_{1j},\varphi_{2j},\cdots,\varphi_{6j}\right]^{\mathrm{T}}$.



(a)三维模型 (b)动力学模型

图4 PMS模型

Fig.4 PMS model

当系统以第j阶固有频率f_j和振型φ_j振动时,第k个广义坐标所占的能量百分比为

$$\mathrm{ED}(k,j)=\frac{\frac{1}{2}\omega_j^2\varphi_{kj}\sum_{l=1}^{6}M_{kl}\varphi_{lj}}{\frac{1}{2}\omega_j^2\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_j}=\frac{\varphi_{kj}\sum_{l=1}^{6}\left(M_{kl}\varphi_{lj}\right)}{\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_j} \tag{12}$$

式中:φ_{kj}为$\boldsymbol{\varphi}_j$的第k个分量;M_{kl}为$\boldsymbol{M}$的第k行第l列元素;φ_{lj}为$\boldsymbol{\varphi}_j$的第l个分量.第j阶模态对应的解耦率定义为

$$E_j=\max_{k=1,2,\cdots,6}\mathrm{ED}(k,j) \tag{13}$$

当$E_j=100\%$时,表示能量全部集中在某广义坐标上,第j阶振动完全解耦.

2.2 基于PCS模型的PMS不确定性分析

以$G_j(\boldsymbol{X})$表示PMS的固有特性响应函数(如解耦率或固有频率),$\boldsymbol{X}$为系统不确定参数.不确定参数相关性和独立性并存情形下,基于PCS模型和蒙特卡洛法求解$G_j(\boldsymbol{X})$的主要步骤如下.

1)记PMS中的n个不确定参数为$\boldsymbol{X}=\left[X_1,\cdots,X_t,\cdots,X_n\right]^{\mathrm{T}}$,$t=1,2,\cdots,n$,且已知其$m_1$组样本为$\boldsymbol{X}_{m_1}=\left[\boldsymbol{X}^{(1)},\boldsymbol{X}^{(2)},\cdots,\boldsymbol{X}^{(m_1)}\right]$.首先计算样本数据的边缘区间$[\boldsymbol{X}^{\mathrm{L}},\boldsymbol{X}^{\mathrm{U}}]$,均值$\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}$和均值矩阵$\overline{\boldsymbol{X}}$,构建区间模型如式(1)所示.

2)分别对不同悬置系统参数样本进行主成分分析,获得单个悬置参数特征向量矩阵$\boldsymbol{P}_i$,将不同悬置的特征向量矩阵组合得到所有悬置参数的特征向量矩阵$\boldsymbol{P}$以及转换后的坐标系$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)$.

3)计算新坐标系下的上下界$\boldsymbol{Y}^{\mathrm{U}}$及$\boldsymbol{Y}^{\mathrm{L}}$,建立主成分区间模型;取传统区间模型和主成分区间模型相交部分,建立PCS模型如式(9)所示.

4)将参数$\boldsymbol{X}$视为独立变量,在$\boldsymbol{X}$取值区间范围内进行蒙特卡洛仿真抽样,抽取的样本记为$\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}=\left[X_{\mathrm{S},1},\cdots,X_{\mathrm{S},t},\cdots,X_{\mathrm{S},n}\right]^{\mathrm{T}}$.

5)对$\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}$进行筛选,对任意$t=1,2,\cdots,n$,将满足

$\left\{X_{\mathrm{S},t}|Y_t^{\mathrm{L}} \leqslant \left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_t \leqslant Y_t^{\mathrm{U}}\right\}$ 的样本数据记为 $\boldsymbol{X}_{m_2}=\left[X_{m_2,1},\cdots,X_{m_2,t},\cdots,X_{m_2,n}\right]^{\mathrm{T}}$.

6) 重复步骤(4)和步骤(5)M_1次,获得M_2组满足对任意$t=1,2,\cdots,n$,$\left\{X_{\mathrm{S},t}|Y_t^{\mathrm{L}} \leqslant \left(\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{S}}-\boldsymbol{X}^{\mathrm{M}}\right)\right)_t \leqslant Y_t^{\mathrm{U}}\right\}$的样本数据,记为$\boldsymbol{X}_{M_2}=\left\{\boldsymbol{X}_{m_2,1},\boldsymbol{X}_{m_2,2},\cdots,\boldsymbol{X}_{m_2,M_2}\right\}$.

7)计算$\boldsymbol{X}_{M_2}$中每一组抽样样本对应的PMS固有特性,得到M_2组固有特性响应数据.

8)在得到的M_2组数据中分别找出系统6个方向固有频率或解耦率的最大值和最小值,即$G_j(\boldsymbol{X})$的上界和下界.

随着仿真抽样次数M_1增加,蒙特卡洛法的计算精度也提高;当抽样次数M_1足够大时,能获得较为精确的计算结果.图5给出了基于PCS模型的PMS固有特性响应不确定性分析的基本流程.

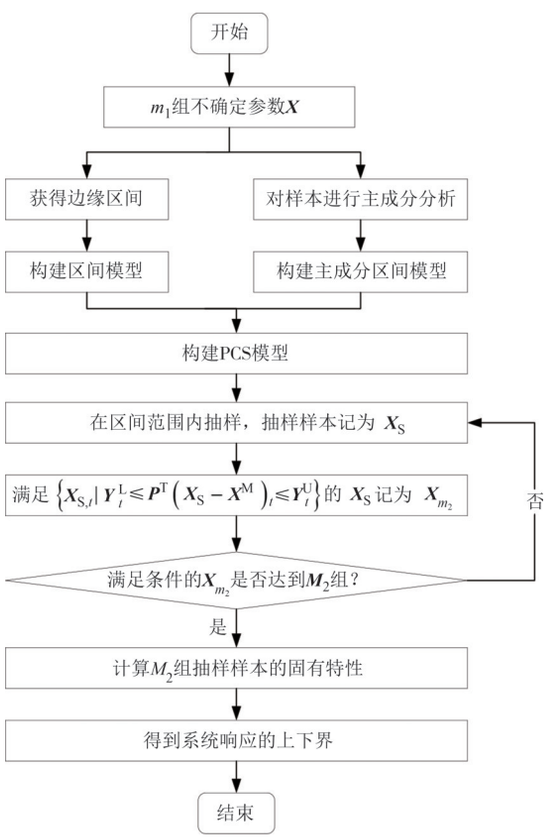


图5　基于PCS模型的不确定性分析流程

Fig.5　Uncertainty analysis process based on PCS model

3　应用算例研究

3.1　PMS模型

以某电动乘用汽车三点悬置PMS为例,电驱动总成的质量为70 kg,表1为该总成的转动惯量和惯性积数据,表2为各悬置的初始动刚度数据,表3为各悬置安装位置数据.

表1　电驱总成的转动惯量和惯性积

Tab.1　Moment of inertia and product of inertia parameters of electric drive assembly　kg·m²

I_{XX}	I_{YY}	I_{ZZ}	I_{XY}	I_{YZ}	I_{ZX}
1.143 8	1.073 8	1.193 6	0.04 1	0.006 6	1.143 8

表2　悬置初始动刚度

Tab.2　Initial dynamic stiffness of mounts　N·mm⁻¹

悬置	k_u	k_v	k_w
左悬置	144	153	273
右悬置	60	197	199
前悬置	233	76	169

表3　悬置的安装位置

Tab.3　The installation locations of mounts　mm

悬置	X	Y	Z
左悬置	2 620	75	70
右悬置	2 629	−297	125
前悬置	2 225	−39	70

3.2　不同模型下固有特性分析对比

相较于悬置的安装位置和倾角等参数,其刚度参数更易于调整与优化,且已有的大部分研究均以悬置刚度作为研究参数.因此,本文选取悬置刚度作为系统主要的不确定参数进行研究.

考虑到同一悬置的三向刚度参数具有一定相关性,且不同悬置的刚度参数相互独立,因此需对每个悬置的刚度样本数据分别建立分析模型.以表2中悬置的动刚度值作为不确定参数取值中点,参数不确定度为±10%.Z轴方向(竖直方向)、θ_Y方向(电机转子旋转方向)和X轴方向(汽车前后方向)为系统振动分析的重点关注方向,因此本文着重考虑这3个方向的PMS固有特性.此外,为方便数据分析和减少工作量,本文主要分析PMS解耦率,并将X轴方向、Z轴方向和θ_Y方向解耦率分别记为D_X、D_Z和D_{θ_Y}.

为方便从理论上探讨不同模型对特定样本的处理能力,分别给出3组具有不同相关性(分别记为弱、中、强相关性)的PMS刚度样本数据,其悬置刚度参数样本相关系数大致分别为0.1,0.4,0.7.所取的三组样本点在左悬置X、Y方向上的投影分别如图6~图8所示.

分别构建区间模型、多维平行六面体模型(MP

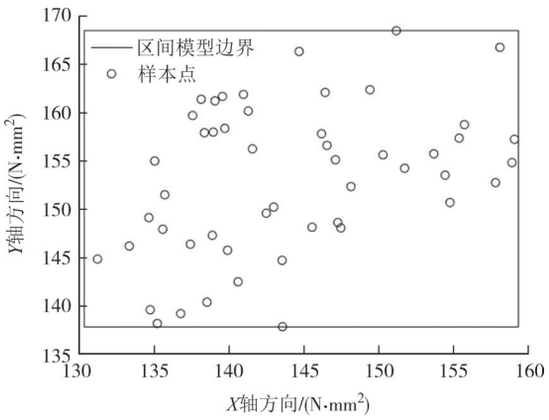


图6 弱相关性样本

Fig.6 The weakly correlated samples

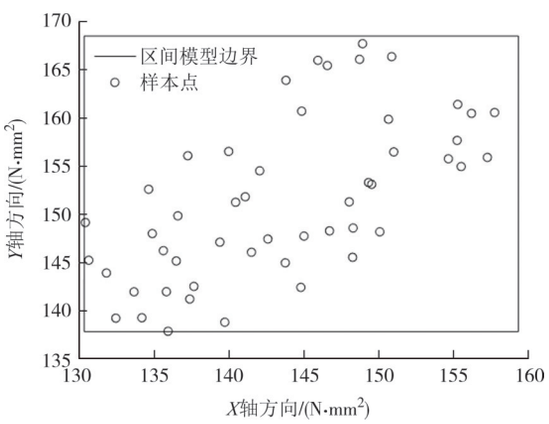


图7 中相关性样本

Fig.7 The moderately correlated samples

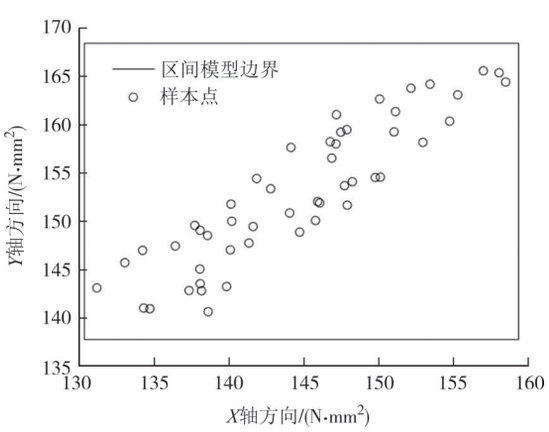


图8 强相关性样本

Fig.8 The strongly correlated samples

模型)[7]和PCS模型对3组样本进行描述,进而再分别基于各模型和蒙特卡洛法求解系统解耦率.抽样次数为10^6次以保证蒙特卡洛法收敛.

表4~表6分别给出了3种不同相关性情形下的系统解耦率上下界数值.

为更直观地比较不同模型求解响应的情况,

表4 弱相关性样本下的分析结果

Tab.4 The analysis results under weak correlation samples

模型	D_X/%	D_Z/%	D_{θ_Y}/%
区间模型	[45.67, 81.69]	[69.57, 91.01]	[42.81, 88.39]
MP模型	[46.10, 81.67]	[71.58, 90.45]	[42.58, 87.52]
PCS模型	[51.53, 78.87]	[74.38, 90.23]	[47.71, 84.42]

表5 中相关性样本下的分析结果

Tab.5 The analysis results under moderate correlation samples

模型	D_X/%	D_Z/%	D_{θ_Y}/%
区间模型	[45.67, 81.69]	[69.57, 91.01]	[42.81, 88.39]
MP模型	[46.25, 81.26]	[71.24, 90.32]	[42.99, 87.06]
PCS模型	[58.16, 78.50]	[75.72, 90.22]	[53.54, 83.48]

表6 强相关性样本下的分析结果

Tab.6 The analysis results under strong correlation samples

模型	D_X/%	D_Z/%	D_{θ_Y}/%
区间模型	[45.67, 81.69]	[69.57, 91.01]	[42.81, 88.39]
MP模型	[49.25, 79.67]	[72.80, 90.40]	[43.74, 86.62]
PCS模型	[59.77, 75.75]	[76.40, 90.11]	[56.40, 81.52]

图9~图11分别绘制出了不同模型的求解结果.

由于区间模型不能处理不确定参数样本的相关性,其分析结果最为保守.因此选用区间模型分析结果作为基准参考,分别计算MP模型、PCS模型求解结果与基准值之间的差值,进而利用差值进行比较分析.结合表4~表6以及图9~图11可以得出如下分析结果.

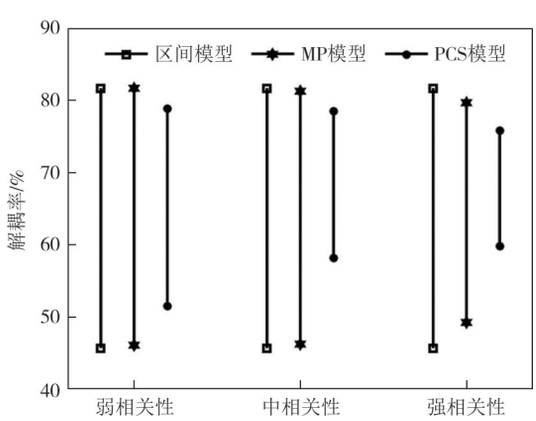


图9 X轴方向解耦率

Fig.9 Decoupling rate in X-axis direction

1)MP模型和PCS模型都具有处理系统不确定参数相关性的能力.随着相关性增强,MP模型和PCS模型求得的各方向解耦率区间都有一定程度的

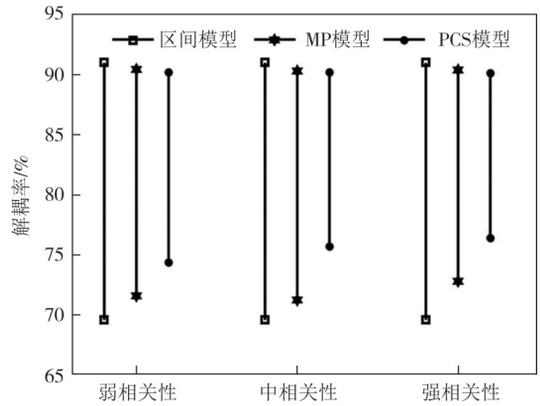


图 10　Z 轴方向解耦率

Fig.10　Decoupling rate in Z-axis direction

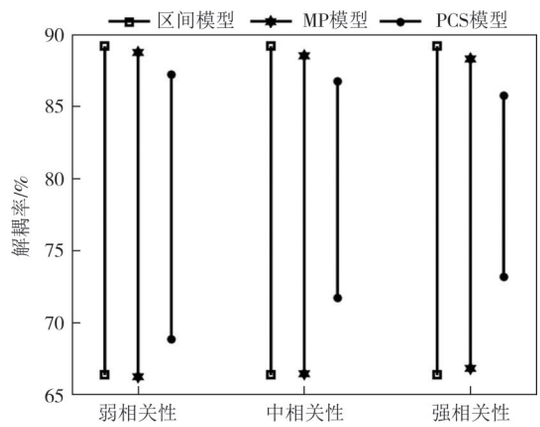


图 11　θ_Y 方向解耦率

Fig.11　Decoupling rate in θ_Y direction

收缩,以 X 轴方向强相关性样本为例,相比区间模型,MP 模型所求 D_X 上界减小值为 2.02%,下界增大值为 3.58%,PCS 模型所求 D_X 上界减小值为 5.94%,下界增大值为 14.10%.

2)对 MP 模型而言,相较于弱相关性样本下所求解耦率,强相关性样本下 D_X 上界减小值为 2.00%,下界增大值为 3.15%;D_Z 上界减小值为 0.05%,下界增大值为 1.22%;D_{θ_Y} 上界减小值为 0.9%,下界增大值为 1.16%.随着参数相关性增大,3 个方向解耦率区间收缩,且收缩幅度较小,3 个方向中上界最大的减小值仅为 2.00%,下界最大的增大值仅为 3.15%.在所给的 3 组样本下,MP 模型不能很好地处理所给刚度参数样本的相关性,即由某些特定样本构建出的 MP 模型会留有一大部分不包含样本点的空白区域,导致求解结果较为保守.

3)对 PCS 模型而言,随着相关性增强,由 PCS 模型求得的解耦率区间有较大程度的收缩,相较于弱相关性样本下所求结果,强相关性样本下 D_X 上界减小值为 3.12%,下界增大值为 8.24%;D_Z 上界减小值为 0.12%,下界增大值为 2.02%;D_{θ_Y} 上界减小值为 2.9%,下界增大值为 8.69%.3 个方向上界最大减小值为 3.12%,下界最大增大值为 8.69%,故 PCS 模型能较好地处理特定样本下刚度参数的相关性.

4)相比 MP 模型,PCS 模型求得的 3 个方向解耦率更加精确.以 X 方向和 θ_Y 方向强相关性样本为例,相比区间模型,MP 模型求得的 D_X 上界减小值为 2.02%,下界增大值为 3.58%,而 PCS 模型求得的 D_X 上界减小值为 5.94%,下界增大值为 14.10%;MP 模型求得的 D_{θ_Y} 上界减小值为 1.77%,下界增大值为 0.93%,而 PCS 模型求得的 D_{θ_Y} 上界减小值为 6.87%,下界增大值为 13.59%.由上述数据可知,PCS 模型求得的解耦率区间收缩程度远大于 MP 模型.故相较于 MP 模型,在所给的 3 组样本下,PCS 模型所求得的解耦率区间范围更小,能更好地处理样本参数的相关性,计算结果更为合理.

综上所述,本文所研究的 PCS 模型,能够有效地处理 PMS 系统参数的相关性,且能有效分析特定样本下 PMS 的固有特性.

3.3　不同悬置参数相关系数下的影响分析

为从理论上探究 PCS 模型处理 PMS 不确定参数不同相关性的效果,分别研究 PMS 悬置刚度参数样本相关系数为 0、0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8 和 0.9 等 10 种情形.表 7 给出了各情形下基于 PCS 模型和蒙特卡洛法求得的系统解耦率的上下界数值.

为更直观地比较 PMS 刚度参数相关性对系统解

表 7　解耦率的区间范围

Tab.7　The interval ranges of decoupling rate

相关系数	D_X/%	D_Z/%	D_{θ_Y}/%
0	[45.67, 81.69]	[69.57, 91.01]	[42.81, 88.39]
0.1	[47.04, 80.99]	[71.65, 90.87]	[42.51, 86.95]
0.2	[48.58, 81.03]	[72.87, 90.76]	[43.93, 86.69]
0.3	[52.14, 80.67]	[74.15, 90.88]	[45.11, 85.42]
0.4	[52.57, 79.62]	[74.09, 90.59]	[45.08, 85.77]
0.5	[54.22, 79.48]	[74.43, 90.71]	[48.60, 85.10]
0.6	[56.36, 78.71]	[74.41, 90.72]	[51.23, 84.44]
0.7	[56.72, 78.54]	[75.81, 90.68]	[51.81, 83.83]
0.8	[57.37, 77.95]	[75.61, 90.70]	[54.07, 83.40]
0.9	[58.44, 77.12]	[76.22, 90.52]	[55.80, 83.00]

耦率的影响,图12~图14分别绘出了不同相关性情形下系统3个方向的解耦率范围.

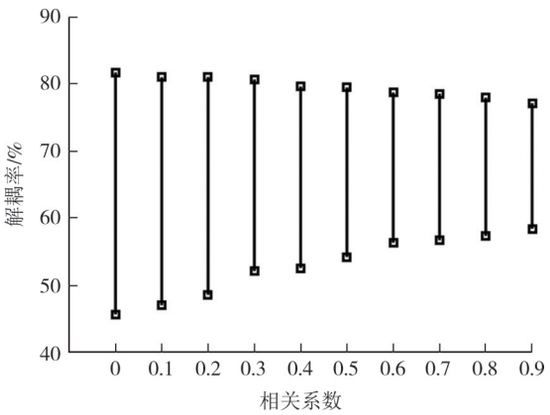


图12 不同相关情形下的D_X

Fig.12 The results of D_X under different correlated cases

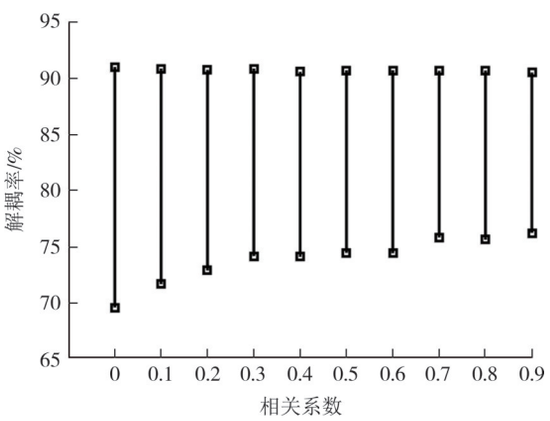


图13 不同相关情形下的D_Z

Fig.13 The results of D_Z under different correlated cases

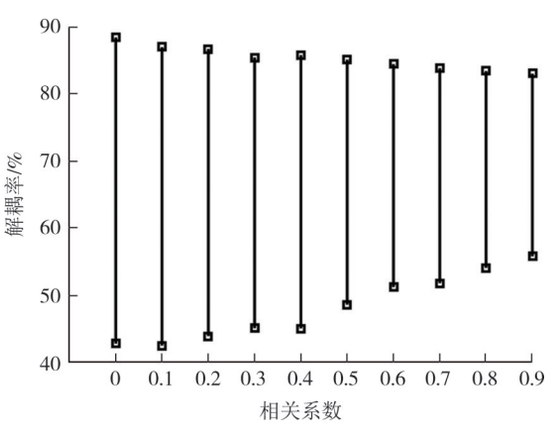


图14 不同相关情形下的D_{θ_Y}

Fig.14 The results of D_{θ_Y} under different correlated cases

为分析参数相关性对系统固有特性的影响,以纯区间情形(相关系数为0)下的解耦率计算结果为基准,对比分析相关系数为0.9时解耦率数值与基准值的差值,利用差值进行对比探讨.

由表7以及图12~图14可知:

1)随刚度参数相关性不断增强,悬置各方向的解耦率上下界出现不同程度的缩窄.随着刚度参数相关性增大,D_X上界不断减小,下界不断增大,上界减小值为4.57%,下界的增大值为12.77%;D_Z上界的变化不大,D_Z下界不断增大,上界的减小值为0.49%,下界的增大值为6.65%;D_{θ_Y}上界不断减小,D_{θ_Y}下界不断增大,上界的减小值为5.39%,下界的增大值为12.99%.

2)各方向解耦率下界受刚度参数相关性的影响普遍大于上界.解耦率上界最大减小值以及下界最大增大值均出现在θ_Y方向,数值分别为5.39%和12.99%.相较之下,D_Z受刚度相关性影响较小,上下界均变化不大.

综上分析可知,对于本文所研究的PMS模型,考虑刚度参数相关性后,系统3个方向的解耦率区间均有一定幅度缩小,更接近合理的响应范围.相关性增大对3个方向的解耦率下界有较大的影响,对上界影响相对较小.3个方向中θ_Y方向受参数相关性影响最大.

3.4 各悬置参数相关性的影响分析

考虑到3个悬置的不确定参数相关性对系统固有特性的影响可能存在差异性.下面研究仅某一悬置不确定参数具有相关性时系统固有特性响应.在进行研究时,按顺序任意取某一悬置并使其三向刚度参数具有相同的相关系数(本文取为0.6),且使其余悬置的三向刚度相互独立(相关系数为0).

基于PCS模型求解上述情形下系统3个方向解耦率的上下界,结果如图15~图17所示.图中,横坐标表示具有参数相关性的悬置点名称,例如"无"表示所有悬置点的三向刚度参数相互独立,无相关性;"左"表示仅左悬置点的三向刚度参数具有相关性,而其他悬置点的三向刚度参数相互独立.

由图15~图17可得出如下分析结论.

1)由图15可知,右悬置点的刚度相关性对D_X上界影响较大,相较无相关性时上界减小值为2.29%.前悬置点的刚度相关性对D_X下界影响较大,相较无相关性时下界增大值为5.39%.

2)由图16可知,D_Z上界受各悬置点的刚度相关性影响不大,而下界受右悬置点以及前悬置点的刚度相关性影响较大,与无相关性情况相比,下界增大值分别为4.04%和5.21%.

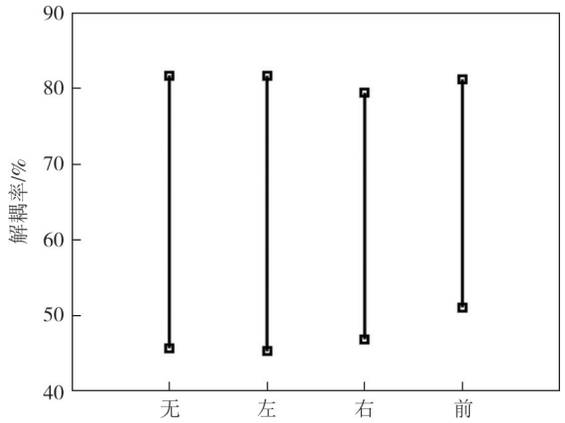


图 15　仅某悬置参数相关时的 D_X

Fig.15　The results of D_X when the parameters are correlated in only one mount

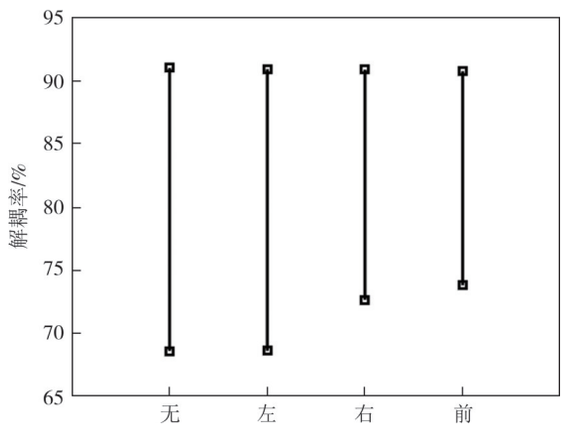


图 16　仅某悬置参数相关时的 D_Z

Fig.16　The results of D_Z when the parameters are correlated in only one mount

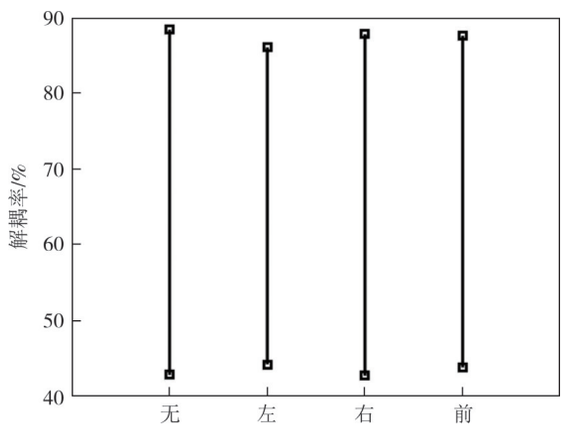


图 17　仅某悬置参数相关时的 D_{θ_Y}

Fig.17　The results of D_{θ_Y} when the parameters are correlated in only one mount

3)由图 17 可知,D_{θ_Y} 受各悬置点的刚度相关性影响较小;相较之下,D_{θ_Y} 受左悬置点的刚度相关性影响较大,与无相关性情况相比,上界减小值为 2.34%,下界增大值为 1.39%.

综上分析可知,对于本文研究模型,其 3 个悬置的刚度参数相关性均对解耦率有一定影响.前悬置刚度相关性主要影响解耦率下界,特别是 X 轴方向、Z 轴方向解耦率下界;右悬置刚度参数相关性对多个方向解耦率的上、下界均有影响,对 Z 轴方向解耦率下界的影响较大.相较之下,系统右、前悬置点的刚度相关性对系统固有特性有较大的影响,因此在设计与研究过程中应予以重视.

4　结 论

1)与未考虑刚度参数相关性的区间方法相比,本文方法能有效地分析参数样本信息的相关性;与多维平行六面体模型相比,PCS 模型能够更有效地分析边界不规则的不确定参数样本信息,避免所构建的模型存在部分没有样本的空白区域的情况,进而能更准确地求解 PMS 固有特性边界.

2)对于本文所研究模型,考虑刚度参数相关性后,系统 3 个方向的解耦率区间均有一定幅度缩小,更接近合理的响应范围.相关性增大对 3 个方向的解耦率下界有较大影响,对上界影响相对较小.3 个方向中 θ_Y 方向受参数相关性影响最大.

3)对于本文研究模型,其右悬置点的三向刚度参数相关性以及前悬置点的三向刚度参数相关性对系统的固有特性具有较大影响,在设计与研究过程中应予以重视.

参考文献

[1]　付江华,尹亚坤,苏锦涛,等. 汽车动力总成磁流变悬置研究综述[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2023,37(6):29-38.
FU J H, YIN Y K, SU J T, et al. Research review on a magnetorheological mount of automotive powertrain[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2023, 37(6):29-38.(in Chinese)

[2]　WU J. A robust optimization for the frequency and decoupling ratio of a powertrain mounting system based on interval analysis [J]. International Journal of Automotive Technology, 2012, 13(3):409-422.

[3]　CHEN P F, ZHANG Y Q, QIN G, et al. Interval analysis method of a powertrain mounting system with uncertain parameters[C]// SAE Technical Paper Series. 400 Commonwealth Drive,

Warrendale, PA, United States: SAE International, 2010.

[4] XIE Y, ZHANG W G, FENG X X, et al. Powertrain mounting system with uncertainty using Chebyshev interval method [C]// SAE Technical Paper Series. 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA, United States: SAE International, 2015.

[5] JIANG C, HAN X, LU G Y, et al. Correlation analysis of non-probabilistic convex model and corresponding structural reliability technique [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011, 200(33/34/35/36): 2528-2546.

[6] 吕辉,杨坤,上官文斌,等. 考虑不确定参数相关性的动力总成悬置系统固有特性分析[J]. 振动工程学报, 2020, 33(6): 1199-1207.
LÜ H, YANG K, SHANGGUAN W B, et al. Inherent characteristics analysis of powertrain mounting systems considering the correlation of uncertain parameters[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(6): 1199-1207. (in Chinese)

[7] 吕辉,杨坤,尹辉,等. 基于多维平行六面体模型的动力总成悬置系统固有特性分析[J]. 汽车工程, 2020, 42(4): 498-504.
LÜ H, YANG K, YIN H, et al. Inherent characteristic analysis of powertrain mounting system based on multidimensional parallelepiped model[J]. Automotive Engineering, 2020, 42(4): 498-504. (in Chinese)

[8] GIOIA F, LAURO C N. Principal component analysis on interval data[J]. Computational Statistics, 2006, 21(2): 343-363.

[9] BILLARD L, LE-RADEMACHER J. Principal component analysis for interval data[J]. WIREs Computational Statistics, 2012, 4(6): 535-540.

[10] 刘杰,谢凌,卿宏军,等. 基于主成分分析的结构不确定性建模与传播研究[J]. 计算力学学报, 2017, 34(4): 411-416.
LIU J, XIE L, QING H J, et al. Structural uncertainty modeling and propagation based on principal component analysis [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2017, 34(4): 411-416. (in Chinese)

[11] CAO L X, LIU J, XIE L, et al. Non-probabilistic polygonal convex set model for structural uncertainty quantification [J]. Applied Mathematical Modelling, 2021, 89: 504-518.

[12] BEN-HAIM Y, ELISHAKOFF I. Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics[M]. Amsterdam: Elsevier, 1990

[13] 李汶哲,毛海宽,吕辉. 电动车动力总成悬置系统的可靠性分析方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2023, 50(4): 55-64.
LI W Z, MAO H K, LÜ H. A reliability analysis method for powertrain mounting systems of electric vehicles[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(4): 55-64. (in Chinese)

[14] CAI B H, SHANGGUAN W B, LÜ H. An efficient analysis and optimization method for the powertrain mounting system with hybrid random and interval uncertainties [J]. Engineering Optimization, 2020, 52(9): 1522-1541.