文章编号：1003-1421(2026)04-0072-12
引用格式：张旭炳，康柳江，朱晓宁，等.面向客货混编的吊挂式低速磁浮列车时刻表优化[J].铁道运输与经济，2026，48(4)：72-83.
ZHANG Xubing，KANG Liujiang，ZHU Xiaoning，et al. Timetable Optimization for Suspended Low-Speed Maglev Trains with Passenger-Freight Mixed Operation[J]. Railway Transport and Economy，2026，48(4)：72-83.

面向客货混编的吊挂式低速磁浮列车时刻表优化

张旭炳[1]，康柳江[2]，朱晓宁[1]，赖晴鹰[1]，柏　吴[1]，肖子昊[3]

(1.北京交通大学 交通运输学院，北京　100044；2.北京交通大学 系统科学学院，北京　100044；
3.北京交通大学 机械与电子控制工程学院，北京　100044)

摘　要：吊挂式低速磁浮是一种面向城市内部的新型轨道交通方式，能实现客货车厢的灵活组编，具备“宜客宜货”的运输特点。为提升其运输效率，综合考虑客货运需求的时效性差异与货物装卸对停站时长的影响，开展列车时刻表优化研究。研究以乘客等待时间、货物交付延误及未运输货物量综合最小为目标，考虑列车到发站时刻约束、时刻表关联约束、列车编组约束、容量约束、货物总量约束与货物装卸约束，构建了客货协同运输时刻表非线性优化模型。为高效求解该模型，对时间动态索引集、Max函数及二次项实施线性化处理，将模型转为混合整数规划模型。小规模与大规模算例表明：相较于单一客运场景，优化方案分别降低乘客平均等待时间8.5%和15.8%；同时，实现了257个及368个货物集装器的运输任务，从而为磁浮列车运营计划的制定与优化提供参考。

关键词：吊挂式低速磁浮；列车时刻表；客货混编；灵活编组；流量控制
中图分类号：U121　　**文献标识码**：A　　DOI：10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20250717002

Timetable Optimization for Suspended Low-Speed Maglev Trains with Passenger-Freight Mixed Operation

ZHANG Xubing[1]，KANG Liujiang[2]，ZHU Xiaoning[1]，LAI Qingying[1]，BAI Wu[1]，XIAO Zihao[3]

(1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. School of Systems Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 3. School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Suspended low-speed maglev is a novel urban rail transit mode that enables the flexible coupling of passenger and freight carriages, offering a dual-purpose transport characteristic suitable for both passengers and goods. To enhance its transport efficiency, this paper investigated the train timetable optimization problem by considering the timeliness differences between passenger and freight demands and the impact of freight handling on station dwell time. A nonlinear optimization model for coordinated passenger-freight timetabling was developed, aiming to minimize the weighted sum of passenger waiting time, freight delivery delay, and unfulfilled freight volume. The model incorporated constraints related to train arrival and departure times, timetable coordination, train formation, train capacity, total freight volume, and freight handling operations. To solve the model efficiently, linearization techniques were applied to the time-indexed sets, max functions,

收稿日期：2025-07-17
通信作者：赖晴鹰(1991—)，男，福建龙岩人，北京交通大学交通运输学院讲师。
基金项目：中央高校基本科研业务费项目(2024XKRC049)

and quadratic terms, transforming the model into a mixed-integer programming model. Small-scale and large-scale case studies demonstrate that, compared to a passenger-only operation scenario, the optimized scheme reduces the average passenger waiting time by 8.5% and 15.8%, respectively, while accomplishing the transport of 257 and 368 freight containers. The results provide a practical reference for the formulation and optimization of maglev train operation plans.
Keywords: Suspended Low-Speed Maglev; Train Timetable; Passenger-Freight Mixed Operation; Flexible Formation; Flow Control

0　引言

吊挂式低速磁浮列车系统是一种基于永磁磁浮技术并采用悬挂式单轨结构的新型轨道交通方式，具有独立路权，能够有效节约城市地面与地下的空间资源。该系统还具有爬坡能力强、转弯半径小、经济环保且编组灵活等特点[1-2]，被视为具有重要战略意义的新型轨道交通制式[3]。该系统在设计阶段即融入了客货混编的场景考量，并确定了“宜客宜货”的功能定位。同时凭借其智能化、绿色低碳与经济性等优势，该系统可作为骨干线路的末端接入，为城市客货运输提供高效服务，契合《交通强国建设纲要》(国务院公报2019年第28号)对城市交通便捷化、经济化与智能化的发展要求[4]。作为一种兼顾客货运输的新型交通运输方式，在列车编组方面，吊挂式低速磁浮列车系统的客货运车厢均可作为一个独立的个体，编组的离散化程度更高。而传统的轨道交通方式一般采用动车与拖车组合的编组模式，车厢需要成对编组。在客货运输方面，目前地铁基于“客运优先”的理念，列车停站时间以客流需求为主导。而吊挂式低速磁浮列车系统因其“宜客宜货”的功能定位，要求列车在运输过程中需要同时兼顾乘客与货物的运输需求。吊挂式磁浮列车系统拥有独立的客货运车厢与标准的货物集装器装卸流程，需要考虑货物装卸对列车停站时间的实际要求。针对客货运输需求的差异性及吊挂式低速磁浮列车系统的特点，优化列车时刻表对于降低运营成本、提高运输效率至关重要。因此开展面向客货混编的吊挂式低速磁浮列车时刻表优化研究具有重要的理论意义与实践价值。

传统城市轨道交通系统主要服务于客运需求。针对客流时空分布不均的特征，学者们从不同角度对纯客运运营计划优化展开了深入研究。Liu等[5]与Shang等[6]从运营供给的角度出发，考虑客流动态性与运营成本，建立了以最小化乘客等待时间为目标的全天候时刻表优化模型，并设计了时空同步耦合算法求解。Hu等[7]则结合运营供给与需求管理，针对过饱和客流，基于排队网络模型，构建了列车时刻表与客流控制联合优化的混合整数非线性规划模型。另一些研究则探索了特殊运营模式与时刻表的协同优化。Hu等[8]针对随机客流，提出整合列车时刻表、跳停模式及客流控制策略的混合整数非线性规划模型。李岩等[9]以最小化乘客平均等待时间与列车走行里程为目标，建立了基于虚拟编组的时刻表优化模型。郜国璇等[10]与钟林环等[11]均通过调整发车频次与编组方式，建立了灵活编组下的列车时刻表优化模型。Yang等[12]考虑客流空间特征，利用双层时空网络中的多商品网络流模型优化了地铁列车调度问题。随着货运需求的增长，利用城市轨道交通剩余运力开展客货混运的模式逐渐获得关注[13-14]。Di等[15]研究了地铁客货混载模式下的车厢排布与乘客流量控制联合问题，以最小化运营成本与总延误惩罚的加权和为目标建立整数线性规划模型，并设计了改进的Benders分解算法求解；潘川寒等[16]在DI等[15]的基础上，进一步整合了车厢排布、乘客流量控制及列车时刻表优化，以最小化客货等待时间及列车能耗为目标建立模型。戚建国等[17]基于灵活编组运营特点，以最小化乘客等待时间与运营成本为目标，构建了灵活编组下客货协同运输方案的混合整数线性规划模型。Yao等[18]以最小化乘客总等待时间与运营成本为目标，建立了列车时刻表与机车车辆调度计划联合优化的混合整数规划模型。Li等[19]则考虑地下物流系统，对列车单元调度与客货联合运输进行集成优化，构建时空状态网络捕获客货运轨迹，并以最小化运营与旅行总成本为目标建立数学模型。

综上文献分析可见，由于传统轮轨系统以客运为主导的服务理念，现有轨道交通时刻表优化研究

主要集中于纯客运场景，或在客运优先下有限融入货运。但吊挂式低速磁浮系统作为“宜客宜货”的新型轨道交通方式，在客货协同运输方面更能体现客货运之间竞争关系，客货之间需要同时进行优化考虑。而既有研究在此方面无法完全满足该系统的优化要求。本研究聚焦于吊挂式低速磁浮列车的客货协同时刻表优化问题，以最小化乘客等待时间、货物交付延误惩罚及货物未运输惩罚的加权和作为系统优化目标。本研究的核心创新点体现在以下2个方面。

（1）货物时效性目标优化。对于吊挂式低速磁浮列车系统，需要兼顾客货运输。而货物运输更核心的诉求在于保障货物交付的时效性。列车在运输过程中不仅需要考虑乘客在站的等待时间，更需要考虑货物的送达时刻。鉴于此，本研究提出了面向客货混编的吊挂式低速磁浮列车时刻表优化的问题，其中目标函数在优化乘客等待时间的基础上，额外考虑了货物交付延误的优化问题，实现对客户异质性运输需求的协同优化。

（2）停站时间动态优化机制。受限于传统的客运优先理念，既有客货时刻表优化研究通常将列车停站时间预设为固定值，以避免干扰客运服务的质量，较少考虑其对货物装卸的影响。针对吊挂式磁浮系统客货协同的运营特性，本研究突破性地将列车停站时间建模为决策变量，考虑货物装卸作业时长与停站时间的耦合关系，实现了客货运输需求的高效动态平衡与资源优化配置。

1　列车时刻表优化模型构建

1.1　问题描述

在客货混编的背景下，本研究针对客流时空分布不均的特性以及货物对交付时间的要求，构建吊挂式低速磁浮列车时刻表优化模型。通过协同决策列车发车时间、车厢编组配置以及货物装载方案，实现客货运输资源的高效整合，从而在满足客运需求的同时，尽可能多地完成货运需求的目标。

本研究以客流未饱和的单条线路为研究对象，每列列车固定为6节编组，其中客货运车厢的编组可灵活调整。每列列车可以同时为乘客与货物提供运输服务，但每节车厢无法同时为两者提供服务。所有货物均提前按出发地及目的地装入标准货物集装器中，货物以货物集装器的形式参与运输与装卸，即仅考虑货物集装器的运输与装卸计划制定，并不考虑货物与货物集装器之间的装卸与分配过程。线路上所有车站均允许进行货物装卸。

1.2　模型假设及符号说明

针对时刻表优化问题给出如下基本假设。

（1）每列列车只能在线路的始发站完成编组。

（2）列车运能充足，所有客流运输需求均被满足，且乘客不允许存在二次等待的情况，但允许货物需求存在无法被满足的情况。

（3）在一个区间内，同一时间至多有一列列车从车站发出。

模型所使用的符号及其含义如表1所示。

1.3　目标函数

研究优化目标为乘客等待时间、货物交付延误时间以及未运输货物量惩罚加权最小。根据优化目标构建以下目标函数：目标函数主要由2部分组成，分别为乘客等待时间惩罚与货物未按时送达(含货物延误送达与货物滞留)惩罚。

$$\min Z=\sum_{k=1}^{|K|}\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{t=t_{s,k-1}^{\mathrm{dep}}+1}^{t_{s,k}^{\mathrm{dep}}}\alpha\cdot P_{s,s',t}\cdot\left(t_{s,k}^{\mathrm{dep}}-t\right)+\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}\left(\sum_{k=1}^{|K|}\beta_w\cdot h_{t,s,s',k,w}\cdot\max\left\{t_{s',k}^{\mathrm{arr}}-t_w^{\mathrm{due}},\ 0\right\}+M_w^{\mathrm{fre}}\cdot h_{t,s,s',0,w}\right) \tag{1}$$

式中：K为列车的集合；S为车站的集合；W为货物运输等级的集合；$t_{s,k}^{\mathrm{dep}}$为列车k在s站的出发时刻；α为乘客等待时间惩罚系数；$P_{s,s',t}$为在第t个时间段内到达，由s站并前往s'站的乘客数量，人；β_w为运输等级为w的货物的送达延误惩罚系数；$h_{t,s,s',k,w}$为列车k所运输的在第t个时间段内到达s站并前往s'站运输等级为w的货物集装器数量，个，研究定义所有货物均在研究时段内送达，即$t=0$，下同；$t_{s',k}^{\mathrm{arr}}$为列车k在s站的到达时刻；t_w^{due}为运输等级为w的货物所允许的最晚送达时刻；M_w^{fre}为运输等级为w的货物未能在研究时间内完成运输任务的惩罚系数；$h_{t,s,s',0,w}$为虚拟列车0所运输的在第t个时间段内到达s站并前往s'站运输等级为w的货物集装器数量，个。

表1　模型所使用的符号及其含义

Tab.1　Relevant parameters and their meanings

符号类型		符号	含义
参数	集合	K	列车车次集合，$k \in \{1, 2, \cdots, \lvert K\rvert\}$，$\lvert K\rvert$为列车总量，列；$k$为车次编号
		S	车站集合，s，s'，$s'' \in \{1, 2, \cdots, \lvert S\rvert\}$，$\lvert S\rvert$为总的车站数量，座；$s$，$s'$，$s''$为车站编号
		W	货物运输等级集合，$w \in \{1, 2, \cdots, \lvert W\rvert\}$，$\lvert W\rvert$为总的货物运输等级数量；$w$为货物运输等级
		T	离散时间段索引集合，$t \in \{1, 2, \cdots, \lvert T\rvert\}$，$\lvert T\rvert$为总的离散时间段数量，个；$t$为时间段的索引
	时间相关参数	τ	离散时间段的区间长度，总的研究时间段等分为$\lvert T\rvert$个离散时间段
		t_s^{run}	列车从s站至$s+1$站的区间运行时间，min
		$t_{\min}^{\mathrm{sec}}$	车站连发/接最小间隔时间，min
		$t_{\min}^{\mathrm{sta}}$	车站接发列车最小间隔时间，min
		t_s^{lastp}	在s站最后一位乘客出现在车站的时刻
	客运相关参数	α	乘客等待时间惩罚系数
		$P_{s,\ s',\ t}$	在第t个时间段内到达，由s站并前往s'站的乘客数量，人
		Q^{pas}	单节客运车厢可容纳的最大乘客数量，人
	货运相关参数	β_w	运输等级为w的货物的送达延误惩罚系数
		M_w^{fre}	运输等级为w的货物未能在研究时间内完成运输任务的惩罚系数
		$H_{t,\ s,\ s',\ w}$	在第t个时间段内到达，由s站并前往s'站的运输等级为w的货物数量，个
		t_w^{due}	运输等级为w的货物所允许的最晚送达时刻
		Q^{fre}	单节货运车厢可容纳的货物集装器的最大数量，个
		q	单位时间区间长度内单节货运车厢可装/卸的货物集装器数量，个
	其他参数	N	列车车厢编组数量，节
	决策变量	$t_{s,\ k}^{\mathrm{dep}}$	列车k在s站的出发时刻
		$t_{s,\ k}^{\mathrm{arr}}$	列车k在s站的到达时刻
		$t_{s,\ k}^{\mathrm{dwell}}$	列车k在s站的停留时间，min
		m_k	列车k的货运车厢数量，节
		$h_{t,\ s,\ s',\ k,\ w}$	列车k所运输的在第t个时间段内到达s站并前往s'站运输等级为w的货物集装器数量，个
		$h_{t,\ s,\ s',\ 0,\ w}$	虚拟列车0所运输的在第t个时间段内到达s站并前往s'站运输等级为w的货物集装器数量，个

公式(1)第1部分为乘客等待时间惩罚成本，计算方式为研究时段内各站到达乘客数与对应等待时间的乘积之和。公式(1)第2部分为货物未按时送达的惩罚成本，当货物在约定时间之前送达目标站点则无惩罚，当货物在约定时间之后送达目标站点，则随着延误时间的长短存在不同程度的货物延误送达惩罚。而当货物在研究时段内并未被列车运输并送达目标站点，则存在货物滞留惩罚。本模型引入一个虚拟列车0，假定它具有足够的能力，在研究时段结束时一次性承载所有剩余货物。即虚拟列车将在所有列车完成操作后运行，并运输未被运输的货物。对于这部分由虚拟列车运输的货物，则设置更大的惩罚值M_w^{fre}。

1.4　约束条件

研究考虑的约束条件如下。

（1）时刻表关联性约束。

$$t_{s,\ k}^{\mathrm{arr}} = t_{s-1,\ k}^{\mathrm{dep}} + t_{s-1}^{\mathrm{run}} \qquad \forall s \in [2,\ \lvert S\rvert],\ \forall k \in K \tag{2}$$

式中：t_{s-1}^{run}为列车从$s-1$站至s站的区间运行时刻，min。

公式(2)表示列车在车站的到达时刻等于列车在前一站的出发时刻与列车在前一站与该站间的区间运行时间之和。

$$t_{s,\ k}^{\mathrm{dep}} = t_{s,\ k}^{\mathrm{arr}} + t_{s,\ k}^{\mathrm{dwell}} \qquad \forall s \in [2,\ \lvert S\rvert - 1],\ \forall k \in K \tag{3}$$

式中：$t_{s,\ k}^{\mathrm{dwell}}$为列车$k$在$s$站的停留时间，min。

公式(3)表示列车在车站的出发时刻等于列车在该站的到达时刻与停车时间之和。

（2）时刻表列车安全运行间隔约束。

$$t_{s,\ k}^{\mathrm{dep}} - t_{s,\ k-1}^{\mathrm{dep}} \geqslant t_{\min}^{\mathrm{sec}} \qquad \forall s \in [1,\ \lvert S\rvert - 1],\ \forall k \in [2,\ \lvert K\rvert] \tag{4}$$

$$t^{\mathrm{arr}}_{s,\,k}-t^{\mathrm{arr}}_{s,\,k-1}\geqslant t^{\mathrm{sec}}_{\min}\qquad \forall s\in[2,\ |S|],\ \forall k\in[2,\ |K|] \tag{5}$$

$$t^{\mathrm{arr}}_{s,\,k}-t^{\mathrm{dep}}_{s,\,k-1}\geqslant t^{\mathrm{sta}}_{\min}\qquad \forall s\in[2,\ |S|-1],\ \forall k\in[2,\ |K|] \tag{6}$$

式中：$t^{\mathrm{sec}}_{\min}$为车站连发/接最小间隔时间，min；$t^{\mathrm{sta}}_{\min}$为车站接发列车最小间隔时间，min。

为列车运行安全考虑，列车在站的到发时刻需要满足列车运行安全间隔约束。公式(4)与公式(5)表示前后两列列车在同一个站的发车/到达时刻间隔需不小于车站连发/接最小间隔时间。公式(6)表示前后2列列车在同一个站的发车时刻与到站时刻需不小于车站接发列车最小间隔时间。

（3）时刻表最后一列列车发出时刻约束。

$$t^{\mathrm{dep}}_{s,\,|K|}\geqslant t^{\mathrm{lastp}}_{s}\qquad \forall s\in[1,\ |S|-1] \tag{7}$$

式中：t^{lastp}_{s}为在s站最后一位乘客出现在车站的时刻。

公式(7)表示最后一列列车在每个站的发车时刻需要大于等于每个站最后一位乘客出现的时刻，以保证所有的乘客均能被列车运输。

（4）货物总量约束。

$$\sum_{k=1}^{|K|}h_{t,\,s,\,s',\,k,\,w}+h_{t,\,s,\,s',\,0,\,w}=H_{t,\,s,\,s',\,w}\qquad \forall s\in[1,\ |S|-1],\ \forall s'\in[2,\ |S|],\ \forall k\in K,\ \forall w\in W \tag{8}$$

公式(8)表示每列列车所运输的货物数量与虚拟列车所运输的货物数量之和需等于需要运输的货物总量。

（5）客运容量约束。

$$\sum_{s=1}^{s'}\sum_{s''=s'+1}^{|S|}\sum_{t=t^{\mathrm{dep}}_{s,\,k-1}+1}^{t^{\mathrm{dep}}_{s,\,k}}P_{s,\,s'',\,t}\leqslant Q^{\mathrm{pas}}\cdot\left(N-m_k\right)\qquad \forall s'\in[1,\ |S|-1],\ \forall k\in K \tag{9}$$

式中：$P_{s,\,s'',\,t}$为在第t个时间段内到达由s站并前往s'站的乘客数量，人；Q^{pas}为单节客运车厢可容纳的最大乘客数量，人；N为列车车厢编组数量，节；m_k为列车k的货运车厢数量，节。

（6）货运容量约束。

$$\sum_{s=1}^{s'}\sum_{s''=s'+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}h_{t,\,s,\,s'',\,k,\,w}\leqslant Q^{\mathrm{fre}}\cdot m_k\qquad \forall s'\in[1,\ |S|-1],\ \forall k\in K \tag{10}$$

式中：Q^{fre}为单节货运车厢可容纳的货物集装器的最大数量，个。

公式(9)与公式(10)表示每列列车运输的乘客与货物数量不得大于列车的客货运容量。其中列车离站时车厢内装载的乘客与货物的数量的计算方式相似。对于客运，列车在每个站所运输的乘客数量为列车与前一列列车在该站的发车时刻间隔内出现在车站的乘客总数。而对于货物，列车在每个站所装载的货物数量为分配给列车运输的货物数量。列车离站时，列车上的乘客数量为出发地为列车始发站至该站，终到地为该站的下一站至列车终到站的该列车所运输的乘客之和，货物数量的计算方式同理。

（7）列车货运车厢数量约束。

$$m_k\leqslant N\qquad \forall k\in K \tag{11}$$

公式(11)表示每列列车货运车厢数量不得大于列车车厢编组数量。

（8）列车停站时间约束。

$$t^{\mathrm{dwell}}_{s,\,k}\cdot q\cdot m_k\geqslant\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}h_{t,\,s,\,s',\,k,\,w}+\sum_{s'=1}^{|S|-1}\sum_{w=1}^{|W|}h_{t,\,s',\,s,\,k,\,w}\qquad \forall s\in[2,\ |S|],\ \forall k\in K \tag{12}$$

式中：q为单位时间区间长度内单节货运车厢可装/卸的货物集装器数量，个。

公式(12)表示列车在每个站装/卸货物所用时间不应大于列车在每个站的停站时间。

综上，本模型为一个混合整数规划模型，无法直接调用商业求解器求解，为此需要对模型中的非线性项进行线性化处理。

2　模型线性化

2.1　时间动态索引集线性化

公式(1)与公式(9)中均包含时间指标t对乘客有效加载时间窗$t\in\left(t^{\mathrm{dep}}_{s,\,k-1},\ t^{\mathrm{dep}}_{s,\,k}\right]$的遍历求和，有效加载时间窗的边界$t^{\mathrm{dep}}_{s,\,k}$是待求解的决策变量，无法直接使用求解器求解。引入以下2组0–1变量对模型进行改造。

$x^{\mathrm{dep}}_{s,\,k,\,t}$：列车离站与否指示变量，如果到时间段$t$为止，列车$k$已经离开了$s$站，则取值为1，否则为0。即当$t>t^{\mathrm{dep}}_{s,\,k}$时，$x^{\mathrm{dep}}_{s,\,k,\,t}=1$，否则$x^{\mathrm{dep}}_{s,\,k,\,t}=0$。

$x^{\mathrm{load}}_{s,\,k,\,t}$：列车有效乘车时间指示变量，如果在时间$t$到达$s$站的乘客能够乘上列车$k$，则取值为1，否则为0。$x^{\mathrm{load}}_{s,\,k,\,t}$与$x^{\mathrm{dep}}_{s,\,k,\,t}$之间的关系如公式(13)所示。

$$\begin{cases} x_{s,k,t}^{\text{load}} = 1 - x_{s,k,t}^{\text{dep}} \quad k = 1,\ \forall s \in [1,\ |S|-1], \\ \qquad \forall t \in T \\ x_{s,k,t}^{\text{load}} = x_{s,k-1,t}^{\text{dep}} - x_{s,k,t}^{\text{dep}} \quad \forall k \in [2,\ |K|],\ \forall s \in \\ \qquad [1,\ |S|-1],\ \forall t \in T \end{cases} \tag{13}$$

式中：$x_{s,k,t}^{\text{dep}}$与$x_{s,k,t}^{\text{load}}$均为依赖于时间的0–1变量。

对于在s站的出发列车k，基于时间t变化的变量序列$\left\{x_{s,k,t} | t \in T\right\}$，采用非减小的形式，如（0，0，…，0，1，1，…，1）。列车出发时刻和列车离站与否指示变量关系示意图如图1所示，假设T={1，2，3，4，5，6}，列车$k-1$与列车k分别在时刻3与时刻5离开s站，即$t_{s,k-1}^{\text{dep}}=3$，$t_{s,k}^{\text{dep}}=5$，则时间序列$x_{s,k-1,t}^{\text{dep}}$=(0，0，0，1，1，1)，$x_{s,k,t}^{\text{dep}}$=(0，0，0，0，0，1)，根据公式(13)，序列$x_{s,k,t}^{\text{load}}$=(0，0，0，1，1，0)，列车k在s站所运输的乘客为在$t \in [4,\ 5]$时间段内所达到s站的乘客。

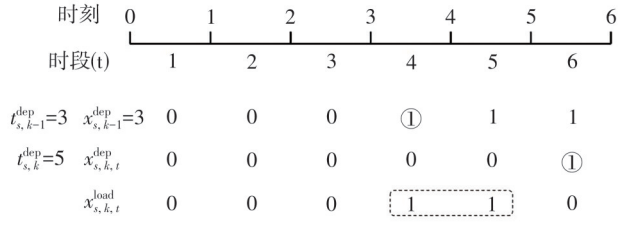


图1　列车出发时刻和列车离站与否指示变量关系示意图

Fig.1　Relationship between train departure times and departure status indicator variables

通过引入0–1变量$x_{s,k,t}^{\text{dep}}$与$x_{s,k,t}^{\text{load}}$，代替公式(1)与公式(9)中的动态索引集$t \in \left(t_{s,k-1}^{\text{dep}},\ t_{s,k}^{\text{dep}}\right]$，则有公式(14)与公式(15)。

$$\min Z = \sum_{k=1}^{|K|}\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{t=1}^{|T|}\alpha \cdot P_{s,s',t} \cdot x_{s,k,t}^{\text{load}} \cdot \left(t_{s,k}^{\text{dep}} - t\right) + \sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}\left(\sum_{k=1}^{|K|}\beta_w \cdot h_{t,s,s',k,w} \cdot \max\left\{t_{s',k}^{\text{arr}} - t_w^{\text{due}},\ 0\right\} + M_w^{\text{fre}} \cdot h_{t,s,s',0,w}\right) \tag{14}$$

$$\sum_{s=1}^{s'}\sum_{s''=s'+1}^{|S|}\sum_{t=1}^{|T|}P_{s,s''t,} \cdot x_{s,k,t}^{\text{load}} \leqslant Q^{\text{pas}} \cdot \left(N - m_k\right) \tag{15}$$

$\forall s' \in [1,\ |S|-1],\ \forall k \in K$

同时需要引入公式(16)说明$x_{s,k,t}^{\text{dep}}$与$x_{s,k,t}^{\text{load}}$之间的取值关系，并作为模型的约束条件。

$$x_{s,k,t}^{\text{dep}} = \begin{cases} 0,\ t \leqslant t_{s,k}^{\text{dep}} \\ 1,\ t > t_{s,k}^{\text{dep}} \end{cases} \quad \forall s \in [1,\ |S|-1],\ \forall k \in K \tag{16}$$

为使模型能够使用求解器进行求解，对公式(16)进行线性化，如公式(17)所示。

$$\begin{cases} x_{s,k,t-1}^{\text{dep}} \leqslant x_{s,k,t}^{\text{dep}} \quad \forall t \in T \\ t_{s,k}^{\text{dep}} = \sum_{t=1}^{|T|} t \cdot \left[x_{s,k,t}^{\text{dep}} - x_{s,k,t-1}^{\text{dep}}\right] \end{cases} \tag{17}$$

$\forall s \in [1,\ |S|-1],\ \forall k \in K$

2.2　最大值函数线性化

引入辅助变量$z_{s',k,w}^{\text{arrt}}$对$\max\left\{t_{s',k}^{\text{dep}} - t_w,\ 0\right\}$线性化。令$z_{s',k,w}^{\text{arrt}} = \max\left\{t_{s',k}^{\text{dep}} - t_w,\ 0\right\}$，并将公式(14)改写为公式(18)。

$$\min Z = \sum_{k=1}^{|K|}\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{t=1}^{|T|}\alpha \cdot P_{s,s',t} \cdot x_{s,k,t}^{\text{load}} \cdot \left(t_{s,k}^{\text{dep}} - t\right) + \sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}\left(\sum_{k=1}^{|K|}\beta_w \cdot h_{t,s,s',k,w} \cdot z_{s',k,w}^{\text{arrt}} + M_w^{\text{fre}} \cdot h_{t,s,s',0,w}\right) \tag{18}$$

在公式(18)中，$z_{s',k,w}^{\text{arrt}}$的系数$\beta_w \cdot h_{t,s,s',k,w}$恒为非负数，且目标函数为取最小，可直接使用公式(19)来代替$z_{s',k,w}^{\text{arrt}} = \max\left\{t_{s',k}^{\text{dep}} - t_w,\ 0\right\}$。

$$\begin{cases} z_{s',k,w}^{\text{arrt}} \geqslant t_{s,k}^{\text{arr}} - t_w \\ z_{s',k,w}^{\text{arrt}} \geqslant 0 \end{cases} \quad \forall s' \in S,\ \forall k \in K,\ w \in W \tag{19}$$

2.3　二次非线性项线性化

（1）目标函数中$x_{s,k,t}^{\text{load}} \cdot \left(t_{s,k}^{\text{dep}} - t\right)$线性化。

公式(18)中，$x_{s,k,t}^{\text{load}}$为0–1变量，$t_{s,k}^{\text{dep}}$为整数变量，$x_{s,k,t}^{\text{load}} \cdot \left(t_{s,k}^{\text{dep}} - t\right)$为0–1变量与整数变量相乘的二次非线性项。引入整数变量$z_{s,k,w}^{\text{lotde}}$，并令$z_{s,k,w}^{\text{lotde}} = x_{s,k,t}^{\text{load}} \cdot \left(t_{s,k}^{\text{dep}} - t\right)$，同时添加以下约束，实现线性化，见公式(20)。

$$\begin{cases} z_{s,k,w}^{\text{lotde}} \leqslant \left(t_{s,k}^{\text{dep}} - t\right) + M \cdot \left(1 - x_{s,k,t}^{\text{load}}\right) \\ z_{s,k,w}^{\text{lotde}} \geqslant \left(t_{s,k}^{\text{dep}} - t\right) - M \cdot \left(1 - x_{s,k,t}^{\text{load}}\right) \\ z_{s,k,w}^{\text{lotde}} \leqslant M \cdot x_{s,k,t}^{\text{load}} \\ z_{s,k,w}^{\text{lotde}} \geqslant -M \cdot x_{s,k,t}^{\text{load}} \end{cases} \tag{20}$$

$\forall s \in S,\ \forall k \in K,\ w \in W,\ \forall t \in T$

式中：M为一个足够大的数。

则目标函数可由公式(18)改写为公式(21)。

$$\min Z = \sum_{k=1}^{|K|}\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{t=1}^{|T|}\alpha \cdot P_{s,s',t} \cdot z_{s,k,w}^{\text{lotde}} + \sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}\left(\sum_{k=1}^{|K|}\beta_w \cdot h_{t,s,s',k,w} \cdot z_{s',k,w}^{\text{arrt}} + M_w^{\text{fre}} \cdot h_{t,s,s',0,w}\right) \tag{21}$$

（2）目标函数中$h_{t,s,s',k,w} \cdot z_{s',k,w}^{\text{arrt}}$线性化。

公式(21)中，$h_{t,s,s',k,w}$与$z^{\text{arrt}}_{s',k,w}$均为整数变量，研究引入0–1变量$x^{\text{h}}_{t,s,s',k,w,i}$与整数变量$z^{\text{hzarr}}_{t,s,s',k,w,i}$对$h_{t,s,s',k,w}\cdot z^{\text{arrt}}_{s',k,w}$进行线性化。令$z^{\text{hzarr}}_{t,s,s',k,w,i}=h_{t,s,s',k,w}\cdot z^{\text{arrt}}_{s',k,w}$，并添加以下约束，如公式(22)所示。

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{Q^{\text{fre}}\cdot N+1}x^{\text{h}}_{t,s,s',k,w,i}=1\\ \sum\limits_{i=1}^{Q^{\text{fre}}\cdot N+1}(i-1)\cdot x^{\text{h}}_{t,s,s',k,w,i}=h_{t,s,s',k,w}\\ z^{\text{hzarr}}_{t,s,s',k,w,i}\leqslant M\cdot x^{\text{h}}_{t,s,s',k,w,i}\\ z^{\text{hzarr}}_{t,s,s',k,w,i}\geqslant 0\\ z^{\text{hzarr}}_{t,s,s',k,w,i}\leqslant z^{\text{arrt}}_{s',k,w}\\ z^{\text{hzarr}}_{t,s,s',k,w,i}\geqslant z^{\text{arrt}}_{s',k,w}-M\cdot\left(1-x^{\text{h}}_{t,s,s',k,w,i}\right)\end{cases}\tag{22}$$

$s,s'\in S,\ \forall k\in K,\ w\in W$

同时目标函数改为公式(23)。

$$\min Z=\sum_{k=1}^{|K|}\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{t=1}^{|T|}\alpha\cdot P_{s,s',t}\cdot z^{\text{lotde}}_{s,k,w}+\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}\left(\sum_{k=1}^{|K|}\beta_w\cdot\sum_{i=1}^{Q^{\text{fre}}\cdot N+1}(i-1)\cdot z^{\text{hzarr}}_{t,s,s',k,w,i}+M^{\text{fre}}_w\cdot h_{t,s,s',0,w}\right)\tag{23}$$

（3）停站时间约束中$t^{\text{dwell}}_{s,k}\cdot m_k$线性化。

公式(12)中，$t^{\text{dwell}}_{s,k}$与m_k均为整数变量，$t^{\text{dwell}}_{s,k}\cdot m_k$为整数变量与整数变量相乘的二次非线性项。引入0–1变量$x^{\text{m}}_{k,i}$与整数变量$z^{\text{dwellma}}_{s,k,i}$对公式(12)进行线性化。令$z^{\text{dwellma}}_{s,k,i}=t^{\text{dwell}}_{s,k}\cdot x^{\text{m}}_{k,i}$并添加以下约束，如公式(24)所示。

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{N}x^{\text{m}}_{k,i}=1\\ \sum\limits_{i=1}^{N}(i-1)\cdot x^{\text{m}}_{k,i}=m_k\\ z^{\text{dwellma}}_{s,k,i}\leqslant M\cdot x^{\text{m}}_{k,i}\\ z^{\text{dwellma}}_{s,k,i}\geqslant 0\\ z^{\text{dwellma}}_{s,k,i}\leqslant t^{\text{dell}}_{s,k}\\ z^{\text{dwellma}}_{s,k,i}\geqslant t^{\text{dwell}}_{s,k}-M\cdot(1-x^{\text{m}}_{k,i})\end{cases}\tag{24}$$

$\forall s\in S,\ \forall k\in K,\ i\in[1,\ N]$

停站时间约束可改为公式(25)。

$$\sum_{i=1}^{N}(i-1)\cdot q_\tau\cdot z^{\text{dwellma}}_{s,k,i}\geqslant\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}h_{t,s,s',k,w}+\sum_{s'=1}^{s-1}\sum_{w=1}^{|W|}h_{t,s',s,k,w}\qquad\forall s\in S,\ k\in K\tag{25}$$

综上所述，本研究构建了磁浮列车客货协同运输混合整数规划模型，该模型可直接调用CPLEX商业求解器求解。

$$\begin{cases}\text{obj：公式(23)}\\ \text{s.t. 公式(2)—公式(8)，公式(10)，公式(11)，}\\ \qquad\text{公式(13)，公式(15)，公式(17)，公式(19)，}\\ \qquad\text{公式(20)，公式(22)，公式(24)，公式(25)}\end{cases}\tag{26}$$

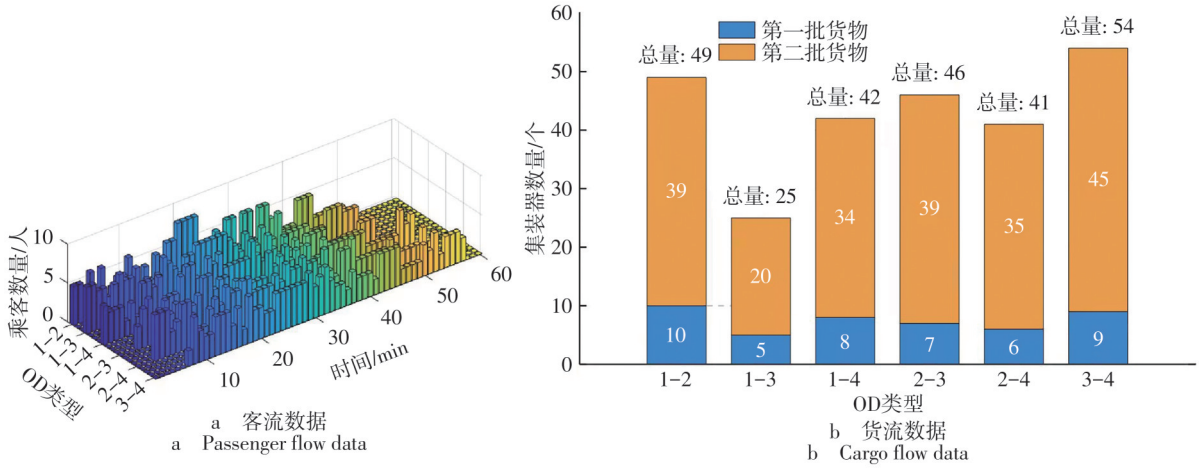
3　算例验证

3.1　小规模算例测试

本研究以低成本小运量永磁悬浮客货协同运输系统的实验线路为研究对象，线路共设4个站点。选取9:00—10:00为研究时段，并作为小规模算例，用于模型有效性验证。设置离散时间段区间长度为1 min，共有60个时间段的客流需求数据，与2个运输等级的货流需求数据。研究设定：在研究时段起始时刻，所有待运货物均已位于相应的出发站点。其中运输等级为1的货物为加急货物，需要在9:40之前送达目的地，运输等级为2的货物为普通货物，在10:00之前送达目的地即可。

本算例中列车开行数量为10列，单节车厢可容纳的最大乘客数量为100人，最大货物集装器数量为4个。磁浮列车的同区间前后列车运行的最小间隔时间为2 min，与同车站前后列车接发的最小间隔时间为1 min。停站时间的取值范围为{1，2，3}，min，磁浮列车的区间运行时间分别为{2，3，2}，min。目标函数中所使用的权重系数分别为$\alpha=5$，$\beta_w=\{2,\ 1\}$，货物未被运输的惩罚系数分别为5和2。由于目前低成本小运量永磁悬浮客货运系统仍处于实验阶段，某些参数的实际数据难以获取，除线路数据外，其他数据均是结合实际规律根据经验或者仿真结果给出的数值。模型参数可在未来实际运营中依据真实数据调整优化。小规模算例客货运需求数据如图2所示。

基于上述数据与参数设置，利用VisualStudio 2022平台编写C#代码调用CPLEX12.8对模型进行求解，求解器在计算2 223 s后输出最优解，gap值为0.55%。基于求解输出的列车到发时刻以及停站时间等数据，绘制列车运行图。小规模算例优化后的列车运行图如图3所示。在9:00—10:00的优化时段内，车站1至车站4区间共开行10列列车执行



a　客流数据
a　Passenger flow data

b　货流数据
b　Cargo flow data

图2　小规模算例客货运需求数据

Fig.2　Passenger and freight demand data: small-scale example

客货协同运输任务。编组配置分析表明：7列列车采用1节客运车厢与5节货运车厢编组模式，3列列车采用2节客运车厢与4节货运车厢编组模式，该配置使货运车厢占比达86.7%，提升了低客流时段的运力利用率。对于客流需求的时空波动，模型通过客货编组动态调整以及发车间隔弹性控制2种方式，保障了乘客的出行体验。

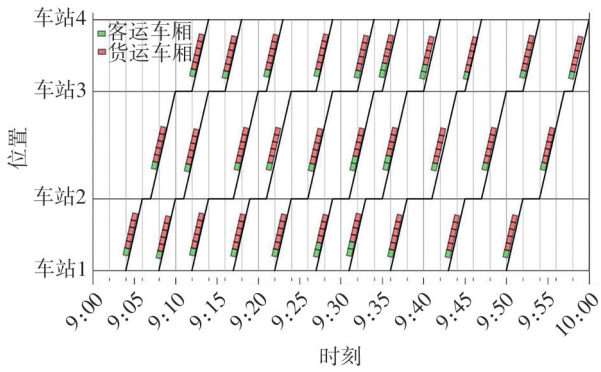


图3　小规模算例优化后的列车运行图

Fig.3　Post-optimization train timetable: small-scale example

假设优化前的场景为等间隔发车且仅进行客运任务，列车停站时间均为1 min。为保证所有到站乘客均可以被运输，对最后一列列车的发车时间进行必要调整，其余参数保持不变，小规模算例优化前的列车运行图如图4所示。

经计算使用优化前的列车运行图，乘客在车站的平均等待时间为2.11 min，而使用优化后的列车运行图，乘客在车站的平均等待时间为1.93 min。经比较，优化后的列车时刻表在使乘客的平均等待时间减少0.18 min，即8.5%的同时，还额外完成257个集装器的货运需求，验证了模型的有效性。其中，列车装载货物情况如表2所示。

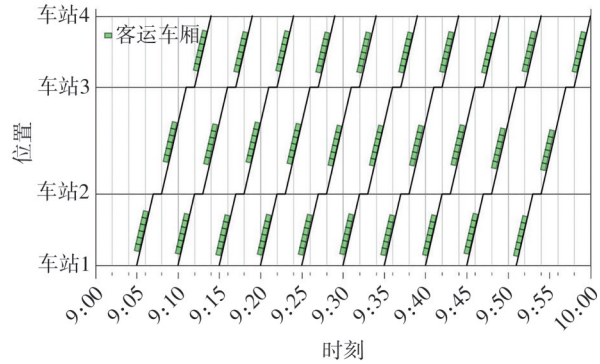


图4　小规模算例优化前的列车运行图

Fig.4　Pre-optimization train timetable: small-scale example

表2　列车装载货物情况

Tab.2　Cargo loading status of trains

货物批次 1/2	站1— 站2	站1— 站3	站1— 站4	站2— 站3	站2— 站4	站3— 站4
列车1	0/0	0/2	0/11	0/0	0/7	0/0
列车2	0/0	0/1	0/0	7/0	0/0	0/8
列车3	0/20	0/0	0/0	0/0	0/10	9/0
列车4	0/5	0/0	0/0	0/10	0/4	0/15
列车5	0/0	0/0	0/0	0/15	5/0	0/9
列车6	0/0	0/0	8/0	0/7	1/0	0/0
列车7	10/0	5/0	0/0	0/0	0/6	0/10
列车8	0/12	0/0	0/5	0/7	0/5	0/3
列车9	0/2	0/17	0/0	0/0	0/3	0/0
列车10	0/0	0/0	0/18	0/0	0/0	0/0
虚拟列车	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0

列车运行图表明，前6列列车的抵达各站时间均早于首批货物交付截止时间(9:40)，第7列车在车站3、第8列车在车站2的到站时刻亦满足该时效

要求。结合表2列车装载货物情况，确认首批货物全部于9:40前准时送达。虚拟列车零装载量表明：研究时段内所有货物均完成运输，未发生货物延误或滞留情况。列车离站时列车装载的货物数量如表3所示。

表3　列车离站时列车装载的货物数量

Tab.3　Loaded cargo volume at train departure

货物数量	站1	站2	站3	最大容量
列车1	13	20	18	20
列车2	1	8	8	16
列车3	20	10	19	20
列车4	5	14	19	20
列车5	0	20	14	20
列车6	8	16	9	16
列车7	15	11	16	16
列车8	17	17	13	20
列车9	19	20	3	20
列车10	18	18	18	20

表3数据表明，所有列车离站时货物装载量均符合车厢容量约束。部分列车离站时车厢存在显著空置空间，表明除已运输的257个集装器外，系统仍具备承接额外货运任务的潜力。

为进一步探讨模型中客货运输的惩罚权重对模型优化效果的影响，对乘客等待时间惩罚系数α的数值进行调整，其余参数不变，并输出优化结果。根据上述输出结果，所有货物均已成功在约定时间之前送达，无任何货物延误与滞留惩罚，因此在货物层面上已经达到最优，因此无需再对降低客货权重比的情况进行讨论。

当α = 10时，乘客的平均等待时间为1.93 min，所有货运需求均得到满足，无货物延误与滞留。列车编组方面，8列列车采用1节客运车厢与5节货运车厢编组模式，2列列车采用2节客运车厢与4节货运车厢编组模式。相比原客运权重，该权重下第2列列车由2节客运车厢与4节货运车厢编组模式变为1节客运车厢与5节货运车厢编组模式，不同编组模式下货物的分配情况也有所不同，但均无货物延误与滞留。两种权重下输出的列车运行图，仅第2列列车编组情况有所不同。原权重下，即使第2列列车也为1节客运车厢与5节货运车厢编组模式，亦满足客运的容量需要。因此第2列列车中有1节车厢的运力是空置的，可自由调整。由于缺少实际数据，模型中并没有考虑客货运车厢的成本以及能耗情况。在实际运营中，可将模型中的目标函数改为公式(27)，运营方即可根据客货运车厢实际保有情况以及能耗情况，在优化过程中对列车客货车厢的编组进行调整。

$$\min Z = \sum_{k=1}^{|K|}\sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{t=1}^{|T|}\alpha \cdot P_{s,\,s',\,t} \cdot z_{s,\,k,\,w}^{\text{lotde}} + \sum_{s=1}^{|S|-1}\sum_{s'=s+1}^{|S|}\sum_{w=1}^{|W|}\left(\sum_{k=1}^{|K|}\beta_w \cdot \sum_{i=1}^{Q^{\text{fre}}\cdot N+1}(i-1)\cdot z_{t,\,s,\,s',\,k,\,w,\,i}^{\text{hzarr}} + M_w^{\text{fre}} \cdot h_{t,\,s,\,s',\,0,\,w}\right) + \sum_{\text{k}=1}^{|K|}\varepsilon \cdot m_k \tag{27}$$

式中：ε为车厢数量在运营决策中的权重系数。

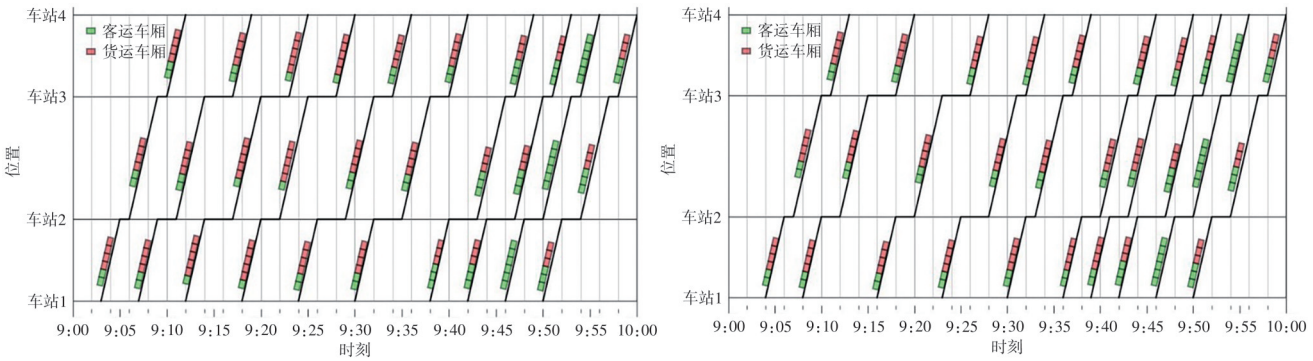
当α = 20时，模型优化后输出的优化结果与当α = 10时基本一致，乘客的平均等待时间均为1.93 min，无货物延误与滞留，输出的列车运行图与图4一致，仅不同列车所运载的货物数量有所不同。针对此种情况，可推断此时的输出结果对客货运输均为最优，具体原因为此时的列车运力对于客货需求仍是充裕的，可以满足更多的客货运需求。为此，进一步提高部分时段的客货需求，测试在客货需求较大情况下模型的优化效果，并输出绘制运行图。增加客货需求后不同权重下列车运行图如图5所示。

针对图5中的列车运行图，在增加客货需求之后，不同权重下优化后的列车时刻表与编组安排存在明显的差异性，且优化后的结果也有所不同。增加客货需求后不同客运权重下的优化结果如表4所示。

根据表4，不同客货权重下模型优化的结果不同，当提高客运权重时，模型在优化过程中会更加侧重乘客的出行体验，在列车编组中有更多的客运车厢，乘客的平均等待时间会有所减少，相应的未能够完成运输的货物集装器数量则会有所增加。在客货权重不同的情况下，模型优化也会出现不同的结果，具体的客货权重可以根据实际运营需求进行调整，以得到符合实际需求的优化结果，从而辅助运营者进行决策。

3.2　大规模算例测试

为了测试模型所适用的算例规模，将研究时段拓展到9:00—11:00作为大规模算例，同时增加部分时段的客流需求。运输等级为1的货物需要在



a　客运权重为1的优化后列车运行图
a　Post-optimization timetable: passenger weight=1

b　客运权重为5的优化后列车运行图
b　Post-optimization timetable: passenger weight=5

图5　增加客货需求后不同客运权重下的列车运行图

Fig.5　Train timetables under varying passenger weights with increased passenger and freight demand

表4　增加客货需求后不同客运权重下的优化结果

Tab.4　Optimization outcomes under varying passenger weights with increased passenger and freight demand

客运权重	乘客平均等待时间/min	未完成运输的货物集装器数量/个	客运车厢数量/节	货运车厢数量/节
1	1.88	193	25	35
5	1.82	239	26	34

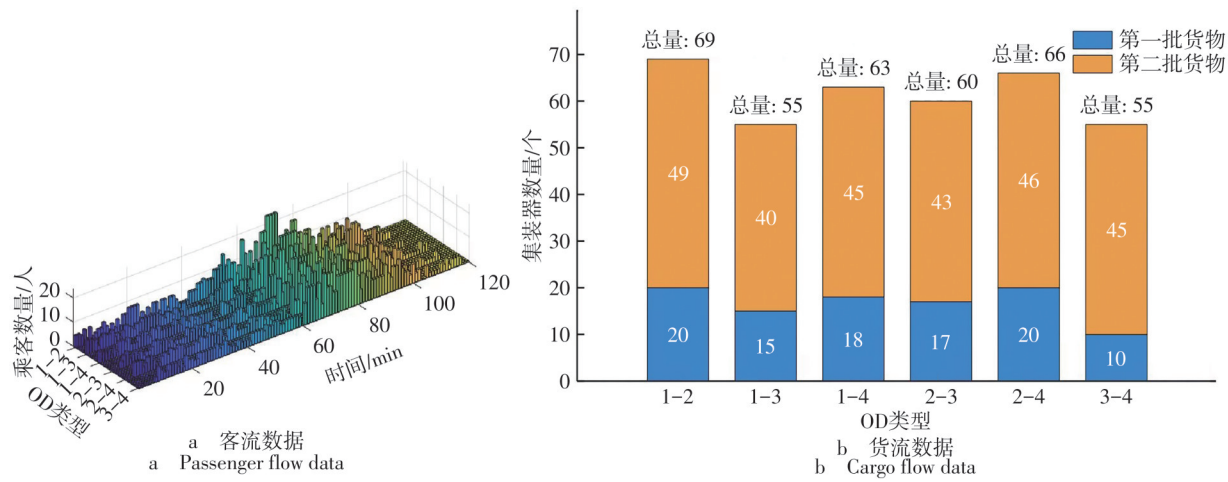
10:00之前送达目的地，运输等级为2的货物，在11:00之前送达目的地即可，列车开行数量为23列，其余数据与小规模算例保持一致。大规模算例中为了进一步体现加急货物的重要性，在模型中的货物总量约束中额外添加公式(28)实现。

$$h_{t,\,s,\,s',\,0,\,1}=0 \quad \forall s\in[1,\ S-1],\ \forall s'\in[2,\ S],\ \forall k\in K \tag{28}$$

公式(28)要求虚拟列车运输的第一批货物即加急货物的数量为0，表明在研究时段内禁止加急货物滞留。大规模算例客货运需求数据如图6所示。

基于上述数据与参数设置，利用VisualStudio 2022平台编写C#代码调用CPLEX12.8对模型进行求解，由于模型规模较大，设置终止条件上下界gap值达到5%。求解过程耗时至少12 h输出结果。相较于小规模算例，大规模算例的求解时间显著增加。然而，当选用时间窗为40 min的算例时，求解时间仅需要10 s。因此在实际应用中，应当根据对求解时间的实际需求，合理选取算例规模，对于大规模问题，可考虑采用分段求解策略，将其分解为若干小规模子算例分别求解。

基于求解输出的列车到发时刻以及停站时间等数据，绘制列车运行图。大规模算例优化后的列车运行图如图7所示。在9:00—11:00的研究时段中，从车站1至车站4共开行23列列车执行客货协同运输任务。假设优化前的场景为等间隔发车且仅进行客运任务，则乘客平均等待时间为2.02 min。优化后，



a　客流数据
a　Passenger flow data

b　货流数据
b　Cargo flow data

图6　大规模算例客货运需求数据

Fig.6　Passenger and freight demand data: large-scale example

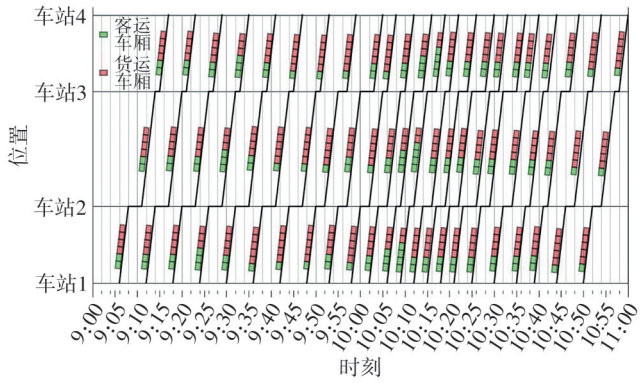


图7　大规模算例优化后的列车运行图

Fig.7　Post-optimization train timetable: large-scale example

乘客平均等待时间降至1.70 min。经比较，优化后的列车运行图在使乘客平均等待时间减少0.32 min，即15.8%的同时，还额外完成368个货物集装器的运输任务，验证了模型在2 h规模下场景的有效性。此外所开行的23列列车均符合列车安全运行的要求。因采用6节编组，共使用了138节车厢，包括94节货运车厢与44节客运车厢。其中，有6列列车采用1节客运车厢与5节货运车厢的编组模式，有14列列车采用2节客运车厢与4节货运车厢的编组模式，有2列列车采用3节客运车厢与3节货运车厢的编组模式，有1列列车采用4节客运车厢与2节货运车厢的编组模式，即仅有1列列车客运车厢数量大于货运车厢数量。整体上，货运车厢数量要明显大于客运车厢数量，反映了该时段客流需求较低，少量客运车厢即可满足需求。若仅进行客运，将造成显著的运力闲置。而客货协同运输有效利用了这部分闲置运力，凸显了模型优化价值。在客流较大的时段(9:50—10:30)，列车发车间隔明显缩短，且客运车厢占比相对提高，这体现了优化模型对集中客流需求的动态响应能力，通过加密发车班次并配置更多客运资源，有效保障了该时段的乘客出行体验。

4　结论

本研究基于灵活编组运营模式，针对吊挂式低速磁浮列车的客货协同运输问题，构建了以最小化乘客总等待时间、货物交付延误及未运输货物惩罚为目标的数学优化模型。该模型实现了对列车编组方案、列车时刻表以及货物运输计划的协同优化。研究结果表明：相较于单一固定的客运模式，客货协同运输模式能够有效缓解客流平峰期因客运需求较少而导致的运力闲置问题。小规模算例的对比结果表明，优化后的磁浮列车时刻表使乘客平均等待时间减少8.5%，同时额外完成257个集装器的运输需求。而大规模算例的对比结果表明，优化后的磁浮列车时刻表使乘客平均等待时间减少15.8%，同时额外完成368个集装器的运输需求。该模式不仅提升了磁浮列车运力资源的利用率，缓解了客流时空分布不均造成的运力浪费，还通过承接部分货物需求，有效分担了地面交通系统的货运压力。

参考文献：

[1] 孟川舒，周　飞. 中低速磁浮制式市域(郊)铁路发展若干问题的分析与思考[J]. 铁道运输与经济，2024，46(5)：211-218.
MENG Chuanshu，ZHOU Fei. Analysis and Thinking on Several Problems Concerning Development of Medium and Low Speed Maglev Urban Railway[J]. Railway Transport and Economy，2024，46(5)：211-218.

[2] 戴能云，邓娟红，戴　珏，等. 中低速磁浮制式在市域(郊)线路中的适应性研究[J]. 城市轨道交通研究，2024，27(7)：187-190，203.
DAI Nengyun，DENG Juanhong，DAI Jue，et al. Adaptability of Medium-Low Speed Maglev System in City(Suburban) Railway[J]. Urban Mass Transit，2024，27(7)：187-190，203.

[3] 曹　毅，张　敏，刘　静，等. 中低速磁浮列车悬浮系统模糊综合评价与改进设计[J]. 西南交通大学学报，2025，60(4)：874-883.
CAO Yi，ZHANG Min，LIU Jing，et al. Fuzzy Comprehensive Evaluation and Improved Design of Levitation System for Medium and Low Speed Maglev Trains[J]. Journal of Southwest Jiaotong University，2025，60(4)：874-883.

[4] 中华人民共和国中央人民政府. 中共中央国务院印发《交通强国建设纲要》[EB/OL]. (2019-09-19) [2025-03-20]. https：//www.gov.cn/zhengce/2019-09/19/content_5431432.htm.

[5] LIU J，CANCA D，LV H X. Spatiotemporal Synchronous Coupling Algorithm for Urban Rail Transit Timetables Design under Dynamic Passenger Demand[J]. Applied Mathematical Modelling，2023，119：239-256.

[6] SHANG P，YAO Y，YANG L Y，et al. Integrated Model for

Timetabling and Circulation Planning on an Urban Rail Transit Line: A Coupled Network-Based Flow Formulation[J]. Networks and Spatial Economics, 2021, 21(2): 331-364.

[7] HU L, LI D J, REN Z C. Collaborative Train Timetabling and Passenger Flow Control in Oversaturated Metro Lines Considering State-Dependence[J]. Expert Systems with Applications, 2025, 261: 125436.

[8] HU Y T, LI S K, WANG Y H, et al. Robust Metro Train Scheduling Integrated with Skip-Stop Pattern and Passenger Flow Control Strategy under Uncertain Passenger Demands[J]. Computers & Operations Research, 2023, 151: 106116.

[9] 李　岩, 巩　亮, 许得杰, 等. 基于虚拟编组的城轨列车时刻表优化方法[J]. 交通信息与安全, 2024, 42(3): 74-84.
LI Yan, GONG Liang, XU Dejie, et al. A Timetable Optimization Method for Urban Train Transit Based on Virtual Coupling[J]. Journal of Transport Information and Safety, 2024, 42(3): 74-84.

[10] 郜国璇, 黄友能, 李春驰, 等. 基于灵活编组的市域快轨时刻表优化方法研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2023, 23(3): 195-203.
TAI Guoxuan, HUANG Youneng, LI Chunchi, et al. An Optimization Method of Train Scheduling for Urban Rapid Rail Transit Based on Flexible Train Composition Mode[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23(3): 195-203.

[11] 钟林环, 徐光明, 邓连波, 等. 面向灵活编组的城轨列车开行频率与时刻表综合优化[J]. 交通运输工程与信息学报, 2024, 22(2): 104-115.
ZHONG Linhuan, XU Guangming, DENG Lianbo, et al. Integrated Optimization of Train Frequency and Timetable for Urban Railway Trains for Flexible Train Composition[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2024, 22(2): 104-115.

[12] YANG L Y, YAO Y, SHI H, et al. Dynamic Passenger Demand-Oriented Train Scheduling Optimization Considering Flexible Short-Turning Strategy[J]. Journal of the Operational Research Society, 2021, 72(8): 1707-1725.

[13] ELBERT R, RENTSCHLER J. Freight on Urban Public Transportation: A Systematic Literature Review[J]. Research in Transportation Business & Management, 2022, 45: 100679.

[14] 陈晶晶, 张洪铭, 于文博, 等. 城市轨道交通客货共运条件分析[J]. 物流工程与管理, 2023, 45(12): 77-81, 73.
CHEN Jingjing, ZHANG Hongming, YU Wenbo, et al. Condition Analysis of Passenger and Cargo Co-Transportation in Urban Rail Transit[J]. Logistics Engineering and Management, 2023, 45(12): 77-81, 73.

[15] DI Z, YANG L X, SHI J G, et al. Joint Optimization of Carriage Arrangement and Flow Control in a Metro-Based Underground Logistics System[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2022, 159: 1-23.

[16] 潘寒川, 陆俊波, 胡　华, 等. 客货混运下的城轨时刻表与流量控制协同优化研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2023, 23(2): 187-196.
PAN Hanchuan, LU Junbo, HU Hua, et al. Collaborative Optimization of Urban Rail Timetable and Flow Control under Mixed Passenger and Freight Transportation[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23(2): 187-196.

[17] 戚建国, 周厚盛, 杨立兴, 等. 灵活编组条件下轨道交通客货协同运输方案优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2022, 22(2): 197-205.
QI Jianguo, ZHOU Housheng, YANG Lixing, et al. Optimization Methods of Combined Passenger and Freight Transportation Based on Flexible Train Composition Mode[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2022, 22(2): 197-205.

[18] YAO Y, LI P, MO P L, et al. Bi-Objective Optimization of Timetable and Rolling Stock Schedule for an Urban Rail Passenger and Freight Line[J]. Computers & Industrial Engineering, 2024, 194: 110394.

[19] LI S Q, ZHU X N, SHANG P, et al. Scheduling Shared Passenger and Freight Transport for an Underground Logistics System[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2024, 183: 102907.

(责任编辑　汪沁萱)