

文章编号:1671-5896(2026)04-0896-12

基于补码浮点表示的量子图像 Harris 角点检测方法

王 兵^{1a}, 周冰琪², 邢海燕^{1b}, 单瑞雪^{1a}

(1. 东北石油大学 a. 计算机与信息技术学院; b. 机械科学与工程学院, 黑龙江 大庆 163318;

2. 闽南理工学院 信息工程学院, 福建 泉州 362700)

摘要: 针对量子图像的特征点提取问题, 提出了 Harris 角点检测算法在量子计算机上的实现方案。首先, 为解决 Harris 角点检测量子线路中涉及的有理数高效编码及运算问题, 提出了基于补码浮点表示的量子图像表示模型。其中像素值使用基于补码的浮点数形式表示, 像素的位置信息采用无符号数表示, 每种数据结构均基于量子比特序列的基态进行信息表示。然后, 根据经典 Harris 角点检测算法的相关理论设计了 Harris 角点检测的具体量子线路, 并对其进行了复杂度分析, 验证该方案相较于经典方案的指数级加速。最后, 通过在经典计算机上的仿真实验证明, 经典 Harris 角点检测算法与量子 Harris 角点检测方案所检测的角点重合率超过 85%, 验证了所提方案的可行性与有效性。

关键词: 量子图像处理; 量子图像表示; 特征点检测; Harris 角点

中图分类号: TP391.41

文献标志码: A

Harris Corner Detection Method Based on Complement Floating-Point Representation for Quantum Images

WANG Bing^{1a}, ZHOU Bingqi², XING Haiyan^{1b}, SHAN Ruixue^{1a}

(1a. College of Computer and Information Technology; 1b. College of Mechanical Science and Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China; 2. College of Information Engineering, Minnan University of Science and Technology, Quanzhou 362700, China)

Abstract: In order to solve the problem of feature point extraction in quantum images, the implementation scheme of Harris corner detection algorithm on quantum computers is studied. Firstly, to address the efficient encoding and computation of rational numbers in Harris corner detection quantum circuits, a quantum image representation model based on complement floating-point representation is proposed. In this model, pixel values are represented in the form of complement-based floating-point numbers, and the position information of pixels is represented by unsigned numbers. Each data structure is based on the basic state of quantum bit sequences for information representation. Secondly, based on the relevant theories of the classical Harris corner detection algorithm, a specific quantum circuit for Harris corner detection is designed, and its complexity analysis is conducted to verify its exponential acceleration compared to classical schemes. Finally, through simulation experiments on classical computers, it is demonstrated that the overlap rate between the classical Harris corner detection algorithm and the quantum Harris corner detection scheme exceeds 85%, which to some extent verifies the feasibility and effectiveness of the proposed scheme.

Key words: quantum image processing; quantum image representation; feature point detection; Harris corner

0 引 言

量子计算是量子物理学的延伸部分, 其主体框架由量子力学构成, 量子物理学和量子力学共同揭示

收稿日期: 2025-06-24

基金项目: 黑龙江省自然科学基金联合引导基金资助项目(LH2024E012)

作者简介: 王兵(1982—), 女, 内蒙古科尔沁右翼前旗人, 东北石油大学副教授, 博士, 主要从事量子图像处理、深度学习研究, (Tel)86-13936975326 (E-mail) wangbing0812@sina.com。

了宇宙关于基本原子结构的若干事实。量子计算将这些非常相似的概念与计算机相结合,试图提高计算机的整体性能。Feynman^[1]于1982年首次提出了量子计算设备的理想构想,为后续量子计算研究奠定了理论基础。随后针对该理论模型的实现路径,Deutsch^[2]引入量子比特叠加态的概念,从理论上证明了量子系统的并行性计算,其突破性研究为量子算法的开发提供了关键的理论支持。在此研究基础上,Shor^[3]提出了质因数分解算法,Grover^[4]提出了量子搜索算法,这两种算法的提出从算法层面证实了量子计算相较于经典计算的潜在优势,标志着量子计算从理论构想向实际应用迈出了关键一步。

量子图像处理作为近年来兴起的一门融合量子计算与经典图像处理的新兴交叉学科,是量子计算与图像处理技术互相需要、融合的产物。目前,经数十年的发展,量子图像处理技术方面的研究成果不断涌现,取得了一些令人鼓舞和瞩目的成绩,并在量子图像表示方向已经提出许多优秀的模型。2003年,Venegas-andraca^[5]提出首个量子图像表示模型 Qubit Lattice,虽然并未真正利用到量子计算的叠加特性,但其为量子图像处理奠定了理论基础。此后提出的 FRQI(Flexible Representation of Quantum Image)模型^[6],以及更为精简的 NEQR(Novel Enhanced Quantum Representation)模型^[7],使量子图像处理进入一个新的阶段。近年来,人们相继提出许多优秀的量子图像表示模型,如表示彩色图像的 OCQR(Optimized Quantum Representation for Color Digital Images)模型^[8],表示多波长图像的 QRMW(Quantum Representation of Multi Wavelength Images)模型^[9],表示索引图像的 QIIR(Quantum Indexed Image Representation)模型^[10]等。这些优秀的量子图像表示模型为量子图像处理算法的实现奠定了基础。量子图像处理算法则包括量子图像隐写^[11]、量子图像置乱^[12]、量子图像伪彩色处理^[13]、量子图像加密^[14]、量子图像特征点提取^[15]等方向。

在经典图像处理领域,特征点提取是理解图像内容和场景结构的基础,其为后续的图像配准与拼接、图像识别与跟踪、三维重构与建模以及增强现实与虚拟现实等提供关键信息。由于高质量的特征点能直接提高后续任务的准确性和效率,因此如何高效提取图像特征点成为实现智能图像分析与理解的关键环节。经典的特征点提取算法有 Susan 和 Harris 角点检测、Sift 和 Fast 特征检测等^[16-17],这些算法在不同应用场景下具有各自的适应性和优势。经典特征点检测算法虽在传统计算框架下表现优异,但其计算复杂度与图像规模的高度依赖关系限制了其在大规模数据应用中的实时性。而量子计算的并行性与叠加态特性为解决上述瓶颈提供了新路径。量子计算所特有的并行性计算、高效编码以及不确定问题的模糊处理能力,为实现面向复杂图像的高质量和高实时处理提供了理论支持和技术保障。因此,深入研究量子图像特征点提取技术对突破经典图像处理的物理极限具有重大意义,并为未来量子计算提供有力的支持。

目前,关于量子图像特征点提取的研究成果较少。2015年,Zhang等^[18]提出了一种基于 NEQR 表示模型的量子特征提取框架,通过量子图像的加减运算和图像变换,并结合比较和阈值处理提取特征点。2021年,Jiang等^[19]基于亮度对比度算法的思想,提出了一种提取量子图像兴趣点的方案,通过计算像素与其他像素的亮度差绝对值实现,主要用于图像感兴趣区域提取。2023年,Yuan等^[15]提出了一种量子快速角点检测算法,利用量子并行性,实现了经典 Susan 算法的量子化,其时间复杂度呈指数级低于经典算法。然而,相较于其他领域已取得的丰富成果,量子图像特征点提取作为量子图像处理的子领域明显滞后。其原因是由于量子计算机缺乏对经典图像特征点提取算法中涉及的有理数表示及其相关复杂运算的处理能力。

针对量子图像特征点的提取问题,笔者提出了一种基于 Harris 角点检测的量子图像特征点提取方法。首先,为解决量子图像特征点提取过程中涉及大量的有理数运算问题,笔者提出了一种基于补码浮点表示的量子图像表示模型,并基于其设计了实现浮点数相关运算的基本量子线路模块,实现了经典 Harris 角点检测算法的量子化设计。通过复杂度分析验证该方案相较于经典方案的指数级加速,同时通过在经典计算机上进行仿真实验分析,验证了笔者提出方案的可行性和有效性。

1 基于补码浮点表示的量子图像表示模型 CFRQI

考虑 Harris 角点检测涉及大量的有理数运算,因此需要选取合适的并有效处理有理数运算的量子

图像表示模型,同时根据经典检测算法进行相关量子模块的设计。笔者以基于补码浮点表示的量子数字信号表示模型 CFRDS(Complement Floating-point Representation of Digital Signals)^[21]为基础,提出了一种基于补码浮点表示的量子图像表示模型 CFRQI(Complement Float-point Representation Quantum Image),为量子 Harris 角点检测算法的设计提供了模型基础。

以一幅大小为 $2^s \times 2^s$, 位深度为 q 的灰度图像为例,其 CFRQI 表示如下:

$$|I\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y=0}^{2^s-1} \sum_{X=0}^{2^s-1} |C_{YX}\rangle \otimes |YX\rangle, \quad (1)$$

其中 $|C_{YX}\rangle = |j_{YX}^m, j_{YX}^{m-1}, j_{YX}^{m-2}, \dots, j_{YX}^0, S_{YX}^n, S_{YX}^{n-1}, S_{YX}^{n-2}, \dots, S_{YX}^0\rangle$ 为像素点灰度值的规格化补码浮点数表示^[20-21], $|j_{YX}^m, j_{YX}^{m-1}, j_{YX}^{m-2}, \dots, j_{YX}^0\rangle$ 为浮点数的阶码, $|S_{YX}^n, S_{YX}^{n-1}, S_{YX}^{n-2}, \dots, S_{YX}^0\rangle$ 为浮点数的尾数,二者均采用补码形式表示,浮点数的基数取 2。 $|YX\rangle = |Y_{s-1}Y_{s-2}\dots Y_0X_{s-1}X_{s-2}\dots X_0\rangle$ 为无符号数,表示像素点的位置信息,其中 $\{Y_i\}_{i=0}^{s-1}$, $\{X_i\}_{i=0}^{s-1}$, $\{j_{YX}^i\}_{i=0}^m$, $\{S_{YX}^i\}_{i=0}^n \in \{0,1\}$, $m = \log_2^q + 1$, $n = q$ 。因此 CFRQI 表示共需要 $2s+q+\log_2^q+3$ 个量子比特描述图像。

图 1 为一个简单图像的 NEQR 及 CFRQI 表示,其是一个大小为 2×2 的像素块组成的灰度图像。在 NEQR 表示中,图像的像素灰度值由无符号整数表示。在 CFRQI 表示中,图像的像素灰度值由规格化补码浮点数表示,其中第 1 行为二进制表示的浮点数阶码,第 2 行为二进制表示的浮点数尾数,共同构成像素块的像素灰度值。以位置 $|00\rangle$ 处的像素灰度值为例,由于 $11110111 = +0.111\ 101\ 11 \times 2^{+1\ 000}$ (注意,除基数 2 为十进制表示外,其余均为二进制表示),因此,NEQR 表示的灰度值 $|11110111\rangle$ 在 CFRQI 中表示为 $|0,1\ 000\rangle |0.111\ 101\ 11\rangle$, 这里 $m=4$, $n=8$ 。

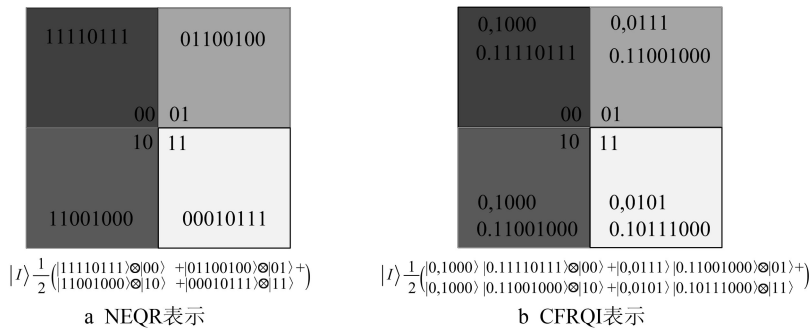


图 1 一个简单图像的 NEQR 及其 CFRQI 表示

Fig. 1 A simple image and its NEQR and CFRQI representation

2 量子图像 Harris 角点检测方法

2.1 经典 Harris 角点检测方法

角点通常是图像中在二维方向上具有较大梯度变化的一个显著特征点。假设一个窗口在图像上移动,如果窗口在两个不同方向上皆具有显著的灰度变化,则认为该区域存在角点;如果窗口只在一个方向上有显著变化,则认为该区域为边缘区域;如果在任何方向均无明显变化,则认为是平坦区域。

令 I 为输入图像,经典 Harris 角点检测过程步骤如下。

步骤 1 利用水平差分算子和垂直差分算子对输入图像 I 在水平方向(X)和垂直方向(Y)进行差分操作,以求得水平梯度图像 I_x 和垂直梯度图像 I_y 。针对图像中的每个像素 (x,y) ,求得该像素的临时自相关矩阵 $\tilde{M}(x,y)$:

$$\tilde{M}(x,y) = \begin{bmatrix} I_x(x,y)I_x(x,y) & I_x(x,y)I_y(x,y) \\ I_y(x,y)I_x(x,y) & I_y(x,y)I_y(x,y) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中 $I_x(x,y)$ 为像素 (x,y) 处的水平梯度值, $I_y(x,y)$ 为像素 (x,y) 处的垂直梯度值。

步骤 2 以像素 (x,y) 为中心,选择一定大小的滤波窗口,对 $\tilde{M}(x,y)$ 的 4 个元素分别进行高斯

滤波操作,得到平滑后的自相关矩阵 $M(x,y)$:

$$M(x,y) = \sum_{i,j} w(i,j) \begin{bmatrix} I_X(i,j)I_X(i,j) & I_X(i,j)I_Y(i,j) \\ I_Y(i,j)I_X(i,j) & I_Y(i,j)I_Y(i,j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I'_X(x,y)I'_X(x,y) & I'_X(x,y)I'_Y(x,y) \\ I'_Y(x,y)I'_X(x,y) & I'_Y(x,y)I'_Y(x,y) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中 i,j 为高斯滤波窗口内各像素相对于中心像素 (x,y) 的偏移量, $w(i,j)$ 为各像素的高斯滤波权值。

步骤3 通过自相关矩阵 $M(x,y)$ 的特征向量构造角点响应函数图像 $R(x,y)$:

$$R(x,y) = \det M(x,y) - k(\text{tr } M(x,y))^2, \quad (4)$$

其中 $\det M(x,y)$ 为矩阵 $M(x,y)$ 的行列式, $\text{tr } M(x,y)$ 为矩阵 $M(x,y)$ 的迹, k 为经验常数,通常取值范围为0.04~0.06。

步骤4 对角点响应图像进行非极值抑制。在矩阵 R 中,如果同时满足 $R(x,y)$ 大于某一阈值和 $R(x,y)$ 是邻域内的局部最大值,则认为该点为图像的角点。

2.2 Harris 角点检测的量子线路设计

为实现 Harris 角点检测算法的量子化,笔者以 CFRQI 模型作为图像的表示模型,以经典 Harris 角点检测的理论知识为基础,分别对每个模块的量子线路进行设计,最终形成完整 Harris 角点检测的量子线路。

1) 计算像素点梯度值的量子线路。在经典图像处理中,通过在图像上应用垂直差分算子和水平差分算子以达到计算出当前像素点梯度值的目的。而在量子计算机中,采用对图像进行“平移”,“堆叠”,“加权求和”的操作达到同样的目的。计算水平方向的梯度值首先需要将原始图像向左和向右分别循环移动一个单位得到两幅新图像,然后将包含原图像在内的3幅图像按照顺序进行堆叠,则3幅图像上同一个位置的像素就是水平差分算子模版覆盖的像素。最后以水平差分算子模版中的值作为权值,计算3幅图像相同位置的像素值的加权和即为原始图像中像素点在水平方向的梯度值,水平差分算子为 $(-1,0,1)$,如图2所示。

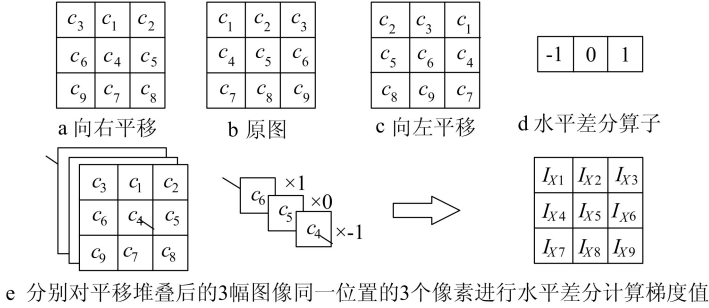


图2 水平差分滤波器并行计算方案图解

Fig. 2 Illustration of parallel computing scheme for horizontal difference filter

计算水平方向梯度值的量子线路如图3所示。输入原始图像 $|I\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y=0}^{2^s-1} \sum_{X=0}^{2^s-1} |C\rangle \otimes |YX\rangle$, 首先利用 Hadamard 门、量子比较器 (COMP)^[22] 和复制模块 (CNOT)^[23] 生成与输入图像相同的两幅图像, 然后使用加1(+1)模块和减1(-1)模块^[20]将两幅图像分别向左和向右循环平移一个单位。此时, 只需要对3幅图像相同位置的像素值进行加权求和即可求出当前像素点的水平方向梯度值。笔者对此进行简化处理, 使用量子比较器 (COMP) 和量子浮点数减法器 (Float-SUB), 将向左平移后的图像的像素值减去向右平移后的图像的像素值, 计算结果即为原图像该点水平方向的梯度值。其中量子浮点数减法器 (Float-SUB) 只需将文献[21]中量子浮点数加法器 (Float-ADDER) 中的尾数求和模块 (ADDER) 变成尾数求差模块即可。由于尾数采用补码表示时, 可将减法转化为加法操作, 即 $[A]_{\text{补}} - [B]_{\text{补}} = [A]_{\text{补}} + [-B]_{\text{补}}$, 而 $[-B]_{\text{补}}$ 可由 $[B]_{\text{补}}$ 连同符号位在内每位都取反并末位加1实现。为此, 只需在尾数求和模块 (ADDER) 中添加一个具有取反并末位加1功能的 FP+1 模块^[24]即可。限于篇幅, 笔者只给出尾数求差模块的量子线路, 如图4所示。

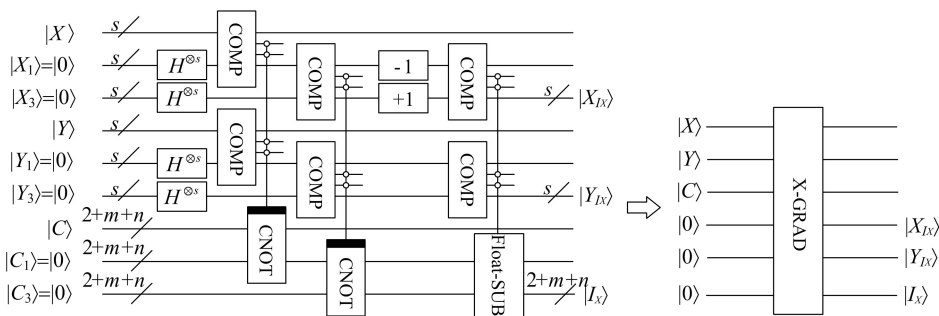


图 3 计算水平方向梯度值的量子线路及简图

Fig. 3 Quantum circuit for calculating horizontal gradient values and its schematic diagram

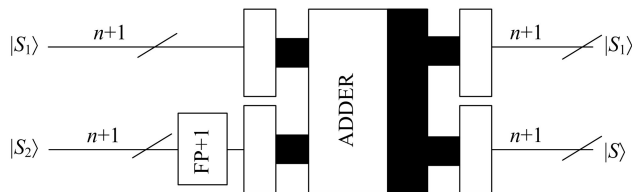


图 4 尾数求差模块的量子线路

Fig. 4 Quantum circuit for mantissa subtraction module

最终，得到输出含有水平方向梯度值的量子态为

$$|P_{I_X}\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_{I_X}=0}^{2^{s-1}} \sum_{X_{I_X}=0}^{2^{s-1}} |Y_{I_X} X_{I_X}\rangle \otimes |I_X\rangle, \tag{5}$$

其中 $|I_X\rangle$ 为该点在水平方向的梯度值。计算垂直方向梯度值的原理类似，此处不再赘述。其中垂直差分算子为 $(-1, 0, 1)^T$ 。

2) 计算临时自相关矩阵 $\tilde{M}$ 的量子线路。其量子线路如图 5 所示。

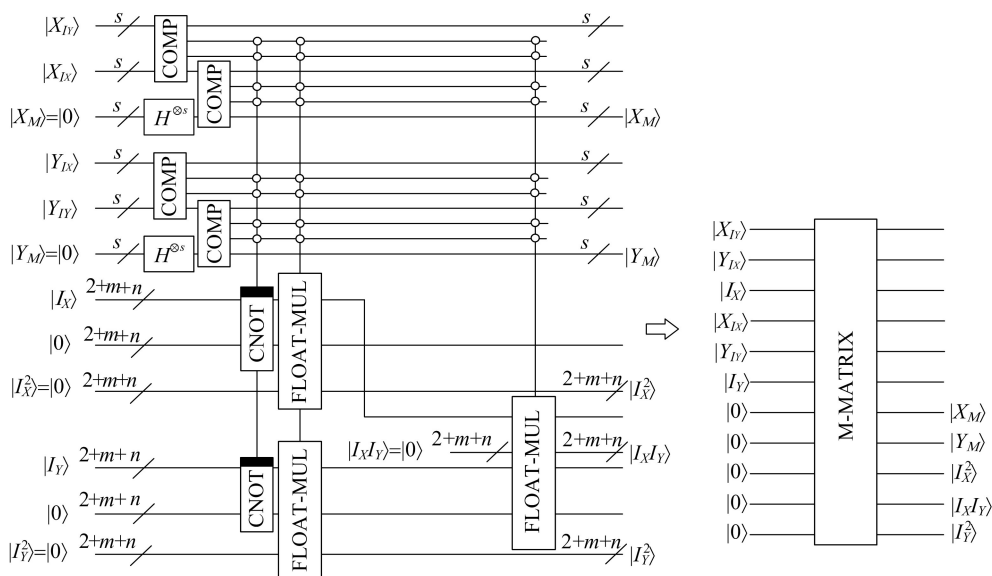


图 5 计算临时自相关矩阵 $\tilde{M}$ 的量子线路及简图

Fig. 5 Quantum circuit for calculating temporary autocorrelation matrix $\tilde{M}$ and its schematic diagram

首先输入含有水平和垂直方向梯度值的量子态：

$$|P_{I_X}\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_{I_X}=0}^{2^{s-1}} \sum_{X_{I_X}=0}^{2^{s-1}} |Y_{I_X} X_{I_X}\rangle \otimes |I_X\rangle, \tag{6}$$

$$|P_{I_Y}\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_{I_Y}=0}^{2^s-1} \sum_{X_{I_Y}=0}^{2^s-1} |Y_{I_Y}X_{I_Y}\rangle \otimes |I_Y\rangle. \quad (7)$$

然后利用 Hadamard 门生成一幅空图像,利用量子比较器 (COMP)、复制模块 (CNOT) 和量子浮点数乘法器 (Float-MULT) [21] 将经过运算后 $\tilde{M}$ 矩阵的值存储到辅助比特 $|I_X I_Y\rangle$ 、 $|I_X^2\rangle$ 、 $|I_Y^2\rangle$ 中。输出为含有临时自相关矩阵 $\tilde{M}$ 相关信息的量子态:

$$|P_{\tilde{M}}\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_M=0}^{2^s-1} \sum_{X_M=0}^{2^s-1} |Y_M X_M\rangle \otimes |I_X I_Y\rangle \otimes |I_X^2\rangle \otimes |I_Y^2\rangle. \quad (8)$$

3) 计算自相关矩阵 M 的量子线路。在经典图像处理过程中,得到临时自相关矩阵 $\tilde{M}$ 后,需要分别对其 4 个元素进行高斯滤波操作以得到自相关矩阵

M 。笔者采用 5×5 高斯滤波器模板,如图 6 所示,高斯滤波操作的量子线路如文献[23]所示。由于笔者与文献[23]选取的量子图像表示模型不同,因此需要将该高斯滤波量子线路的量子加法器 (ADDER) 替换为量子浮点数加法器 (Float-ADDER) [21],量子乘法器 (MULT) 替换为量子浮点数乘法器 (Float-MULT) [21]。与实现计算像素点梯度值的量子线路思路相同,实现 5×5 高斯滤波量子线路仍然采用对图像进行“移动”,“堆叠”,“加权求和”的操作。首先以原始图像为中心,将原始图像在 5×5 高斯滤波窗口范围内向四周分别循环移动若干个单位得到 24 幅新图像。然后将包含原图像在内的 25 幅图像按照顺序进行堆叠,则 25 幅图像上同一个位置的像素就是高斯滤波模版覆盖的像素。最后以高斯滤波模版中的值作为权值,计算 25 幅图像相同位置的像素值的加权和即为原始图像中像素点的高斯滤波值。在此过程中需要利用 25 组每组 3 个共 75 个量子浮点数乘法器 (Float-MULT) 将每个像素位置的临时自相关矩阵 $\tilde{M}$ 中的值 I_X^2 、 I_Y^2 、 $I_X I_Y$ 分别乘以对应的高斯滤波权值,最后通过 72 个量子浮点数加法器 (Float-ADDER) 实现加权求和,得到自相关矩阵 M 中的值 I_X^2 、 I_Y^2 和 $I_X I_Y$ 。输入和输出量子态分别为

0.000 1	0.000 9	0.002 9	0.000 9	0.000 1
0.000 9	0.033 8	0.114 5	0.033 8	0.000 9
0.002 9	0.114 5	0.387 6	0.114 5	0.002 9
0.000 1	0.033 8	0.114 5	0.033 8	0.000 9
0.000 1	0.000 9	0.002 9	0.000 9	0.000 1

图 6 5×5 高斯滤波器模板

Fig. 6 5×5 Gaussian filter mask

然后以高斯滤波模版中的值作为权值,计算 25 幅图像相同位置的像素值的加权和即为原始图像中像素点的高斯滤波值。在此过程中需要利用 25 组每组 3 个共 75 个量子浮点数乘法器 (Float-MULT) 将每个像素位置的临时自相关矩阵 $\tilde{M}$ 中的值 I_X^2 、 I_Y^2 、 $I_X I_Y$ 分别乘以对应的高斯滤波权值,最后通过 72 个量子浮点数加法器 (Float-ADDER) 实现加权求和,得到自相关矩阵 M 中的值 I_X^2 、 I_Y^2 和 $I_X I_Y$ 。输入和输出量子态分别为

$$|P_{\tilde{M}}\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_M=0}^{2^s-1} \sum_{X_M=0}^{2^s-1} |Y_M X_M\rangle \otimes |I_X I_Y\rangle \otimes |I_X^2\rangle \otimes |I_Y^2\rangle, \quad (9)$$

$$|P_M\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_M=0}^{2^s-1} \sum_{X_M=0}^{2^s-1} |Y_M X_M\rangle \otimes |I_X' I_Y'\rangle \otimes |I_X'^2\rangle \otimes |I_Y'^2\rangle. \quad (10)$$

限于篇幅,笔者只给出高斯平滑滤波操作量子线路的简图,如图 7 所示。

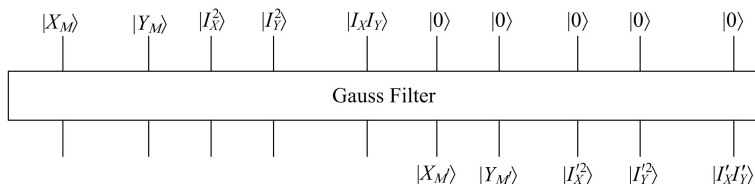


图 7 5×5 高斯滤波器的量子线路简图

Fig. 7 Quantum circuit diagram for 5×5 Gaussian filter

4) 计算像素点的角点响应函数 R 的量子线路。其量子线路如图 8 所示。首先制作一幅与原图像大小一致的空图像用于存储 R 值,然后使用量子比较器 (COMP),以像素点位置作为控制比特,分别计算每个像素点对应的角点响应函数值 $|R\rangle = |I_X^2\rangle |I_Y^2\rangle - |I_X I_Y\rangle |I_X' I_Y'\rangle - |k\rangle (|I_X^2\rangle + |I_Y^2\rangle)^2$ 。具体计算过程为:首先利用复制模块 (CNOT) 和辅助比特复制 $|I_X' I_Y'\rangle$ 值,然后通过量子浮点数乘法器 (Float-MULT) 计算 $|I_X' I_Y'\rangle |I_X' I_Y'\rangle$ 和 $|I_X^2\rangle |I_Y^2\rangle$ 值,通过量子浮点数减法器 (Float-SUB) 计算 $|I_X^2\rangle |I_Y^2\rangle - |I_X' I_Y'\rangle |I_X' I_Y'\rangle$ 值,并通过量子浮点数加法器 (Float-ADDER) 计算得出 $|I_X^2\rangle + |I_Y^2\rangle$ 值并使用两个量子浮点数乘法器 (Float-MULT) 和辅助比特得出 $|k\rangle (|I_X^2\rangle + |I_Y^2\rangle)^2$ 值,最后通过量子浮点数减法器 (Float-SUB) 得到 R 的值,存储在 $|R\rangle$

中。最终，输出含有角点响应函数值的量子式为

$$|P_R\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_R=0}^{2^s-1} \sum_{X_R=0}^{2^s-1} |Y_RX_R\rangle \otimes |R\rangle.$$

(11)

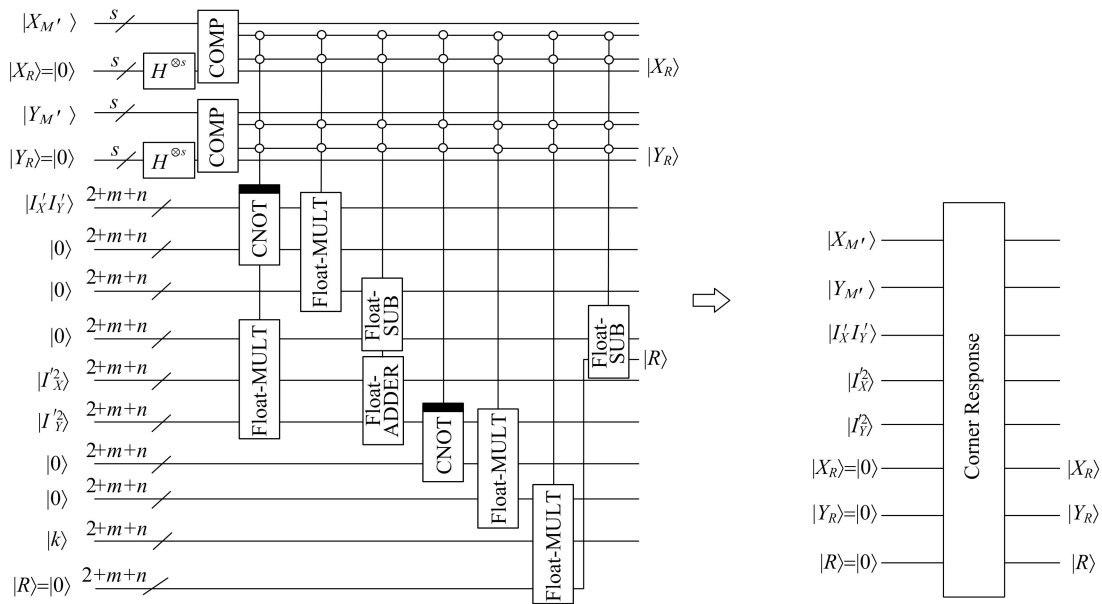


图 8 计算角点响应函数 R 的量子线路及简图

Fig. 8 Quantum circuit for calculating corner response function R and its schematic diagram

5) 实现非极值抑制的量子线路。如果某像素点角点响应函数值 $|R\rangle$ 大于某一阈值 $|T\rangle$ ，且是邻域内的局部最大值，则认定该点为角点。笔者以 3×3 作为邻域范围，具体操作与高斯滤波相似，但只进行移动和堆叠操作，最后比较原始图像与其他图像同一位置角点响应函数值的大小，并与阈值 $|T\rangle$ 进行比较。如果是局部最大值且大于 $|T\rangle$ ，则认为该像素点是角点，即为量子图像的特征点。

为实现角点响应函数值 $|R\rangle$ 与阈值 $|T\rangle$ 的比较，笔者设计了量子规格化浮点数比较器 (Float-COMP)，其量子线路如图 9 所示。

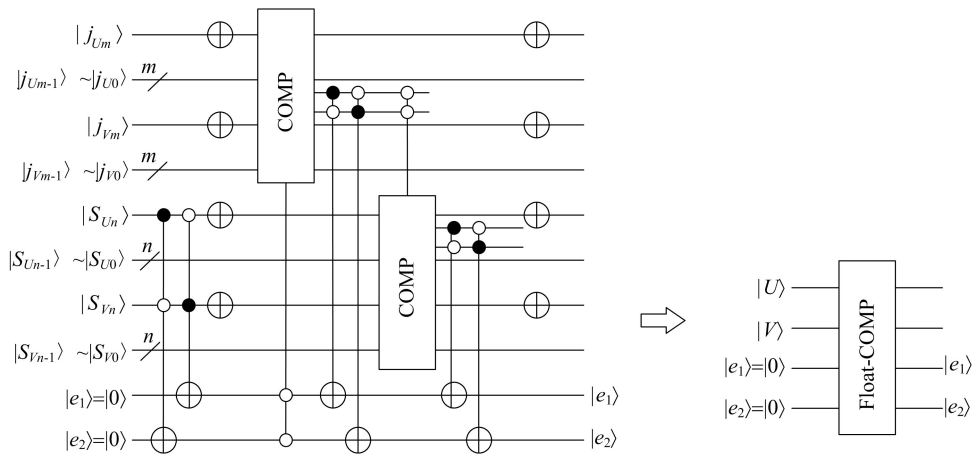


图 9 量子规格化浮点数比较器及简图

Fig. 9 Quantum comparator for normalized floating-point numbers and its schematic diagram

量子规格化浮点数比较器 (Float-COMP) 首先比较两个补码浮点数尾数符号位，如果尾数符号位不同，则符号位为 0 的数大于符号位为 1 的数；如果相同，再比较阶码与尾数。由于补码难以直接比较大小，移码可直接判断大小，因此将补码转换成移码，然后比较阶码大小。阶码大的浮点数大，如果阶码相等，再比较尾数，尾数大的浮点数大，最后将移码转换回补码。因此，量子规格化浮点数比较器

(Float-COMP)的输入为补码浮点数 $|U\rangle$ 和 $|V\rangle$, 如果 $|U\rangle>|V\rangle$, 则输出 $|e_1e_2\rangle=|10\rangle$, 如果 $|U\rangle<|V\rangle$, 则输出 $|e_1e_2\rangle=|01\rangle$, 如果 $|U\rangle=|V\rangle$, 则输出 $|e_1e_2\rangle=|00\rangle$ 。

以水平方向的非极值抑制为例, 如图 10 所示。首先使用 Hadamard 门生成 3 幅空图像, 使用量子比较器 (COMP) 和复制模块 (CNOT) 将其中两幅变为与原角点响应函数图像相同的图像, 然后分别将这两幅图像向左和向右循环移动一个单位。此时, 包括这两幅图像与原图像在内的 3 幅图像同一位置的角点响应函数值就是原来该像素点及其水平方向邻域的值。然后使用量子规格化浮点数比较器 (Float-COMP) 比较相同位置原图像的角点响应函数值与另外两幅图像的角点响应函数值和阈值 $|T\rangle$ 的大小, 如果该像素点的角点响应函数值大于另外两幅图像的值, 且大于阈值, 则将第 3 幅空图像中 $|f\rangle$ 值取反置 $|1\rangle$ 。

3×3 邻域内的非极值抑制的量子线路与水平方向的非极值抑制类似, 只需要产生 9 幅空图像, 其中 8 幅用于进行移位与比较, 另外一幅用于存储非极值抑制的结果。最终如果 $|f\rangle$ 为 $|0\rangle$, 则该点不为角点, 如果 $|f\rangle$ 为 $|1\rangle$, 则该点为角点。

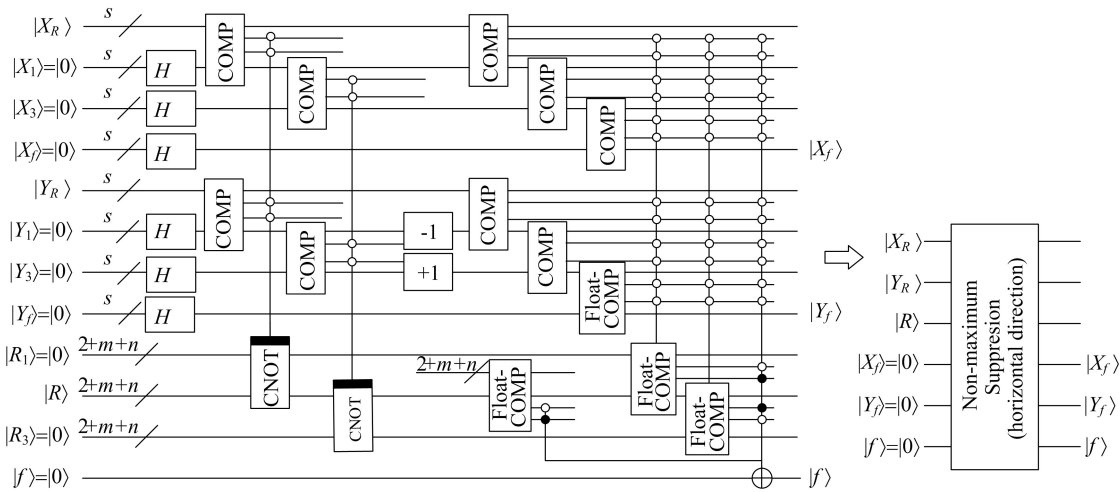


图 10 计算水平方向非极值抑制的量子线路及简图

Fig. 10 Quantum circuit for calculating horizontal non-maximum suppression and its schematic diagram

6) Harris 角点检测的总体量子线路。Harris 角点检测的总体量子线路如图 11 所示。

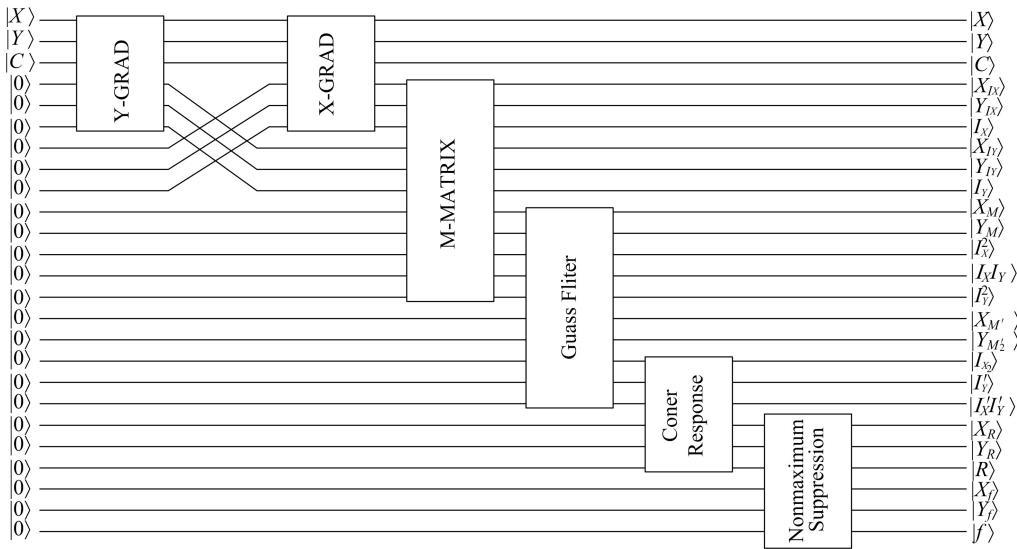


图 11 Harris 角点检测的总体量子线路

Fig. 11 Quantum circuit architecture for Harris corner detection

输入为待检测图像 $|I\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y=0}^{2^s-1} \sum_{X=0}^{2^s-1} |C\rangle \otimes |YX\rangle$ 。首先计算垂直方向的梯度值(Y-GRAD)与水平方向的梯度值(X-GRAD),其次计算临时自相关矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ (M-MATRIX),然后对矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 执行高斯滤波(Gauss Filter)得到自相关矩阵 $\mathbf{M}$,最后计算角点响应函数矩阵 $\mathbf{R}$ (Corner Response),并进行 3×3 邻域内的非极值抑制(Non-maximum Suppression),输出为含有角点信息的量子图像:

$$|I_f\rangle = \frac{1}{2^s} \sum_{Y_f=0}^{2^s-1} \sum_{X_f=0}^{2^s-1} |C\rangle |Y_f\rangle |X_f\rangle |f\rangle, \quad (12)$$

其中 $|f\rangle = |1\rangle$ 对应的像素点即为角点。

3 复杂度分析

为便于描述,以一幅大小为 $2^s \times 2^s$, 位深度为 q 的灰度图像为例(使用 $2s+m+n+2$ 个量子比特表示),分析笔者提出方案的复杂度,其中量子线路的复杂度取决于基本量子门的个数,基本门复杂度为 1,通常选用受控非门和非门作为基本量子门。

根据图 3 可知,计算水平方向的梯度值的量子线路包含 $4s$ 个 Hadamard 门、6 个量子比较器、2 个复制模块、1 个加 1 模块、1 个减 1 模块和 1 个量子浮点数减法器。根据文献[22]可知,量子比较器的复杂度不超过 $O(s^2)$,根据文献[23]可知,复制模块的复杂度不超过 $O(2+m+n)$,根据文献[20]可知,加 1 和减 1 模块的复杂度不超过 $O(s^2)$,浮点数减法器的复杂度不超过 $O(n^2+2^{m+1}n+nm^2+2^{m+1}m^2)$,因此该模块的复杂度不超过 $O(s^2+n^2+2^{m+1}n+nm^2+2^{m+1}m^2)$ 。

根据图 5 可知,计算矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 的量子线路包含 $2s$ 个 Hadamard 门、4 个量子比较器、2 个复制模块和 3 个量子浮点数乘法器,根据文献[21]可知,量子浮点数乘法器的复杂度不超过 $O(n^3+nm^2)$,因此该模块的复杂度不超过 $O(s^2+n^3+nm^2)$ 。

根据图 7 及文献[23]可知, 5×5 高斯滤波器的量子线路包含 $24(2s+2+m+n)$ 个 Hadamard 门、96 个量子比较器、75 个浮点数乘法器、72 个浮点数加法器、72 个复制模块、30 个减 1 模块及 30 个加 1 模块,根据文献[21]可知,浮点数加法器的复杂度不超过 $O(n^2+2^{m+1}n+nm^2+2^{m+1}m^2)$,因此该模块的复杂度不超过 $O(s^2+n^3+2^{1+m}n+nm^2+2^{1+m}m^2)$ 。

根据图 8 可知,计算角点响应矩阵 $|R\rangle$ 的量子线路由 $2s$ 个 Hadamard 门、2 个量子比较器、2 个复制模块、4 个量子浮点数乘法器、2 个量子浮点数减法器和 1 个量子浮点数加法器组成,因此该模块的复杂度不超过 $O(s^2+n^3+2^{1+m}n+nm^2+2^{1+m}m^2)$ 。

根据图 9 可知,量子规格化浮点数比较器由 2 个量子比较器、6 个 2-CNOT 门以及 8 个非门组成,因此该模块的复杂度为 $O(m^2+n^2)$,根据图 10 可知,计算水平方向非极值抑制的量子线路由 $6s$ 个 Hadamard 门、10 个量子比较器、2 个复制模块、3 个量子规格化浮点数比较器、1 个加 1 模块及一个减 1 模块组成,因此该模块的复杂度不超过 $O(s^2+m^2+n^2)$,计算 3×3 邻域内的非极值抑制的复杂度不超过 $O(s^2+m^2+n^2)$ 。

根据图 11 可知, Harris 角点检测的总体量子线路由计算水平和竖直方向梯度值、矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}$ 、 5×5 高斯滤波器、角点响应函数矩阵和 3×3 邻域内的非极值抑制的量子线路组成,因此该线路的复杂度不超过 $O(s^2+n^3+2^{1+m}n+nm^2+2^{1+m}m^2)$ 。

值得指出的是,笔者所提出的方案优势在于对经典 Harris 角点检测方案复杂度的大幅度降低。针对一幅大小为 $2^s \times 2^s$ 的灰度图像,随着图像规模的增加, s 随之增大,而位深度 q 保持不变,即 m 和 n 不变情况下,量子 Harris 角点检测的复杂度只与图像大小有关,因此笔者方案的复杂度为 $O(s^2)$ 。对经典 Harris 角点检测方案,由于需要对像素点逐个进行运算,其复杂度必然包含指数项 2^s ,即复杂度至少为 $O(2^{2s})$ 。因此,利用量子计算的并行性在一定程度上实现了经典方案的指数级加速。

4 仿真实验

由于量子计算机仍处于理论探索阶段,因此笔者仅在经典计算机上进行仿真实验,虽然无法验证量

子计算的并行性,但可在一定程度上验证笔者提出方案的执行效果。仿真软件为 Matlab(2018b)。实验使用的4幅原始灰度图像如图12所示,4幅原始图像的大小分别为256×256像素、256×256像素、512×512像素和512×512像素,位深度均为8位。

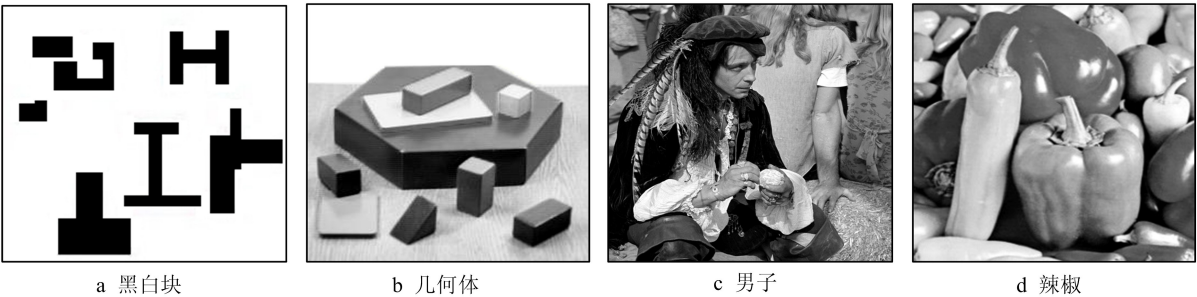


图12 原始图像
Fig.12 Original images

由于浮点数表示方法的限制,浮点数在实际运算过程中可能会出现一定的误差,主要体现在数值稳定性和误差累积两方面。在本实验中,由于图像的灰度值是离散的且位深度为8位,因此不存在采用浮点数进行灰度值表示时的近似性误差,但由于Harris角点检测过程涉及多次的浮点四则运算,因此在计算过程中会产生误差累积。对经典Harris角点检测实验,笔者采用双精度浮点数表示像素的灰度值。为便于比较,减小量子浮点数的精度对检测结果的影响,量子Harris角点检测方案采用与经典方案一致的浮点数精度表示方法,即 $m=10, n=52$ 。图13为经典Harris角点检测方案、量子Harris角点检测方案、文献[15]中的量子快速角点检测方案和文献[19]中的量子兴趣点检测方案的检测结果。

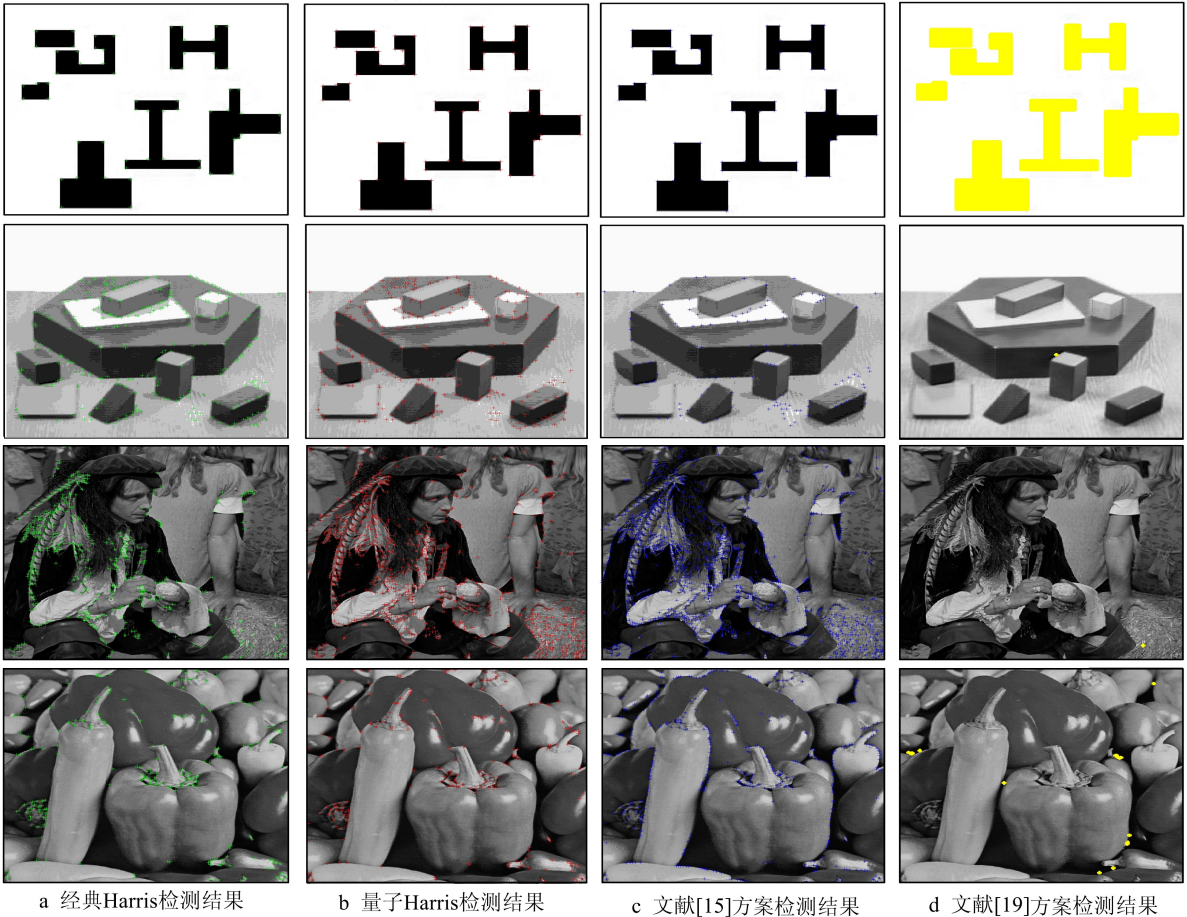


图13 4种检测方案的检测结果

Fig.13 The detection results of four detection schemes

表 1 为 4 种检测方案所得出的角点个数与位置的比较信息。

表 1 检测方案对比

Tab. 1 Comparison of corner detection schemes

图像	经典 Harris 角点 检测个数	量子 Harris 角点 检测个数	相同位置 个数	文献[15]角点 检测个数	文献[19]兴趣点 检测个数
黑白块	64	63	63	55	12 940
几何体	252	226	198	116	1
男子	882	843	775	1 196	1
辣椒	242	241	201	402	17

可以看出，笔者所提出的量子 Harris 角点检测方案能准确检测出图像的角点。以经典角点检测为标准可知，笔者所提出方案相较于经典方案在角点检测个数上略少，但经典 Harris 角点检测算法与量子检测方案所检测角点的重合率超过 85%，可以在一定程度上验证笔者所提出方案的有效性。

文献[15]中的量子快速角点检测方案检测出的角点，与量子 Harris 角点检测方案相比，在数量以及位置方面有一定的差异。这是因为本文中的量子 Harris 角点检测方案和文献[15]中的方案分别是对经典 Harris 角点检测算法和经典 Susan 角点检测算法的量子实现，两种经典角点检测算法各自有其独特的优缺点和适用场景，导致两种量子方案检测的结果也不完全相同。黑白块图像边缘清晰、无噪声，文献[15]中采用面积统计对强边缘的定位精度不如本文方案中的梯度分析。几何体图像棱角的梯度变化明显，笔者方案对强边缘敏感，可检测出更多角点，文献[15]中的方案对小立方体的角点漏检较多。男子图像复杂纹理的弱边缘梯度值小，笔者方案易漏检弱边缘角点，文献[15]中的方案可区分纹理与真实角点，弱角点检测更全。辣椒图像具有强曲面特性，笔者方案对曲面弱角点近乎完全漏检，文献[15]的方案不依赖梯度，能检测出更多的角点。

文献[19]中的量子兴趣点检测方案检测出的兴趣点与量子 Harris 角点检测方案的检测结果有很大不同。这是因为文献[19]中的兴趣点作为一种特殊的特征点，判断依据是计算该像素点亮度值与图像中所有其他像素点亮度值的差的绝对值之和，其最大值的像素点即定义为兴趣点。其主要作用是用于图像感兴趣区域提取，当其值大于某一阈值时可确定图像的感兴趣区域。因此，并不是所有的图像都适用于该算法，如几何体图像、男子图像和辣椒图像。黑白块图像为二值图像，由于黑块即为图像感兴趣区域，所以黑块中的像素点全部为兴趣点。

需要指出的是，文献[15]、文献[19]及笔者所提出的量子图像特征点检测方案，本质上均是对经典特征点检测方案的量子化实现，并未在特征点检测算法的核心原理上实现创新。因此，这类量子检测方案的检测效果与对应经典算法基本一致，但在检测速度上，量子算法凭借其并行计算特性，展现出经典算法难以企及的显著优势。

5 结 语

特征点提取是许多图像处理算法的先置步骤，目的在于识别具有显著特征的像素点。笔者针对 Harris 角点检测的量子线路设计，首先提出了基于补码浮点表示的量子图像表示模型，然后结合已有的量子浮点数运算器，根据经典算法的思想步骤，分别设计了各个部分的量子线路，最后结合复杂度分析以及在经典计算机上的仿真实验，验证了笔者所提出方案的可行性与有效性，以及量子图像处理相较于经典图像处理所具有的优势。

参考文献：

[1] FEYNMAN R P. Simulating Physics with Computers [J]. International Journal of Theoretical Physics, 1982, 21 (6-7): 467-488.

[2] DEUTSCH D. Quantum Theory, the Church-Turing Principle and the Universal Quantum Computer [J]. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 1985, 400(1818): 97-117.

[3] SHOR P W. Algorithms for Quantum Computation: Discrete Logarithms and Factoring [C] // Proceedings 35th Annual

- Symposium on Foundations of Computer Science. Santa Fe, NM, USA: IEEE Comput Soc Press, 1994: 124-134.
- [4] GROVER L K. A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Database Search [C] // Proceedings of the Twenty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing-STOC'96. Philadelphia, Pennsylvania, United States: ACM Press, 1996: 212-219.
- [5] VENEGAS-ANDRACA S E, BOSE S. Storing, Processing, and Retrieving an Image Using Quantum Mechanics [C/OL] // AeroSense 2003. Orlando, FL, 2003: 137 [2023-10-13]. <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.485960>.
- [6] LE P Q, DONG F, HIROTA K. A Flexible Representation of Quantum Images for Polynomial Preparation, Image Compression, and Processing Operations [J]. Quantum Information Processing, 2011, 10(1): 63-84.
- [7] ZHANG Y, LU K, GAO Y, et al. NEQR: A Novel Enhanced Quantum Representation of Digital Images [J]. Quantum Information Processing, 2013, 12(8): 2833-2860.
- [8] LIU K, ZHANG Y, LU K, et al. An Optimized Quantum Representation for Color Digital Images [J]. International Journal of Theoretical Physics, 2018, 57(10): 2938-2948.
- [9] ŞAHİN E, YILMAZ İH. QRMW: Quantum Representation of Multi Wavelength Images [J]. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 2018, 26(2): 768-779.
- [10] WANG B, HAO M Q, LI P C, et al. Quantum Representation of Indexed Images and Its Applications [J]. International Journal of Theoretical Physics, 2020, 59(2): 374-402.
- [11] KHAN M, RASHEED A. A Secure Controlled Quantum Image Steganography Scheme Based on the Multi-Channel Effective Quantum Image Representation Model [J/OL]. Quantum Information Processing, 2023, 22(7): 268 [2025-06-24]. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11128-023-04022-0>.
- [12] HOU C, LIU X, FENG S. Quantum Image Scrambling Algorithm Based on Discrete Baker Map [J/OL]. Modern Physics Letters A, 2020, 35 (17): 2050145 [2025-06-24]. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S021773232050145X>.
- [13] 刘志飞, 朱尚超, 魏战红, 等. 基于 IBM Qiskit 的量子图像伪彩色增强方法 [J]. 计算机与现代化, 2023(4): 47-55.
LIU Z F, ZHU S C, WEI Z H, et al. Pseudo-Color Enhancement Method for Quantum Images Based on IBM Qiskit [J]. Computer and Modernization, 2023(4): 47-55.
- [14] MA Y, ZHOU N R. Quantum Color Image Compression and Encryption Algorithm Based on Fibonacci Transform [J/OL]. Quantum Information Processing, 2023, 22(1): 39 [2025-06-24]. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11128-022-03749-6>.
- [15] YUAN S Z, LIN W, HANG B, et al. Quantum Fast Corner Detection Algorithm [J/OL]. Quantum Information Processing, 2023, 22(8): 313 [2025-06-24]. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11128-023-04047-5>.
- [16] RAHMAN A U, ALAHMADI T J, ALSENANI Y S, et al. Enhancing Handwritten Text Feature Extraction through Key Point Detection and Graph Representation [J]. Soft Computing, 2024, 28(21): 12977-12990.
- [17] KAUR A, KUMAR M, JINDAL M K. Cattle Identification System: a Comparative Analysis of Sift, Surf and Orb Feature Descriptors [J]. Multimedia Tools and Applications, 2023, 82: 27391-27413.
- [18] ZHANG Y, LU K, XU K, et al. Local Feature Point Extraction for Quantum Images [J]. Quantum Information Processing, 2015, 14(5): 1573-1588.
- [19] JIANG N, JI Z X, LI H et al. Quantum Images Interest Point Extraction [J/OL]. Modern Physics Letters A, 2021, 36(9): 2150063 [2025-06-24]. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0217732321500632>.
- [20] 唐朔飞. 计算机组成原理 [M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2020: 228-230.
TANG S F. Principles of Computer Organization [M]. 3rd Ed. Beijing: Higher Education Press, 2020: 228-230.
- [21] 王兵, 周冰琪, 李盼池, 等. 数字信号的量子补码浮点表示及运算研究 [J]. 信号处理, 2024, 40(12): 2167-2177.
WANG B, ZHOU B Q, LI P C, et al. Study on Quantum Complement Floating Point Representation and Operations of Digital Signals [J]. Journal of Signal Processing, 2024, 40(12): 2165-2177.
- [22] 王冬, 刘志昊, 朱皖宁, 等. 基于多目标扩展通用 Toffoli 门的量子比较器设计 [J]. 计算机科学, 2012, 39(9): 302-306.
WANG D, LIU Z H, ZHU W N, et al. Design of Quantum Comparator Based on Extended General Toffoli Gates with Multiple Targets [J]. Computer Science, 2012, 39(9): 302-306.
- [23] 鲍华良, 赵娅. 经典 Canny 边缘检测的量子实现 [J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2022, 40(1): 36-50.
BAO H L, ZHAO Y. Quantum Implementation of Classical Canny Edge Detection [J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2022, 40(1): 36-50.
- [24] 鲍华良, 赵娅. 经典 Marr-Hildreth 边缘检测的量子实现 [J]. 吉林大学学报(理学版), 2022, 60(3): 617-628.
BAO H L, ZHAO Y. Quantum Implementation of Classical Marr-Hildreth Edge Detection [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2022, 60(3): 617-628.