

基于无扰滤波器和 AED-ADT 的 无扰切换控制

赵海华, 赵中原[†], 邓志良

(南京信息工程大学 自动化学院, 江苏 南京 210044)

摘 要: 为避免切换系统在切换瞬间出现控制信号颠簸, 保证控制信号的连续性, 提出了一种基于无扰滤波器和可容许边依赖平均驻留时间(AED-ADT)的无扰切换控制方法。首先, 描述控制信号在切换时刻的颠簸, 使用扩展 AED-ADT 方法对切换信号进行约束。其次, 基于扩展 AED-ADT 方法设计无扰滤波器, 并利用多 Lyapunov 函数稳定性分析方法对所设计控制器进行稳定分析, 给出系统有限逗留时间和无限逗留时间指数稳定充要条件。最后, 通过两个不同的 AED-ADT 参数仿真验证所设计算法的有效性。

关键词: 切换线性系统; 无扰切换; AED-ADT; 多 Lyapunov 函数方法

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Convergence of Bumpless Transfer Switching System Under Admissible Edge-dependent Switch Constraints

ZHAO Haihua, ZHAO Zhongyuan[†], DENG Zhiliang

(School of Automation, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China)

Abstract: This paper studies the control problem of bumpless transfer based on bumpless transfer filters and admissible edge-dependency average dwell time method. In order to avoid the jerk of the control signal at the switching moment, a bumpless transfer control method is proposed, which ensures the continuity of the control signal and also satisfies the exponential stability of the closed-loop system. By using the bumpless transfer filter and AED-ADT method, the conditions for exponential stability of linear switching systems under bumpless transfer control (BTC) are given, and by some matrix inequalities, the system satisfies the bumpless transfer transmission control conditions. Finally, through two different AED-ADT parameter simulation experiments, the optimal controller parameters are obtained by solving inequalities, and the effectiveness of the algorithm is demonstrated by simulating control input-output.

Key words: switching linear systems; bumpless transfer control; AED-ADT; multiple Lyapunov functions approach

近年来, 由于切换系统在航空发动机^[1]、网络控制过程^[2]、电力电子^[3]等方面的广泛应用, 人们对切换系统的研究有着极大的关注。切换系统通常由子系统和子系统之间切换的切换信号组成。切换的方法可分为时间依赖型切换和状态依赖型切换^[4]。通常状态依赖型切换系统有利于稳定性

分析, 对子系统的要求可放宽。时间依赖切换系统可以根据外部环境的变化进行自适应调节, 从而适应不同的工况和应用场景, 允许系统在不同的时间段使用不同的控制策略, 从而提高系统的可靠性, 具有更高的灵活性。合适的切换策略可以稳定一个不稳定的系统^[5]。因此, 如何利用切换控制的优

势,同时改善切换系统的性能成为热门的研究点之一。在研究切换系统时,通常更关注系统的稳定性。其中系统的瞬态性能对于实际系统尤其重要。由于控制器之间的切换,控制的不连续性和不理想的瞬态行为可能导致控制的颠簸,特别是对于受限的实际控制系统。切换产生的突然的跳跃称为凸点,可能对系统的运行产生不利影响,甚至破坏系统的稳定性。因此,研究切换系统的无扰切换控制问题,具有重要意义。

切换系统无扰切换概念最早是由 Hanus 提出,目标是解决过程输入和控制器输出之间由于限制而产生的不匹配问题^[6]。文献[8]提出一种称为调节技术的方法,通过调整参考信号来实现无扰切换。在随后的无扰切换控制研究中,常用的方法是采用补偿的方式来驱动潜伏的控制信号,在控制器转换之前跟踪主动控制器^[7-10]。上述方法很难适用于静态反馈控制器,因为控制器的任何状态都不能被任意调整。对于静态反馈控制器的无缓冲转移控制,也提出一些方法。一种方法是在两个不同的控制信号之间的额外时间段内分配颠簸^[11]或减少子控制器增益的偏差^[12];另一种方法是采用一些特定的控制结构来重塑控制信号,实现无凹凸的转移^[13]。上述方法计算复杂且当控制器在某些情况下不能被重新设计时,一些现有的方法就不能发挥作用。切换系统稳定性研究的主要工具是李亚普诺夫函数法^[14,15]。大多数切换系统不能满足系统的要求。针对上述问题,发展一种将李亚普诺夫函数法与平均停留时间(ADT)法相结合的方法^[16]。从本质上讲,通过 ADT 得到的稳定性条件考虑子系统之间收敛速度的差异,并对所有子系统的停留时间进行平均。受上述思想的启发,文献[17]进一步重新定义并提出模式相关平均停留时间(MDADT),即先取所有子系统停留时间的平均值,再根据各子系统的特点取各个子系统的平均值。在 MDADT 的基础上,文献[18]对切换方向做进一步研究,提出 AED-ADT,进而分析切换线性系统的稳定性。其基本思想是将只考虑子系统切换的终点改为同时考虑子系统切换的起点和终点,并使用不同起点切换到的同一终点的平均停留时间的概念。文献[19]在研究切换系统时采用极限思想进一步改进 AED-ADT。AED-ADT 同时考虑了子系统切换的起点和终点,能提高系统的灵活性。

本文研究时间依赖的切换系统。在上述讨论的启发下,为提高无扰切换控制抑制凸点能力,并考虑子系统切换的起点和终点,本文通过在传统切

换控制器基础之上引入无扰切换滤波器,以实现切换系统的无扰切换控制,使用 AED-ADT 对切换信号进行约束,并保障系统指数稳定。

1 问题描述

1.1 状态反馈无扰滤波器建模

考虑切换线性系统为

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}u(t)$$

$$u(t) = K_{\sigma(t)}x(t)$$

$$y(t) = C_{\sigma(t)}x(t) \quad (1)$$

其中 $x(t) \in R^n$ 为控制器状态; $u(t) \in R^R$ 为切换系统的输入; $y(t) \in R^l$ 为切换系统的输入; $\sigma(t): t \geq 0 \rightarrow S = \{1, 2, \dots, s\}$ 表示由序列 $S = \{x_0; (i_0, \rho_0), (i_1, \rho_1), \dots, (i_m, \rho_m), \dots \mid i_m \in S, m \in N\}$ 表示的切换信号。其中 s 表示子系统的数量; i_0 和 ρ_0 分别代表初始状态和时间; ρ_m 代表第 m 个切换瞬间。当 $\sigma(t) = i_m$ 时,表示第 i_m 个子系统正在运行。假设 $\sigma(t)$ 在任何有限的时间区间内都有有限的切换次数。

对于没有脉冲的输入信号,滤波器的输出信号是连续的。无扰切换控制信号是滤波器的输出,而原始切换控制信号是滤波器的输入,可以表示为

$$\dot{x}_f(t) = K_f(u_x(t) - x_f(t)) \quad (2)$$

其中, $x_f(t) \in R^m$ 是无扰滤波器的输出; K_f 是滤波器的可调增益矩阵,与滤波器的带宽有关。

考虑切换系统(1)带有无扰滤波器(2)的闭环系统为

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i x_f(t)$$

$$\dot{x}_f(t) = K_f K_i x(t) - K_f x_f(t) \quad (3)$$

对于每个通过 $i \in S$ 。系统变为

$$\dot{x}_{ai}(t) = A_{ai} x_{ai}(t) \quad (4)$$

其中

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ K_f K_i & -K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_f(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.2 无扰切换性能定义

系统(4)对于 $i, j \in S$, 其中 $K_i x(t) \neq K_j x(t)$, 本文采用以下的定义来描述无扰切换的性能。

定义 1: 系统(4)对具有 BT 性能, 如果

$$\|u(t_n^+) - u(t_n^-)\|_2 \leq \bar{c} \|x(t)\|_2 \quad (6)$$

其中 $\bar{c}$ 是一个给定的常数, 该常数 $\bar{c}$ 被称为 BT 性能水平, 并且 $\bar{c} > 0$ 。

1.3 AED-ADT 定义

定义 2^[19]: 对于任何子系统 i, j 和切换信号

$\sigma(t)$, 令 $N_{i,j}^{\sigma}(t_1, t_2)$ 代表总数。在 $[t_1, t_2]$ 区间内从 i 切换到 j , 而 $T_{i,j}(t_1, t_2)$ 代表子系统 j 的总行动时间。在 $[t_1, t_2]$ 区间内从 i 切换到 j 的次数, 其中从 i 到 j 的转换是允许的。如果存在正数 $N_{i,j}^0$ 和 $\tau_{i,j}$, 有:

$$N_{i,j}^{\sigma}(t_2, t_1) \leq N_{i,j}^0 + \frac{T_{i,j}(t_2, t_1)}{\tau_{i,j}}, \forall t_2 \geq t_1 \geq 0 \quad (7)$$

成立, 其中 $\sigma(t)$ 被称为有一个可容许边依赖的平均停留时间 $\tau_{i,j}$; $N_{i,j}^0$ 被称为可容许边依赖的震颤边界。

2 主要结果

为实现无扰滤波器和可容许边依赖平均驻留时间方法的无扰切换控制, 将分别对不同的 AED-ADT 参数证明系统指数稳定和系统拥有无扰切换性能。

2.1 系统渐近稳定

定理 1 假设系统(4)的 A_{ai} 为 Hurwitz 矩阵,

对于 $\sigma(t) = i, \forall i \in S$, 且存在正定矩阵 $\hat{P}_{ai}, \hat{P}_{afi}$ 和系数矩阵 K_f 满足以下不等式

$$\Gamma_i < 0 \quad (8)$$

$$\Gamma_i - \Xi_i \Omega_i^{-1} \Xi_i^T < 0 \quad (9)$$

其中

$$\Gamma_i = A_i^T \hat{P}_{ai} + \hat{P}_{ai} A_i,$$

$$\Xi_i = \hat{P}_{ai} B_i + K_f^T K_f^T \hat{P}_{afi},$$

$$\Omega_i = -K_f^T \hat{P}_{afi} - \hat{P}_{afi} K_f.$$

则系统(4)渐近稳定。

证明 设 Lyapunov 函数为:

$$V_i X_{ai}(t) = X_{ai}^T(t) P_{ai} X_{ai}(t) = x^T(t) \hat{P}_{ai} x(t) + x_f^T(t) \hat{P}_{afi} x_f(t) \quad (10)$$

对式(10)进行求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(X_{ai}(t)) &= \dot{x}^T(t) \hat{P}_{ai} x(t) + x^T(t) \hat{P}_{ai} \dot{x}(t) + \\ &\quad \dot{x}_f^T(t) \hat{P}_{afi} x_f(t) + x_f^T(t) \hat{P}_{afi} \dot{x}_f(t) = \\ &\quad x^T(t) (A_i^T \hat{P}_{ai} + \hat{P}_{ai} A_i) x(t) + \\ &\quad x_f^T(t) (-K_f^T \hat{P}_{afi} - \hat{P}_{afi} K_f) x_f(t) + \\ &\quad x^T(t) (\hat{P}_{ai} B_i + K_f^T K_f^T \hat{P}_{afi}) x_f(t) + \\ &\quad x_f^T(t) (B_i^T \hat{P}_{ai} - \hat{P}_{afi} K_f K_i) x(t) = \\ &\quad X_{ai}^T(t) \begin{bmatrix} \Gamma_i & \Xi_i \\ * & \Omega_i \end{bmatrix} X_{ai}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

当

$$\begin{bmatrix} \Gamma_i & \Xi_i \\ * & \Omega_i \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

对式(12)应用舒尔补得到式(9)。结合式(8), 可知对于 $i \in S$, 子系统(4)是渐近稳定的。当 $x \rightarrow \infty$ 时, 得 $x(t) \rightarrow 0$ 和 $x_f \rightarrow 0$, 因此当 $i \in S$ 时, 子系统(3)是渐进稳定的。

2.2 系统指数稳定

考虑具有无扰切换控制(4)的切换系统。 $\forall i \in S$, 并且切换信号 $\sigma(t)$ 从 j 切换到 i 有可接受的边缘依赖性切换约束下平均驻留时间(AED-ADT)。AED-ADT 的整个过程约束被放宽为无限时间约束^[20], 本文将使用 AED-ADT 为以下形式

$$\tau_{j,i} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{T_{j,i}(t_0, t)}{N_{j,i}^{\sigma}(t_0, t)} \quad (13)$$

以下讨论 $\tau_{j,i} < \infty$ 的情况。

定理 2 假设系统(4)的 A_{ai} 为 Hurwitz 矩阵, 对于 $\sigma(t) = i, \forall i \in S$, 允许切换信号 $\sigma(t)$ 从 j 切换到 i , 且存在正定矩阵 $\hat{P}_{ai}, \hat{P}_{afi}, \rho_i > 0, \rho_i \in \mathbb{R}, 0 < \tilde{\mu}_{j,i} < 1$, 正定矩阵 Q_i, E_i 一个矩阵 R_i 和系数矩阵 K_f 满足以下不等式

$$\begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_i & \bar{\Xi}_i \\ * & \bar{\Omega}_i \end{bmatrix} \leq 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -\tilde{\mu}_{j,i} G_i & I \\ * & -G_j^{-1} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (15)$$

$$\bar{\omega}_{j,i}^* := \rho_i + \frac{\ln \tilde{\mu}_{j,i}}{\tau_{j,i}} < 0 \quad (16)$$

其中

$$\bar{\Gamma}_i = Q_i A_i^T + A_i Q_i - \rho_i Q_i,$$

$$\bar{\Xi}_i = B_i E_i + R_i^T K_f^T,$$

$$\bar{\Omega}_i = -E_i K_f^T - K_f E_i - \rho_i E_i,$$

$$G_i = \begin{bmatrix} Q_i & 0 \\ * & E_i \end{bmatrix}$$

则对于任意满足式(16)的 AED-ADT 切换信号, 存在控制器 $K_i = R_i Q_i^{-1}$ 可以使系统(4)指数收敛。

证明 设 Lyapunov 函数为式(10), 令

$$M_i = \begin{bmatrix} Q_i^{-1} & 0 \\ * & E_i^{-1} \end{bmatrix}$$

对于不等式(14), 左右两边同时乘 M_i , 并且使得 $\hat{P}_{ai} = Q_i^{-1}, \hat{P}_{afi} = E_i^{-1}, K_i = R_i Q_i^{-1}$, 得:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_i - \rho_i \hat{P}_{ai} & \Xi_i \\ * & \Omega_i - \rho_i \hat{P}_{afi} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (17)$$

即

$$\dot{V}_i(X_{ai}(t)) \leq \rho_i V_i(X_{ai}(t)) \quad (18)$$

对于不等式(15),应用 Schur 补引理得:

$$-G_j^{-1} + \frac{1}{\mu_{j,i}} G_i^{-1} \leq 0 \quad (19)$$

即

$$P_{ai} \leq \tilde{\mu}_{j,i} P_{aj} \quad (20)$$

然后可以得:

$$V_i(X_{ai}(t_k)) \leq \tilde{\mu}_{j,i} V_j(X_{aj}(t_k)) \quad (21)$$

结合式(18)~式(21)得:

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t)}(X_{ai}(t)) &\leq e^{\rho_{\sigma(t_k)}(t-t_k)} V_{\sigma(t_k)}(X_{ai}(t_k)) \leq \\ &e^{\rho_{\sigma(t_k)}(t-t_k)} \tilde{\mu}_{\sigma(t_{k-1}),\sigma(t_k)} V_{\sigma(t_{k-1})}(X_{ai}(t_k)) \leq \\ &e^{\rho_{\sigma(t_k)}(t-t_k)} e^{\rho_{\sigma(t_{k-1})}(t_k-t_{k-1})} \tilde{\mu}_{\sigma(t_{k-1}),\sigma(t_k)} V_{\sigma(t_{k-1})}(X_{ai}(t_k)) \leq \\ &e^{\rho_{\sigma(t_k)}(t-t_k)} e^{\rho_{\sigma(t_{k-1})}(t_k-t_{k-1})} \dots e^{\rho_{\sigma(t_0)}(t_1-t_0)} \tilde{\mu}_{\sigma(t_{k-1}),\sigma(t_k)} \dots \times \\ &\tilde{\mu}_{\sigma(t_0),\sigma(t_1)} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) = \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} \rho_i T_{j,i}(t_0,t) + \sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} N_{j,i}^{\sigma}(t_0,t) \ln \tilde{\mu}_{j,i}} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \end{aligned} \quad (22)$$

以上看出存在一个足够大的标量 $T > 0$ 和一个正数序列 $\tilde{\omega}_{j,i}$ 满足 $\tilde{\omega}_{j,i} + \tilde{\omega}_{j,i}^* < 0$, 根据式(14)和式(16),对于任何 $t \geq T$, 有:

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t)}(X_{ai}(t)) &\leq \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} \rho_i T_{j,i}(t_0,t) + \sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} \frac{1}{\tau_{j,i}} T_{j,i}(t_0,t) \ln \tilde{\mu}_{j,i}} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \leq \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} (\frac{\ln \tilde{\mu}_{j,i}}{\tau_{j,i}} - \tilde{\omega}_{j,i}^* - \tilde{\omega}_{j,i} + \rho_i) T_{j,i}(t_0,t)} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \leq \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} (-\tilde{\omega}_{j,i}) T_{j,i}(t_0,t)} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \leq \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} (-\tilde{\omega}_{j,i}) T_{j,i}(t_0,t)} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \leq \\ &e^{-\tilde{\omega}_{j,i}(t-t_0)} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\tilde{\omega}_{j,i} = \min(\min_{i \in S} (\min_{i \in S, j \in S} (\tilde{\omega}_{j,i})) > 0$ 。由此得出系统(4)AED-ADT $\tau_{j,i} < \infty$ 指数稳定。

以下讨论解决系统(4)的讨论 $\tau_{j,i} = \infty$ 的情况。

定理 3 假设系统(4) A_{ai} 是 Hurwitz 矩阵,对

于 $\sigma(t) = i$, 且存在正定矩阵 $\hat{P}_{ai}, \hat{P}_{afi}, \rho_i < 0, \rho_i \in \mathbb{R}, 0 < \tilde{\mu}_{j,i} < 1$, 正定矩阵 Q_i 、一个矩阵 R_i 和系数矩阵 K_f 使得使式(14)和式(15)成立, 在 AED-ADT $\tau_{j,i} = \infty$ 的切换信号下, 系统(4)在控制器 $K_i = R_i Q_i^{-1}$ 下指数收敛。

证明 选择 Lyapunov 函数为式(10)使用式(18)和式(21)相同可得:

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t)}(X_{ai}(t)) &\leq \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} \rho_i T_{j,i}(t_0,t)} e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} N_{j,i}^{\sigma}(t_0,t) \ln \tilde{\mu}_{j,i}} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \end{aligned} \quad (24)$$

由 $N_{j,i}^{\sigma}(t_0,t) \rightarrow 0$ 得

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t)}(X_{ai}(t)) &\leq \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} \rho_i T_{j,i}(t_0,t)} e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} N_{j,i}^{\sigma}(t_0,t) \ln \tilde{\mu}_{j,i}} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \leq \\ &e^{\sum_{i \in S_j \in S, j \neq i} \rho_i T_{j,i}(t_0,t)} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \leq \\ &e^{\rho_{\uparrow}(t-t_0)} V_{\sigma(t_0)}(X_{ai}(t_0)) \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\rho_{\uparrow} = \max_{i \in S}(\rho_i) < 0$ 。

综上所述,系统(4)是指数收敛的,证明完毕。

2.3 无扰切换性能

本节讨论解决系统(4)的 BT 问题。使用 BT 控制理论和线性矩阵不等式技术^[21], 给出无扰性能问题的一个充分条件。

定理 4 给定一个标量 $\alpha_{ij} \leq 0, \forall i \in S$ 满足下列矩阵条件

$$\begin{bmatrix} \Delta & (K_i - K_j)^T \\ * & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (26)$$

其中

$$\Delta = \sum_{j=1, j \neq i}^S \alpha_{ij} (\hat{P}_{ai} - \hat{P}_{aj}) - \bar{c}^2 I \quad (27)$$

成立, 系统(4)满足 BT 性能(6)。

证明 对于第 i 个子系统, 系统(4)的 BT 性能(6)有:

$$\begin{aligned} &\|u(t_n^+) - u(t_n^-)\|_2^2 - \bar{c}^2 \|x(t)\|_2^2 = \\ &\|K_i x(t) - K_j x(t)\|_2^2 - \bar{c}^2 \|x(t)\|_2^2 = \\ &x^T(t) [(K_i - K_j)^T T (K_i - K_j) - \bar{c}^2] x(t) \end{aligned} \quad (28)$$

选择 Lyapunov 函数 $\hat{P}_{ai}$, 由式(21)、 $0 < \tilde{\mu}_{j,i} < 1$ 和标量 $\alpha_{ij} \leq 0$, 切换到第 i 个子系统时, 得:

$$x^T(t) [\sum_{j=1}^S \alpha_{ij} (\hat{P}_{ai} - \hat{P}_{aj})] x(t) \leq 0 \quad (29)$$

结合式(27)~式(29), 推导:

$$\begin{aligned} &\|u(t_n^+) - u(t_n^-)\|_2^2 - \bar{c}^2 \|x(t)\|_2^2 < \\ &x^T(t) [(K_i - K_j)^T T (K_i - K_j) + \Delta] x(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (30)$$

因此每当第 i 个子系统运行时, 系统(4)会满足无扰切换性能(6)。

3 仿真验证与分析

在本节中, 采用 Matlab 线性矩阵不等式求解器求解, 并用 2 个数值示例仿真说明基于无扰滤波器和可容许边依赖平均驻留时间方法的无扰切换设计方法的有效性。

3.1 有限 AED-ADT 参数

考虑切换系统(4)为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3.3808 & 8.1202 \\ 0.0709 & -3.0501 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.1626 \\ 0.0510 \end{bmatrix} u_1$$

$$y = [0 \quad 1] x$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1.1549 & 2.8101 \\ -0.0037 & -3.0501 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.1801 \\ 0.1175 \end{bmatrix} u_1$$

$$y = [0 \quad 1] x$$

其中 $K_f = 6, \hat{P}_{af1} = 480, \hat{P}_{af2} = 240, \alpha_{12} =$

$-0.005, \alpha_{21} = -1, \bar{c} = 0.6$, AED-ADT 参数为:

$$\hat{\mu}_{2,1} = 0.7, \rho_1 = 0.06, \tau_{2,1} = 5$$

$$\hat{\mu}_{1,2} = 0.8, \rho_2 = 0.08, \tau_{1,2} = 2.5$$

使用 LMI 求解器求解式(14)~式(16)可得到

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 21.5108 & 6.8560 \\ 6.8560 & 7.7377 \end{bmatrix},$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} -0.5646 & -0.1771 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 17.5227 & 2.9351 \\ 2.9351 & 5.6649 \end{bmatrix},$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} -0.1251 & -0.0816 \end{bmatrix}.$$

根据定理 1 控制器增益为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.2641 & 0.0052 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.0517 & -0.1172 \end{bmatrix}.$$

系统(4)在允许控制器 $K_i, i \in S = \{1, 2\}$ 下收敛,如图 1 所示。

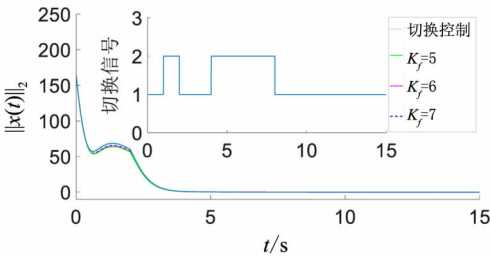


图 1 例 1 中 $x(t)$ 的范数轨迹

图 2 和图 3 为控制信号的输入和输出,其中展示了系统无扰传输 K_f 分别为 5、6、7 和原始的切换控制系统。可以看到,当 $K_f = 5$ 时,无扰动转移控制系统的控制信号和输出信号更接近于原始切换系统的控制信号和输出信号,并且加无扰滤波器也比原始信号的变化更平缓。

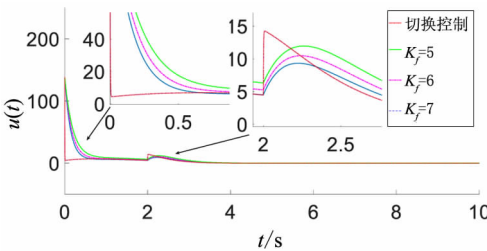


图 2 例 1 控制输入

3.2 无限 AED-ADT 参数

考虑切换系统(4)为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} u_1$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} u_1$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

其中 $K_f = 6, \hat{P}_{af1} = 440, \hat{P}_{af2} = 1100, \alpha_{12} = -0.05, \alpha_{21} = -1, \bar{c} = 0.6$, AED-ADT 参数为

$$\hat{\mu}_{2,1} = 0.4, \rho_1 = -0.4, \tau_{2,1} = \infty$$

$$\hat{\mu}_{1,2} = 3.5, \rho_2 = -0.4, \tau_{1,2} = \infty$$

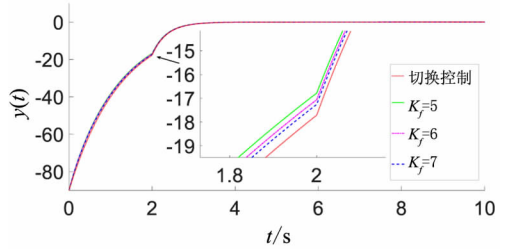


图 3 例 1 控制输出

使用 LMI 求解器求解式(14)~(16)可得到

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 24.8416 & -3.6908 \\ -3.6908 & 21.6354 \end{bmatrix},$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} -0.3788 & -0.1894 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 26.9526 & 0.6351 \\ 0.6351 & 14.3811 \end{bmatrix},$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0.2273 & -0.0758 \end{bmatrix}.$$

根据定理 2 控制器增益为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.1698 & -0.1165 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.8565 & -0.5646 \end{bmatrix}.$$

系统(4)在允许控制器 $K_i, i \in S = \{1, 2\}$ 下收敛,如图 4 所示。切换信号第 n 个作用时间是 2^{n-4} ,并且序列根据这个规律继续往后延伸。

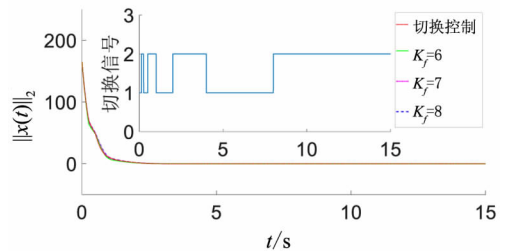


图 4 例 2 中 $x(t)$ 的范数轨迹

图 5 和图 6 为系统的控制输入与输出。其中对比系统无扰动传输 K_f 分别为 6、7、8 和原始的切换控制系统,可以看出加无扰滤波器对原始的凸点进行了有效抑制,降低幅度变化。说明 AED-ADT 参数为无穷时可以抑制扰动。

仿真结果表明,切换系统是稳定的,可以抑制扰动。

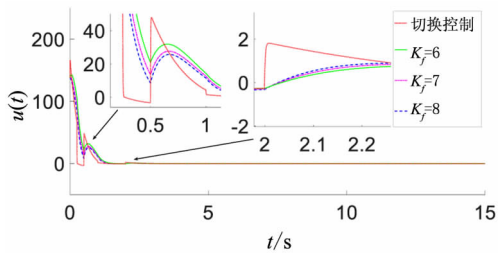


图 5 例 2 控制输入

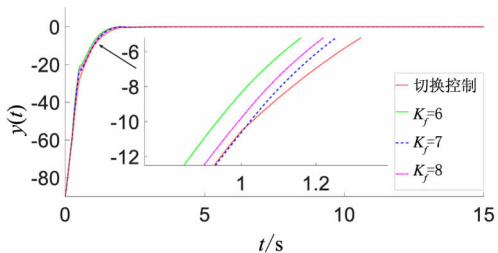


图 6 例 2 控制输出

4 结 论

本文探讨切换线性系统的 BT 控制问题。所提出的 BT 控制方法将 AED-ADT 与无扰滤波器结合,以确保控制信号的连续性。使用多 Lyapunov 函数方法联合无扰滤波器与 AED-ADT 方法得出指数稳定性的条件,并且给出系统无扰性能条件。进一步拓宽原有 AED-ADT 约束条件,为系统 BT 性能分析提供重要支撑。最后,通过两个不同 AED-ADT 参数的切换控制系统数值实例的仿真实验,验证所提方法能够有效抑制输入扰动。

参考文献

[1] 赵颖, 付俊, 赵军. 切换系统的无扰切换控制及其在航空发动机中的应用[J]. 自动化学报, 2020, 46(10): 2165—2176.

[2] 王兰, 董宜平, 曹进德. 基于准 ARX 模型和 SVR 算法的非线性系统切换控制[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(11): 1281—1287.

[3] 王通, 王青, 李玮, 等. 基于模型依赖平均驻留时间的线性切换系统有限时间 H^∞ 控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(7): 1189—1194.

[4] 黄春晓. 基于多 Lyapunov 函数的切换系统的无扰切换控制设计[D]. 曲阜:曲阜师范大学, 2020.

[5] WANG Yue-e, KARIMI H R, WU Di. Conditions for the stability of switched systems containing unstable subsystems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2018, 66(4): 617—621.

[6] HANUS R. Contribution à la théorie des régulateurs conditionnés[J]. 1978.

[7] HANUS R, KINNAERT M, HENROTTE J L. Conditioning technique, a general anti-windup and bumpless transfer

method[J]. Automatica, 1987, 23(6): 729—739.

[8] ZACCARIAN L, TEEL A R. The L_2 (l_2) bumpless transfer problem for linear plants: Its definition and solution[J]. Automatica, 2005, 41(7): 1273—1280.

[9] ZHENG Kai, BASAR T, BENTSMAN J. H_∞ Bumpless transfer under controller uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(7): 1718—1723.

[10] HOELZLE D J, JOHNSON A J W, ALLEYNE A G. Bumpless transfer filter for exogenous feedforward signals[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 22(4): 1581—1588.

[11] ZHAO Ying, ZHAO Jun, FU Jun. Bumpless transfer control for switched positive linear systems with L_1 -gain property[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2019, 33: 249—264.

[12] ZHAO Ying, MA Dan, ZHAO Jun. Almost output regulation bumpless transfer control for switched linear systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(14): 1932—1940.

[13] SHI Yan, ZHAO Jun, SUN Ximing. A bumpless transfer control strategy for switched systems and its application to an aero-engine[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 17(1): 52—62.

[14] 刘永慧. 切换系统的研究综述[J]. 上海电机学院学报, 2016, 19(6): 330—337.

[15] 景丽, 高立群. 基于模糊切换策略的线性切换系统的稳定性[J]. 计算技术与自动化, 2009, 28(1): 11—13.

[16] 谢云. 基于非单调 Lyapunov 泛函的切换系统分析与综合[D]. 无锡:江南大学, 2019.

[17] ZHAO Xudong, ZHANG Lixian, SHI Peng, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 57(7): 1809—1815.

[18] YANG Junqi, ZHAO Xudong, BU Xu-hui, et al. Stabilization of switched linear systems via admissible edge-dependent switching signals[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2018, 29: 100—109.

[19] WANG Yaqi, LU Jianquan, LOU Yijun. Stability of switched systems with limiting average dwell time[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(16): 5520—5532.

[20] DU Mingcong, SONG Yang, QU Haibo. Robust stability and convergence of switched systems under admissible edge-dependent switch constraints[C]//2021 36th Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC). IEEE, 2021: 288—293.

[21] 徐启程, 靖新, 孙常春. 基于 LMIs 的不确定随机切换系统的 H_∞ 鲁棒控制[J]. 计算技术与自动化, 2008, 27(1): 9—11.

[22] XIE Jing, LIU Bin, YANG Dong, et al. Bumpless transfer control for switched systems: A time- and state-dependent multiple Lyapunov function method[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(4): 2913—2930.