李强,陈欣宇,闻敏杰,等.含冰透镜体的季节性冻土地基竖向地震响应[J].地震工程学报,2026,48(6):1273-1284.DOI:10.20000/j.1000-0844.20250104001

Li Qiang, Chen Xinyu, Wen Minjie, et al. Vertical seismic response of seasonally frozen ground with ice lenses[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2026, 48(6): 1273-1284. DOI: 10.20000/j.1000-0844.20250104001

含冰透镜体的季节性冻土地基竖向地震响应

李 强[1], 陈欣宇[1], 闻敏杰[2], 官文杰[1]

(1. 浙江海洋大学 土木工程系,浙江 舟山 316022;
2. 浙江理工大学 建筑工程学院,浙江 杭州 310018)

摘要: 季节性冻土地基上部活动层冻结时,因水分迁移作用和冻结锋面处的冰分凝现象,导致冰透镜体(冰透镜层)生成。采用饱和冻结多孔介质模拟冻土,饱和多孔介质模拟未冻土,单相弹性介质模拟冰透镜体,并假设冻结地层中温度沿深度线性变化,建立含冰透镜体的季节性冻土层一维地震响应简化模型。利用拉普拉斯变换法获得一维地震响应频域解析解,并借助数值积分逆变换获得地震时程响应;同时,建立模拟含冰透镜体的层状冻土柱竖向地震响应的有限元计算模型。通过解析解与数值解的对比发现,两者能很好地吻合,且含冰透镜体的季节性冻土层在接近冻结温度时,其解可退化为饱和土层的一维地震响应解。参数分析表明,冻结温度梯度、地表温度、下卧层厚度、冰透镜体厚度和冻结缘厚度等参数对季节性冻土层的一维竖向地震响应有重要影响。因此,在工程设计时应考虑冰透镜体对场地自振周期和地震响应的影响。

关键词: 季节性冻土;冰透镜体;饱和冻结多孔介质;竖向地震响应;地震动峰值加速度

中图分类号: TU435; P642.14 **文献标志码**: A **文章编号**: 1000-0844(2026)06-1273-12

DOI:10.20000/j.1000-0844.20250104001

Vertical seismic response of seasonally frozen ground with ice lenses

Li Qiang[1], Chen Xinyu[1], Wen Minjie[2], Guan Wenjie[1]

(*1.Department of Civil Engineering, Zhejiang Ocean University, Zhoushan 316022, Zhejiang, China;*
2.School of Civil Engineering, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, Zhejiang, China)

Abstract: When the active layer atop seasonally frozen ground freezes, water migration and ice segregation at the freezing front together induce the formation of ice lenses (ice lens layers). Saturated frozen porous media are used to model frozen soil, saturated porous media for unfrozen soil, and single-phase elastic media for ice lenses. Combined with the assumption that temperature varies linearly with depth within the frozen strata, a simplified one-dimensional seismic response model for seasonally frozen ground containing ice lenses is established. The Laplace transform method is adopted to derive the frequency-domain analytical solutions of the one-dimensional seismic response, and inverse

收稿日期:2025-01-04

基金项目:国家自然科学基金(52108347)

第一作者简介:李 强(1972-),男,博士,教授,主要从事岩土工程研究。E-mail: qiangli@zjou.edu.cn。

numerical integration is implemented to obtain the time-history responses. Meanwhile, a finite element model is developed to simulate the vertical seismic response of layered frozen soil columns embedded with ice lenses. Comparisons between the analytical and numerical solutions show excellent agreement. Moreover, the solution for the seasonally frozen ground with ice lenses can be degraded to that for the saturated soil layer when the temperature approaches the freezing point. Parametric analyses indicate that factors including temperature gradient, ground surface temperature, thickness of the underlying layer, ice lens thickness, and frozen fringe thickness have significant effects on the vertical seismic response of seasonally frozen ground. Therefore, the influence of ice lenses on the natural period and seismic response of the site should be considered in engineering design.

Keywords: seasonally frozen soil; ice lenses; saturated frozen porous medium; vertical seismic response; peak ground acceleration

0 引言

受环境温度影响,季节性冻土地区的上部活动层会对场地地震动产生明显影响,因此受到工程界的广泛关注[1-10]。季节性冻土在冬季冻结时常伴随有冻胀现象,这主要有两方面原因:一是土孔隙中部分水冻结成冰产生体积膨胀;二是当地下水补给充足时,抽吸力或毛细力驱动的分凝作用促使水分向冻结锋面迁移,进而形成冰透镜体并引发膨胀[11-13]。后一种冻胀作用远比前一种强烈,对场地地震动的影响更为明显[14]。以往的地震工程研究中,对远场水平地震作用研究较多,而对近场竖向地震作用研究较少,但近年来的一些地震记录发现,竖向地震作用也会引起较大破坏[15-16]。

基于单相介质的弹性或黏弹性理论,土层竖向地震反应已获得较多解析解[17-18]。基于饱和多孔介质弹性理论,考虑土中液相影响的饱和土层竖向地震效应研究也取得了较快进展[19-21]。对于季节性冻土场地,冻结过程中温度场的变化会引起场地覆盖层性质改变,对冻土场地地震响应有明显影响[22]。近年来,冻土场地竖向地震动研究也取得了一些有价值的成果[23-28];而由水分迁移产生的冰透镜体对地震波起到滤波和放大作用,对季节性冻土地基的竖向地震响应同样有着不可忽略的影响。目前,虽有一些关于土层夹层的地震响应研究[29-32],但关于冰透镜体对冻土场地地震动影响的研究尚不够深入。因此,开展季节性冻土地区冰透镜体对土层竖向地震影响的研究很有必要。

本文通过采用扩展的冻结饱和多孔介质模型来模拟冻土[33-35],以饱和多孔介质模拟未冻结饱和土[36],以弹性单相介质模拟冰透镜体,建立含冰透镜体的冻结复合地层一维地震响应简化分析模型。利用积分变换法获得层状地基地震响应的解析解,建立含冰透镜体的一维冻土柱有限元模型并进行验证。在此基础上,分析土层结构参数和温度参数对季节性冻土地层一维地震响应的影响。本研究对于季节性冻土地区的地震工程应用具有重要参考价值。

1 季节性冻土场地竖向地震模型

1.1 基本假设与控制方程

冻结过程中形成的地层自下而上依次为基岩、饱和土层、冻结缘、冰透镜体和上部冻土层。为简化对含冰透镜体的季节性冻土地基一维竖向地震响应问题的研究,作如下假设:

(1) 虽然季节性冻土区的地温测试结果表明,温度沿深度的分布多呈非线性,特别是在近地表的薄层区域[37-38],但为说明计算理论和方法,本文假设季节性冻土区的地温沿深度呈线性变化(这种分布更适用于地表有草垫等植被覆盖的情况),温度梯度为 g_T。将每一土层视为无限大水平层状介质,并依据地温梯度取平均值,简化为均质、各向同性的等温层。

(2) 下部未冻土层为饱和土层,采用饱和多孔介质理论描述。由土层冻结形成的冻土层和冻结缘层由土颗粒、冰、水三相组成;此处根据扩展的饱和冻结多孔介质模型描述,不考虑气相,也忽略固相与冰相的相互作用,简化为饱和冻结多孔介质,并通过不同的平均温度来反映两者性质的差异。对于冰分凝形成的冰透镜体,其介质为冰,采用单相弹性介质描述。

(3) 下方基岩受到垂直入射的竖向地震压缩波作用。

根据上述假设，含透镜层的季节性冻土地层受基底竖向地震作用时的一维计算简图如图 1 所示。图中，D_0、D_1、D_2 和 D_3 分别代表地表至基底、下卧未冻土层顶面、冻结前缘峰面和冰透镜体表面的深度；d_1、d_2、d_3 和 d_4 分别代表下卧未冻土层、冻结前缘、冰透镜体和上部冻土层的厚度；T_a、T_s、T_i、和 T_f 分别代表地表、上部冻土层底、冰透镜体底和冻结前缘层底温度；T_1、T_2、和 T_3 分别代表上部冻土层、冰透镜体和冻结前缘层的平均温度；T_u 代表下卧未冻土层平均温度。

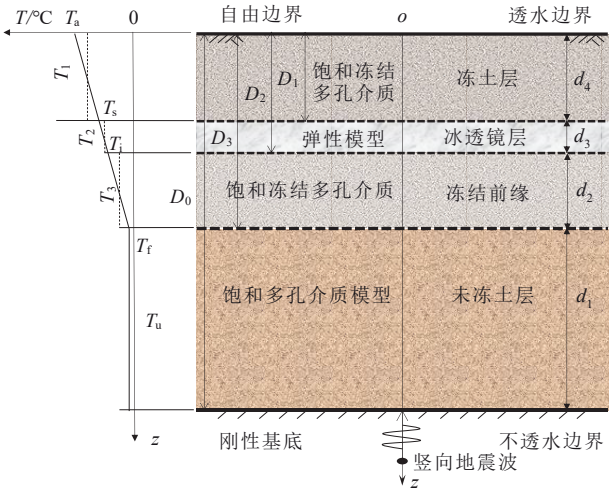


图 1　计算模型示意图

Fig. 1　Schematic diagram of the calculation model

本文中忽略径向位移，仅考虑竖向地震动，因此可简化为一维问题。三种介质的控制方程分列如下。

冰透镜体的一维竖向动力控制方程：

$$(\lambda_i+2\mu_i)\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}=\rho_i\ddot{v}_z \tag{1}$$

式中：v_z 表示冰透镜体的竖向位移；ρ_i 为冰的密度；λ_i 和 μ_i 均为拉梅常数；上加点表示对时间的导数。

饱和土层的一维竖向动力控制方程为[32]：

$$\begin{cases}(\lambda_c+2\mu)\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z}{\partial z^2}+\alpha M\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{w}_z}{\partial z^2}=\rho\ddot{\boldsymbol{u}}_z+\rho_f\ddot{\boldsymbol{w}}_z\\ \alpha M\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z}{\partial z^2}+M\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{w}_z}{\partial z^2}=\rho_f\ddot{\boldsymbol{u}}_z+m\ddot{\boldsymbol{w}}_z+b\dot{\boldsymbol{w}}_z\end{cases} \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{u}_z$ 和 $\boldsymbol{w}_z$ 分别代表饱和多孔介质固相位移和液相相对位移；λ 和 μ 均为拉梅常数；$\lambda_c=\lambda+\alpha^2M$，$\alpha$ 和 M 为 Biot 定义的多孔介质参数；ρ 和 ρ_f 分别是固体和液体的密度；$m=\rho_f/n$，n 为饱和土孔隙率；$b=\eta/k$ 为土骨架与孔隙流体的黏性耦合系数，η 为流体黏滞系数，k 为渗透性系数。

饱和冻结多孔介质的竖向动力控制方程为[27]：

$$\begin{cases}R_{11}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z^{(s)}}{\partial z^2}+R_{12}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z^{(f)}}{\partial z^2}=\rho_{11}\ddot{\boldsymbol{u}}_z^{(s)}+\rho_{12}\ddot{\boldsymbol{u}}_z^{(f)}+b_{11}\dot{\boldsymbol{u}}_z^{(s)}-b_{11}\dot{\boldsymbol{u}}_z^{(f)}\\ R_{12}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z^{(s)}}{\partial z^2}+R_{22}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z^{(f)}}{\partial z^2}+R_{23}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z^{(i)}}{\partial z^2}=\rho_{12}\ddot{\boldsymbol{u}}_z^{(s)}+\rho_{22}\ddot{\boldsymbol{u}}_z^{(f)}+\rho_{23}\ddot{\boldsymbol{u}}_z^{(i)}-b_{11}\dot{\boldsymbol{u}}_z^{(s)}+(b_{11}+b_{33})\dot{\boldsymbol{u}}_z^{(f)}-b_{33}\dot{\boldsymbol{u}}_z^{(i)}\\ R_{23}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z^{(f)}}{\partial z^2}+R_{33}\dfrac{\partial^2 \boldsymbol{u}_z^{(i)}}{\partial z^2}=\rho_{33}\ddot{\boldsymbol{u}}_z^{(i)}+\rho_{23}\ddot{\boldsymbol{u}}_z^{(f)}-b_{33}\dot{\boldsymbol{u}}_z^{(f)}+b_{33}\dot{\boldsymbol{u}}_z^{(i)}\end{cases} \tag{3}$$

式中：上标 s、f、i 分别代表固相、液相和冰相；$\boldsymbol{u}^{(s)}$，$\boldsymbol{u}^{(f)}$ 和 $\boldsymbol{u}^{(i)}$ 分别为固相位移、液相位移和冰相位移；$R_{11}=K_1+4\mu_{11}/3$，$R_{12}=R_{21}=C_{12}$，$R_{22}=K_2$，$R_{23}=R_{32}=C_{23}$，$R_{33}=K_3+4\mu_{33}/3$；K_1，K_2 和 K_3 分别为各相的体积压缩模量；μ_{11}、μ_{33} 分别为土骨架和冰的剪切模量；C_{12}、C_{23} 分别是固-液耦合系数和冰-液耦合系数；ρ_{11} 为土颗粒密度，ρ_{22} 为流体密度，ρ_{33} 为冰密度，ρ_{12}、ρ_{23} 分别为固相与液相、冰相与液相的相互作用密度；b_{11} 和 b_{33} 分别为土骨架-孔隙流体以及冰骨架-孔隙流体的黏性耦合系数。

1.2　控制方程基本解

假定土层初始状态为静止，对控制方程经时间域拉普拉斯变换和无量纲化后，可简化为如下形式：

单相弹性介质：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-\beta_s^2\right)\bar{v}_z=0 \tag{4}$$

式中：$\beta_s=\dfrac{s}{\sqrt{(\lambda_i+2\mu_i)/\rho_i}}$，$s$ 为时间的拉普拉斯变换量。

双相饱和多孔介质：

$$\left[\bar{A}\right]\{\bar{\boldsymbol{u}}\}=\{0\} \tag{5}$$

式中：$\{\bar{\boldsymbol{u}}\}=\{\bar{u}_z,\bar{w}_z\}^{\mathrm{T}}$ 代表饱和多孔介质位移场向量，

$$[\bar{A}]=\begin{bmatrix}(\lambda_c^*+2)\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-\delta^2 & \alpha M^*\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-\rho^*\delta^2\\ \alpha M^*\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-\rho^*\delta^2 & M^*\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-(m^*\delta^2+b^*\delta)\end{bmatrix}。$$

饱和土无量纲化系数为：$\lambda_c^*=\lambda_c/\mu$，$\rho^*=\rho_f/\rho$，$\delta=\sqrt{\rho/\mu}\,sD_0$，$m^*=m/\rho$，$b^*=bD_0/\sqrt{\rho\mu}$，$M^*=M/\mu$。

三相饱和冻结多孔介质：

$$\left[\tilde{B}\right]\{\tilde{\boldsymbol{u}}\}=\{0\} \tag{6}$$

式中：$\{\tilde{\boldsymbol{u}}^{(\mathrm{k})}\}=\{\tilde{\boldsymbol{u}}^{(\mathrm{s})},\tilde{\boldsymbol{u}}^{(\mathrm{f})},\tilde{\boldsymbol{u}}^{(\mathrm{i})}\}^{\mathrm{T}}$代表三相位移场向量。$[\tilde{\boldsymbol{B}}]$表示如下：

$$[\tilde{\boldsymbol{B}}]=\begin{bmatrix}\bar{R}_{11}^{*}\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-(\bar{\rho}_{11}^{*}\delta^2+\bar{b}_{11}^{*}\delta) & \bar{R}_{12}^{*}\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-(\bar{\rho}_{12}^{*}\delta^2-\bar{b}_{11}^{*}\delta) & 0\\ \bar{R}_{12}^{*}\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-(\bar{\rho}_{12}^{*}\delta^2-\bar{b}_{11}^{*}\delta) & \bar{R}_{22}^{*}\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-[\bar{\rho}_{22}^{*}\delta^2+(\bar{b}_{11}^{*}+\bar{b}_{33}^{*})\delta] & \bar{R}_{23}^{*}\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-(\bar{\rho}_{23}^{*}\delta^2-\bar{b}_{33}^{*}\delta)\\ 0 & \bar{R}_{23}^{*}\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-(\bar{\rho}_{23}^{*}\delta^2-\bar{b}_{33}^{*}\delta) & \bar{R}_{33}^{*}\dfrac{\partial^2}{\partial\bar{z}^2}-(\bar{\rho}_{33}^{*}\delta^2+\bar{b}_{33}^{*}\delta)\end{bmatrix},$$

冻土无量纲化系数为：$\bar{R}_{ij}=R_{ij}/\mu$，$\bar{\rho}_{ij}=\rho_{ij}/\rho$，$\bar{b}_{ij}=b_{ij}D_0/\sqrt{\rho\mu}$，$\bar{z}=z/D_0$，$\bar{\boldsymbol{u}}_z^{(\mathrm{s})}=\boldsymbol{u}_z^{(\mathrm{s})}/D_0$，$\bar{\boldsymbol{u}}_z^{(\mathrm{f})}=\boldsymbol{u}_z^{(\mathrm{f})}/D_0$，$\bar{\boldsymbol{u}}_z^{(\mathrm{i})}=\boldsymbol{u}_z^{(\mathrm{i})}/D_0$。

参考海底多年冻土一维竖向振动响应的解法[27]，可以获得三种不同介质的土体位移场和应力场。

单相介质土层的位移场和应力场：

$$\bar{\boldsymbol{v}}_z=C_s\mathrm{e}^{\beta_s\bar{z}}+D_s\mathrm{e}^{-\beta_s\bar{z}} \tag{7}$$

$$\sigma_z^{*}=(\lambda^{*}+2)\beta_s(C_s\mathrm{e}^{\beta_s\bar{z}}-D_s\mathrm{e}^{-\beta_s\bar{z}}) \tag{8}$$

双相介质土层的位移、有效应力$\sigma_z^{'*}$和孔压p_{f}^{*}：

$$\bar{\boldsymbol{u}}_z=\sum_{l=1}^{2}(C_l^{s}\mathrm{e}^{\bar{\beta}_l\bar{z}}+D_l^{s}\mathrm{e}^{-\bar{\beta}_l\bar{z}}) \tag{9}$$

$$\bar{\boldsymbol{w}}_z=\sum_{l=1}^{2}\lambda_l(C_l^{s}\mathrm{e}^{\bar{\beta}_l\bar{z}}+D_l^{s}\mathrm{e}^{-\bar{\beta}_l\bar{z}}) \tag{10}$$

$$\sigma_z^{'*}=\sum_{l=1}^{2}(\lambda^{*}+2)\bar{\beta}_l(C_l^{s}\mathrm{e}^{\bar{\beta}_l\bar{z}}-D_l^{s}\mathrm{e}^{-\bar{\beta}_l\bar{z}}) \tag{11}$$

$$p_{\mathrm{f}}^{*}=\sum_{l=1}^{2}\left[-(\alpha+\lambda_l)M^{*}\bar{\beta}_l\left(C_l^{s}\mathrm{e}^{\bar{\beta}_l\bar{z}}-D_l^{s}\mathrm{e}^{-\bar{\beta}_l\bar{z}}\right)\right] \tag{12}$$

其中：

$$\lambda_l=-\frac{(\lambda_{\mathrm{c}}^{*}+2)\bar{\beta}_l^2-\delta^2}{\alpha M^{*}\bar{\beta}_l^2-\rho^{*}\delta^2},l=1,\ 2;$$

$$\bar{\beta}_{1,2}^2=(\bar{d}_1\pm\sqrt{\bar{d}_1^2-4\bar{d}_2}\ )/2;$$

$$\bar{d}_1=\frac{(\lambda_{\mathrm{c}}^{*}+2)(m^{*}\delta^2+b^{*}\delta)+M^{*}\delta^2-2\alpha\rho^{*}M^{*}\delta^2}{(\lambda^{*}+2)M^{*}};$$

$$\bar{d}_2=\frac{(m^{*}\delta^2+b^{*}\delta)\delta^2-\rho^{*2}\delta^4}{(\lambda^{*}+2)M^{*}}。$$

三相介质土层的位移场和应力场：

$$\tilde{\boldsymbol{u}}^{(\mathrm{s})}=\sum_{l=1}^{3}\xi_l(C_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{\beta_l\bar{z}}+D_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{-\beta_l\bar{z}}) \tag{13}$$

$$\tilde{\boldsymbol{u}}^{(\mathrm{f})}=\sum_{l=1}^{3}(C_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{\beta_l\bar{z}}+D_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{-\beta_l\bar{z}}) \tag{14}$$

$$\tilde{\boldsymbol{u}}^{(\mathrm{i})}=\sum_{l=1}^{3}\xi'_l(C_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{\beta_l\bar{z}}+D_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{-\beta_l\bar{z}}) \tag{15}$$

$$\tilde{\sigma}_z^{(\mathrm{s})}=\sum_{l=1}^{3}(R_{11}^{*}\xi_l+C_{12}^{*})\beta_l(C_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{\beta_l\bar{z}}-D_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{-\beta_l\bar{z}}) \tag{16}$$

$$\tilde{\sigma}^{(\mathrm{f})}=\sum_{l=1}^{3}(C_{12}^{*}\xi_l+K_2^{*}+C_{23}^{*}\xi'_l)\beta_l(C_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{\beta_l\bar{z}}-D_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{-\beta_l\bar{z}}) \tag{17}$$

$$\tilde{\sigma}_z^{(\mathrm{i})}=\sum_{l=1}^{3}(R_{33}^{*}\xi'_l+C_{23}^{*})\beta_l(C_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{\beta_l\bar{z}}-D_l^{(\mathrm{f})}\mathrm{e}^{-\beta_l\bar{z}}) \tag{18}$$

式中：上标s、i和f分别代表冻土的固、冰和液相。

$$\xi_l=-\frac{[\bar{R}_{12}^{*}\beta_l^2-(\bar{\rho}_{12}^{*}\delta^2-\bar{b}_{11}^{*}\delta)]}{[\bar{R}_{11}^{*}\beta_l^2-(\rho_{11}^{*}\delta^2+\bar{b}_{11}^{*}\delta)]};$$

$$\xi'_l=-\frac{[\bar{R}_{23}^{*}\beta_l^2-(\bar{\rho}_{23}^{*}\delta^2-\bar{b}_{33}^{*}\delta)]}{[\bar{R}_{33}^{*}\beta_l^2-(\bar{\rho}_{33}^{*}\delta^2+\bar{b}_{33}^{*}\delta)]},l=1,\ 2,\ 3。$$

其中的β_l^2等参数含义可以参考文献[39]，此处不再赘述。

1.3 边界条件

依据图1所示的多层冻土一维竖向地震模型（含冰透镜体，地表为自由透水边界，基底为刚性不透水边界），建立以地表为原点、z轴竖直向下的坐标系。地表为自由表面且完全透水，基底为刚性且不透水，各层界面满足位移连续和应力连续条件。各土层从上至下分别为：最上层为上部冻土层，厚度为d_4，采用饱和冻结多孔介质理论描述，包含土颗粒、冰和水三相；第二层为冰透镜体，厚度为d_3，采用单相弹性介质描述；第三层为冻结边缘区，仍为冻土层，厚度为d_2，同样采用饱和冻结多孔介质描述；最下层为下卧未冻土层，厚度为d_1，采用饱和多孔介质理论描述。为区分不同土层，采用下标1，2，3，4表示从下至上的分层编号。边界条件由式(19)～(23)表示，其物理意义分述如下。

（1）地表边界（固相和冰相竖向应力为0，且完全透水）：

$$\sigma_{z4}^{(\mathrm{s})}|_{z=0}=0,\sigma_{z4}^{(\mathrm{i})}|_{z=0}=0,\sigma_{z4}^{(\mathrm{f})}|_{z=0}=0 \tag{19}$$

（2）基底边界（刚性、不透水，输入地震动）：

$$\boldsymbol{u}_{z1}|_{z=D_0}=\boldsymbol{u}_{\mathrm{g}}(t),\boldsymbol{w}_{z1}|_{z=D_0}=0 \tag{20}$$

式中：$\boldsymbol{u}_{\mathrm{g}}(t)$是基底输入的位移时程。

（3）上部冻结层-冰透镜体界面（位移连续、层间不透水、总应力连续）：

$$\boldsymbol{u}_{z4}^{(\mathrm{s})}|_{z=D_1}=\boldsymbol{v}_{z3}|_{z=D_1},\boldsymbol{u}_{z4}^{(\mathrm{i})}|_{z=D_1}=\boldsymbol{v}_{z3}|_{z=D_1},\boldsymbol{w}_{z4}^{(\mathrm{f})}|_{z=D_1}=0,\ (\sigma_{z4}^{(\mathrm{s})}+\sigma_{z4}^{(\mathrm{i})}-\sigma_{z4}^{(\mathrm{f})})|_{z=D_1}=\sigma_{z3}|_{z=D_1} \tag{21}$$

式中：$\boldsymbol{w}_z^{(\mathrm{f})}=\phi_{\mathrm{f}}\boldsymbol{u}_z^{(\mathrm{f})}-\dfrac{\phi_{\mathrm{f}}\phi_{\mathrm{s}}}{1-\phi_{\mathrm{f}}}\boldsymbol{u}_z^{(\mathrm{s})}-\dfrac{\phi_{\mathrm{f}}\phi_{\mathrm{i}}}{1-\phi_{\mathrm{f}}}\boldsymbol{u}_z^{(\mathrm{i})}$代表冻土层的液相相对位移。

（4）冻结前缘层-冰透镜体界面（位移连续、层

间不透水、总应力连续）：

$$\boldsymbol{u}_{z2}^{(\mathrm{s})}|_{z=D_2}=\boldsymbol{v}_{z3}|_{z=D_2},\boldsymbol{u}_{z2}^{(\mathrm{i})}|_{z=D_2}=\boldsymbol{v}_{z3}|_{z=D_2},\boldsymbol{w}_{z2}^{(\mathrm{f})}|_{z=D_2}=0,$$
$$(\sigma_{z2}^{(\mathrm{s})}+\sigma_{z2}^{(\mathrm{i})}-\sigma_{z2}^{(\mathrm{f})})|_{z=D_2}=\sigma_{z3}|_{z=D_2} \tag{22}$$

（5）下卧饱和土层-冻结前缘层界面（位移连续、层间流体位移连续、层间的有效应力和孔压连续）：

$$\boldsymbol{u}_{z2}^{(\mathrm{s})}|_{z=D_3}=\boldsymbol{u}_{z1}|_{z=D_3},\boldsymbol{u}_{z2}^{(\mathrm{i})}|_{z=D_3}=\boldsymbol{u}_{z1}|_{z=D_3},$$
$$w_{z2}^{(\mathrm{f})}|_{z=D_3}=w_{z1}|_{z=D_3},(\sigma_{z2}^{(\mathrm{s})}+\sigma_{z2}^{(\mathrm{i})})|_{z=D_3}=\sigma'_{z1}|_{z=D_3},$$
$$\sigma_{z2}^{(\mathrm{f})}|_{z=D_3}=-\alpha p_{\mathrm{f}1}|_{z=D_3} \tag{23}$$

1.4　冻土场地地震响应的定解

将式（13）～（18）所示的三相介质解代入地表边界条件式（19），有：

$$\tilde{\sigma}_{z4}^{(\mathrm{s})}|_{z=0}=\sum_{l=1}^{3}(R_{11}^{*}\boldsymbol{\xi}_l+C_{12}^{*})\beta_{l4}(C_{l4}^{(\mathrm{f})}-D_{l4}^{(\mathrm{f})})=0 \tag{24}$$

$$\tilde{\sigma}_{z4}^{(\mathrm{f})}|_{z=0}=\sum_{l=1}^{3}(C_{12}^{*}\boldsymbol{\xi}_{l4}+K_2^{*}+C_{23}^{*}\boldsymbol{\xi}'_{l4})\beta_{l4}(C_{l4}^{(\mathrm{f})}-D_{l4}^{(\mathrm{f})})=0 \tag{25}$$

$$\tilde{\sigma}_{z4}^{(\mathrm{i})}|_{z=0}=\sum_{l=1}^{3}(R_{33}^{*}\boldsymbol{\xi}'_{l4}+C_{23}^{*})\beta_{l4}(C_{l4}^{(\mathrm{f})}-D_{l4}^{(\mathrm{f})})=0 \tag{26}$$

由此可得：

$$D_{l4}^{(\mathrm{f})}=C_{l4}^{(\mathrm{f})},l=1,2,3 \tag{27}$$

此时，整个系统还有15个待定系数。将这些系数代入相应的边界条件[式（20）～（23）]，即可确定所有参数，从而获得定解。

由此可建立关于待定系数的矩阵方程为：

$$[E]\{\boldsymbol{C}\}=\{F\} \tag{28}$$

式中：$[E]$为15×15的系数矩阵；$\{\boldsymbol{C}\}$和$\{F\}$为列阵，具体表达列于附录A。

由此计算出系数$\{\boldsymbol{C}\}$后，即可确定季节性冻结土层的一维地震响应。定义土层放大系数$A_{\mathrm{m}0}=\bar{\boldsymbol{u}}_z^{(\mathrm{s})}/F(s)$。当$z=0$时，地表放大系数为：

$$A_{\mathrm{m}0}=2\boldsymbol{\xi}_1C'^{(\mathrm{f})}_{14}+2\boldsymbol{\xi}_2C'^{(\mathrm{f})}_{24}+2\boldsymbol{\xi}_3C'^{(\mathrm{f})}_{34} \tag{29}$$

式中：$C'^{(\mathrm{f})}_{14}=C_{14}^{(\mathrm{f})}/U_{\mathrm{g}}(s)$，$C'^{(\mathrm{f})}_{24}=C_{24}^{(\mathrm{f})}/U_{\mathrm{g}}(s)$，$C'^{(\mathrm{f})}_{34}=C_{34}^{(\mathrm{f})}/U_{\mathrm{g}}(s)$。其中，$U_{\mathrm{g}}(s)$为基底输入位移的拉普拉斯变换。

基于以上分析，取$s=\mathrm{i}\omega$，并选取Taft竖向地震波作为基底垂直入射的地震动输入。通过快速傅里叶变换获得地震动的频域响应，然后与式（29）进行卷积，再经快速傅里叶逆变换即可得到地表竖向运动的时程响应。地表加速度时程的快速傅里叶变换结果如下：

$$\ddot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}(t)=\mathrm{ifft}\left[-\omega^2A_{\mathrm{m}0}U_{\mathrm{g}}(\mathrm{i}\omega)\right] \tag{30}$$

式中：$\ddot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}(t)$代表地面加速度时程；$U_{\mathrm{g}}(\mathrm{i}\omega)$为基岩面输入地震信号的快速傅立叶变换；ifft( )代表快速傅里叶逆变换；ω为频率。

2　计算参数与模型检验

2.1　计算参数及说明

本文涉及冻土、未冻土和冰三种介质的计算参数。冻土参数主要以土颗粒、冰、水及其构成的饱和冻结多孔介质参数来描述，具体取值列于表1。多孔介质的孔隙率为0.4，液相在土骨架和冰骨架中的比奥渗透性系数分别为$k_{\mathrm{s}0}=1.07\times10^{-9}\ \mathrm{m}^2$和$k_{\mathrm{i}0}=5\times10^{-4}\ \mathrm{m}^2$。当土未冻结时，仅考虑$k_{\mathrm{s}0}$。采用Biot饱和多孔介质理论，液相动力黏滞系数$\eta_{\mathrm{w}}=1.798\times10^{-3}\ \mathrm{Pa\cdot s}$。冰被视为弹性单相介质，参数包括密度、弹性模量和剪切模量。温度梯度g_{T}取0.1 ℃/m。由于温度对未冻水含量（含冰率）有明显影响，在某一温度下，当孔隙小于某一临界尺度时，孔隙水不会冻结，而大于此孔径的孔隙水则全部冻结。根据孔隙大小的正态分布，可以计算出未冻水量与温度的关系：

$$\phi_{\mathrm{f}}=(1-\phi_{\mathrm{s}})\frac{\mathrm{erf}(\zeta)+\mathrm{erf}(\eta)}{1+\mathrm{erf}(\eta)} \tag{31}$$

式中：$\zeta=\dfrac{\dfrac{r_0}{\ln\left(\dfrac{T_0}{T}\right)}}{\sqrt{2}\,\Delta r}-\eta$；$\eta=\dfrac{r_{\mathrm{av}}}{\sqrt{2}\,\Delta r}$；$\Delta r$是孔隙半径的标准差；$r_0=0.228\ \mathrm{nm}$。

表1　多孔介质计算参数

Table 1　Calculation parameters of porous medium

参数组分	密度/(kg/m³)	体积压缩模量/GPa	剪切模量/GPa
土颗粒	2 700	36	28.7
冰	920	8.58	3.7
水	1 000	2.25	0
土骨架	-	0.242	0.080 8

2.2　模型有效性验证

2.2.1　理论退化解与饱和土层地震响应对比

如前所述，当温度接近土的临界冻结温度（此处取$T=-0.13$ ℃）时，含冰率趋于0，饱和冻结多孔介质退化为饱和土。若将层状模型中的冰透镜体厚度设得足够小（如图2中，$D=12\ \mathrm{m}$，$D_1=1\ \mathrm{m}$，$D_2=1.001\ \mathrm{m}$，$D_3=2\ \mathrm{m}$），则本文模型的计算结果可与文献[21]中基于饱和多孔介质理论的单层土振动

响应解进行对比。文献[21]给出了两种不同相对密实度下剪切波速的经验公式。为与之比较,本文采用与该文献相同的未冻土层波速计算方法。当相对密实度 D_{r1}=0.25 时,ϕ_{s1}=0.724,μ_{sm0}=67.2 MPa,K_{sm}=146.0 MPa;当相对密实度 D_{r2}=0.75 时,ϕ_{s2}=0.777,μ_{sm0}=209.0 MPa,K_{sm}=156.6 MPa。另取 ρ_s=2 668 kg/m^3,v=0.30,其他参数列于表 1。

从图 2(a)可见,两种不同相对密实度下,土层在频域的幅频曲线均呈共振峰形态。含冰透镜体冻土模型与饱和土模型的共振频率基本一致,且相对密实度越大,共振频率越高。当相对密实度 D_{r1}=0.25 时,f_{res}=38.2 Hz;当相对密实度 D_{r2}=0.75 时,f_{res}=41.7 Hz。图 2(b)给出了 Taft 地震波激励下的地表加速度时程响应对比。可以看出,在两种不同相对密实度下,含冰透镜体的季节性冻土模型与单层饱和土模型的响应完全一致;右上角的局部放大图显示,两者的时程响应吻合良好。上述对比表明,两种模型无论是稳态响应还是瞬态响应均一致。这验证了在温度接近临界冻结温度且无冰透镜体生成时,本文的解可退化为饱和多孔介质一维竖向

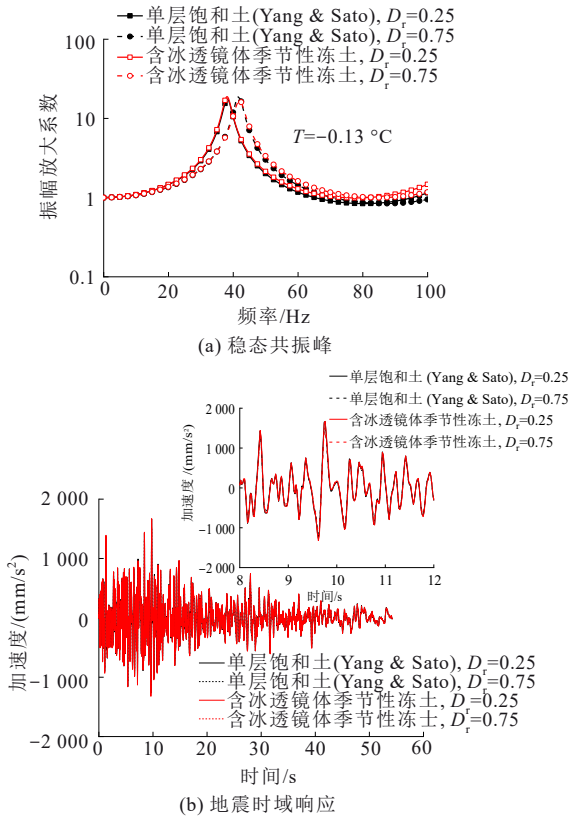


图 2 两种模型不同相对密度下土层的地震响应对比

Fig. 2 Comparison of seismic responses of soil layers under different relative densities for two models

振动解。

2.2.2 含冰与不含冰透镜体季节性冻土模型对比

为进一步验证本文模型的合理性,本节探讨在不同温度下,当冰透镜体厚度为 0 时,其地震幅频响应与传统冻土双层模型(即无冰透镜体)响应的差异。该工况对应于冬季气温降低时,因水分迁移和冰分凝作用,水分向上迁移并在某一位置(即透镜层基底)开始析冰。假设冰刚开始出现,冰透镜体厚度为 0,即等效为一层厚度可忽略的冰透镜体。在含冰透镜体模型中,土层总厚 12 m,透镜层基底位于标高 −2.0 m,透镜层厚度为 0;冻结缘厚度为 2.0 m,下卧层厚度 d_l=8 m。在不含冰透镜体的双层模型中,冻土层与下卧未冻土层厚度分别为 4 m 和 8 m。为进行对比,设定冻土层的温度分别为 −0.25 ℃和 −0.54 ℃。由于含冰透镜体的成层模型中温度沿深度线性变化,此外取一极小的温度梯度(g_T=0.005 ℃/m),以使冻土层的平均温度与不含冰透镜体的双层模型中设定的冻土层温度一致;其余参数与上文相同。

图 3 对比两种温度下含冰透镜体季节性冻土地基与不含冰透镜体双层冻土地基的地震响应。由图可见,当冰透镜体厚度为 0 时,其主共振频率与双层冻土模型的计算结果接近。当温度为 −0.25 ℃时,冻土中含冰量较少(ϕ_i=0.03),两种模型的共振频率一致,含冰透镜体模型的共振峰幅值略高于双层模型。当温度为 −0.54 ℃时,冻土中的冰量增多(ϕ_i=0.21),两者的一阶共振频率和峰值仍很接近;但不同的是,在双层冻土模型中出现了一个反向的共振峰(这是由土中孔隙冰引起的次共振现象),而含冰透镜体的成层模型中并未出现此反向峰。其原因在于两种模型的层状结构和边界条件不同:双层冻土模型中,上下土层的水力条件是连续的;而在含冰透镜体的成层模型中,冰透镜体的存在阻断了水力连续性,相当于一个不透水边界。即使此处将冰透镜体厚度设为 0,但该界面的边界条件仍为不透水,可以理解为上部冻土层和下层冻结缘之间存在一个零厚度的不透水层。同样,在地震时程响应曲线中,两种模型也略有差别。如图 3 所示,当 T=−0.54 ℃时,含冰透镜体模型的地震响应大于不含冰透镜体的双层模型。

2.2.3 含冰透镜体冻土层有限元解与理论解对比

前文给出了理论退化解与未冻土层理论解的对比,但该对比基于未形成冰透镜体(透镜体极薄)

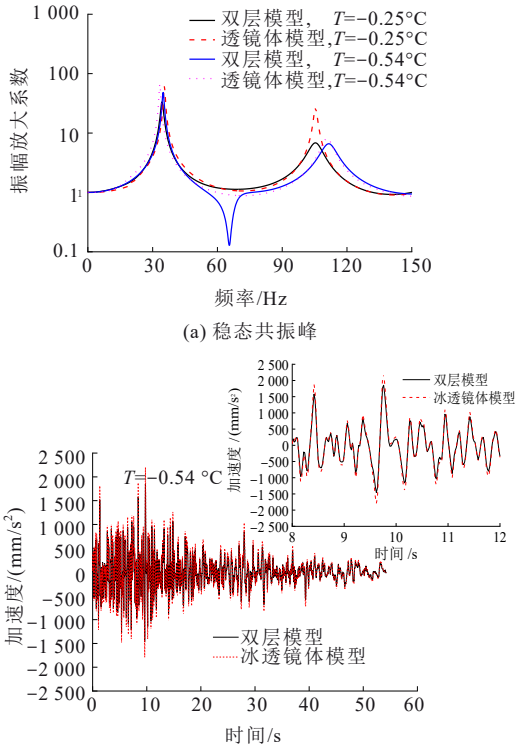


图 3　冰透镜体对季节性冻土层地震响应的影响

Fig. 3　Effect of ice lens on seismic response of seasonally frozen soil layer

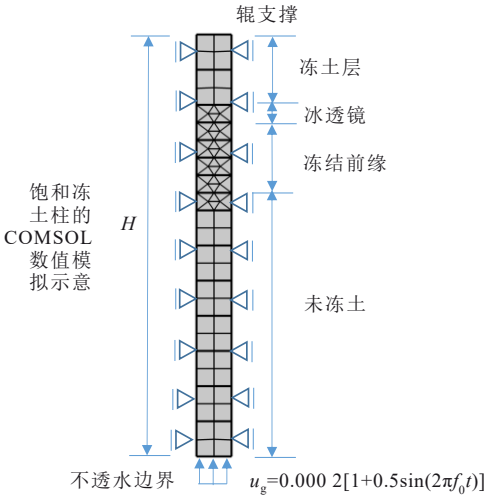


图 4　含冰透镜体饱和冻土柱数值计算模型（COMSOL）

Fig. 4　Numerical model of saturated frozen soil column containing an ice lens (COMSOL)

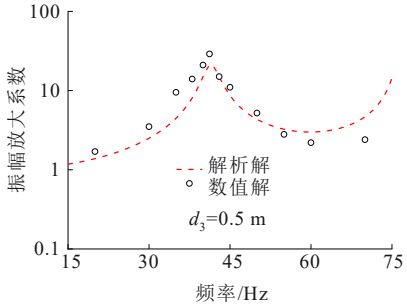


图 5　含冰透镜体的季节性冻土稳态响应的有限元解与解析解对比

Fig. 5　Comparison between finite element and analytical solutions for the harmonic response of seasonally frozen soil containing an ice lens

的情况下。为验证冻结状态下本文理论解的合理性，还需对存在冰透镜体的层状冻结地层竖向地震响应作进一步验证。本小节提出一种含冰透镜体的成层冻结土层竖向稳态振动数值方法，借助多物理场耦合有限元软件 COMSOL 的“偏微分方程一般形式”接口建立有限元模型，如图 4 所示。模型包含的土层结构自下而上为：下卧未冻土层、冻结前缘、冰透镜体和表层冻土，分别采用饱和多孔介质、饱和冻结多孔介质、单相介质和饱和冻结多孔介质弹性理论描述，其控制方程见式(1)～(3)。据此，列出了三种介质的偏微分方程的 COMSOL 一般形式，并建立了如图 4 所示的计算模型。模型边界条件和各层间连续条件与式(19)～(23)一致。

假设基底为刚性，输入竖向稳态地震波，根据式(29)可计算季节性冻土层的稳态地震响应。土层总厚为 12 m，冰透镜体基底位置 D_2=2.5 m，冰透镜体厚度 d_3=0.5 m，温度梯度 g_T=0.2 ℃/m，地表温度 T_a=−1.03 ℃，冻结缘底温度 T_f=−0.13 ℃，其余计算参数同上例。计算结果如图 5 所示。

由图 5 的对比结果可见，有限元数值解与本文解析解吻合良好。两者的共振频率均在 41～42 Hz 范围内，且有限元计算得到的共振峰放大系数略高于解析解，表明本文建立的计算模型能够有效地模拟含冰透镜体季节性冻土层的竖向地震响应。

3　结果分析与讨论

假设基底为刚性，输入竖向稳态地震波或 Taft 地震波，根据式(29)～(30)可分别计算季节性冻土层的稳态和瞬态地震响应。选取对含冰透镜体季节性冻土层地震响应影响较为明显的几个参数进行讨论，包括下卧层厚度、冰透镜体厚度、冻结缘厚度、温度梯度和地表冻结温度等。

3.1　下卧层厚度 d_1 的影响

取温度梯度 g_T=0.2 ℃/m，地表温度 T_a=

−1.03 ℃，起始冻结温度 T_f=−0.13 ℃，冰分凝面位于地表下方 2.5 m 处（即冻结缘厚度 d_2=2 m），冰透镜体厚度 d_3=0.5 m。为研究土层总厚度（下卧层厚度）对含冰透镜体季节性冻土层地震响应的影响，分别取土层总厚度 D_0=6、9、12 m，对应的下卧饱和土层厚度分别为 d_1=1.5、4.5 和 7.5 m。其余参数如表 1 所列，计算结果如图 6 所示。

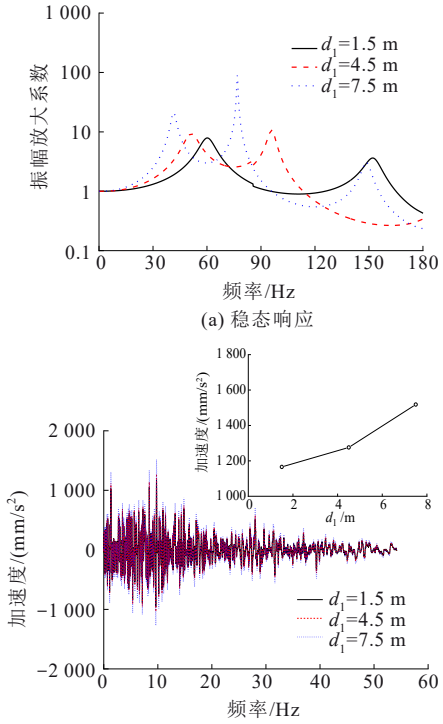


图 6 下卧层厚度对季节性冻土层地震响应的影响

Fig. 6 Effect of underlying layer thickness on the seismic response of seasonally frozen soil

图 6 给出了下卧层厚度对稳态和瞬态地震响应的影响。由图 6(a)可见，稳态地震响应的频响曲线呈共振峰形态。一阶共振频率随下卧层厚度的增加逐渐减小，而共振幅值则逐渐增大。图中 d_1=1.5、4.5 和 7.5 m 时，一阶共振频率分别为 60.2、51.3 和 41.5 Hz；二阶共振频率分别为 152.1、95.9 和 76.9 Hz。由图 6(b)可见，瞬态响应的时程规律基本一致，而地表峰值加速度（Peak Ground Acceleration，PGA）随下卧层厚度的增加而增大，在计算范围内近似呈线性增长，增长率约为 59 (mm/s²)/m。

3.2 冰透镜体厚度的影响

土层总厚为 12 m，冰透镜体基底位置 D_2=2.5 m，其余参数同 3.1 节，研究冰透镜体厚度对季节性冻土地震响应的影响。分别取冰透镜体厚度 d_3=0.2、0.5、0.8 m 进行计算（在计算中设置 D_0=12 m，g_T=0.2 ℃/m，T_a=−1.03 ℃，T_f=−0.13 ℃），结果如图 7 所示。

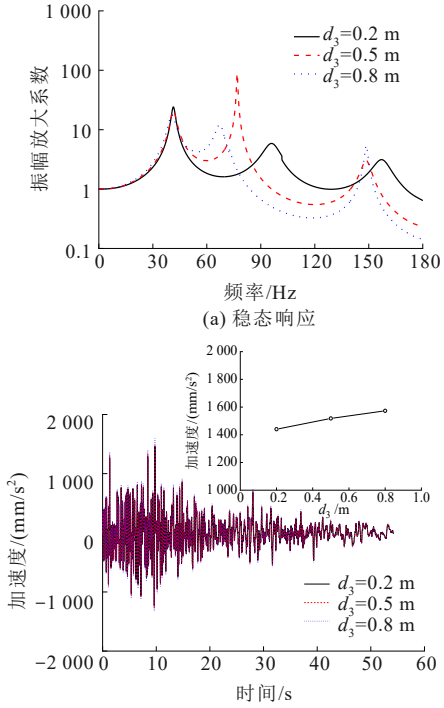


图 7 冰透镜体厚度对季节性冻土层地震响应的影响

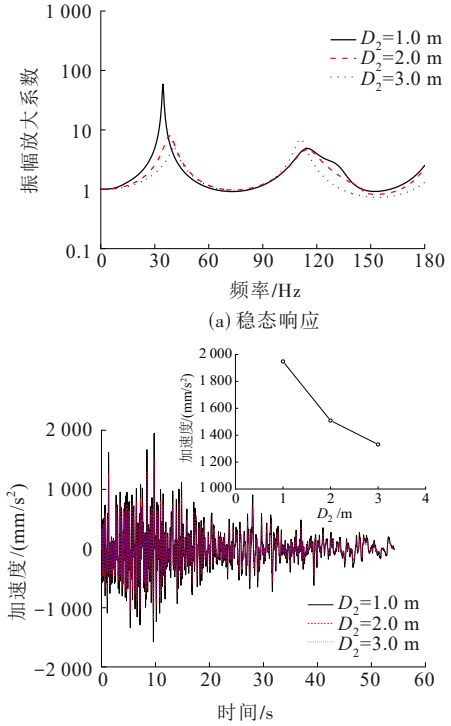
Fig. 7 Effect of ice lens thickness on the seismic response of seasonally frozen soil

图 7 给出了冰透镜体厚度对稳态和瞬态地震响应的影响。由图 7(a)的稳态响应可见，冰透镜体厚度对地震稳态响应的一阶共振峰影响不大，但对二阶共振峰有明显影响。随着冰透镜体厚度的增加，一阶共振频率和振幅均略有降低；而二阶共振频率则明显减小。由图 7(b)可见，随着冰透镜体厚度增大，地震时程响应的地表峰值加速度值（PGA）近似呈线性增长，增长率为 222 (mm/s²)/m。因此，虽然冰透镜体厚度通常不大，对土层稳态共振频率的影响有限，但对地震动峰值加速度仍具有明显的放大作用。

3.3 冻结前缘厚度的影响

本节分析冰透镜体基底位于不同位置时（即冻结前缘厚度 d_2=D_3−D_2的变化）对于季节性冻土层地震响应的影响。土层总厚 D_0=12 m，温度梯度 g_T=0.2 ℃/m，地表温度 T_a=−1.03 ℃，冻结温度 T_f=−0.13 ℃，冰透镜体厚度 d_3=0 m。分别计算冰分凝面位置 D_2=1.0、2.0、3.0 m 的情况，对应的冻

结前缘厚度分别为 d_2=3.5、2.5、1.5 m，结果如图 8 所示。



(a) 稳态响应

(b) 时域地震响应与峰值加速度(PGA)

图 8　冻结前缘厚度(冰分凝面位置)对季节性冻土层地震响应的影响

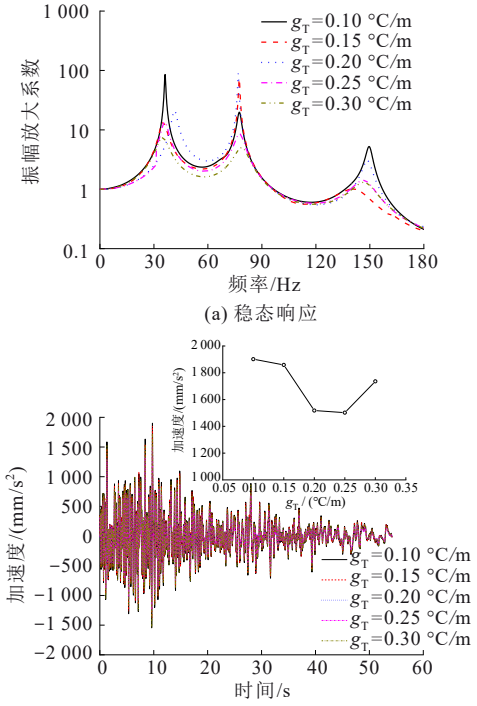
Fig. 8　Effect of freezing front thickness (location of ice segregation plane) on the seismic response of seasonally frozen soil

图 8 给出了冰分凝面位置(冻结前缘厚度)对稳态和瞬态地震响应的影响。由图 8(a)可见，随着冰分凝面位置的加深(即冻结前缘厚度减小)，地震稳态响应的一阶共振频率略有增大，振幅有所降低。由图 8(b)可见，随着冰分凝面位置加深(冻结前缘厚度减小)，地震时程响应的峰值加速度快速降低，降低率约为 309 (mm/s²)/m。这表明，冰透镜体基底位置离地表越深，对地表竖向地震动峰值的影响越小。

3.4　土层冻结温度梯度的影响

图 9 研究了温度梯度对含冰透镜体的季节性冻土层地震响应的影响。分别取温度梯度 g_T=0.10、0.15、0.20、0.25 和 0.30 ℃/m，其余参数如表 1 所列。

由图 9 可见，温度梯度对各阶共振频率有一定影响。地表峰值加速度随温度梯度的增大呈先减小后增大的趋势，表明二者的关系是非线性的。



(a) 稳态响应

(b) 时域地震响应与峰值加速度(PGA)

图 9　温度梯度对季节性冻土层地震响应的影响

Fig. 9　Effect of temperature gradient on the seismic response of seasonally frozen soil

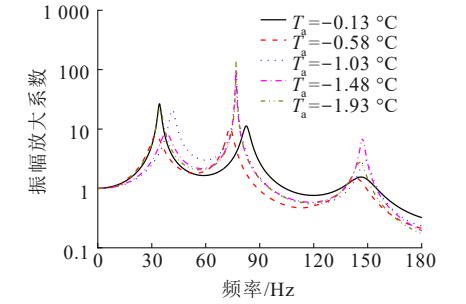
3.5　地表温度的影响

地表温度与外界环境温度有关，直接影响地层的冻结状态及含冰率。地表温度越低，通常地温梯度越大，土层中冰含量越高，未冻水含量越低。含冰率还与土粒径、孔隙大小与分布、孔隙水含盐量等因素密切相关。为简化分析，本节忽略盐分的影响，在相同孔隙分布情况下，分析地表温度对冻土层一维竖向地震响应的影响。分别取 T_a=−0.13、−0.58、−1.03、−1.48 和 −1.93 ℃进行计算，并假设最大冻结深度不变(D_3=4.5 m)，其余参数同上。

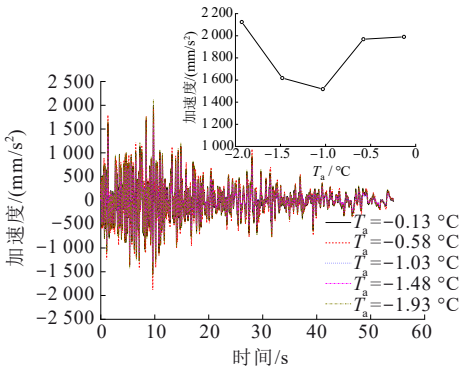
图 10 给出了地表温度对稳态和瞬态地震响应的影响。由图 10(a)可见，当温度接近冻结温度时，一阶共振峰的振幅最大；随温度降低，振幅总体上呈减小趋势，但规律性不明显，再次表明其与温度的关系并非简单线性。由图 10(b)可见，当温度接近冻结温度时，地表加速度最大；随温度降低，加速度值减小，在温度为 −1.03 ℃时达到最小值，随后又随温度降低而逐渐增大。上述规律性不强的原因在于冰相引起的次共振干扰，影响了共振频率和振幅。

4　结论

本文基于弹性动力学理论，建立含冰透镜体的



(a) 稳态响应



(b) 时域地震响应与峰值加速度

图 10 地表温度对土层一维竖向共振的影响

Fig. 10 Effect of ground surface temperature on the 1D vertical resonance of seasonally frozen soil

季节性冻土复合地基一维竖向地震响应模型，获得了季节性冻土层一维竖向稳态地震响应的解析解，并采用数值积分逆变换法计算了该成层地基的地震时程响应，得到以下结论。

（1）通过与单层饱和多孔介质的一维竖向振动解对比，发现当温度接近冻结温度时，本文解可退化为饱和土工况的解。与双层冻土层模型的对比表明，含冰透镜体的季节性冻土模型能够合理反映冰透镜体的影响。

（2）通过与建立的含冰透镜体季节性冻土地基竖向地震响应有限元模型对比，发现解析解与数值解吻合良好，验证了本文理论解的合理性。

（3）参数分析表明，下卧层厚度、冰透镜体厚度、冻结前缘厚度、温度梯度和地表冻结温度是影响含冰透镜体季节性冻土层地震响应的重要参数。冰透镜体虽然厚度不大，但其存在对地震动放大作用有显著影响，且距地表越近，放大效应越明显；受冰相引起的次共振干扰，地表温度和温度梯度对地表峰值加速度的影响呈非线性。

（4）由于冻土问题的复杂性，本文未考虑土体骨架材料的阻尼及冻土的热平衡过程。然而，液相与土骨架之间的相对运动本身会产生阻尼效应，且地震作用时程较短，热量传递影响较小，故本文的简化条件具有合理性。此外，本文假设地层与冰透镜体水平成层，忽略了其非均质性，因此适用于地层水平成层且均匀的工况。

本文研究成果有助于深化对含冰透镜体季节性冻土层竖向地震响应机理的认识。

附录 A

方程(28)中的符号说明：

$$[E]=\begin{bmatrix}
e^{\beta_1 H} & e^{-\beta_1 H} & e^{\beta_2 H} & e^{-\beta_2 H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\lambda_1 e^{\beta_1 H} & \lambda_1 e^{-\beta_1 H} & \lambda_2 e^{\beta_2 H} & \lambda_2 e^{-\beta_2 H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-e^{\beta_1 H_3} & -e^{-\beta_1 H_3} & -e^{\beta_2 H_3} & -e^{-\beta_2 H_3} & \xi_{12} e^{\beta_{12} H_3} & \xi_{12} e^{-\beta_{12} H_3} & \xi_{22} e^{\beta_{22} H_3} & \xi_{22} e^{-\beta_{22} H_3} & \xi_{32} e^{\beta_{32} H_3} & \xi_{32} e^{-\beta_{32} H_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-e^{\beta_1 H_3} & -e^{-\beta_1 H_3} & -e^{\beta_2 H_3} & -e^{-\beta_2 H_3} & \xi'_{12} e^{\beta_{12} H_3} & \xi'_{12} e^{-\beta_{12} H_3} & \xi'_{22} e^{\beta_{22} H_3} & \xi'_{22} e^{-\beta_{22} H_3} & \xi'_{32} e^{\beta_{32} H_3} & \xi'_{32} e^{-\beta_{32} H_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\lambda_1 e^{\beta_1 H_3} & -\lambda_1 e^{-\beta_1 H_3} & -\lambda_2 e^{\beta_2 H_3} & -\lambda_2 e^{-\beta_2 H_3} & R_{12} e^{\beta_{12} H_3} & R_{12} e^{-\beta_{12} H_3} & R_{22} e^{\beta_{22} H_3} & R_{22} e^{-\beta_{22} H_3} & R_{32} e^{\beta_{32} H_3} & R_{32} e^{-\beta_{32} H_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-s_1 e^{\beta_1 H_3} & s_1 e^{-\beta_1 H_3} & -s_2 e^{\beta_2 H_3} & s_2 e^{-\beta_2 H_3} & T_{12} e^{\beta_{12} H_3} & -T_{12} e^{-\beta_{12} H_3} & T_{22} e^{\beta_{22} H_3} & -T_{22} e^{-\beta_{22} H_3} & T_{32} e^{\beta_{32} H_3} & -T_{32} e^{-\beta_{32} H_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
s_3 e^{\beta_1 H_3} & -s_3 e^{-\beta_1 H_3} & s_4 e^{\beta_2 H_3} & -s_4 e^{-\beta_2 H_3} & T_{42} e^{\beta_{12} H_3} & -T_{42} e^{-\beta_{12} H_3} & T_{52} e^{\beta_{22} H_3} & -T_{52} e^{-\beta_{22} H_3} & T_{62} e^{\beta_{32} H_3} & -T_{62} e^{-\beta_{32} H_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \xi_{12} e^{\beta_{12} H_2} & \xi_{12} e^{-\beta_{12} H_2} & \xi_{22} e^{\beta_{22} H_2} & \xi_{22} e^{-\beta_{22} H_2} & \xi_{32} e^{\beta_{32} H_2} & \xi_{32} e^{-\beta_{32} H_2} & -e^{\beta_{s3} H_2} & -e^{-\beta_{s3} H_2} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \xi'_{12} e^{\beta_{12} H_2} & \xi'_{12} e^{-\beta_{12} H_2} & \xi'_{22} e^{\beta_{22} H_2} & \xi'_{22} e^{-\beta_{22} H_2} & \xi'_{32} e^{\beta_{32} H_2} & \xi'_{32} e^{-\beta_{32} H_2} & -e^{\beta_{s3} H_2} & -e^{-\beta_{s3} H_2} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & R_{12} e^{\beta_{12} H_2} & R_{12} e^{-\beta_{12} H_2} & R_{22} e^{\beta_{22} H_2} & R_{22} e^{-\beta_{22} H_2} & R_{32} e^{\beta_{32} H_2} & R_{32} e^{-\beta_{32} H_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & T_{72} e^{\beta_{12} H_2} & -T_{72} e^{-\beta_{12} H_2} & T_{82} e^{\beta_{22} H_2} & -T_{82} e^{-\beta_{22} H_2} & T_{92} e^{\beta_{32} H_2} & -T_{92} e^{-\beta_{32} H_2} & -s_5 e^{\beta_{s3} H_2} & s_5 e^{-\beta_{s3} H_2} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e^{\beta_{s3} H_1} & -e^{-\beta_{s3} H_1} & 2\xi_{14}\cosh(\beta_{14} H_1) & 2\xi_{24}\cosh(\beta_{24} H_1) & 2\xi_{34}\cosh(\beta_{34} H_1) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e^{\beta_{s3} H_1} & -e^{-\beta_{s3} H_1} & 2\xi'_{14}\cosh(\beta_{14} H_1) & 2\xi'_{24}\cosh(\beta_{24} H_1) & 2\xi'_{34}\cosh(\beta_{34} H_1) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2R_{14}\cosh(\beta_{14} H_1) & 2R_{24}\cosh(\beta_{24} H_1) & 2R_{34}\cosh(\beta_{34} H_1) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_5 e^{\beta_{s3} H_1} & s_5 e^{-\beta_{s3} H_1} & 2T_{74}\sinh(\beta_{14} H_1) & 2T_{84}\sinh(\beta_{24} H_1) & 2T_{94}\sinh(\beta_{34} H_1)
\end{bmatrix}$$

$$\{F\}=\{F(s),0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}^{\mathrm{T}}$$

$$\{C\}=\{C_{11}^{+},D_{11}^{+},C_{21}^{+},D_{21}^{+},C_{12}^{(\mathrm{f})},D_{12}^{(\mathrm{f})},C_{22}^{(\mathrm{f})},D_{22}^{(\mathrm{f})},C_{32}^{(\mathrm{f})},D_{32}^{(\mathrm{f})},C_{s3},D_{s3},C_{14}^{(\mathrm{f})},C_{24}^{(\mathrm{f})},C_{34}^{(\mathrm{f})}\}^{\mathrm{T}}$$

参考文献(References)

[1] Miao Y, Shi Y, Zhuang H Y, et al. Influence of seasonal frozen soil on near-surface shear wave velocity in eastern Hokkaido, Japan [J]. Geophysical Research Letters, 2019, 46(16): 9497-9508.

[2] Wu Z. Numerical simulation of seismic transverse waves on the interface between an elastic medium and saturated frozen soil [J]. Mechanics of Solids, 2024, 59(3): 1496-1516.

[3] Wotherspoon L M, Sritharan S, Pender M J, et al. Investigation on the impact of seasonally frozen soil on seismic response of bridge columns[J]. Journal of Bridge Engineering, 2010, 15(5): 473-481.

[4] Hacıefendioğlu K. Seasonally frozen soil's effect on stochastic response of masonry minaret-soil interaction systems to random seismic excitation[J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, 60(1): 66-74.

[5] Guéguen P, Langlais M, Garambois S, et al. How sensitive are site effects and building response to extreme cold temperature? The case of the Grenoble's (France) City hall building [J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2017, 15(3): 889-906.

[6] 高峰,陈兴冲,严松宏.季节性冻土和多年冻土对场地地震反应的影响[J].岩石力学与工程学报,2006,25(8):1639-1644.
Gao Feng, Chen Xingchong, Yan Songhong. Influence of permafrost and seasonally frozen soil on seismic responses of sites [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(8): 1639-1644.

[7] Ma Q, Jiang H P, Zhou F X. Reflection and transmission of plane harmonic P wave at planar interface between elastic medium and frozen poroelastic medium[J]. Geophysical Journal International, 2023, 234(2): 948-971.

[8] Jiao H, Ma Q. Seismic ground motion analysis of saturated frozen soil free field under S-wave incidence[J]. Mechanics of Solids, 2024, 59(2): 1050-1071.

[9] Jiang H P, Ma Q, Zhou F X. Propagation characteristics of plane-P1-wave at the interface between saturated frozen soil and elastic solid bedrock[J]. Pure and Applied Geophysics, 2023, 180(7): 2589-2623.

[10] Xu G, Yang Z H, Dutta U, et al. Seasonally frozen soil effects on the seismic site response [J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2011, 25(2): 53-70.

[11] Peppin S S L, Style R W. The physics of frost heave and ice-lens growth[J]. Vadose Zone Journal, 2013, 12(1): 1-12.

[12] Zhou G Q, Zhou Y, Hu K, et al. Separate-ice frost heave model for one-dimensional soil freezing process[J]. Acta Geotechnica, 2018, 13(1): 207-217.

[13] 王东源,张科,陈熹,等.一种冻土温度场方程的解析解[J].地震工程学报,2024,46(6):1373-1379.
Wang Dongyuan, Zhang Ke, Chen Xi, et al. Analytical solution for the temperature field equation of frozen soil[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2024, 46(6): 1373-1379.

[14] Qi J L, Ma W, Sun C S, et al. Ground motion analysis in seasonally frozen regions[J]. Cold Regions Science and Technology, 2006, 44(2): 111-120.

[15] Elgamal A, He L C. Vertical earthquake ground motion records: an overview[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2004, 8(5): 663-697.

[16] Liberatore D, Doglioni C, Alshawa O, et al. Effects of coseismic ground vertical motion on masonry constructions damage during the 2016 Amatrice-Norcia (Central Italy) earthquakes [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 120: 423-435.

[17] Han B, Zdravković L, Kontoe S. Analytical and numerical investigation of site response due to vertical ground motion[J]. Géotechnique, 2018, 68(6): 467-480.

[18] Tsai C C, Liu H W. Site response analysis of vertical ground motion in consideration of soil nonlinearity[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 102: 124-136.

[19] Li W H, Zheng J, Trifunac M D. Saturation effects on ground motion of unsaturated soil layer-bedrock system excited by plane P and SV waves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, 110: 159-172.

[20] Yang J, Sato T. Analytical study of saturation effects on seismic vertical amplification of a soil layer[J]. Géotechnique, 2001, 51(2): 161-165.

[21] Yang J. Interpretation of seismic vertical amplification observed at an array site[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2000, 90(2): 275-285.

[22] 陈兵,吴晓磊,董建华,等.季节冻土区土钉支护边坡地震反应动力特性分析[J].地震工程学报,2021,43(5):1142-1149.
Chen Bing, Wu Xiaolei, Dong Jianhua, et al. Dynamic characteristics of seismic response of soil nailed slopes in seasonal frozen areas[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2021, 43(5): 1142-1149.

[23] Chen T, Ma W, Zhou G Q. Numerical analysis of ground motion characteristics in permafrost regions along the Qinghai-Tibet Railway[J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, 148: 88-95.

[24] Dadfar B, El Naggar M H, Nastev M. Experimental and analytical study of seismic site response of discontinuous permafrost[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 53(9): 1363-1375.

[25] Wang L M, Wu Z J, Sun J J, et al. Characteristics of ground motion at permafrost sites along the Qinghai-Tibet Railway [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, 29(6): 974-981.

[26] Yang Z H, Dutta U, Xu G, et al. Numerical analysis of permafrost effects on the seismic site response[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(3): 282-290.

[27] Li Q, Wang Y F, Wen M J, et al. Effect of submarine permafrost degradation on the vertical ground motions and vertical response spectrum of a single-degree-of-freedom system in polar ocean[J]. Geomechanics for Energy and the Environment, 2022, 32: 100402.

[28] Ma Q, Jiao H, Wan X S. Seismic ground motion study of layered site of saturated frozen soil under P-wave incidence[J]. Cold Regions Science and Technology, 2025, 231: 104426.

[29] Dravinski M. Ground motion amplification due to elastic inclusions in a half-space[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1983, 11(3): 313-335.

[30] 梁建文，张炳政，巴振宁. 基岩上均匀场地中透镜体对地震动的非线性放大作用[J]. 地震工程与工程振动，2009，29(6)：13-24.
Liang Jianwen，Zhang Bingzheng，BA Zhenning. Nonlinear amplification of ground motion by a lenticle in single layer on bedrock[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration，2009，29(6)：13-24.

[31] 韩冰，梁建文，张季. 深厚软土场地中透镜体对上部结构地震响应的影响[J]. 地震工程与工程振动，2016，36(5)：151-161.
Han Bing，Liang Jianwen，Zhang Ji. Effect of lenticle in deep soft site on seismic response of structures[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics，2016，36(5)：151-161.

[32] Zhang H，Shi C Y，Liu Z X，et al. Scattering of elastic waves by a 3-D inclusion in a poroelastic half space[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements，2019，108：133-148.

[33] Leclaire P，Cohen-Ténoudji F，Aguirre-Puente J. Extension of Biot's theory of wave propagation to frozen porous media[J]. The Journal of the Acoustical Society of America，1994，96(6)：3753-3768.

[34] Carcione J M，Seriani G. Wave simulation in frozen porous media[J]. Journal of Computational Physics，2001，170(2)：676-695.

[35] Carcione J M，Santos J E，Ravazzoli C L，et al. Wave simulation in partially frozen porous media with fractal freezing conditions[J]. Journal of Applied Physics，2003，94：7839-7847.

[36] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. Journal of Applied Physics，1962，33(4)：1482-1498.

[37] 刘广岳，赵林，谢昌卫，等. 青藏高原多年冻土区地温年变化深度的变化规律及影响因素[J]. 冰川冻土，2016，38(5)：1189-1200.
Liu Guangyue，Zhao Lin，Xie Changwei，et al. Variation characteristics and impact factors of the depth of zero annual amplitude of ground temperature in permafrost regions on the Tibetan Plateau[J]. Journal of Glaciology and Geocryology，2016，38(5)：1189-1200.

[38] 龚强，汪宏宇，朱玲，等. 辽宁省地温场结构及变化特征[J]. 冰川冻土，2017，39(3)：505-514.
Gong Qiang，Wang Hongyu，Zhu Ling，et al. Characteristics and variations of the ground temperature field in Liaoning Province[J]. Journal of Glaciology and Geocryology，2017，39(3)：505-514.

[39] Li Q，Shu W L，Cao L，et al. Vertical vibration of a single pile embedded in a frozen saturated soil layer[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering，2019，122：185-195.

（本文编辑：张向红）