•新型电力系统•

DOI:10.12454/j.jsuese.202400593

本刊网刊

直流电压动态时间尺度下直驱风电场经柔直并网系统的小信号稳定判据

李　乔[1],吴林林[2],王　潇[2],杜文娟[1],王海风[1*]

(1.四川大学 电气学院,四川 成都 610065;2.国网冀北电力科学研究院(华北电力科学研究院有限责任公司),北京 100045)

摘　要:基于直驱永磁同步发电机(PMSG)的直驱风电场经柔性直流输电(柔直)并网时,可能引发小信号振荡失稳。该类失稳通常由PMSG和柔直之间的相互作用引起,同时与系统的传输功率和线路连接电抗相关。分析直驱风电场经柔直并网系统的小信号稳定性,及其与PMSG输出有功功率、线路连接电抗、PMSG–柔直控制参数之间的关系时,传统多采用特征值分析法,但该方法较为复杂,计算工作量大,且结果不够直观。为此,本文提出一种基于直流(DC)电压动态时间尺度的小信号稳定性判据,以简化分析并降低计算量。首先,建立系统在直流电压动态时间尺度下的小信号降阶模型,捕捉系统的关键动态特性。其次,在此基础上应用劳斯–赫尔维茨稳定判据,推导得到系统的小信号稳定判据。该判据通过PMSG的最大输出有功功率和系统最大线路连接电抗进行表达,明确揭示了PMSG输出有功功率、线路连接电抗及PMSG与柔直控制参数对系统小信号稳定性的影响。推导得到的小信号稳定判据表明,当增加PMSG输出有功功率或线路连接电抗时,直驱风电场经柔直并网系统存在振荡失稳的风险。最后,为验证所推导小信号稳定判据的有效性,本文开展单台和多台PMSG经柔直并网系统的数值算例分析。结果表明,虽然所推导的小信号稳定判据相较于全阶模型存在一定误差,但其计算过程简单、易于理解,能清晰地反映关键因素对系统小信号稳定性的影响。

关键词:小信号稳定判据;直驱永磁同步发电机(PMSG);基于电压源换流器的柔性直流(VSC–HVDC);直流电压动态时间尺度;线路连接电抗

中图分类号:TM73　　**文献标志码:**A　　**文章编号:**2096-3246(2026)06-0171-12

近年来,海上风电得到迅速发展[1]。由于其具有传输功率大、传输距离远等特点,采用基于电压源换流器的柔性直流(voltage source converter based high voltage direct current,VSC–HVDC)输电成为输送海上风电的有效方法[2]。由于风机换流器与柔直换流器之间易发生动态交互,可能引发系统振荡失稳。例如,2014年德国北海的海上风电场经高压VSC–HVDC送出工程出现谐振事故[3],导致大量设备损坏,系统停运半年;国内南澳风电柔直工程出现过20～30 Hz次同步振荡[4–5],张北新能源柔直工程出现过2～6 Hz次同步振荡[6]和750～3 550 Hz中高频振荡[7],如东海上风电柔直工程出现过320、2 000和2 500 Hz中高频振荡[8–9]等。同时,直驱永磁同步发电机(permanent magnet synchronous generator,PMSG)凭借结构简单、效率高等优点,适用于海上发电[10]。根据是否考虑模块化多电平换流器(modular multilevel converter,MMC)内部动态,MMC可归纳为基于VSC–HVDC模型和基于MMC–HVDC模型的分析研究。其中,基于VSC–HVDC模型的分析侧重于揭示VSC–HVDC与风电机组控制之间的交互特性,而基于MMC–HVDC模型的分析方法则侧重于揭示MMC内部动态对系统稳定性的影响。因此,本文重点研究直驱风电场经VSC–HVDC并网系统中,PMSG与VSC–HVDC动态交互作用引发的小信号稳定性问题。

目前,国内外学者针对风电场经VSC–HVDC并网系统小信号稳定性展开了一系列研究,研究方法主要包括阻抗分析法、模型分析法及路径分析法。基于阻抗分析法,孙焜等[11]研究发现,增大锁相环(phase-locked loop,PLL)比例系数或减小积分系数有助于

收稿日期:2024－07－30　　**修回日期:**2024－09－09　　**网络出版日期:**2024－09－27

基金项目:国家电网公司总部科技项目(5108–202218280A–2–312–XG)

作者简介:李　乔(1994—),男,博士.研究方向:新能源并网系统稳定性.E-mail:574143439@qq.com

* **通信作者:**王海风,教授,E-mail:hfwang60@qq.com

提升直驱风电场经柔直并网系统的小信号稳定性。王一凡等[12]建立了直驱风电场经柔直并网系统的单输入单输出传递函数模型，并通过Nyquist判据判断了系统的小信号稳定性；Liu等[13]基于正负序阻抗模型开展分析，两类不同建模方法均表明PMSG输出有功功率、PLL和柔直交流电压控制外环参数的变化均会影响系统的小信号稳定性。于婧等[14]针对系统近工频振荡稳定性问题，建立了系统的正/负序控制阻抗模型，分析表明，系统的稳定性受PMSG的PLL、直流电压外环、柔直交流电压控制外环，以及PMSG输出有功功率影响较大。基于模型分析法，邵冰冰[15–17]、Shao[18–19]等研究了直驱风电场经柔直并网系统的小信号稳定性。文献[15–19]指出，系统主导振荡模式受PMSG直流电压外环和柔直交流电压控制外环影响，且线路连接电抗或PMSG输出有功功率的增大会降低系统的小信号稳定性；Wang等[20]的研究表明，系统主导振荡模式主要受PMSG的PLL和柔直交流电压控制外环影响，结论与文献[15–19]基本一致；王一凡[21]、Zeng[22]等分析了直驱双馈混合风电场经柔直并网系统的小信号稳定性，结果表明，PMSG的PLL与柔直交流电压外环交互会导致系统振荡失稳，相应控制参数设置不合理同样会造成系统振荡失稳。基于路径分析法，高本锋[23]、Gao[24]等对PLL主导的振荡模态直驱风电场经柔直并网系统次同步振荡特性机理进行研究，算例分析表明PLL控制参数对系统稳定性影响较大。通过上述文献分析可知，直驱风电场经柔直并网系统发生振荡失稳的主要原因是PMSG与VSC–HVDC相互作用，参与该过程的控制环节主要包括PMSG直流电压外环、PLL，以及VSC–HVDC交流电压控制外环。

直驱风电场经柔直并网系统的小信号振荡失稳风险可归结于3个不利因素：1）PMSG输出有功功率；2）线路连接电抗；3）PMSG和VSC–HVDC中的控制参数。PMSG动态模型的阶数较高，直驱风电场经柔直并网系统的全阶模型会显著增加系统模型的阶数和复杂度，给理论分析带来重大挑战，导致理论推导难以开展。同时，直驱风电场并网系统小信号稳定性与上述3个关键因素之间的关系需依靠数值计算和具体案例仿真得到，这两种方法大幅增加了小信号稳定性分析的复杂度和计算量，且无法直观揭示系统振荡失稳的机理。而解析方法可以很好地弥补这一不足。因此，本文利用解析方法阐述直驱风电场经柔直并网系统的小信号稳定性与上述3个因素之间的关系。

首先，本文建立了直驱风电场经柔直并网系统在直流（direct current，DC）电压动态时间尺度下的降阶模型，该模型包含PMSG直流电压外环控制、PLL控制，以及VSC–HVDC交流电压外环控制。其次，基于降阶模型，推导得到系统的两个小信号稳定判据，判据受PMSG直流电压控制外环、PLL以及VSC–HVDC交流电压控制外环的影响。推导得到的小信号稳定判据以PMSG的最大输出功率和最大线路连接电抗表示，揭示了两个小信号稳定判据与PMSG、VSC–HVDC控制参数之间的解析关系。本文针对PMSG输出有功功率、线路连接电抗、PMSG直流电压控制外环、PLL控制参数、VSC–HVDC交流电压控制外环等关键因素，为小信号稳定判据如何引发小信号失稳提供了全新的解析视角。

1 直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的降阶模型

直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的结构如图1所示，系统可分为直驱风电场子系统和VSC–HVDC子系统。图1中，$U_{PCC}=U_{PCCx}+jU_{PCCy}$和$U_r=U_{rx}+jU_{ry}$分别为公共$x$–$y$坐标系下直驱风电场的公共连接点（point of common coupling，PCC）电压和VSC–HVDC整流侧的端电压；x_L为线路连接电抗；X为VSC–HVDC交流滤波电抗；R_{dc}和L_{dc}分别为直流输电线路的电阻和电抗；C_{dc}为VSC–HVDC直流电容；U_{dc}和U_{dc1}分别为直流侧电压和VSC–HVDC直流侧电压；P_r为直驱风电场向VSC–HVDC传输的有功功率；I_r为直驱风电场子系统与VSC–HVDC子系统之间的电流；r为风电场侧与VSC–HVDC整流站之间的公共连接点；i_{dc}为VSC–HVDC子系统直流侧的电流。直驱风电场中PMSG的详细全阶模型参见文献[12]。

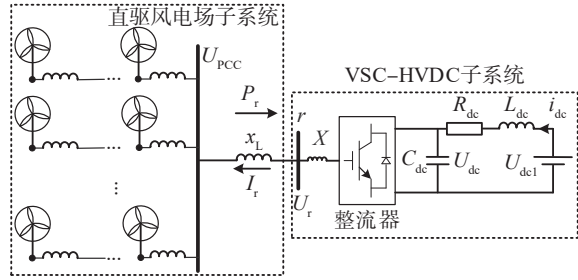


图1 直驱风电场经VSC–HVDC并网系统

Fig. 1 Direct-drive wind farm connected to the grid through the VSC–HVDC system

1.1 直流电压动态时间尺度下直驱风电场子系统的降阶模型

为研究直流电压动态时间尺度下直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的小信号稳定性，本文首先推导了直驱风电场中第k台PMSG的小信号降阶模型。直驱风电场中第k台PMSG的控制结构如图2所示。图2中，P_{nk}为第k台PMSG的机侧输出有功功率；P_{gk}为第k台PMSG的网侧输出有功功率；C_k为第k台PMSG

的直流母线电容；U_{dck}为第k台PMSG的直流母线电压；U_{edk}、U_{eqk}分别为第k台PMSG网侧变换器交流侧d、q轴电压；U_k为第k台PMSG并网点电压幅值，且$U_k=\sqrt{U_{dk}^2+U_{qk}^2}$；$X_{fk}$为第$k$台PMSG的GSC交流侧滤波电抗；$U_{dk}$、$U_{qk}$分别为第$k$台PMSG的PCC点$d$、$q$轴电压；$I_{dk}$、$I_{qk}$分别为第$k$台PMSG的网侧变换器输出$d$、$q$轴电流；$\theta_k$为第$k$台PMSG的电网电压相位；$\theta_{pk}$为第$k$台PMSG的PLL输出锁相相位。

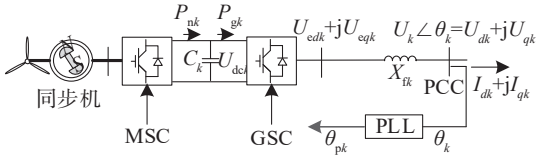


图2　第k台PMSG的控制结构

Fig. 2　Control structure of the kth PMSG

在分析直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的小信号稳定性时，PMSG中直流母线电容C_k足够大，可忽略PMSG机侧控制（machine-side control，MSC），包括永磁同步电机及其传动模型和MSC的动态响应[25]。

第k台PMSG机侧输出有功功率的微小变化量$\Delta P_{nk}=0$，因此直流线路的线性化模型为：

$$\begin{cases} C_k U_{dck0}\dfrac{\mathrm{d}\Delta U_{dck}}{\mathrm{d}t}=\Delta P_{nk}-\Delta P_{g0k}=-\Delta P_{g0k}, \\ \Delta P_{g0k}=I_{dk0}\Delta U_{dk0}+I_{qk0}\Delta U_{qk0}+U_{dk0}\Delta I_{dk0}+U_{qk0}\Delta I_{qk0} \end{cases} \tag{1}$$

式中：t为时间；下标0为稳态时变量的取值；C_k和U_{dck0}分别为第k台PMSG直流母线上的电容和电压；U_{dk0}、U_{qk0}、I_{dk0}、I_{qk0}分别为第k台PMSG连接点在d–q旋转坐标系下沿d轴和q轴的电压和输出电流；P_{g0k}为第k台PMSG的输出有功功率。

此时，第k台PMSG网侧控制器（grid–side controller，GSC）的控制结构如图3所示，GSC由直流电压控制外环和电流控制内环组成[12]。图3中，s为拉普拉斯算子；X_f为PMSG的滤波电抗；U_{dck}^{ref}为第k台PMSG直流母线电压参考值；K_{pvk}、K_{ivk}分别为第k台PMSG直流电压外环的比例系数和积分系数；I_{dk}^{ref}、I_{qk}^{ref}分别为第k台PMSG的d、q轴电流参考值；K_{pdk}、K_{pqk}分别为第k台PMSG电流内环d、q轴的比例系数；K_{idk}、K_{iqk}分别为第k台PMSG电流内环d、q轴的积分系数；V_{dk}、V_{qk}分别为第k台PMSG的GSC交流侧d、q轴端电压；U_{edk}^{ref}、U_{eqk}^{ref}分别为第k台PMSG的d、q轴调制电压参考值。

研究直流电压动态时间尺度的小信号稳定性时，通常可忽略电流控制内环[26–27]。因此，直流电压控制外环的线性化方程为：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\Delta x_{vk}}{\mathrm{d}t}=K_{ivk}\Delta U_{dck}, \\ \Delta I_{dk}^{ref}=K_{pvk}\Delta U_{dck}+\Delta x_{vk} \end{cases} \tag{2}$$

式中，x_{vk}为直流电压控制回路中积分器的输出。

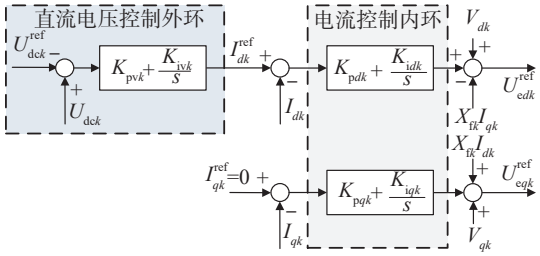


图3　第k台PMSG GSC的控制框图

Fig. 3　Configuration of the control system of the GSC of the kth PMSG

若PLL的带宽处于直流电压动态时间尺度上，则需考虑PLL的动态影响。图4为同步参考框架锁相环（synchronous reference frame phase-locked loop，SRF–PLL）的控制框图，其为最基本、最常用的PLL方案，线性化方程[28]为：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\Delta x_{pk}}{\mathrm{d}t}=K_{ppk}U_{k0}(\Delta\theta_k-\Delta\theta_{pk}), \\ \dfrac{\mathrm{d}\Delta\theta_{pk}}{\mathrm{d}t}=K_{ipk}U_{k0}(\Delta\theta_k-\Delta\theta_{pk})+\Delta x_{pk} \end{cases} \tag{3}$$

式中，K_{ppk}和K_{ipk}分别为PLL的比例和积分系数，x_{pk}为PLL控制中积分器的输出，U_{k0}为第k台PMSG并网点电压幅值。

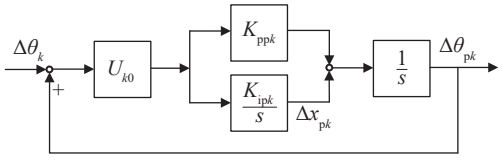


图4　SRF–PLL的控制框图

Fig. 4　Block diagram model of the SRF–PLL

联立直流电压控制外环和PLL共同确定的直驱风电场子系统，得到第k台PMSG的降阶小信号模型为：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Delta\boldsymbol{X}_k=\boldsymbol{A}_k\Delta\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{B}_k\Delta\boldsymbol{U}_k, \\ \Delta\boldsymbol{I}_k=\boldsymbol{C}_k\Delta\boldsymbol{X}_k, k=1,2,\cdots,N \end{cases} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{U}_k$、$\boldsymbol{I}_k$分别为第k台PMSG的端电压向量和输出电流向量，且$\boldsymbol{U}_k=[U_{kx}\ U_{ky}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{I}_k=[I_{kx}\ I_{ky}]^{\mathrm{T}}$，其中$U_{kx}+jU_{ky}$、$I_{kx}+jI_{ky}$分别为交流电网公共$x$–$y$坐标系下第$k$台PMSG的端电压复数值和输出电流复数值；$N$为风电场内PMSG总台数；$\boldsymbol{X}_k$为降阶模型状态变量的列向量，且$\boldsymbol{X}_k=[U_{dck}\ x_{vk}\ x_{pk}\ \theta_{pk}]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{A}_k$、$\boldsymbol{B}_k$和$\boldsymbol{C}_k$分别为第$k$台PMSG降阶模型的状态矩阵、输入矩阵和输出矩阵。用($\boldsymbol{A}_k$，$\boldsymbol{B}_k$，$\boldsymbol{C}_k$)表示第k台PMSG降阶模型的线性化状态空间模型，具体表达式如附录A式(A1)所示。

在实际风电场中，PMSG具有相同特征且来自同一制造商，整个风电场的风速分布基本均匀[28]。因此，假设风电场中PMSG具有相同的动态特性，即：

$$(\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}},\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}},\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}})=(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k,\boldsymbol{C}_k),\ k=1,2,\cdots,N \tag{5}$$

式中，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}$和$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}$分别为单台PMSG的状态矩阵、输入矩阵和输出矩阵。假设风电场内每台风机参数一致，则可认为所有风机的线性化状态空间模型相同。

忽略线路动态，直驱风电场子系统的节点阻抗矩阵可表示为[28]：

$$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{net}}(s)=\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}\otimes\boldsymbol{E}=(\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}+\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}})\otimes\boldsymbol{E} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{net}}(s)$为风电场网络的节点阻抗矩阵；$\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}+\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}$为网络电抗矩阵，其中$\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}$为风电场场内线路电抗矩阵，矩阵$\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}$中各元素$x_{ij}$，($i$=1,2,⋯,$N$;$j$=1,2,⋯,$N$)的形成原则可参考文献[29]，$\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}$为风电场到VSC–HVDC公共连接点的连接电抗矩阵，$\boldsymbol{X}_{\mathrm{w}}=\begin{bmatrix}x_{11}&x_{12}&\cdots&x_{1N}\\x_{21}&x_{22}&\cdots&x_{2N}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\x_{N1}&x_{N2}&\cdots&x_{NN}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}=\begin{bmatrix}x_{\mathrm{L}}&x_{\mathrm{L}}&\cdots&x_{\mathrm{L}}\\x_{\mathrm{L}}&x_{\mathrm{L}}&\cdots&x_{\mathrm{L}}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\x_{\mathrm{L}}&x_{\mathrm{L}}&\cdots&x_{\mathrm{L}}\end{bmatrix}$；$\boldsymbol{E}$为二维单位矩阵，$\boldsymbol{E}$=[0 −1;1 0]；⊗表示克罗劳内乘积。

直驱风电场的线路连接电抗通常远大于直驱风电场内部网络线路的电抗，因此$\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}$通常由$\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}$主导，即：

$$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{net}}(s)=\boldsymbol{X}_{\mathrm{net}}(s)=\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}\otimes\boldsymbol{E}\approx\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}\otimes\boldsymbol{E} \tag{7}$$

假设λ_i(i=1,2,⋯,N)为矩阵$\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}$的特征值，$\boldsymbol{v}_i$=[$v_{1i}$ v_{2i} ⋯ v_{Ni}]^{T}为对应的特征向量。由于$\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}$为实对称矩阵，可得$\boldsymbol{V}^{-1}=\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$，其中$\boldsymbol{V}$为矩阵$\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}$全部特征向量构成的特征向量矩阵，$\boldsymbol{V}$=[$\boldsymbol{v}_1$ $\boldsymbol{v}_2$ ⋯ $\boldsymbol{v}_N$]∈$\mathbb{R}^{N\times N}$。因此，可得：

$$\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{V}=\mathrm{diag}[\lambda_i],i=1,2,\cdots,N \tag{8}$$

式中，diag[λ_i]表示对角元素为λ_i的对角矩阵。

然后，引入以下状态变量向量变换，即：

$$\begin{cases}\Delta\boldsymbol{X}=\boldsymbol{V}_n\Delta\boldsymbol{Y},\\\Delta\boldsymbol{U}=\boldsymbol{V}_2\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{T}},\\\Delta\boldsymbol{I}=\boldsymbol{V}_2\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{9}$$

式中：$\Delta\boldsymbol{X}$=[$\Delta\boldsymbol{X}_1$ $\Delta\boldsymbol{X}_2$ ⋯ $\Delta\boldsymbol{X}_N$]；$\boldsymbol{V}_n=\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{E}_n$，$\boldsymbol{E}_n$为$n\times n$的单位矩阵，$n$为单台PMSG线性化模型的阶数；$\Delta\boldsymbol{Y}$为模态变换后状态向量；$\boldsymbol{V}_2=\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{E}_2$，$\boldsymbol{E}_2$=[1 0;0 1]；$\boldsymbol{U}$为直驱风电场子系统中所有PMSG端电压的列向量，且$\boldsymbol{U}$=[$\boldsymbol{U}_1^{\mathrm{T}}$ $\boldsymbol{U}_2^{\mathrm{T}}$ ⋯ $\boldsymbol{U}_N^{\mathrm{T}}$]^{T}；$\boldsymbol{I}$为直驱风电场子系统中所有PMSG输出电流构成的列向量，且$\boldsymbol{I}$=[I_1^{T} I_2^{T} ⋯ I_N^{T}]^{T}；$\boldsymbol{U}_{\mathrm{T}}$=[$\boldsymbol{U}_{\mathrm{t1}}^{\mathrm{T}}$ $\boldsymbol{U}_{\mathrm{t2}}^{\mathrm{T}}$ ⋯ $\boldsymbol{U}_{\mathrm{tN}}^{\mathrm{T}}$]^{T}∈$\mathbb{R}^{2N\times1}$；$\boldsymbol{I}_{\mathrm{T}}$=[$\boldsymbol{I}_{\mathrm{t1}}^{\mathrm{T}}$ $\boldsymbol{I}_{\mathrm{t2}}^{\mathrm{T}}$ ⋯$\boldsymbol{I}_{\mathrm{tN}}^{\mathrm{T}}$]^{T}∈$\mathbb{R}^{2N\times1}$。

系统的节点电压关系为：

$$\Delta\boldsymbol{U}=\boldsymbol{X}\Delta\boldsymbol{I}+\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}} \tag{10}$$

式中，$\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}$为VSC–HVDC整流站端电压向量。

将式(10)代入式(9)，可得：

$$\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{T}}=\boldsymbol{V}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\boldsymbol{V}_2\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{T}}+\boldsymbol{V}_2^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}=\mathrm{diag}[\lambda_i]\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{T}}+\boldsymbol{V}_2^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}} \tag{11}$$

即：

$$\Delta\boldsymbol{U}_{ti}=\lambda_i\boldsymbol{E}\Delta\boldsymbol{I}_{ti}+\boldsymbol{v}_i\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}},i=1,2,\cdots,N \tag{12}$$

式中，$\Delta\boldsymbol{U}_{ti}$、$\Delta\boldsymbol{I}_{ti}$分别为第$i$阶模态对应的等效子系统端电压小扰动和输出电流小扰动，$\boldsymbol{v}_i=\sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{v}_{ki}$为特征向量$\boldsymbol{v}_{ki}$的所有元素之和。

将式(9)、(12)代入式(4)，可得：

$$\begin{cases}s\Delta\boldsymbol{Y}=\mathrm{diag}[\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}]\Delta\boldsymbol{Y}+\mathrm{diag}[\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}]\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{T}},\\\Delta\boldsymbol{I}_{\mathrm{T}}=\mathrm{diag}[\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}]\Delta\boldsymbol{Y}\end{cases} \tag{13}$$

式中，diag[$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}$]、diag[$\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}$]和diag[$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}$]分别表示对角元素为$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}$和$\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}$的分块对角矩阵。

根据式(5)的假设，由式(12)、(13)和式(9)可得，直驱风电场子系统可等效为N个相互独立的子系统。第i个等效子系统的线性化模型为：

$$\begin{cases}s\Delta\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{Y}_i+\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{U}_{ti},\\\Delta\boldsymbol{I}_{ti}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{Y}_i,\\\Delta\boldsymbol{U}_{ti}=\lambda_i\boldsymbol{E}\Delta\boldsymbol{I}_{ti}+\boldsymbol{v}_i\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}\end{cases} \tag{14}$$

式中，$\boldsymbol{Y}_i$为直驱风电场子系统第i个等效子系统状态变量的列向量。

同时，电抗矩阵$\boldsymbol{X}_{\mathrm{L}}$的特征值$\lambda_i$、$\lambda_N$和特征向量$\boldsymbol{u}_i$、$\boldsymbol{u}_N$为：

$$\begin{cases}\lambda_i\approx0,\ \boldsymbol{u}_i\approx0,\ i=1,2,\cdots,N-1;\\\lambda_N\approx Nx_{\mathrm{L}},\ \boldsymbol{u}_N\approx\sqrt{N};\\\boldsymbol{u}_N\approx\left[\dfrac{1}{\sqrt{N}}\quad\dfrac{1}{\sqrt{N}}\quad\cdots\quad\dfrac{1}{\sqrt{N}}\right]^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{15}$$

根据式(14)和式(15)可得，前$N-1$个等效子系统的小信号线性化模型为：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Delta\boldsymbol{Y}_m=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{Y}_m,\\\Delta\boldsymbol{I}_{tm}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{Y}_m,m=1,2,\cdots,N-1\end{cases} \tag{16}$$

式中，$\Delta\boldsymbol{Y}_m$为第m个等效子系统的状态扰动向量，$\Delta\boldsymbol{I}_{tm}$为第$m$个等效模态子系统的输出电流小扰动。

由式(16)可知，前$N-1$个等效PMSG独立运行，与外部电力系统之间不存在交互。因此，前$N-1$个等效子系统的振荡稳定性可通过计算矩阵$\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}$的特征值进行评估。

根据式(14)、(15)可得，第N个等效子系统的小信号线性化模型为：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Delta\boldsymbol{Y}_N=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{Y}_N+\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{U}_{tN},\\\Delta\boldsymbol{I}_{tN}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}\Delta\boldsymbol{Y}_N,\\\Delta\boldsymbol{U}_{tN}=Nx_{\mathrm{L}}\boldsymbol{E}\Delta\boldsymbol{I}_{tN}+\sqrt{N}\,\Delta\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}\end{cases} \tag{17}$$

式中：$\boldsymbol{Y}_N$为直驱风电场子系统第N个等效子系统状态变量的列向量；$\boldsymbol{U}_{tN}$=[U_{tNx} U_{tNy}]^{T}，$\boldsymbol{I}_{tN}$=[I_{tNx} I_{tNy}]^{T}，其中，

$U_{tNx}+\mathrm{j}U_{tNy}$和$I_{tNx}+\mathrm{j}I_{tNy}$分别为交流电网公共$x$–$y$坐标系下第$N$个等效PMSG的端电压复数值和输出电流复数值；$Nx_{\mathrm{L}}$为全部风机聚合后对应的等效总连接电抗。

因此，系统的小信号稳定性可通过第N个等效子系统经VSC–HVDC并网系统进行评估。同时，第N个等效子系统注入VSC–HVDC子系统的电流为：

$$-\Delta \boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}=\sum_{i=1}^{N}\Delta \boldsymbol{I}_i \tag{18}$$

式中，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}$为风电场流入VSC–HVDC整流站的交流电流向量。

将式(9)代入式(18)，可得：

$$-\Delta \boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}=\sum_{i=1}^{N}\Delta \boldsymbol{I}_i=\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{v}_{ki}\Delta \boldsymbol{I}_{ti}=\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{v}_i\Delta \boldsymbol{I}_{ti} \tag{19}$$

将式(15)、(17)代入式(19)，可得：

$$\Delta \boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}=-\sqrt{N}\,\Delta \boldsymbol{I}_{t\mathrm{N}}=-\sqrt{N}\,\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}\Delta \boldsymbol{Y}_N \tag{20}$$

直驱风电场子系统的降阶小信号模型为：

$$\begin{cases} s\Delta \boldsymbol{Y}_N=\boldsymbol{A}_{\mathrm{n1}}\Delta \boldsymbol{Y}_N+\boldsymbol{B}_{\mathrm{n1}}\Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}, \\ \Delta \boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{n1}}\Delta \boldsymbol{Y}_N \end{cases} \tag{21}$$

式中，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{n1}}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{n1}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n1}}$分别为风电场等效聚合子系统的状态矩阵、输入矩阵和输出矩阵，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{n1}}=\boldsymbol{A}_{\mathrm{p}}+N\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}x_{\mathrm{L}}\boldsymbol{E}\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}$，$\boldsymbol{B}_{\mathrm{n1}}=\sqrt{N}\,\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}}$，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n1}}=-\sqrt{N}\,\boldsymbol{C}_{\mathrm{p}}$。第$N$个等效子系统经VSC–HVDC并网系统如图5所示。

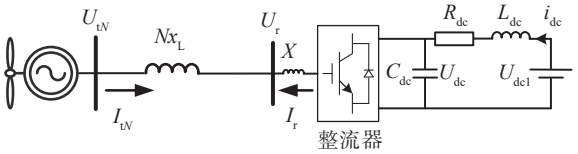


图5　第N个等效子系统经VSC–HVDC并网系统

Fig. 5　The Nth equivalent subsystem via VSC–HVDC system

1.2　VSC–HVDC子系统的降阶模型

VSC–HVDC子系统的整流侧控制交流电压U_{r}的幅值和频率。在强交流电网假设下，逆变站可保持直流母线电压恒定。因此，可将受端逆变器等效为恒定直流电压源[23]，VSC–HVDC送端整流侧的控制结构如图6所示。图6中，U_{rd}、U_{rq}分别为整流站交流侧d、q轴电压，U_{rd}^{ref}为整流站交流电压d轴参考值，K_{p1}、K_{i1}分别为交流电压外环的比例系数和积分系数，x_1、x_3为交流电压外环积分器状态变量，I_{rd}和I_{rq}为VSC–HVDC整流侧电流在d–q坐标系下的分量，I_{rd}^{ref}、I_{rq}^{ref}分别为电流内环d、q轴电流参考值，K_{p2}、K_{i2}分别为电流内环的比例系数和积分系数，x_2、x_4为电流内环积分状态变量，X为整流站交流侧滤波电抗。交流电压控制外环分别控制d轴和q轴电压为U_{rd}^{ref}和0，因此交流电压幅值保持恒定。

VSC–HVDC电流控制内环的暂态响应远快于交流

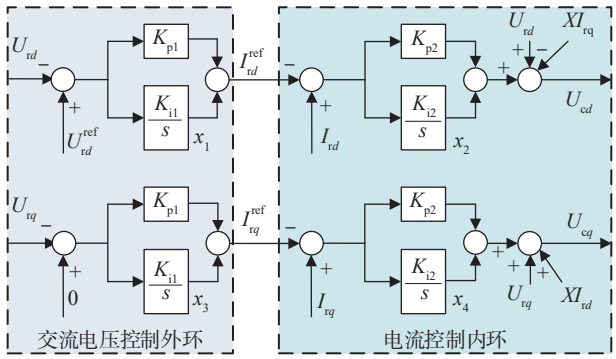


图6　VSC–HVDC控制结构

Fig. 6　Configuration of the VSC–HVDC control

电压控制外环，因此直流电压动态时间尺度下的小信号稳定性研究可忽略电流控制内环的动态[26]，可得：

$$\Delta I_{rd}=\Delta I_{rd}^{\mathrm{ref}},\Delta I_{rq}=\Delta I_{rq}^{\mathrm{ref}} \tag{22}$$

由图6可得，交流电压控制外环各积分控制器输出分别为x_1和x_3，其线性化方程为：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\Delta x_1}{\mathrm{d}t}=-K_{\mathrm{i1}}\Delta U_{rd}, \\ \dfrac{\mathrm{d}\Delta x_3}{\mathrm{d}t}=-K_{\mathrm{i1}}\Delta U_{rq} \end{cases} \tag{23}$$

由图6可得：

$$\begin{cases} \Delta I_{rd}^{\mathrm{ref}}=-K_{\mathrm{p1}}\Delta U_{rd}+\Delta x_1, \\ \Delta I_{rq}^{\mathrm{ref}}=-K_{\mathrm{p1}}\Delta U_{rq}+\Delta x_3 \end{cases} \tag{24}$$

联立式(22)～(24)可得，VSC–HVDC子系统在直流电压动态时间尺度下的降阶小信号模型为：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{m}}=\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{m}}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{m}}\Delta \boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}, \\ \Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{m}}\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{m}}+\boldsymbol{D}_{\mathrm{m}}\Delta \boldsymbol{I}_{\mathrm{r}} \end{cases} \tag{25}$$

式中：$\boldsymbol{U}_{\mathrm{r}}=[U_{\mathrm{rx}}\ U_{\mathrm{ry}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{r}}=[I_{\mathrm{rx}}\ I_{\mathrm{ry}}]^{\mathrm{T}}$，其中，$U_{\mathrm{rx}}+\mathrm{j}U_{\mathrm{ry}}$和$I_{\mathrm{rx}}+\mathrm{j}I_{\mathrm{ry}}$分别为交流电网公共$x$–$y$坐标系下VSC–HVDC的端电压复数值和输出电流复数值；$\boldsymbol{X}_{\mathrm{m}}$为VSC–HVDC降阶模型状态变量的列向量，$\boldsymbol{X}_{\mathrm{m}}=[x_1\ x_3]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{m}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{m}}$和$\boldsymbol{D}_{\mathrm{m}}$分别为VSC–HVDC子系统降阶模型的状态矩阵、输入矩阵、输出矩阵和反馈矩阵。用$(\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}},\boldsymbol{B}_{\mathrm{m}},\boldsymbol{C}_{\mathrm{m}},\boldsymbol{D}_{\mathrm{m}})$表示VSC–HVDC子系统降阶模型的线性化状态空间模型，其具体表达式如附录A式(A2)所示。

1.3　直流电压时间尺度下系统的降阶模型

联立式(21)和式(25)可得，直流电压动态时间尺度下直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的降阶小信号模型为：

$$s\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{sys}}=\boldsymbol{A}\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{sys}} \tag{26}$$

式中，$\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{sys}}$为风电场+柔直的全系统状态扰动，$\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{sys}}=\begin{bmatrix}\Delta \boldsymbol{X}_{\mathrm{m}}\\ \Delta \boldsymbol{Y}_N\end{bmatrix}$；$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{m}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}\\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{m}} & \boldsymbol{A}_{\mathrm{n}}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{m}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}\end{bmatrix}$，其中，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{n}}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{n}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}$分别为聚合等效后的直驱风电子系统的状态矩阵、输入矩阵、输出矩阵。

在直流电压动态时间尺度下，系统降阶模型状态矩阵$\boldsymbol{A}$的详细推导过程见附录A式(A3)～(A5)；直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的全阶模型推导过程如附录B所示。

2 直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的小信号稳定判据

2.1 小信号稳定判据

为解析推导直流电压动态时间尺度下直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的小信号稳定判据，作出如下假设：PMSG在运行过程中具有高功率因数，确保PMSG输出的无功功率极小，即$Q_{g0}\approx 0$，且端电压的幅值近似为1，即$U_0\approx 1$。

根据式(26)可得，系统的特征方程为：

$$|s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}|=a_6s^6+a_5s^5+a_4s^4+a_3s^3+a_2s^2+a_1s^1+a_0s^0=0 \tag{27}$$

式中，系数a_i(i=0,1,⋯,6)的计算如附录C所示。根据劳斯–赫尔维茨稳定判据，对式(27)进行分析，得出系统小信号稳定性需满足以下条件：

$$\begin{cases} a_6>0, a_5>0, a_4>0, a_3>0, a_2>0, a_1>0, a_0>0; \\ a_7=a_5a_4-a_6a_3>0, {}_8=a_5a_2-a_6a_1>0; \\ a_9=a_7a_3-a_5a_8>0, a_{10}=a_7a_1-a_5a_0>0; \\ a_{11}=a_9a_8-a_7a_{10}>0 \end{cases} \tag{28}$$

由附录C可知，系数a_i关于线路连接电抗x_{L}的最高阶为四次方。因此，直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的六阶特征方程系数a_i可表示为关于线路连接电抗x_{L}的代数多项式，具体形式如下：

$$a_i=k_{\mathrm{L}0i}+k_{\mathrm{L}1i}x_{\mathrm{L}}+\cdots+k_{\mathrm{L}mi}x_{\mathrm{L}}^4 \tag{29}$$

式中，系数$k_{\mathrm{L}mi}$(m=0,1,⋯,4; i=0,1,⋯,6)仅与PMSG的并网台数、直流电压控制外环、PLL、PMSG的输出有功功率以及VSC–HVDC送端整流侧的交流电压控制外环有关；为推导出满足系统小信号稳定条件的最大线路连接电抗，需固定这些参数数值。在这种情况下，系数a_i中仅包含未知数线路连接电抗x_{L}。

结论1：将式(29)代入式(28)可得，当且仅当线路连接电抗x_{L}满足式(30)时，直驱风电场经VSC–HVDC并网系统小信号稳定。

$$x_{\mathrm{L}}<t_{\mathrm{L}0} \tag{30}$$

式中，$t_{\mathrm{L}0}$为系统允许最大线路连接电抗，其为式(31)中18阶方程的最小正实解，即满足所有不等式的最小正实零点。

$$F_{\mathrm{L}0}(t_1)=m_0+\sum_{i=1}^{17}m_it_1^i+t_1^{18}=0 \tag{31}$$

式中：$F_{\mathrm{L}0}(t_1)$为求解最大允许线路电抗的特征多项式；t_1为多项式求解变量；系数m_i(i=1,2,⋯,17)仅与GSC的直流电压外环控制参数、PLL控制参数、VSC–HVDC交流电压外环控制参数、PMSG输出有功功率P_{g0}以及直驱风电场中PMSG的数量N有关。

结论2：同理，由附录C可知，系数a_i关于PMSG输出有功功率P_{g0}的最高阶为六次方。因此，直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的六阶特征方程系数a_i可表示为关于PMSG输出有功功率P_{g0}的代数多项式，具体形式如下：

$$a_i=k_{\mathrm{P}0i}+k_{\mathrm{P}1i}P_{g0}+\cdots+k_{\mathrm{P}ni}P_{g0}^6 \tag{32}$$

式中：系数$k_{\mathrm{P}ni}$(n=0,1,⋯,6; i=0,1,⋯,6)仅与PMSG的并网台数、直流电压控制外环、PLL、线路连接电抗以及VSC–HVDC送端整流侧的交流电压控制外环有关。为推导出满足系统小信号稳定条件的最大单台PMSG输出有功功率，需固定这些参数数值。在这种情况下，系数a_i中仅包含未知数PMSG输出有功功率P_{g0}。

将式(32)代入式(28)可得，当且仅当PMSG输出有功功率满足式(33)时，直驱风电场经VSC–HVDC并网系统小信号稳定。

$$P_{g0}<t_{\mathrm{P}0} \tag{33}$$

式中，$t_{\mathrm{P}0}$为系统允许单台PMSG最大输出有功功率，其为式(34)中24阶方程的最小正实解，即满足所有不等式的最小正实零点。

$$F_{\mathrm{P}0}(t_2)=n_0+\sum_{i=1}^{23}n_it_2^i+t_2^{24}=0 \tag{34}$$

式中：$F_{\mathrm{P}0}(t_2)$为求解最大允许单台PMSG输出有功功率的特征多项式；系数n_i(i=1,2,⋯,23)仅与GSC的直流电压外环控制参数、PLL控制参数、VSC–HVDC交流电压外环控制参数、线路连接电抗x_{L}以及直驱风电场中PMSG的数量N有关。

2.2 关于小信号稳定判据的说明

1)结论1表明，线路连接电抗x_{L}越大，系统发生振荡失稳的风险越高。因此，参数$t_{\mathrm{L}0}$定义了系统所能承受的最大线路连接电抗，以确保直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的小信号稳定性。

2)结论2表明，PMSG的输出有功功率P_{g0}越大，系统振荡失稳的风险越高。因此，参数$t_{\mathrm{P}0}$定义了PMSG的最大输出有功功率，以确保直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的小信号稳定性。

3)式(31)和式(34)，即$F_{\mathrm{L}0}(t)=0$和$F_{\mathrm{P}0}(t)=0$给出的代数方程系数，仅与PMSG直流电压控制外环、PLL以及VSC–HVDC交流电压外环控制参数有关。因此，结论1和结论2阐释了PMSG直流电压控制外环、PLL以及VSC–HVDC交流电压外环参数设置不当对应的物理含义。具体而言，当方程$t_{\mathrm{L}0}$和$t_{\mathrm{P}0}$的解取值较小时，系统发生振荡失稳的风险更高。

4）结论 1 和结论 2 揭示了 3 个关键因素（线路连接电抗 x_L、PMSG 输出有功功率 P_{g0} 与 GSC 中直流电压控制外环、PLL 与 VSC–HVDC 交流电压控制外环的控制参数设置）与直驱风电场经 VSC–HVDC 并网系统小信号稳定性之间的关系，并通过式（30）和式（33）进行解析。若这些关键因素的参数变化不符合小信号稳定判据，则可能导致直驱风电场经 VSC–HVDC 并网系统出现振荡失稳。

5）需要注意，本文推导的小信号稳定判据仅适用于直流电压动态时间尺度下直驱风电场经 VSC–HVDC 并网系统的小信号稳定性分析。其他情况下直驱风电场经 VSC–HVDC 并网系统的小信号稳定性研究，需重新推导相应判据，若系统由高频 PLL 主导，则应保留 PMSG 的 PLL 及 VSC–HVDC 交流电压控制外环。

6）与现有方法相比，本文提出的小信号稳定判据具有以下优势：

计算复杂度低：相较于传统的特征值分析方法，本文提出的小信号稳定判据计算复杂度较低，能更快速地评估直驱风电场经 VSC–HVDC 并网系统的小信号稳定性。

物理意义明确：本文所提小信号稳定判据是基于系统的控制参数，能更直观反映系统的动态行为和稳定性影响因素。

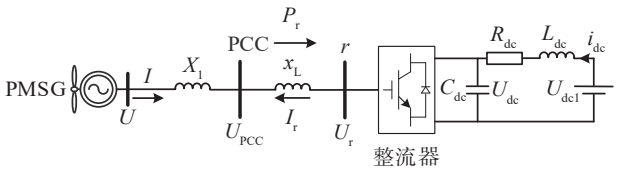
参数调整指导性强：通过调整 PMSG 直流电压控制外环、PLL 以及 VSC–HVDC 交流电压控制外环等关键控制参数，可有效提高系统的小信号稳定性，为参数调试提供依据，增强系统在不同运行条件下的稳定性。

3　算例验证

3.1　单台 PMSG 经 VSC–HVDC 并网系统小信号稳定性

单台 PMSG 经 VSC–HVDC 并网系统结构如图 7 所示。除直流电压控制外环和 PLL 外，PMSG 其他参数如附录 D 表 D1、D2 所示；VSC–HVDC 送端整流侧电流控制内环的控制参数见附录 D 表 D3。算例 1 和算例 2 的全阶模型与降阶模型的非线性仿真结果对比分别见附录 D 图 D1、D2。

PMSG 直流电压控制外环和 PLL 控制参数分别为 K_{pv}=0.5、K_{iv}=100、K_{pp}=4、K_{ip}=3；VSC–HVDC 送端整流侧交流电压控制外环的控制参数为 K_{p1}=0.4、K_{i1}=80。根据理论分析（结论 1 和结论 2），单台 PMSG 经 VSC–HVDC 并网系统在直流电压外环动态时间尺度上可能会出现小信号失稳。两个小信号稳定判据如下：1）当线路连接电抗 x_L 固定时，系统的小信号稳定条件为 P_{g0}<t_{P0}；2）当 PMSG 输出有功功率 P_{g0} 固定时，系统的小信号稳定条件为 x_L<t_{L0}。算例 1～4 用于评估结论 1 和结论 2 的有效性。



注：U 为 PMSG 端电压，I 为 PMSG 的输出电流，X_l 为 PMSG 接入并网点的电抗。

图 7　单台 PMSG 经 VSC–HVDC 并网系统

Fig. 7　Configuration of a single PMSG–based wind power delivery system via the VSC–HVDC

3.1.1　算例 1：PMSG 输出有功功率对系统小信号稳定性的影响

将线路连接电抗 x_L 设置为 0.50 p.u.。根据式（34），计算得到小信号稳定判据为 t_{P0}=0.58 p.u.，即在保持系统小信号稳定的前提下，PMSG 的最大输出功率为 P_{g0max}=t_{P0}=0.58 p.u.（结论 2）。为验证该结果的准确性，改变 PMSG 的输出功率，并使用系统全阶模型（附录 B 式（B8））和降阶模型（式（26））计算主导振荡模式，计算结果如表 1 所示。由表 1 可知，当 PMSG 输出功率 P_{g0} > 0.58 p.u. 时，直驱风电场经 VSC–HVDC 并网系统发生小信号失稳，验证了结论 2 的正确性。

表 1　P_{g0} 变化时系统的主导振荡模式计算结果（算例 1）

Tab. 1　Computation results of the dominant oscillation model when P_{g0} varied (Case 1)

P_{g0}/p.u.	全阶模型	降阶模型
0.50	−0.026±j31.150	−0.123±j31.150
0.55	0.069±j31.170	−0.034±j31.170
0.58	0.120±j31.180	0.023±j31.170
0.60	0.151±j31.180	0.057±j31.180

算例 1 的非线性仿真结果如图 8 所示，其中包含系统小信号稳定和小信号失稳的场景，验证了结论 2 的正确性。

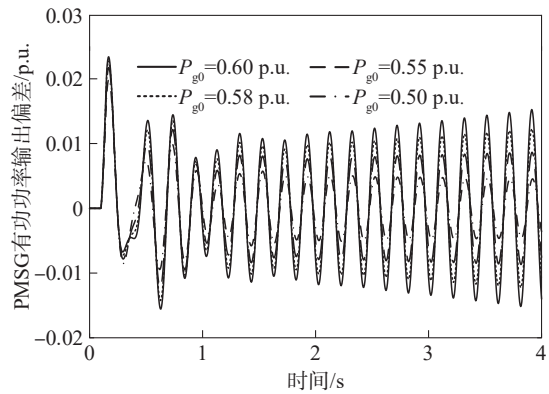


图 8　算例 1 的非线性仿真结果

Fig. 8　Nonlinear simulation results of Case 1

3.1.2 算例2：线路连接电抗对系统小信号稳定性的影响

将PMSG输出有功功率P_{g0}设置为0.65 p.u.。根据式(31)，计算得到小信号稳定判据为t_{L0}=0.47 p.u.。根据结论1，当且仅当线路连接电抗x_L满足$x_L < t_{L0}$=0.47 p.u.时，系统保持小信号稳定。

为验证该结果的准确性，改变线路连接电抗x_L，并使用系统全阶模型与降阶模型计算主导振荡模式，计算结果如表2所示。由表2可知，当线路连接电抗$x_L > t_{L0}$=0.47 p.u.时，直驱风电场经VSC–HVDC并网系统出现小信号失稳，验证了结论1的正确性。

算例2的非线性仿真结果如图9所示，展示了系统小信号稳定和小信号失稳的场景，进一步验证了结论1的正确性。

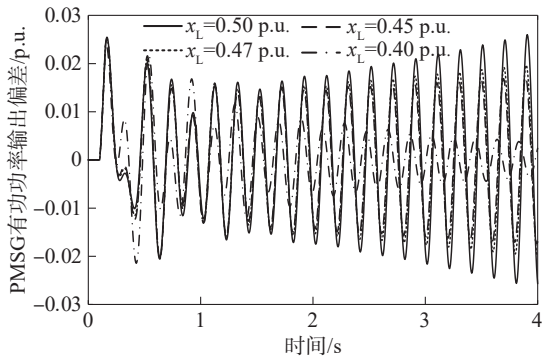


图9 算例2的非线性仿真结果

Fig. 9 Nonlinear simulation results of Case 2

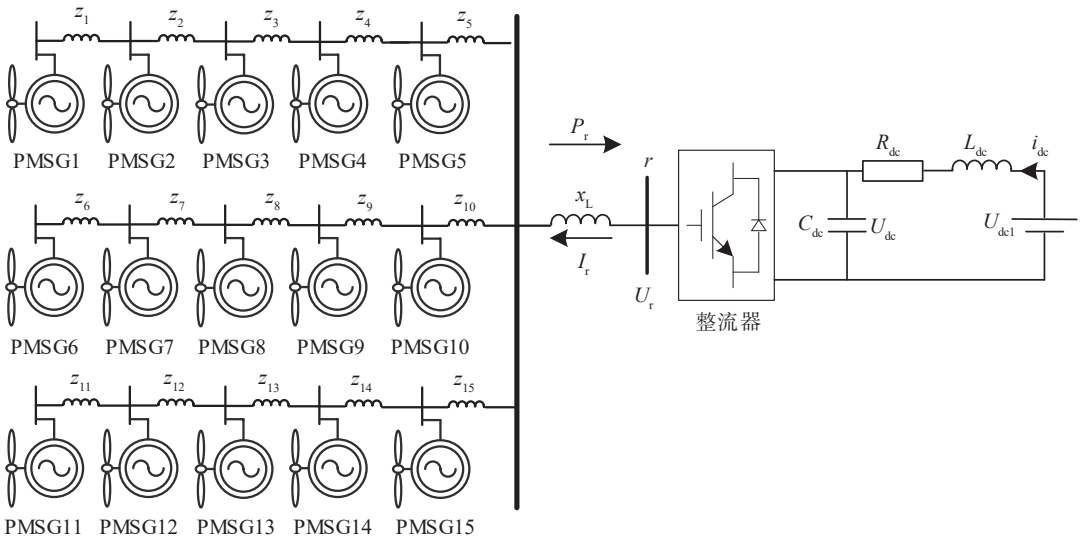
表2 x_L变化时系统的主导振荡模式计算结果（算例2）

Tab. 2 Computation results of the dominant oscillation when x_L varied (Case 2)

x_L/p.u.	全阶模型	降阶模型
0.40	−0.38±j31.78	−0.480±j31.880
0.45	0.08±j31.29	−0.027±j31.430
0.47	0.14±j31.21	0.035±j31.340
0.50	0.22±j31.17	0.108±j31.250

3.2 多台PMSG经VSC–HVDC并网系统小信号稳定性

包含15台PMSG的直驱风电场经VSC–HVDC并网系统如图10所示。除直流电压控制外环和PLL外，PMSG其余参数如附录D表D1、D2所示；VSC–HVDC送端整流侧的电流控制内环控制参数如附录D表D3所示。算例3、4的全阶模型与降阶模型的非线性仿真结果对比分别见附录D图D3、D4。风电场规划时，各PMSG采用相同的型号和参数，并考虑典型的输出有功功率情况。因此，在本节算例分析中，直驱风电场子系统各PMSG的动态特性相似。



注：z_i为直驱风电场子系统网络中的线路电抗，z_i=(0.001+j0.015)p.u.，i=1,2,…,15。

图10 多台PMSG经VSC–HVDC并网系统

Fig. 10 Multiple PMSGs connected to the VSC–HVDC grid system

直驱风电场子系统中，每台PMSG直流电压控制外环和PLL控制参数分别为K_{pv}=3、K_{iv}=300、K_{pp}=20、K_{ip}=8；VSC–HVDC交流电压控制外环的控制参数为K_{p1}=5、K_{i1}=100。根据理论分析(结论1和结论2)，多台PMSG经VSC–HVDC并网系统在直流电压动态时间尺度上可能出现小信号失稳情况。两个小信号稳定判据如下：1)线路连接电抗x_L固定，定义为$P_{g0} < t_{P0}$；2)PMSG输出有功功率P_{g0}固定，定义为$x_L < t_{L0}$。

3.2.1 算例3：PMSG输出有功功率对系统小信号稳定性的影响

将线路连接电抗x_L设置为0.12 p.u.。根据式(34)计算得出t_{P0}=0.155 p.u.，因此，直驱风电场子系统中单台

PMSG的最大输出有功功率为0.155 p.u.（结论2）。当单台PMSG的输出有功功率满足P_{g0}>0.155 p.u.时，系统将发生小信号失稳。

为验证上述结果，采用附录B式（B8）的全阶模型状态矩阵计算系统的主导振荡模式。不同PMSG输出有功功率情况下，全阶模型与降阶模型的主导振荡模式计算结果如表3所示。由表3可知，当单台PMSG输出有功功率P_{g0}>0.155 p.u.时，系统主导振荡模式的阻尼系数为负，验证了小信号稳定判据的正确性。

表3　P_{g0}变化时系统的主导振荡模式计算结果（算例3）

Tab. 3　Computation results of the dominant oscillation model when P_{g0} varied (Case 3)

P_{g0}/p.u.	全阶模型	降阶模型
0.150	−0.210±j37.160	−0.290±j37.240
0.153	0.041±j36.880	−0.070±j37.010
0.155	0.160±j36.690	0.049±j36.870
0.157	0.384±j36.510	0.272±j36.630

算例3的非线性仿真结果如图11所示，展示了系统小信号稳定和小信号失稳的场景，进一步验证了结论2的正确性。

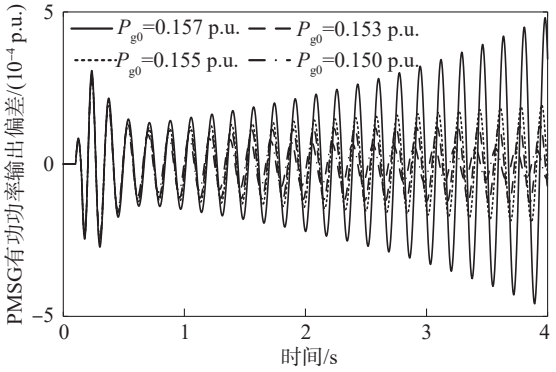


图11　算例3的非线性仿真结果

Fig. 11　Nonlinear simulation results of Case 3

3.2.2　算例4：线路连接电抗对系统小信号稳定性的影响

在直驱风电场子系统中，单台PMSG输出有功功率P_{g0}设置为0.150 p.u.。根据式（31），计算得到线路连接电抗x_L的小信号稳定判据为t_{L0}=0.138 p.u.。根据结论1，当且仅当线路连接电抗x_L满足$x_L < t_{L0}$=0.138 p.u.时，直驱风电场经VSC–HVDC并网系统保持小信号稳定性。随着线路连接电抗x_L的变化，系统全阶模型和降阶模型的主导振荡模式计算结果如表4所示。算例4的非线性仿真结果如图12所示，展示了系统在小信号稳定和小信号失稳两种场景下的动态行为，从而验证了结论1的正确性。

表4　x_L变化时系统的主导振荡模式计算结果（算例4）

Tab. 4　Computation results of the dominant oscillation model when x_L varied (Case 4)

x_L/p.u.	全阶模型	降阶模型
0.130	−0.021±j36.350	−0.141±j36.850
0.135	0.088±j35.910	−0.042±j36.430
0.138	0.163±j35.610	0.043±j36.080
0.140	0.212±j35.420	0.099±j35.860

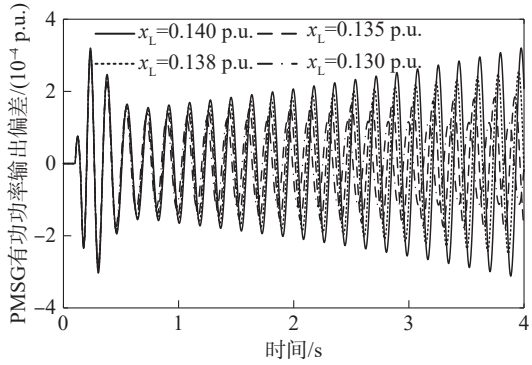


图12　算例4的非线性仿真结果

Fig. 12　Nonlinear simulation results of Case 4

4　结　论

本文推导了直驱风电场经VSC–HVDC并网系统在直流电压动态时间尺度下的小信号稳定判据，主要结论如下：

1）当直驱风电场与VSC–HVDC之间的线路连接电抗x_L固定时，系统的小信号稳定判据由单台PMSG最大输出有功功率t_{P0}表示。推导出的判据表明，PMSG输出有功功率增大会增加系统小信号失稳风险。

2）当直驱风电场中PMSG输出有功功率P_{g0}固定时，系统的小信号稳定判据由连接线路的最大电抗t_{L0}表示。推导出的判据证明，在弱电网连接条件下，直驱风电场经VSC–HVDC并网系统易失稳。

3）推导出的判据建立了直驱风电场经VSC–HVDC并网系统小信号稳定性的5个关键影响因素间的关联，包括PMSG直流电压外环控制系数、PLL控制系数、VSC–HVDC交流电压控制外环系数、PMSG输出有功功率以及线路连接电抗。该分析有助于更深入理解直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的小信号失稳机理。

需要注意，本文的小信号稳定性分析是基于直驱风电场经VSC–HVDC并网系统的情况进行的。对于直驱风电场经MMC–HVDC并网系统的小信号稳定性分析，将在未来研究中进一步开展。

附录见本刊网络版，扫描标题旁的二维码可阅读网络全文。

参考文献：

[1] Cai Xu, Yang Renxin, Zhou Jianqiao, et al. Review on offshore wind power integration via DC transmission[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(21): 2–22. [蔡旭, 杨仁炘, 周剑桥, 等. 海上风电直流送出与并网技术综述[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(21): 2–22.]

[2] Wang Xifan, Wei Xiaohui, Ning Lianhui, et al. Integration techniques and transmission schemes for off-shore wind farms[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(31): 5459–5466. [王锡凡, 卫晓辉, 宁联辉, 等. 海上风电并网与输送方案比较[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(31): 5459–5466.]

[3] Buchhagen C, Greve M, Menze A, et al. Harmonic stability—practical experience of a TSO[C]//Proceedings of the 15th Wind Integration Workshop. Darmstadt: Energynautics GmbH, 2016: 1–6.

[4] Lyu Jing, Dong Peng, Shi Gang, et al. Subsynchronous oscillation and its mitigation of MMC-based HVDC with large doubly-fed induction generator-based wind farm integration[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(19): 4852–4860. [吕敬, 董鹏, 施刚, 等. 大型双馈风电场经 MMC–HVDC 并网的次同步振荡及其抑制[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(19): 4852–4860.]

[5] Lyu Jing, Cai Xu, Zhang Zhankui, et al. Impedance modeling and stability analysis of MMC-based HVDC for offshore wind farms[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(14): 3771–3780. [吕敬, 蔡旭, 张占奎, 等. 海上风电场经 MMC–HVDC 并网的阻抗建模及稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(14): 3771–3780.]

[6] Li Haozhi, Xie Xiaorong, Liu Ruitong, et al. Analysis and mitigation of the subsynchronous oscillation in renewable energy system connected to the MMC–HVDC[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(8): 2945–2954. [李浩志, 谢小荣, 刘芮彤, 等. 新能源经柔直送出系统的次同步振荡分析与抑制[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(8): 2945–2954.]

[7] Du Zhenyu, Yang Yuexi, Ji Ke, et al. High frequency harmonic resonance and suppression in Zhangbei Project[J]. Power System Technology, 2022, 46(8): 3066–3075. [杜镇宇, 阳岳希, 季柯, 等. 张北柔直工程高频谐波振荡机理与抑制方法研究[J]. 电网技术, 2022, 46(8): 3066–3075.]

[8] Gao Lei, Lyu Jing, Cai Xu. Analysis of mid-frequency oscillation characteristics in Rudong MMC–HVDC system for offshore wind farms[J]. Power System Technology, 2023, 47(9): 3495–3506. [高磊, 吕敬, 蔡旭. 如东海上风电柔直送出系统的中频振荡特性分析[J]. 电网技术, 2023, 47(9): 3495–3506.]

[9] Zhao Zheng, Li Ming, Tian Yuanyuan, et al. Resonance analysis and suppression in Jiangsu Rudong offshore wind power flexible DC system[J]. Electric Power Construction, 2023, 44(6): 144–152. [赵峥, 李明, 田园园, 等. 江苏如东海上风电柔直工程系统谐振分析与抑制[J]. 电力建设, 2023, 44(6): 144–152.]

[10] Huang Shoudao, Rong Fei. Power conversion and control of wind power system based on flexible DC transmission[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2017. [黄守道, 荣飞. 基于柔性直流输电的风电系统功率变换与控制[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2017.]

[11] Sun Kun, Yao Wei, Zhou Yi, et al. Mechanism analysis and suppression of medium-frequency oscillation based on the SISO impedance in a PMSG-based wind farm when connected to a VSC – HVDC[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(2): 442–453. [孙焜, 姚伟, 周毅, 等. 基于 SISO 序阻抗的直驱风场经柔直输电系统中频振荡机理分析及抑制[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(2): 442–453.]

[12] Wang Yifan, Zhao Chengyong, Guo Chunyi. Transfer function model and low-frequency stability analysis for PMSG-based wind farm interconnected with flexible-HVDC system[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(5): 1485–1497. [王一凡, 赵成勇, 郭春义. 直驱风电场与柔直互联系统的传递函数模型及其低频振荡稳定性分析[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(5): 1485–1497.]

[13] Liu Hanchao, Sun Jian. Voltage stability and control of offshore wind farms with AC collection and HVDC transmission[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2014, 2(4): 1181–1189.

[14] Yu Jing, Lin Hongfei, Wang Xiao, et al. Mechanism analysis of near fundamental-frequency positive /negative-sequence oscillations in MMC–HVDC connected direct-drive wind farm [J]. Electric Power Construction, 2024, 45(2): 10–25. [于婧, 林鸿飞, 王潇, 等. 直驱风电场经柔直送出系统近工频正/负序振荡机理分析[J]. 电力建设, 2024, 45(2): 10–25.]

[15] Shao Bingbing, Zhao Zheng, Xiao Qi, et al. Weak robustness analysis of close subsynchronous oscillation modes' participation factors in multiple direct-drive wind turbines with the VSC–HVDC system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(3): 754–769. [邵冰冰, 赵峥, 肖琪, 等. 多直驱风机经柔直并网系统相近次同步振荡模式参与因子的弱鲁棒性分析[J]. 电工技术学报, 2023, 38(3): 754–769.]

[16] Shao Bingbing, Zhao Shuqiang, Pei Jikun, et al. Subsynchronous oscillation characteristic analysis of grid-connected DDWFs via VSC–HVDC system[J]. Power System Technology, 2019, 43(9): 3344–3352. [邵冰冰, 赵书强, 裴继坤, 等. 直驱风电场经 VSC–HVDC 并网的次同步振荡特性分析[J]. 电网技术, 2019, 43(9): 3344–3352.]

[17] Shao Bingbing, Zhao Shuqiang, Gao Benfeng, et al. Inside wind-farm/wind-farm-grid sub-synchronous oscillation char-

acteristics analysis in multiple D－PMSGs interfaced with VSC－HVDC system[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(12):3835–3846.[邵冰冰,赵书强,高本锋,等.多直驱风机经VSC–HVDC并网系统场内/场网次同步振荡特性分析[J].中国电机工程学报,2020,40(12):3835–3846.]

[18] Shao Bingbing, Zhao Shuqiang, Yang Yongheng, et al. Subsynchronous oscillation characteristics and analysis of direct-drive wind farms with VSC–HVDC systems[J].IEEE Transactions on Sustainable Energy,2021,12(2):1127–1140.

[19] Shao Bingbing,Zhao Shuqiang,Gao Benfeng,et al.Adequacy of the single-generator equivalent model for stability analysis in wind farms with VSC–HVDC systems[J].IEEE Transactions on Energy Conversion,2021,36(2):907–918.

[20] Wang Yifan,Zhao Chengyong,Guo Chunyi,et al.Dynamics and small signal stability analysis of PMSG-based wind farm with an MMC－HVDC system[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems,2020,6(1):226–235.

[21] Wang Yifan,Zhao Chengyong.Analysis of oscillation modes of a hybrid-based wind farm transmitted through MMC－HVDC[J].Power System Protection and Control,2020,48(9):18–26.[王一凡,赵成勇.混合型风电场经MMC–HVDC送出系统的振荡模式分析[J].电力系统保护与控制,2020,48(9):18–26.]

[22] Zeng Qianqian,Zhu Jianhang,Hu Jiabing,et al.Analysis of 6 Hz SSO caused by the interaction between wind turbines and MMC－HVDC[C]//Proceedings of the 2023 IEEE 6th International Electrical and Energy Conference (CIEEC).Piscataway:IEEE,2023.

[23] Gao Benfeng,Liu Yangyang,Wang Xiao.Subsynchronous oscillation mechanism analysis of direct-drive wind farm with VSC–HVDC system based on path analysis method[J].Proceedings of the CSEE,2023,43(17):6646–6659.[高本锋,刘洋洋,王潇.基于路径分析法的直驱风电场经柔直并网系统次同步振荡机理分析[J].中国电机工程学报,2023,43(17):6646–6659.]

[24] Gao Benfeng,Liu Yangyang,Shao Bingbing,et al.A path analysis method to study the subsynchronous oscillation mechanism in direct-drive wind farm with VSC－HVDC system[J].International Journal of Electrical Power & Energy Systems,2022,142:108328.

[25] Wang Dong,Liang Liang,Shi Lei,et al.Analysis of modal resonance between PLL and DC－link voltage control in weak-grid tied VSCs[J].IEEE Transactions on Power Systems,2019,34(2):1127–1138.

[26] Yuan Hao,Yuan Xiaoming,Hu Jiabing.Modeling of grid-connected VSCs for power system small-signal stability analysis in DC－link voltage control timescale[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2017,32(5):3981–3991.

[27] Huang Yunhui, Zhai Xuebing, Hu Jiabing, et al. Modeling and stability analysis of VSC internal voltage in DC－link voltage control timescale[J].IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics,2018,6(1):16–28.

[28] Du Wenjuan,Dong Wenkai,Wang Haifeng,et al.Dynamic aggregation of same wind turbine generators in parallel connection for studying oscillation stability of a wind farm[J]. IEEE Transactions on Power Systems,2019,34(6):4694–4705.

[29] Dong Wenkai,Du Wenjuan,Wang Haifeng.Dynamic equivalent model of a grid-connected wind farm for oscillation stability analysis[J].Proceedings of the CSEE,2021,41(1):75–87.[董文凯,杜文娟,王海风.用于振荡稳定性分析的并网风电场动态等效模型[J].中国电机工程学报,2021,41(1):75–87.]

Small-signal Stability Criterion of the PMSG-based Wind Farm via the VSC–HVDC System in the Timescale of DC Voltage Dynamics

LI Qiao[1], *WU Linlin*[2], *WANG Xiao*[2], *DU Wenjuan*[1], *WANG Haifeng*[1*]

(1.College of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China;
2.State Grid Jibei Electric Power Research Institute (North China Electric Power Research Institute Co., Ltd., Beijing 100045, China)

Abstract:

Objective Offshore wind power development increasingly relies on voltage source converter-based high-voltage direct current (VSC－HVDC) transmission to accommodate large power capacities over long distances. However, dynamic interactions between wind turbine generators and VSC－HVDC systems can induce oscillations, as demonstrated by incidents such as the 2014 resonance accident in the German North Sea and similar oscillation events in Chinese wind power projects. In this study, we aimed to address small-signal stability (SSS) issues in these systems by deriving analytical criteria to characterize the interactions between permanent magnet synchronous generators (PMSG) and VSC－HVDC systems and provide a simpler approach to SSS assessment.

Methods The SSS of the PMSG-based wind farm connected to the VSC－HVDC system was evaluated using an SSS criterion. At the direct current (DC) voltage dynamic timescale, the PMSG model retained the low-frequency phase-locked loop (PLL) and the DC voltage control outer loop of the grid-side converter, whereas the VSC－HVDC model retained its alternate current (AC) voltage control outer loop. All PMSGs in the PMSG-based wind farm subsystem were assumed to exhibit identical dynamic characteristics. Based on this assumption, reduced-order models of

the PMSG-based wind farm subsystem and the VSC–HVDC subsystem were derived. Then, a reduced-order model of the entire system was developed. The coefficients of the characteristic equation of the reduced-order model were expressed in terms of the line connection reactance and PMSG output active power. The Routh-Hurwitz stability criterion was then applied to derive the SSS criteria associated with the line connection reactance and PMSG output active power. These criteria simplified the SSS assessment process by explaining why increased PMSG output power or weaker grid connections increased the risk of instability. The SSS criteria were established as follows: 1) Criterion 1: At a fixed line connection reactance x_L, the system's SSS depended on the maximum allowable active power output t_{P0} of the PMSG. Higher PMSG output power increased the risk of instability. 2) Criterion 2: At a fixed PMSG output active power P_{g0}, the system's SSS depended on the maximum allowable line reactance t_{L0}. Greater line reactance increased the likelihood of instability. t_{L0} and t_{P0} were determined as the smallest positive real roots that satisfied all inequalities of the Routh-Hurwitz stability criterion for the reduced-order model. We identified three primary factors that contributed to small-signal instability in a PMSG-based wind farm connected to the VSC–HVDC system: 1) PMSG output active power, 2) line connection reactance, and 3) control parameters of the PMSG and VSC–HVDC. The high order of the PMSG dynamic model increased the complexity of the full-order system model and presented challenges for theoretical analysis. Simulation and numerical results confirmed the validity of the proposed criteria.

Results and Discussions The validity of the derived SSS criteria was evaluated through two case studies. Case 1: The criteria were verified for a single PMSG connected to the VSC–HVDC system under two scenarios. Scenario 1.1: At a fixed-line connection reactance of x_L = 0.50 p.u., the influence of PMSG output active power on the system's SSS was investigated. The maximum PMSG output active power that satisfied the SSS criterion was calculated as t_{P0} = 0.58. For verification, the PMSG output active power was gradually increased from 0.50 to 0.60 p.u., and the dominant oscillation modes were calculated using the full-order and reduced-order models. At P_{g0} = 0.58, the eigenvalues of the full-order and reduced-order models were 0.120 ± j31.180 and 0.023 ± j31.170, respectively. The results demonstrated that the system became unstable when P_{g0} > 0.58 p.u. Scenario 1.2: At a fixed PMSG output active power of P_{g0} = 0.65 p.u., the influence of line connection reactance on SSS was examined. The maximum line connection reactance that satisfied the SSS criterion was calculated as t_{L0} = 0.47. For verification, the line connection reactance was increased from 0.40 to 0.50 p.u., and the dominant oscillation modes were calculated using both models. At x_L = 0.47, the eigenvalues of the full-order and reduced-order models were 0.14 ± j31.21 and 0.035 ± j31.34, respectively. The results indicated that the system became unstable when x_L > 0.47. Case 2: The criteria were validated for a wind farm comprising 15 PMSGs connected to the VSC–HVDC system under two scenarios. Scenario 2.1: At a fixed line connection reactance of x_L = 0.12 p.u., the effect of PMSG output active power on the system's SSS was investigated. The maximum output power that satisfied the SSS criterion was calculated as t_{P0} = 0.155. For verification, the PMSG output active power was increased from 0.150 to 0.157 p.u., and the dominant oscillation modes were calculated. At P_{g0} = 0.157, the eigenvalues of the full-order and reduced-order models were 0.160 ± j36.690 and 0.049 ± j36.870, respectively. The results demonstrated that the system became unstable when P_{g0} > 0.155 p.u. Scenario 2.2: At a fixed PMSG output active power of P_{g0} = 0.150 p.u., the influence of line connection reactance on the system's SSS was analyzed. The maximum line connection reactance that satisfies the SSS criterion was calculated as t_{L0} = 0.138. For verification, the line connection reactance was increased from 0.130 to 0.140 p.u., and the dominant oscillation modes were calculated. At x_L = 0.138, the eigenvalues of the full-order and reduced-order models were 0.163 ± j35.61 and 0.043 ± j36.080, respectively. The results indicated that the system became unstable when x_L > 0.138.

Conclusions The analytical criteria derived in this study provide an efficient approach for assessing the SSS of the PMSG-based wind farm connected to the VSC–HVDC system. The findings of this study enhance the understanding of the mechanisms leading to oscillatory instability by revealing the relationships among key factors, such as the control parameters of PMSGs and VSC–HVDC, PMSG output active power, and line connection reactance. The criteria provide a significant reduction in computational complexity, clear physical insights, and practical guidance for optimizing control parameters to maintain stability. The results demonstrate that adjusting parameters such as the PMSG's DC voltage control loop, PLL settings, and the VSC–HVDC's AC voltage control loop can effectively improve system stability, even under high output power or weak grid connection conditions. Future research will extend these findings by investigating SSS in systems where wind farms are connected to a modular multilevel converter-based HVDC system.

Key words: small-signal stability criterion; permanent magnet synchronous generator (PMSG); voltage source converter based high voltage direct current (VSC–HVDC); DC voltage dynamic timescale; line connection reactance

（编辑　陈　雪）

引用格式: Li Qiao,Wu Linlin,Wang Xiao,et al.Small-signal stability criterion of the PMSG-based wind farm via the VSC–HVDC system in the timescale of DC voltage dynamics[J].Advanced Engineering Sciences,2026,58(6):171–182.[李乔,吴林林,王潇,等.直流电压动态时间尺度下直驱风电场经柔直并网系统的小信号稳定判据[J].工程科学与技术,2026,58(6):171–182.]