

文章编号: 1003-1421(2026)08-0124-13

引用格式: 袁磊, 王志诚, 丁小兵, 等. 基于运营时段精细划分的地铁分时票价多维协同优化建模[J]. 铁道运输与经济, 2026, 48(8): 124-136.

YUAN Lei, WANG Zhicheng, DING Xiaobing, et al. Multi-Dimensional Collaborative Optimization Modeling for Subway Time-Based Fare under Fine-Grained Operational Hour Segmentation[J]. Railway Transport and Economy, 2026, 48(8): 124-136.

基于运营时段精细划分的地铁分时票价 多维协同优化建模

袁磊¹, 王志诚², 丁小兵¹, 洪晨³, 施科迪¹

(1. 上海工程技术大学 城市轨道交通学院, 上海 201620; 2. 中国安全生产科学研究院 城市安全研究所, 北京 100012; 3. 上海地铁维护保障有限公司 车辆分公司, 上海 200030)

摘要: 高峰时段特大城市地铁车厢极度拥挤, 仅靠提升运力和客流管控等措施已无法满足需求, 深入研究分时票价折扣策略是有益尝试。首先, 设计SP问卷并实施调查, 深入挖掘分析乘客属性和出行特征, 以挖掘的多维表征为分类标准实现乘客精细划分; 其次, 挖掘AFC数据以获取线路时段客流分布规律, 构建客流特征向量组, 精细化划分票价调整的目标时段; 再次, 综合考虑运营企业效益与乘客出行效益, 以用户响应负荷模型拟合客流量与票价时段折扣率的耦合关系, 构建以时段满载率差平方和最小为目标的时段票价折扣模型, 并设计SLSQP改进算法求解; 最后, 以上海地铁9号线客流数据为实验算例, 验证票价折扣模型的有效性和准确性, 结果表明: 时段票价折扣策略能够吸引约7.1%的弹性乘客转移至平峰期或次中心高峰期, 票务收益损失占票务总收入的1.2%, 客流均衡度提高24.6%。可有效转移高峰时段客流总量, 实现列车时段满载率均衡, 缓解地铁车厢拥挤度, 降低列车运行负荷, 运行更加安全、准时。

关键词: 城市轨道交通; 分时票价; 乘客出行选择; 运营时段划分; 票价折扣

中图分类号: U2-9 文献标识码: A DOI: 10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20250314002

Multi-Dimensional Collaborative Optimization Modeling for Subway Time-Based Fare under Fine-Grained Operational Hour Segmentation

YUAN Lei¹, WANG Zhicheng², DING Xiaobing¹, HONG Chen³, SHI Kedi¹

(1. School of Urban Railway Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China; 2. Institute of Urban Safety, China Academy of Safety Science and Technology, Beijing 100012, China; 3. Vehicle Branch, Shanghai Metro Operation and Maintenance Support Co., Ltd., Shanghai 200030, China)

Abstract: Severe overcrowding in metro carriages during peak hours in megacities makes conventional measures such as increasing transport capacity and controlling passenger flow no longer sufficient to meet the demand. Therefore, an in-depth study of the time-based fare discount strategy is a beneficial attempt. First, an SP questionnaire was designed, and a survey was conducted to deeply mine and analyze passenger attributes and travel characteristics; fine-grained passenger classification

收稿日期: 2025-03-14 修订日期: 2026-06-30

通信作者: 丁小兵(1982—), 男, 江苏东台人, 上海工程技术大学城市轨道交通学院副教授。

基金项目: 上海市哲学社会科学规划课题(2024BGL005)

was realized using the mined multi-dimensional representations as classification standards. Second, AFC data were mined to obtain passenger flow distribution laws in different periods of the line, a passenger flow feature vector set was constructed, and target periods for fare adjustment were finely divided. Third, comprehensively considering the benefits of operation enterprises and passenger travel benefits, a user response load model was used to fit the coupling relationship between passenger flow and time-based fare discount rate. A time-based fare discount model aiming at minimizing the sum of squared differences in load factors of different periods was constructed, and an improved SLSQP algorithm was designed to solve the model. Finally, taking the passenger flow data of Shanghai Metro Line 9 as an experimental example, the effectiveness and accuracy of the fare discount model were verified. The results show that the time-based fare discount strategy can attract approximately 7.1% of elastic passengers to transfer to the off-peak period or the sub-center peak period; the ticket revenue loss accounts for 1.2% of the total ticket revenue; the passenger flow equilibrium is improved by 24.6%. The strategy can effectively transfer the total passenger flow during peak hours, achieve the equilibrium of train load factors in different periods, alleviate the crowding degree of metro carriages, reduce the train operation load, and make the operation safer and more punctual.

Keywords: Urban Rail Transit; Time-Based Fare; Passenger Travel Choice; Operation Period Division; Fare Discount

0 引言

特大城市地铁高峰时段客流高度集聚, 车厢拥挤、运能负荷过载与平峰时段运力闲置的矛盾日益突出。根据《2023年上海交通运行年度报告(交通发展篇)》, 2023年上半年上海市地铁日均客运量占城市公共交通总量的77%, 峰谷客流差异显著, 既降低了运营效率与出行体验, 也带来了安全隐患与能源浪费。

在实践方面, 全球多个城市已开展分时票价探索。新加坡采用峰涨谷降的差异化定价来鼓励错峰出行^[1]。墨尔本推出7:00前免费乘车策略吸引了约8 000~9 000名乘客调整出行时间^[2]。伦敦、华盛顿地铁按时段与区域划分票价层级, 高峰票价为平峰票价的1.23~1.64倍^[3-4]。香港地铁实施晨票折扣, 指定车站出站可享受7.5折优惠^[5]。北京地铁在多条线路推行早7点前5折优惠^[6]。这些研究虽然能在一定程度上均衡客流, 但是未考虑运营者效益, 方案还需改进。

在理论研究方面, 相关成果主要分为2类: 一是乘客出行转移意愿研究, 学者们通过巢式Logit、混合Logit等模型, 分析出行时间、费用、拥挤度对出行选择的影响机制^[7-10], 后续逐步聚焦分时票价场景, 结合陈述偏好(SP)调查与自动售检票系统(AFC)数据量化乘客转移意愿^[11-12], 但对时段间客流耦合转移的刻画仍有不足; 二是票价优化模型研究, 现

有研究多构建多目标规划模型, 分别采用Frank-Wolfe、遗传算法、粒子群算法等求解^[13-16], 但存在算法适用场景受限、易陷入局部最优等问题, 且时段划分多依赖经验, 与客流特征的耦合度不高。

综上所述, 尽管国内外地铁系统已通过分时票价策略在一定程度上缓解了高峰期的拥挤问题, 但是部分策略效果有限, 未考虑到运营者效益并且求解算法有局限性。因此研究创新性地将基于AFC数据的乘客出行特征和SP问卷调查数据的乘客社会属性进行交互分析, 精准挖掘乘客的出行意愿。进一步提出以时段弹性票价吸引乘客主动调整出行时段, 构建精细化分时票价折扣模型, 并设计结合遗传算法的序列最小二乘规划(SLSQP)算法对模型求解。通过上海地铁9号线客流数据的实证研究, 验证了模型的有效性, 为城市轨道交通实施时间差异化定价提供理论支持和决策依据, 推动相关领域的研究进展。

1 乘客转移意愿分析

票价、出行时间、拥挤度和走行距离是影响乘客出行选择的关键因素, 且作用程度因乘客特征而异。通过SP调查问卷, 模拟不同票价策略下的场景, 收集乘客选择偏好数据, 以分析乘客对分时票价策略接受度和出行转移意愿。

1.1 问卷设计

设计的问卷含乘客个人信息及不同假设情境下

出行选择行为调查。设置多种票价策略与拥挤度及转移时间选项,情景选择方案组合如表1所示,由调查说明、个人属性、票价策略假设场景构成,为后续研究提供数据支持。

表1 情境选择方案组合
Tab.1 Combinations of scenario selection schemes

问卷情境	票价策略	拥挤度	转移时间
1	次中心高峰期打9折	一般拥挤	转移至次中心高峰期
2	次中心高峰期提价30%	不拥挤	转移至平峰期
3	平峰期打7折	不拥挤	转移至平峰期
4	中心高峰期提价10%	一般拥挤	转移至次中心高峰期
5	中心高峰期提价30%	不拥挤	转移至平峰期

本次研究调研选取上海地铁9号线多类代表性站点,覆盖市郊住宅区、商业区和交通枢纽等不同类型的客源特征。调研时段为工作日早高峰时段(7:00—9:30)、平峰时段(10:00—17:00)和晚高峰时段(17:00—19:30),时段间客流量和拥挤度差异明显,能充分反映乘客票价策略的响应规律。

同时调研数据集中在8月暑期,游客数量较多,因此更能清晰观察到策略在优化客流分布、缓解高峰拥挤方面的显著成效。

1.2 乘客转移意愿分析

本次调查共收回308份有效问卷。结果显示:47.21%的受访者愿意转移至平峰期出行,仅26.4%的乘客不改变出行时间。在不愿调整时段的受访者中,52.17%的原因是出行时间无弹性。据此将乘客划分为以下2类。①价格敏感型乘客:这类乘客对票价变化较为敏感,对拥挤程度的要求不高,只要票价合适,愿意在非高峰时段出行。②时间敏感型乘客:这类乘客对出行时间的要求较高,更倾向于在固定时间段出行,不太受票价变化的影响。他们通常更看重出行效率和时间成本,对拥挤程度也有一定的容忍度。

本次调查结果表明,受访者在出行时间选择上表现出明显的票价和拥挤度敏感性。大多数受访者在高峰期的拥挤收费情境下更愿意选择平峰期出行,以避免高峰期的拥挤和费用增加。因此运营时段划分对票价折扣政策的实施至关重要。依据时段客流特征向量,利用K-means聚类算法完成时段划分,为制定符合乘客出行需求的分时票价策略提供理论依据。

2 分时票价折扣建模

运营时段划分对票价折扣政策的实施至关重要。依据时段客流特征向量,利用K-means聚类算法对地铁运营时段进行划分,为票价实施时段的选择提供合理且科学的理论依据,可制定出符合乘客实际出行时间需求的分时票价策略。

2.1 基于K-means聚类算法的运营时段划分

城市轨道交通自动售检票(AFC)数据中蕴含着大量的乘客相关信息,如乘车时间、乘车距离、换乘次数等,通过AFC数据,能够挖掘系统中乘客的时间特性。

将运营日 d 中统计间隔 i 内各站点的进站乘客数记作 $p_i^d(p_i^d \geq 0)$,运营日 d 的客流序列可表示为 $P_d = \{p_1^d, p_2^d, \dots, p_n^d\}$,且满足 $Q_d = \sum_{i=1}^n p_i^d$,其中 Q_d 为地铁线路在运营日 d 的总客流量, n 为运营日 d 总运营时间内的统计间隔总数。通过聚类算法可实现以统计间隔的客流量为依据的运营时段划分。

将最小平方误差作为判断算法结束的依据,算法的目标函数定义如式(1)所示。

$$E = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (x_i - \mu_j)^2 \quad (1)$$

式中: E 为样本集中所有样本到各自类别中心的距离平方之和; k 为划分的类别数; N_j 为类别 j 中包含的样本个数; x_i 为类别 j 中的样本 i ; μ_j 为类别 j 的中心。

采用欧氏距离法计算样本间的距离,设2个样本向量分别为 $\mu=(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n), \nu=(\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n)$,则 μ, ν 的欧氏距离定义如式(2)所示。

$$dis(\mu, \nu) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mu_i - \nu_i)^2} \quad (2)$$

并且不断计算均值从而更新每个样本类别的中心点 μ_j 的值,如式(3)所示。

$$\mu_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} x_i \quad (3)$$

基于上述选择,研究的K-means聚类算法的基本步骤如下。

步骤1:在样本集 P_d 中任意选择 k 个样本对象 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 作为每个类别的初始中心。

步骤2: 采用式(2)计算样本集中剩余的所有对象 C_i 和 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 的距离, 并根据计算的距离结果将其归类到其离得最近的聚类中心的类别中, 如式(4)所示。

$$label_i = \underset{1 \leq j \leq k}{\operatorname{argmin}} dist(C_i, \mu_j) \quad (4)$$

步骤3: 根据式(3)更新每个类别的中心 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 。

步骤4: 根据式(1)计算该次迭代后的目标函数 E , 如果两次目标函数的差值比设定的阈值 10^{-4} 要小, 则算法终止, 否则, 重复步骤2—步骤4。

2.2 城市轨道交通分时票价影响因素

(1) 价格弹性。价格弹性系数反映乘客对票价波动的敏感度。某运营时段内乘客的总出行量和该时段的票价以及其他时段的票价都相关, 即存在当前时段与其他时段票价的交叉弹性, 如式(5)所示。

$$E(i, j) = \frac{\Delta q_j(i)/q_j(i)}{\Delta P(j)/P(j)} \quad (5)$$

式中: $E(i, j)$ 为第 i 时段对第 j 时段的价格需求弹性系数; $\frac{\Delta q_j(i)}{q_j(i)}$ 为 j 时段票价变化引起的 i 时段客流量

变化百分比; $\frac{\Delta P(j)}{P(j)}$ 为 j 时段票价变化百分比。

(2) 乘客效益。在 Aalam 等学者提出的经济响应负荷模型^[17]的基础上, 进一步提出了适用于城市轨道交通用户的响应负荷模型^[18], 模型如式(6)所示。

$$S[q(i)] = B[q(i)] - P(i) \cdot q(i) \quad (6)$$

式中: $B[q(i)]$ 为乘客获得的收益, 特指乘客通过乘坐地铁所获得的乘坐时间、速度、舒适度等心理效益; $S[q(i)]$ 为乘客承受票价后的效益。

依据式(6), 对 $q(i)$ 求导, 为使乘客效益最大化, 导数值为 0, 并将式(5)代入解得用户收益函数如式(7)所示。

$$B[q_j(i)] = B_0(i) + P_0 \cdot [q_j(i) - q_0(i)] \left\{ 1 + \frac{q_j(i) - q_0(i)}{2E(i, j) \cdot q_0(i)} \right\} \quad (7)$$

式中: P_0 为折扣前地铁票价, 元; $q_0(i)$ 为第 i 时段票价折扣前乘客的需求量, 人; $B_0(i)$ 为第 i 时段票

价折扣前乘客获得的收益, 元; $q_j(i)$ 为 j 时段票价折扣后第 i 时段乘客的需求量, 人; $E(i, j)$ 为第 i 时段对第 j 时段的价格需求弹性系数。

对式(6)求导, 并将式(5)代入求导式中, 可得客流量与票价的关系, 如式(8)所示。

$$q_j(i) = q_0(i) \{1 - E(i, j) \cdot \alpha_j\} \quad (8)$$

即可得 i 时段受 j 时段票价折扣影响后客流量与票价折扣的关系式如式(9)和式(10)所示。

$$q_j(i) = q_0(i) \cdot \{1 - E(i, j) \cdot \alpha_j\} \quad i \text{ 为早晚中心高峰时段, } 1 \leq |j - i| \leq 2, i, j \text{ 均为整数} \quad (9)$$

$$q_j(i) = q_0(i) \cdot \{1 - E(i, j) \cdot \alpha_j\} \quad i \text{ 为次中心高峰时段, } j \text{ 为平峰时段} \quad (10)$$

式中: α_j 为第 j 时段的票价折扣率。

由用户需求响应函数可知, 票价折扣实施后, i 时段的总客流量如式(11)、式(12)和式(13)所示。

$$q_i = q_0(i) - \sum_{j=1}^9 [q_0(i) - q_j(i)] \quad (11)$$

式中: i 为中心高峰时段, i, j 均为整数, 二者下标满足 $1 \leq |j - i| \leq 2$ 。

$$q_i = q_0(i) \begin{cases} + \sum_{j=1}^9 [q_0(j) - q_i(j)] & j \text{ 为中心高峰时段} \\ - \sum_{j=1}^9 [q_0(i) - q_j(i)] & j \text{ 为平峰时段} \end{cases} \quad (12)$$

式中: i 为次中心高峰时段。

$$q_i = q_0(i) + \sum_{j=1}^9 [q_0(j) - q_i(j)] \quad (13)$$

式中: i 为平峰时段; j 为非平峰时段。

乘客的效用函数不仅包括票价, 还涉及车内拥挤度, 拥挤成本可反映乘客的乘车舒适度, 主要与车厢客流密度有关。因此认为乘客的拥挤成本与各时段内客流量有关, 票价折扣实施前后乘客的拥挤成本计算如式(14)和式(15)所示。

$$C_c^{i(0)} = \theta \cdot \frac{q_0(i) \cdot t_{jg}^i}{N_{zc}^i \cdot 60 \cdot b \cdot Z} \quad (14)$$

$$C_c^i = \theta \cdot \frac{q_i \cdot t_{jg}^i}{N_{zc}^i \cdot 60 \cdot b \cdot Z} \quad (15)$$

式中: $C_c^{i(0)}$ 为票价折扣实施前 i 时段的拥挤成本, 元; C_c^i 为票价折扣实施后 i 时段的拥挤成本, 元; θ 为单位时间价值, 元/h; t_{jg}^i 为第 i 时段的发车间隔时

间, $\min$; b 为列车编组数; Z 为列车定员数, 人/列; N_x^i 为 i 时段总小时数。

根据以上分析, 将式(14)代入式(16)中拥挤成本 $C_c^{(0)}$ 处, 可得票价折扣方案实施前乘客效用函数如式(16)所示。

$$S_0 = -\sum_{i=1}^9 q_0(i) \cdot [\sigma_1 \cdot P_0 + \sigma_2 \cdot C_c^{(0)}] \quad (16)$$

式中: σ_1 为票价系数; σ_2 为舒适度系数。

将式(15)代入式(17)中拥挤成本 C_c^i 处, 实施分时段票价折扣方案后, 乘客效用函数如式(17)所示。

$$S_L = -\sum_{i=1}^9 q_i \cdot [\sigma_1 \cdot P_0 \cdot (1 - \alpha_i) + \sigma_2 \cdot C_c^i] \quad (17)$$

(3) 运营企业效益。运营企业的收益主要与运营收入和运营成本有关。运营收入只考虑票价收入, 计算方法如式(18)所示。

$$O = P \cdot Q \quad (18)$$

式中: O 为城市轨道交通运营企业运营收入, 元; P 为平均出行票价, 元; Q 为总客流量, 人。

运营成本由车辆维护成本、线路设施设备维护成本和运营服务成本构成^[19]。由于运营成本和线路设施设备维护成本不受票价策略的影响, 所以运营企业收益与票价收入和运营服务成本有关, 计算方法如式(19)所示。

$$C_s = \delta_c + \delta_q \cdot Q \quad (19)$$

式中: C_s 为运营服务成本, 元; δ_c 为运营服务固定成本, 元; δ_q 为服务乘客客流量的运营成本, 元。

根据以上分析, 票价折扣方案实施前企业运营收益函数如式(20)所示。

$$R_0 = P_0 \cdot \sum_{i=1}^9 q_0(i) - \left(\delta_c + \delta_q \cdot \sum_{i=1}^9 q_0(i) \right) \quad (20)$$

式中: R_0 为方案实施前企业运营收入, 元。

实施分时段票价折扣方案后, 企业收益函数如式(21)所示。

$$R_L = \sum_{i=1}^9 P_0 \cdot (1 - \alpha_i) \cdot q_i - \left(\delta_c + \delta_q \cdot \sum_{i=1}^9 q_i \right) \quad (21)$$

式中: R_L 为方案实施后企业运营收入, 元。

2.3 分时票价模型构建

为确保运营安全, 以列车分时段满载率差平方和最小, 全日客流均衡为目标函数, 约束条件包括运营企业收入、乘客成本、票价约束3方面。

(1) 企业效益。在优化目标函数的同时, 需兼

顾运营企业效益。采取票价折扣策略会给运营企业的收益带来一定的损失, 因此在该票价模型中考虑以票价策略实施后的票价收益损失不能超过原收入的一定比例作为约束, 即式(22)所示。

$$|\Delta R| = |R_L - R_0| \leq P \cdot s \quad (22)$$

式中: s 为比例系数。

由式(20)、式(21)代入式(22)可得式(23)。

$$\begin{aligned} |\Delta R| &= \left| \left[\sum_{i=1}^9 P_0 \cdot (1 - \alpha_i) \cdot q_i - \left(\delta_c + \delta_q \cdot \sum_{i=1}^9 q_i \right) \right] - \left[P_0 \cdot \sum_{i=1}^9 q_0(i) - \left(\delta_c + \delta_q \cdot \sum_{i=1}^9 q_0(i) \right) \right] \right| \leq \\ &P \cdot s \\ &= \left| \sum_{i=1}^9 P_0 \cdot (1 - \alpha_i) \cdot q_i - P_0 \cdot \sum_{i=1}^9 q_0(i) \right| \leq P \cdot s \end{aligned} \quad (23)$$

(2) 乘客出行成本约束。在构建票价折扣优化模型时, 需要考虑地铁票价的公益性, 在制定票价策略时不能单纯以经济收益为目的。相反, 应着重考虑乘客多维度的总效益, 以确保票价调整对乘客的影响在可接受的范围内。因此, 在设计票价折扣模型时, 需要综合考虑乘客的效益损失, 并确保其控制在合理的范围内, 即式(24)所示。

$$|\Delta S| = |S_L - S_0| \leq S_m \quad (24)$$

由式(20)、式(21)、式(23)代入式(24)可得式(25)。

$$\Delta S = \left| \left[-\sum_{i=1}^9 q_i \cdot [\sigma_1 \cdot P_0 \cdot (1 - \alpha_i) + \sigma_2 \cdot C_c^i] \right] - \left[-\sum_{i=1}^9 q_0(i) \cdot [\sigma_1 \cdot P_0 + \sigma_2 \cdot C_c] \right] \right| \leq S_m \quad (25)$$

(3) 各时段满载率均衡。各时段满载率均衡模型以路网列车满载率平衡为优化目标, 列车满载率 r 的计算如式(26)所示。

$$r_i = \frac{q_i \cdot t_{jg}^i}{N_x^i \cdot 60 \cdot b \cdot Z} \quad (26)$$

式中: r_i 为城市轨道交通 i 时段列车满载率。

以1 d内列车满载率均衡为目标, 则各时段满载率的差值平方和最小为目标函数, 如式(27)所示。

$$\min X = \frac{\sum_{i=1}^9 (r_i - \bar{r})^2}{9} \quad (27)$$

式中： X 为全日列车满载率方差； $\bar{r}$ 为全日列车满载率的平均值。

(4) 票价约束。为确保乘客效益不会因为票价改变而出现明显折损，制定票价折扣率时应设定一定的范围，即式(28)所示。

$$0 < \alpha_j < 1 \quad (28)$$

(5) 时段转移耦合机制与模型拓展说明。为增强模型的系统性与逻辑性，进一步引入以下机制以体现时段之间的客流转移耦合效应。

①转移概率函数引入：乘客从时段*i*转移至时段*j*的概率应取决于两时段的票价差异、拥挤度差异，如式(29)所示。

$$P_{ij} = \frac{\exp(-\gamma \cdot \Delta p_{ij} + \beta \cdot \Delta \rho_{ij})}{\sum_k \exp(-\gamma \cdot \Delta p_{ik} + \beta \cdot \Delta \rho_{ik})} \quad (29)$$

式中： P_{ij} 为乘客从时段*i*转移至时段*j*的概率； γ 、 β 为调节参数； Δp_{ij} 为时段*i*和时段*j*的票价差异； $\Delta \rho_{ij}$ 为时段*i*和时段*j*的拥挤度差异。

②OD结构纳入：将典型OD对在不同时间段的出行占比作为加权系数，衡量不同票价策略下的影响权重。

③列车调度反馈机制：结合优化后客流结构，自动调整各时段最小发车频率约束条件，使票价调整与运能分配实现协同优化，构建“票价—客流—调度”三维闭环反馈机制。上述机制纳入后，模型不仅可动态模拟票价变化引发的时段间出行转移，还能针对局部OD压力点优化差异化策略，增强了系统响应能力与政策可实施性。

2.4 求解算法设计

分时票价折扣模型以分时段满载率均衡为目标，企业收益、乘客出行效益和票价为约束条件。

结合遗传算法和SLSQP算法求解分时票价模型，首先用遗传算法对优化问题进行预处理，求较优的初始解，再将其作为初始值代入SLSQP算法中，求解二次规划优化模型。

步骤1：初始化。给定模型约束条件和变量界限，设置SLSQP算法的优化参数。

步骤2：确定遗传算法的初始值。为初始化种群，首先在变量界限内随机生成*N*项个体作为初始种群，作为遗传算法的起始点。通过内嵌的优化函数计算个体适应度值，以评估其在问题空间中的质

量，可有助于确定每个个体的优劣程度，作为算法的选择、交叉和变异的依据。

步骤3：选择运算。将适应度高的个体迭代到下一代种群中继续优化。

步骤4：交叉运算。使用交叉概率 p_x 对种群中的个体进行交叉操作，产生新的个体。

步骤5：变异运算。使用变异概率 p_m 对种群中的个体进行变异操作。

步骤6：更新目标值。将变异后的种群代入SLSQP算法中进行优化，得到优化结果。

步骤7：终止条件判断。当满足停止条件时，停止遗传算法。此时得到的最优解即为SLSQP算法的初始解。

步骤8：使用最优解作为SLSQP算法的初始解。将通过遗传算法得到的最优解作为SLSQP算法的初始解。设置SLSQP算法的其他参数，如约束条件、目标函数、变量界限等。

步骤9：执行SLSQP算法。使用SLSQP算法对二次规划模型进行优化，以求得更精确的最优解。

步骤10：结果分析。检查SLSQP算法是否收敛到稳定的最优解。分析优化结果是否满足约束条件和问题要求。

步骤11：输出最优解。如果SLSQP算法收敛，输出优化后的最优解作为问题的解决方案。如果SLSQP算法未收敛，则调整参数、重新设置初始解，再次执行优化过程。

3 实例分析

3.1 实验数据

以上海轨道交通9号线为研究对象，选取2022年8月8日—8月12日以及2022年8月15日—8月19日共10个工作日的AFC数据进行分析。根据2.2节运营时段划分方法结合实际客流数据进行划分，确定9号线的中心高峰期、次中心高峰期和平峰期具体时段。将时段划分结果和实际客流量代入分时票价模型，求解各时段的票价折扣率，分析并验证分时票价模型的有效性。

据上海市交通委员会指挥中心发布的《2023年上海交通运行二季度报告》统计，9号线松江段的泗泾站、九亭站和佘山站早高峰进站客流量位居前

三，9号线部分车站进站客流量分布图如图1所示。

3.2 运营时段划分

选取2022年8月8日—8月12日以及2022年8月15日—8月19日共10个工作日的进站客流量为基础数据进行分析。9号线运营时段为5:30—24:00，以5 min为时间粒度统计进站客流量，9号线全天运营时段可分为222个统计时段。首先，5 min的间隔提供了足够的数据粒度，能够识别出客流的高峰和低谷时段，其次，K-means 聚类算法需要明确的数据点来进行分类，较短的统计间隔可以提供更多的数据点，有助于提高聚类算法的准确性和可靠性。

因此，研究选取5 min作为统计间隔。

为确定合适的聚类数K，本研究采用肘部法与轮廓系数法对数据进行分析，肘部法和轮廓系数法计算结果如图2所示。从图2a所示肘部法结果可见，当聚类数从1增加到3时，簇内误差平方和(SSE)急剧下降，表明聚类效果显著改善，而K>3时下降趋势趋缓，说明继续增加聚类数所带来的边际收益减小，因此肘部拐点出现在K=3，初步认为最优聚类数为3。

从图2b的轮廓系数法结果来看，当K=3时轮廓系数达到最大值，说明此时各聚类内部相似度高、

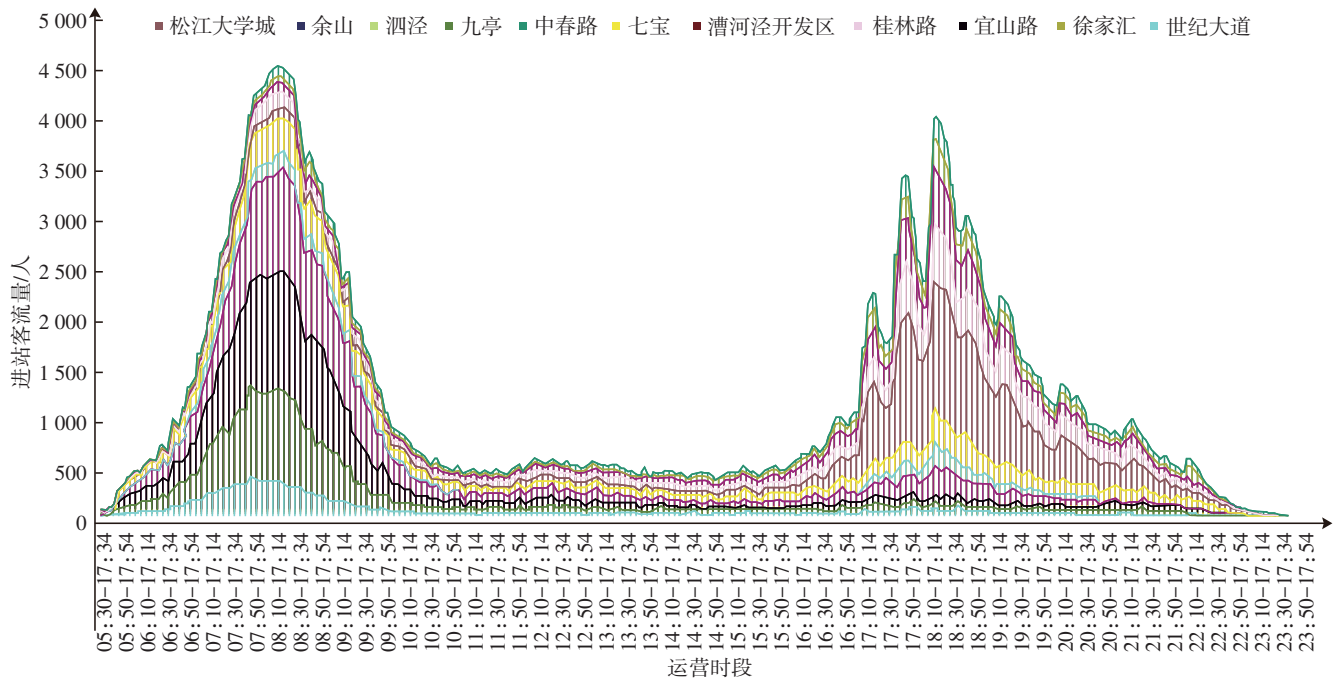


图1 9号线部分车站进站客流量分布图
Fig.1 Inbound passenger flow distribution at partial stations of Line 9

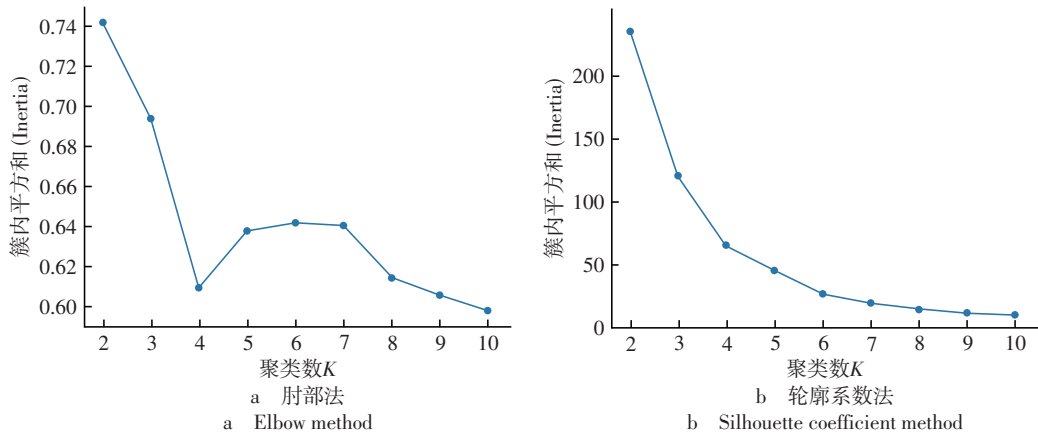


图2 肘部法和轮廓系数法计算结果
Fig.2 Calculated results of elbow method and Silhouette coefficient method

类间差异大, 聚类结构最为合理。因此从轮廓系数的角度也支持选择 $K=3$ 作为最优聚类数。

综上, 肘部法与轮廓系数法 2 种评估方法的结果一致, 均支持最优聚类数为 $K=3$ 。该结论具有较强的理论基础和数据支撑, 说明本研究的聚类划分在数学与实际意义上均具有合理性和有效性。

在 Python 软件中调用 K-means 算法, 并设置聚类数 $K=3$, 运营时段聚类结果如表 2 所示。

所属类别	时间段
类别1	(1) 5:30—6:59
	(2) 9:35—17:04
	(3) 19:30—24:00
类别2	(4) 7:00—7:34
	(5) 8:50—9:34
	(6) 17:05—17:39
	(7) 18:30—19:29
类别3	(8) 7:35—8:49
	(9) 17:40—18:29

为了将运营时段划分与票价优化形成紧密耦合关系, 研究不仅将 K-means 聚类划分结果用于时段的票价决策单元, 而且进一步将每一聚类对应的典型客流特征嵌入优化模型中。不同聚类时段的票价策略不再是孤立设定, 而是基于其对应的客流敏感性、乘客转移意愿与列车运能匹配度进行协同优化, 从而确保聚类划分不仅是票价模型的时间基础, 更在策略层面驱动弹性乘客转移和列车调度安排, 实现数据驱动下的票价时段一体化决策。

3.3 分时票价折扣建模与求解

3.3.1 票价折扣模型的基础数据

根据表 2 对运营时段的划分结果, 结合 9 号线各时段进站客流量, 验证所构建分时段票价折扣率模型, 其中各时段受票价折扣影响后的客流量表达式如式(30)一式(38)所示。

$$q_1 = q_0(1) + q_0(2) + q_0(3) - q_1(2) - q_1(3) \quad (30)$$

$$q_2 = q_0(3) + q_1(2) - q_2(3) \quad (31)$$

$$q_3 = q_1(3) + q_2(3) + q_4(3) + q_5(3) - 3 \times q_0(3) \quad (32)$$

$$q_4 = q_0(4) + q_5(4) - q_4(3) \quad (33)$$

$$q_5 = q_0(5) + q_0(3) + q_0(4) + q_0(6) + q_0(7) - q_5(3) - q_5(4) - q_5(6) - q_5(7) \quad (34)$$

$$q_6 = q_0(7) + q_5(6) - q_6(7) \quad (35)$$

$$q_7 = q_5(7) + q_6(7) + q_8(7) + q_9(7) - 3 \times q_0(7) \quad (36)$$

$$q_8 = q_0(7) + q_9(8) - q_8(7) \quad (37)$$

$$q_9 = q_0(9) + q_0(7) + q_0(8) - q_9(7) - q_9(8) \quad (38)$$

假设所研究的乘客均从起点站乘车到终点站, 初始单程平均票价为 8 元, 编组数为 6 节, 列车定员数为 310 人/节, 行车速度及发车间隔参数设置如表 3 所示。

其他成本参数设置如表 4 所示。

时段	i	行车速度/(km/h)	发车间隔/min	分钟数
早平峰	1	29	10	90
早高峰前次中心高峰	2	29	5.5	35
早中心高峰	3	29	3.36	75
早高峰后次中心高峰	4	29	6	45
早晚高峰间平峰	5	29	6	450
晚高峰前次中心高峰	6	29	4	35
晚中心高峰	7	29	4	50
晚高峰后次中心高峰	8	29	4	60
晚高峰后平峰	9	29	8	270

参数	单位	含义	取值	备注
σ_1	—	票价系数	0.6	根据专家评价法得出
σ_2	—	舒适度系数	0.4	
θ	元/min	时间成本	0.16	由该地每分钟平均收入确定
δ_c	元/h	运营服务固定成本	8 750	
δ_q	元/h	服务乘客的客流量成本	0.5	

此外, 价格需求弹性系数参考汪晴等^[19]、Prashant 等^[20]的研究成果, 各时段价格需求弹性如表 5 所示。

根据 3.2 节运营时段划分结果, 统计 2022 年 8 月 8 日—8 月 12 日以及 2022 年 8 月 15 日—8 月 19 日共 10 个工作日各时间粒度的客流量得到各时段客流量如表 6 所示。

3.3.2 考虑时段客流均衡的票价折扣建模

根据实际客流数据输出仅含决策变量的票价折扣模型, 具体步骤如下。

表5 各时段价格需求弹性
Tab.5 Price demand elasticity in each period

时段	早高峰前次中心高峰	早中心高峰	早高峰后次中心高峰	晚高峰前次中心高峰	晚中心高峰	晚高峰后次中心高峰
早平峰	0.917 6	0.243 6				
早高峰前次中心高峰		0.392 3				
早高峰后次中心高峰		0.092 3				
早晚高峰间平峰		0.043 6	0.917 6	0.917 6	0.243 6	
晚高峰前次中心高峰					0.392 3	
晚高峰后次中心高峰					0.092 3	
晚高峰后平峰					0.043 6	0.917 6

表6 各时段客流量
Tab.6 Passenger flow in each period

运营时段	时间段	进站客流量
早平峰	5:30—6:59	21 096
早高峰前次中心高峰	7:00—7:34	31 059
早中心高峰	7:35—8:49	117 402
早高峰后次中心高峰	8:50—9:34	39 225
早晚高峰间平峰	9:35—17:04	122 561
晚高峰前次中心高峰	17:05—17:39	33 498
晚中心高峰	17:40—18:29	68 724
晚高峰后次中心高峰	18:30—19:29	54 805
晚高峰后平峰	19:30—24:00	72 419

步骤1: 输入各时段初始客流量、各时段发车间隔时间、各时段小时数以及各时段间的价格需求弹性系数。

步骤2: 通过式(12)、式(13), 计算得到*i*时段受*j*时段票价折扣影响后客流量与票价折扣的关系式。

步骤3: 在步骤2的基础上, 通过式(18)、式(19)和式(20)计算票价折扣后各时段客流量。

步骤4: 基于票价折扣后各时段客流量, 通过式(23)计算得到票价折扣前后运营企业收益变化。

步骤5: 基于票价折扣后各时段客流量和各时段发车间隔时间及各时段小时数, 先通过式(26)计算得到各时段初始满载率, 再通过式(27)计算得到票价折扣前后各时段满载率差平方和。

步骤6: 通过式(18)计算拥挤成本, 再通过式(25)计算得到票价折扣前后乘客效益变化。

结合实际客流数据的票价折扣模型伪代码如图3所示。

```

select  $q_0(i)$  from passenger_flow where  $t$  between  $i$  and  $j$ 
If  $i=3$  or  $7$  and  $1 \leq j-i \leq 2$ ,  $j > i$  or  $1 \leq i-j \leq 2$ ,  $j < i$ 
 $q_j(i) = q_0(i) \cdot \{1 - E(i, j) \cdot \alpha_j\}$ 
else if  $i=2$  or  $4$  or  $6$  or  $8$  and  $j=1$  or  $5$  or  $9$ 
 $q_j(i) = q_0(i) \cdot \{1 - E(i, j) \cdot \alpha_j\}$ 
End if
if  $i=3$  or  $7$  and  $1 \leq j-i \leq 2$ ,  $j > i$  or  $1 \leq i-j \leq 2$ ,  $j < i$ 
 $q_i = q_0(i) - \sum_{j=1}^9 [q_0(i) - q_j(i)]$ 
else if  $i=2$  or  $4$  or  $6$  or  $8$  and  $j=3$  or  $7$ 
 $q_i = q_0(i) + \sum_{j=1}^9 [q_0(j) - q_i(j)]$ 
else if  $i=2$  or  $4$  or  $6$  or  $8$  and  $j=1$  or  $5$  or  $9$ 
 $q_i = q_0(i) - \sum_{j=1}^9 [q_0(j) - q_i(j)]$ 
else  $i=1$  or  $5$  or  $9$  and  $j=2$  or  $3$  or  $4$  or  $6$  or  $7$  or  $8$ 
 $q_i = q_0(i) + \sum_{j=1}^9 [q_0(j) - q_i(j)]$ 
End if
 $|\Delta R| = \left| \sum_{i=1}^9 P_0 \cdot (1 - \alpha_i) \cdot q_i - P_0 \cdot \sum_{i=1}^9 q_0(i) \right|$ 
select  $t_{zg}^i$ ,  $N_{zg}^i$ ,  $b$ ,  $Z$  from passenger_flow where  $t=i$ 
For  $i$  in range ( $t$ )
 $r_i = \frac{q_i \cdot t_{zg}^i}{N_{zg}^i \cdot 60 \cdot b \cdot Z \cdot 1.2}$ 
 $\bar{r} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 r_i$ 
 $\min X = \frac{\sum_{i=1}^9 (r_i - \bar{r})^2}{9}$ 
 $C_c = \theta \cdot \frac{q_i \cdot t_{zg}^i}{N_{zg}^i \cdot 60 \cdot b \cdot Z \cdot 1.2}$ 
 $\Delta S = \left[ \left[ - \sum_{i=1}^9 q_i \cdot [\sigma_1 \cdot P_0 \cdot (1 - \alpha_i) + \sigma_2 \cdot C_c^i] \right] - \left[ - \sum_{i=1}^9 q_0(i) \cdot [\sigma_1 \cdot P_0 + \sigma_2 \cdot C_c] \right] \right]$ 

```

图3 结合实际客流数据的票价折扣模型伪代码
Fig.3 Pseudocode of fare discount model combined with actual passenger flow data

通过迭代计算,可得分时票价策略实施前后运营均衡模型。

运营企业收益函数、乘客效用函数以及各时段满载率运营企业收益函数如式(39)所示。

$$|\Delta R| = |R_L - R_0| = \begin{vmatrix} -2\,114\,424 - 168\,768 \cdot \alpha_1 - 248\,472 \cdot \alpha_2 + 311\,616 \cdot \alpha_4 - 980\,488 \cdot \alpha_5 \\ -267\,984 \cdot \alpha_6 - 438\,440 \cdot \alpha_8 - 579\,352 \cdot \alpha_9 + 496\,944 \cdot E(2, 1) \cdot \alpha_1 \\ + 939\,216 \cdot E(3, 1) \cdot \alpha_1 + 939\,216 \cdot E(3, 2) \cdot \alpha_2 - 248\,272 \cdot E(2, 1) \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \\ + 939\,216 \cdot E(3, 4) \cdot \alpha_4 + 313\,800 \cdot E(4, 5) \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 + 549\,792 \cdot E(7, 5) \cdot \alpha_5 \\ + 939\,216 \cdot E(3, 5) \cdot \alpha_5 + 549\,792 \cdot E(7, 6) \cdot \alpha_6 + 267\,984 \cdot E(6, 5) \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \\ + 549\,792 \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_8 + 438\,440 \cdot E(8, 9) \cdot \alpha_8 \cdot \alpha_9 + 551\,392 \cdot E(7, 9) \cdot \alpha_9 \\ - 248\,472 \cdot E(2, 1) \cdot \alpha_1^2 - 939\,216 \cdot E(3, 1) \cdot \alpha_1^2 - 939\,216 \cdot E(3, 2) \cdot \alpha_2^2 \\ - 939\,216 \cdot E(3, 4) \cdot \alpha_4^2 - 313\,800 \cdot E(4, 5) \cdot \alpha_5^2 - 267\,984 \cdot E(6, 5) \cdot \alpha_5^2 \\ - 549\,792 \cdot E(7, 5) \cdot \alpha_5^2 - 939\,216 \cdot E(3, 5) \cdot \alpha_5^2 - 549\,792 \cdot E(7, 6) \cdot \alpha_6^2 \\ - 549\,792 \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_8^2 - 551\,392 \cdot E(7, 9) \cdot \alpha_9^2 - 438\,440 \cdot E(8, 9) \cdot \alpha_9^2 \end{vmatrix} \leq P \cdot s \quad (39)$$

乘客效用函数如式(40)所示。

$$|\Delta S| = |S_L - S_0| \leq S_m$$

$$= \begin{vmatrix} -16\,469\,858.86 + 101\,260.8 \cdot \alpha_1 + 149\,083.2 \cdot \alpha_2 + 376\,560 \cdot \alpha_4 + 1\,078\,958.4 \cdot \alpha_5 + 160\,790.4 \cdot \alpha_6 \\ + 263\,064 \cdot \alpha_8 + 347\,611.2 \cdot \alpha_9 - 3\,987\,133.8 \cdot E(2, 1) \cdot \alpha_1 - 15\,728\,686.5 \cdot E(3, 1) \cdot \alpha_1 \\ + 12\,097\,264.97 \cdot E(3, 2) \cdot \alpha_2 + 949\,550.70 \cdot E(3, 4) \cdot \alpha_4 - 890\,876.79 \cdot E(3, 5) \cdot \alpha_5 \\ - 1\,055\,900.68 \cdot E(4, 5) \cdot \alpha_5 + 109\,678.91 \cdot E(6, 5) \cdot \alpha_5 + 1\,549\,068.18 \cdot E(7, 5) \cdot \alpha_5 \\ - 199\,394.52 \cdot E(7, 6) \cdot \alpha_6 + 340\,689.12 \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_8 + 3\,072\,385.42 \cdot E(7, 9) \cdot \alpha_9 \\ + 32\,443.39 \cdot E(8, 9) \cdot \alpha_9 + 149\,083.2 \cdot E(2, 1) \cdot \alpha_1^2 + 289\,822.90 \cdot E(2, 1)^2 \cdot \alpha_1^2 \\ + 563\,529.6 \cdot E(3, 1) \cdot \alpha_1^2 + 3\,362\,005.37 \cdot E(3, 1)^2 \cdot \alpha_1^2 + 1\,394\,087.33 \cdot E(2, 1) \cdot E(3, 1) \cdot \alpha_1^2 \\ - 149\,083.2 \cdot E(2, 1) \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 + 563\,529.6 \cdot E(3, 2) \cdot \alpha_2^2 - 6\,048\,632.48 \cdot E(3, 2)^2 \cdot \alpha_2^2 \\ + 1\,454\,406.39 \cdot E(3, 1) \cdot E(3, 2) \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 + 1\,454\,406.39 \cdot E(3, 1) \cdot E(3, 4) \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_4 \\ + 1\,454\,406.39 \cdot E(3, 1) \cdot E(3, 5) \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_5 + 1\,454\,406.39 \cdot E(3, 2) \cdot E(3, 4) \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_4 \\ + 1\,454\,406.39 \cdot E(3, 2) \cdot E(3, 5) \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_5 - 2\,895\,580.88 \cdot E(3, 4)^2 \cdot \alpha_4^2 \\ + 1\,454\,406.39 \cdot E(3, 4) \cdot E(3, 5) \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 + 727\,203.19 \cdot E(3, 5)^2 \cdot \alpha_5^2 \\ - 188\,280 \cdot E(4, 5) \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 + 563\,529.6 \cdot E(3, 4) \cdot \alpha_4^2 - 444\,846.367\,1 \cdot E(4, 5)^2 \cdot \alpha_5^2 \\ + 2\,420\,805.53 \cdot E(3, 4) \cdot E(4, 5) \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 - 69\,072.20 \cdot E(4, 5) \cdot E(6, 5) \cdot \alpha_5^2 \\ - 141\,707.49 \cdot E(4, 5) \cdot E(7, 5) \cdot \alpha_5^2 + 188\,280 \cdot E(4, 5) \cdot \alpha_5^2 - 172\,357.02 \cdot E(6, 5)^2 \cdot \alpha_5^2 \\ + 707\,210.20 \cdot E(6, 5) \cdot E(7, 6) \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 - 160\,790.4 \cdot E(6, 5) \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 - 1\,233\,266.67 \cdot E(7, 6) \cdot \alpha_6^2 \\ - 507\,815.69 \cdot E(7, 5) \cdot E(7, 6) \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 - 1\,015\,631.38 \cdot E(7, 5) \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_8 \\ - 3\,046\,894.13 \cdot E(7, 5) \cdot E(7, 9) \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_9 - 1\,015\,631.38 \cdot E(7, 6) \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_6 \cdot \alpha_8 \\ - 1\,015\,631.37 \cdot E(7, 6) \cdot E(7, 9) \cdot \alpha_6 \cdot \alpha_9 - 930\,995.43 \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_8^2 \\ - 1\,015\,631.38 \cdot E(7, 8) \cdot E(7, 9) \cdot \alpha_8 \cdot \alpha_9 - 808\,764.50 \cdot E(7, 9)^2 \cdot \alpha_9^2 - 77\,732.86 \cdot E(8, 9)^2 \cdot \alpha_9^2 \\ + 674\,942.25 \cdot E(8, 9) \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_9 \cdot \alpha_8 - 26\,3064 \cdot E(8, 9) \cdot \alpha_9 \cdot \alpha_8 \\ + 329\,875.2 \cdot E(7, 8) \cdot \alpha_8^2 - 479\,992.41 \cdot E(7, 9) \cdot E(8, 9) \cdot \alpha_9^2 + 329\,875.2 \cdot E(7, 9) \cdot \alpha_9^2 \\ + 263\,064 \cdot E(8, 9) \cdot \alpha_9^2 \end{vmatrix} \leq S_m \quad (40)$$

时段满载率均衡模型如式(27)所示,并根据建立的上述城市轨道交通分时段票价折扣模型,使用

遗传算法求得初始解，将初始解输入SLSQP算法求解全局最优解，并利用Python软件实现。

研究的初始解代表票价折扣率的初始值，每个个体代表一组可能的票价折扣率组合，每个个体的基因对应于不同时段的票价折扣率变量。在遗传算法的交叉变异运算过程中，当执行交叉操作时，选择2个父代个体的部分基因进行交换，以产生新的子代个体。在代码中，遗传算法库会自动选择父代个体并进行交叉操作。变异操作则对个体的某些基因进行随机扰动，以增加种群多样性。在代码中，通过指定变异的范围和步长，确保新生成的个体仍在可行域内。算法达到收敛后，各时段最优票价折扣率计算结果如表7所示。

各时段优化前后客流量和满载率计算结果如表8所示。

由表可知，票价折扣策略实施后，7.1%的早中心高峰出行乘客选择转移至平峰期或次中心高峰期出行，8.34%的晚中心高峰出行乘客选择转移至平峰期或次中心高峰期出行。

各时段优化前后满载率对比图如图4所示，实施分时票价折扣后，早、晚中心高峰运营时段内列车满载率降低，且各运营时段内列车满载率趋于均衡，实现了城市轨道交通客流的“削峰填谷”。

实施平峰期票价折扣给企业造成的收益损失主要是票款收入降低带来的收益损失，计算如式(41)

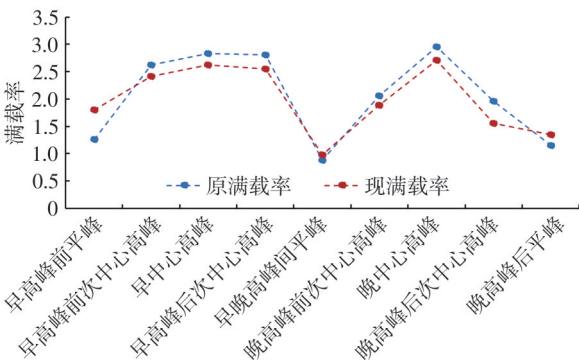


图4 各时段优化前后满载率对比图
Fig.4 Comparison of load factors before and after optimization in each period

所示。

$$E_L = \sum_{i=0}^9 [q_0(i) - q_1(i)] \alpha_i \cdot F_0 \quad i = 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9; j = 3, 7 \tag{41}$$

在该算例中，将运算所得表6、表7数据代入式(41)计算可得，票价折扣给企业造成的收益损失为53 955元，占总票价收入的1.2%；将票价折扣率在最优解基础上每增加或减少1%代入式(41)计算可得，企业收益将相应的增加或减少18 025元，均在可接受的范围内。

客流最高峰与平峰期差值比为

$$\omega_0 = \frac{Q_g}{Q_m} = \frac{117\,402}{21\,096} = 5.57 \tag{42}$$

$$\omega' = \frac{Q'_g}{Q'_m} = \frac{109\,071}{28\,945} = 4.2 \tag{43}$$

表7 折扣率计算结果
Tab.7 Discount rate calculation results

时段	早高峰前平峰	早高峰前次中心高峰	早高峰后次中心高峰	早晚高峰间平峰	晚高峰前次中心高峰	晚高峰后次中心高峰	晚高峰后平峰
折扣率	0.157 9	0.051 6	0.061 6	0.152 6	0.075 1	0.070 8	0.133 7

表8 各时段优化前后客流量和满载率计算结果
Tab.8 Calculation results of passenger flow and full load ratio before and after optimization for each time period

时段	原进站客流量/人	现进站客流量/人	原满载率	现满载率
早高峰前平峰	21 096	30 112	1.260	1.799
早高峰前次中心高峰	31 059	28 945	2.624	2.419
早中心高峰	117 402	109 071	2.828	2.627
早高峰后次中心高峰	39 225	34 381	2.812	2.556
早晚高峰间平峰	122 561	136 079	0.879	0.976
晚高峰前次中心高峰	33 498	30 833	2.058	1.894
晚中心高峰	68 724	62 995	2.956	2.710
晚高峰后次中心高峰	54 805	43 501	1.964	1.559
晚高峰后平峰	72 419	84 872	1.154	1.352

式中： Q_g 为原进站客流最高峰值； Q_m 为原进站客流平峰期最低值； Q'_g 为现进站客流最高峰值； Q'_m 为现进站客流平峰期最低值。

计算可知，均衡值提高幅度达24.6%。

4 结论

从乘客的出行转移意愿和运营时段划分角度出发，构建分时票价折扣模型，将票价对乘客需求量变化的影响以及客流均衡参数纳入时间差异化票价模型，并基于实际数据求解分时票价策略。研究结论如下。

(1) 基于SP调查数据，根据出行特征将乘客划分为2类，结合不同票价情境下的选择意愿，进一步分析计算2类乘客对票价折扣方案的敏感度。

(2) 以5 min AFC数据为统计粒度，将全天划分为222个时间粒度，选取K-means聚类算法将全日运营时段划分为3类，结合客流特性确定了9个运营时段。

(3) 综合考虑运营者利益、乘客出行成本和客流均衡等因素，构建分时段票价折扣模型，并通过设计的算法求解，得到分时段票价折扣策略为：早高峰前平峰期8.4折优惠，早高峰前次中心高峰期9.5折优惠，早高峰后次中心高峰期9.4折优惠，早晚高峰间平峰期8.5折优惠，晚高峰前次中心高峰期9.2折优惠，晚高峰后次中心高峰期9.3折优惠，晚高峰后平峰期8.7折优惠。在该票价策略下，7.1%的早中心高峰出行乘客选择转移至平峰期或次中心高峰期出行，8.34%的晚中心高峰出行乘客选择转移至平峰期或次中心高峰期出行。可为城市轨道交通实施时间差异化定价提供理论支持和决策依据。

(4) 通过算例分析得出在最优票价折扣策略下，企业收益减少53 955元，占总票价收入的1.2%，且处于可承受区间。同时，敏感性分析表明，当票价折扣率在最优解基础上每变动1%时，企业收益相应变动18 025元，波动仍处于合理范围内。研究可为分时票价策略制定提供科学依据，推动城市轨道交通时间差异化定价策略的理论发展与实践应用。

参考文献：

[1] ADNAN M, NAHMIA BIRAN B H, BABURAJAN V, et

al. Examining Impacts of Time-Based Pricing Strategies in Public Transportation: A Study of Singapore[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2020, 140: 127-141.

[2] 周依. 基于客流特征的城市轨道交通分时票价优化研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2019.

[3] OFFIAELI K, YAMAN F. Social Norms as a Cost-Effective Measure of Managing Transport Demand: Evidence from an Experiment on the London Underground[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2021, 145: 63-80.

[4] 刘家玮. 北京地铁分时定价对乘客出行行为影响研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2018.

[5] 邹庆茹. 城市轨道交通网络高峰客流拥挤管控研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2019.

[6] 李金武, 刘雯丽. 城市轨道交通枢纽车站大客流疏导控制模式研究[J]. 山西建筑, 2018, 44(36): 238-239.

LI Jinwu, LIU Wenli. Research on Dredging Control Mode of Urban Rail Transit Hub Station under the Mass Passenger Flow[J]. Shanxi Architecture, 2018, 44(36): 238-239.

[7] 曹建青, 王立晓, 孙小慧, 等. 基于Nested Logit模型的城市轨道交通客流转移研究[J]. 中国科技论文, 2017, 12(7): 749-753.

CAO Jianqing, WANG Lixiao, SUN Xiaohui, et al. Study of Passenger Flow Shift of Urban Rail Transit Based on Nested Logit Model[J]. China Science Paper, 2017, 12(7): 749-753.

[8] 张兵, 陶文康, 刘建荣, 等. 有限理性视域下老年人出行方式选择巢式Logit模型[J]. 交通运输系统工程与信息, 2023, 23(6): 74-82.

ZHANG Bing, TAO Wenkang, LIU Jianrong, et al. Nested Logit Model of Elderly Travel Mode Choice Based on Boundedly Rationality[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23(6): 74-82.

[9] 刘蔚. 城市居民低碳出行的影响因素及引导策略研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2014.

[10] AL-SALIH W Q, ESZTERGÁR-KISS D. Linking Mode Choice with Travel Behavior by Using Logit Model Based on Utility Function[J]. Sustainability, 2021, 13(8): 4332.

[11] 保鲁昆, 周黎, 李博, 等. 高速铁路网运输能力计算与运用优化研究[J]. 铁道运输与经济, 2026, 48(6): 90-98.

BAO Lukun, ZHOU Li, LI Bo, et al. Research on Calculation and Utilization Optimization of Transportation Capacity for High Speed Railway Network[J]. Railway

- Transport and Economy, 2026, 48[J]: 90–98.
- [12] 马思雍, 翁剑成, 李宗典, 等. 地铁票价优惠政策对乘客错峰出行行为的影响模型[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2021, 45(3): 413–418.
MA Siyong, WENG Jiancheng, LI Zongdian, et al. Influence Model of Metro Fare Preferential Policies on Passenger's Off-Peak Travel Behavior[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2021, 45(3): 413–418.
- [13] 韦凌翔, 陈 红, 蒋金亮, 等. 基于广义费用函数的高铁票价双层规划模型研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2015, 12(2): 250–256.
WEI Lingxiang, CHEN Hong, JIANG Jinliang, et al. Study on Bi-Level Programming Model of High Speed Rail Fares Based on Generalized Cost Function[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2015, 12(2): 250–256.
- [14] 胡莹莹, 丁小兵, 齐杰仪, 等. 基于算法融合的地铁运营致灾源传导网络构建与应用[J]. 铁道运输与经济, 2025, 47(9): 191–200.
HU Yingying, DING Xiaobing, QI Jieyi, et al. Construction and Application of Hazard Source Propagation Network for Metro Operation Based on Algorithm Fusion[J]. Railway Transport and Economy, 2025, 47(9): 191–200.
- [15] 彭亚美, 杨家其, 赵学戡. 基于粒子群优化算法的城市轨道交通客运定价双层规划模型研究[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2016, 40(3): 535–539.
PENG Yamei, YANG Jiaqi, ZHAO Xueyu. Research on Particle Swarm Optimization Algorithm Based Bilevel Programming Model for Urban Rail Transit's Pricing[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2016, 40(3): 535–539.
- [16] 刘美银, 王建伟. 考虑城市客运结构优化的城市轨道交通定价方法研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017, 17(3): 53–59.
LIU Meiyin, WANG Jianwei. Pricing Method of Urban Rail Transit Considering the Optimization of Passenger Transport Structure[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2017, 17(3): 53–59.
- [17] AALAMI H A, MOGHADDAM M P, YOUSEFI G R. Modeling and Prioritizing Demand Response Programs in Power Markets[J]. Electric Power Systems Research, 2010, 80(4): 426–435.
- [18] 王 林, 李日伟, 鲁寒宇, 等. 基于分时定价理论的地铁票价优化研究[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2019, 38(8): 104–110.
WANG Lin, LI Riwei, LU Hanyu, et al. Optimization of Subway Fare Based on Time-Sharing Pricing Theory[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2019, 38(8): 104–110.
- [19] 汪 晴, 徐光明, 邓连波, 等. 基于出行距离的城市轨道交通补贴优化模型[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(7): 2689–2697.
WANG Qing, XU Guangming, DENG Lianbo, et al. Optimization Model of Urban Rail Transit Subsidies Based on Travel Distance[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2023, 20(7): 2689–2697.
- [20] PRASHANT A, DEV M. Modeling Departure Time Choice of Metro Passengers: A Case Study of Delhi Metro[J]. Transportation Research Procedia, 2023, 72: 933–940.

(责任编辑 吴文娟)