DOI:10.20176/j.cnki.nxdz.20251216

局部压入载荷下有限尺寸薄膜-基底系统的屈曲行为研究

彭 娟[1], 吴羽飞[2], 王耀东[2], 陈培见[2,3*]

(1.中国矿业大学 材料与物理学院,江苏 徐州 221116; 2.中国矿业大学 力学与土木工程学院,江苏 徐州 221116;
3.中国科学院兰州化学物理研究所 固体润滑国家重点实验室,甘肃 兰州 730000)

摘 要:薄膜-基底系统在工业领域中应用广泛,明晰其在各类载荷作用下的力学响应,是柔性电子、软体机器人等器件结构优化设计与工程化应用的关键前提。然而,目前针对有限尺寸薄膜-基底系统在局部压入载荷下的屈曲行为分析仍存在明显不足,这极大地限制了相关器件的工程应用与技术发展。为此,采用实验测试、数值模拟与理论分析相结合的研究方法,系统探究了局部压入载荷作用下有限尺寸薄膜-基底系统的屈曲力学行为,并深入揭示了影响其屈曲响应的关键因素。研究发现,有限尺寸薄膜-基底系统在局部压入载荷下的失稳行为,与无限大尺寸模型的理论结果存在显著差异。当压入深度超过临界值时,薄膜-基底系统将发生屈曲失稳;随着压入深度的进一步增大,其失稳形貌会从初始的对称分布逐渐演变为非对称状态。此外,通过调控系统的几何参数与材料属性,可实现对薄膜-基底系统屈曲行为的有效调控。文中研究结果,有望为柔性电子器件、软体机器人的结构设计,以及自然界中薄膜-基底系统屈曲现象的机理解析,提供重要的理论依据与技术支撑。

关键词:薄膜-基底系统;局部压入;有限尺寸;屈曲;有限元分析

分类号:(中图)O343.9 **文献标志码:**A

薄膜-基底系统在日常生活中广泛存在,例如人与动物的皮肤组织、镜面涂层、油画漆膜、涂覆油漆的桌面等[1-5]。作为一种重要的工程结构,该系统在柔性电子器件、软体机器人、飞机智能蒙皮、太阳能电池、结构健康监测等领域发挥着关键作用[6-9]。由于薄膜的抗弯刚度极低,薄膜-基底系统在各类载荷作用下常发生屈曲等失稳力学行为。掌握其失稳机理,能指导工程实践,以规避由表面失稳引发的失效问题;另一方面,柔性电子器件等核心应用正是利用薄膜-基底系统的失稳特征设计制备的,而且该系统的失稳理论还可有效揭示生物组织的变形与演化规律[10-13]。因此,开展薄膜-基底系统失稳力学研究,不仅有利于指导柔性电子、软体机器人等工程应用,还有望进一步揭示自然奥秘[3,6,14]。

薄膜-基底系统的失稳行为可以分为整体失稳和局部失稳两类。针对整体失稳问题,Dorris和Nemat-Nasser[15]研究了完美黏接于弹性基底上的多种弹性薄膜在横向压缩载荷下的屈曲响应。Chen和Hutchinson[16]通过实验观察到金属薄膜-高弹体基底系统在双轴压缩应变载荷下出现人字形屈曲形貌,并基于能量原理分析了临界载荷。Huang等[14]探究了双轴应变下薄膜-柔性衬底系统的起皱行为,并发展谱方法,实现了对褶皱变形的预测。Cao和Hutchinson[3]研究了超弹性材料薄膜/基底系统的压缩屈曲行为,得到了薄膜起皱临界应变的精确解。Zhao等[17]结合理论分析与有限元模拟,研究硬膜-软基系统在压缩载荷下的起皱-折叠问题,发现倍周期模式的临界应变强烈依赖于基底材料性质。Yang等[18]研究了拉伸/卸载引起的PDMS双层结构失稳和刚性基底上的水凝胶层的

收稿日期:2025-08-16
基金项目:国家自然科学基金资助项目(12422202, 12272401)
作者简介:彭娟(1986—),女,讲师,博士,主要从事半导体材料及器件力学研究,(电子信箱)pengjuan@cumt.edu.cn。
*通信联系人:陈培见(1986—),男,教授,博士,博士研究生导师,主要从事接触力学、表面/界面力学研究,(电子信箱)chenpeijian@cumt.edu.cn。
引用格式:彭娟,吴羽飞,王耀东,等.局部压入载荷下有限尺寸薄膜-基底系统的屈曲行为研究[J].宁夏大学学报(自然科学版中英文),2026,47(1):14-23.

溶胀失稳，明确了失稳的生成、演化机理及屈曲形貌的调控方法。Huang[19]探讨了黏弹性基底上弹性薄膜的失稳特性。Xu等[20]利用有限元分析，研究了三维薄膜-基底系统后屈曲中的次级分叉问题。

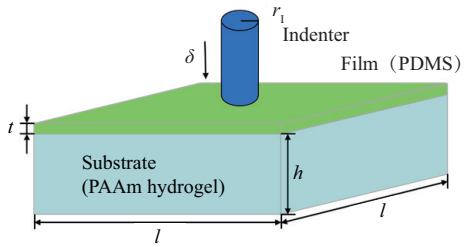
随着柔性电子器件的发展，一些特殊结构的薄膜-基底系统受到工程师和科研人员的广泛关注。Zhang等[21]受微观图形调控界面黏附强度的启发，提出了一种利用软基板上的微观图形调节屈曲构型的方法，发现微图形的几何形状、材料性质以及薄膜与微图形软基板间的界面黏附，对屈曲形貌的影响显著。Zheng等[22]通过实验测试、数值模拟和理论分析，对岛-桥结构的弯曲行为进行了综合研究，发现受弯曲荷载的岛-桥结构可呈现向上或向下的形态；通过调整相关材料与几何参数，或在上膜中引入折痕，可有效调控弯曲形态和临界载荷。针对含非均匀薄膜的薄膜-基底系统，Yu等[23]结合实验、理论和模拟，研究了软弹性衬底上沉积金属薄膜的失稳行为，发现厚度梯度可引导有序褶皱图案自发形成。Lu等[24]采用掩板法在PDMS基底上制备了周期性薄膜，发现屈曲褶皱的波长、振幅与薄膜厚度呈正相关。

薄膜-基底系统在局部接触、局部拉伸、局部扭转等载荷作用下，也会产生失稳行为，其失稳机制与整体失稳机制差异显著。针对局部失稳问题，Liu等[25]研究了黏弹性薄膜-弹性基体系统在圆形区域内受均匀预拉伸作用时的局部起皱和应力松弛特性，推导得到该系统的屈曲控制方程，并明确了临界起皱条件。Huang等[26]研究了薄膜表面由水滴导致的表面褶皱现象，提出了一种测量薄膜弹性和厚度的方法。Sun等[27]利用微探针对沉积于PDMS基底表面的金膜进行局部力学测试，通过观察局部褶皱和裂纹的演化过程，揭示了薄膜的应力释放机制。Huang等[28]提出一种基于汉克尔(Hankel)积分变换的理论方法，用于研究局部由预拉伸导致的薄膜失稳问题，并将理论计算结果与实验数据进行了对比验证。需要指出的是，上述研究工作大多以无限大的薄膜-基底系统为研究对象，但在实际工程应用中，无限大体系几乎不存在。有限尺寸薄膜-基底系统在局部压入载荷作用下，其表面屈曲规律与无限大体系有何差异？几何尺寸、材料属性等关键因素又会对薄膜-基底系统的屈曲行为产生怎样的影响？

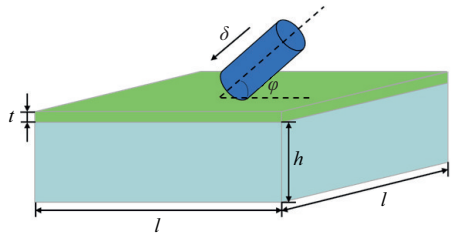
为了回答上述问题，本文结合实验、理论分析和有限元模拟方法，系统研究了有限尺寸受压薄膜-基底系统的屈曲行为，探讨了几何参数、材料属性等不同因素对其屈曲响应的影响规律。研究结果有望为柔性电子等领域中有限尺寸薄膜-基底系统的工程应用提供技术支撑，并为深入理解自然界中薄膜-基底系统的屈曲机制奠定理论基础。

1　有限尺寸薄膜-基底系统的屈曲实验和数值分析

针对有限尺寸薄膜-基底系统的压入屈曲问题，本文综合采用实验测试与数值分析相结合的方法展开研究。如图1所示，圆柱形压头在外力作用下压入正方形薄膜-基底系统表面，其中薄膜厚度为t，基底厚度为h，薄膜基底的边长均为l，圆柱形压头半径为r_1。薄膜弹性模量为E_f，泊松比为μ_f，基底的弹性模量为E_s，泊松比为μ_s。加载过程中，本文考虑了垂直和倾斜薄膜表面两种方向的压入方式，φ为压头轴线与薄膜表面的夹角。



(a) 压头垂直压入的薄膜-基底系统的模型图



(b) 压头与薄膜表面存在倾斜角度的模型图

图1　有限尺寸薄膜-基底系统的压入模型图

Fig. 1　The diagram of finite-size film-substrate system under indentation

本文采用PDMS薄膜与聚丙烯酰胺水凝胶基底构建薄膜-基底系统，探究其压入屈曲行为。薄膜-基底系统样品的具体制备流程如图2所示。首先，将PDMS的基剂和固化剂按10∶1(质量比)混合均匀，随后将混合液涂布于亚克力基板表面，利用匀胶机进行匀胶处理。匀胶完成后，将其置于高温干燥箱中加热固化。固化后，采用甲醇和去离子水对PDMS薄膜表面进行反复冲洗，经氮气吹干后，将其浸入10%乙醇二苯甲酮溶液中静置5 min。随后，再次用甲醇和去离子水冲洗经二苯甲酮处理后的PDMS薄膜，干燥后将其铺设于模具底层，倒入

预先配置的聚丙烯酰胺水凝胶溶液,继而置于紫外灯箱中进行光固化成型。本文所用的聚丙烯酰胺水凝胶溶液的配置方案为:每 100 mL 去离子水中,加入 12.05 g 丙烯酰胺(AAm)与 0.3 g N,N'-亚甲基双丙烯酰胺(MBAA)。

实验测试阶段,将制备好的试样水平放置于实验台上,以玻璃棒端部作为压头,在薄膜几何中心位置进行渐进式加载,直至薄膜-基底系统发生失稳并产生褶皱。压头压入初期,薄膜-基底系统仅出现凹陷变形,凹陷区域周围没有出现褶皱形貌;当压头下压至一定深度时,薄膜表面四条侧边中部至压头的区域开始向上隆起,略高于周边变形区域。随着压头持续向下加载,系统变形量逐渐增大,最终演化出清晰可辨的褶皱结构。

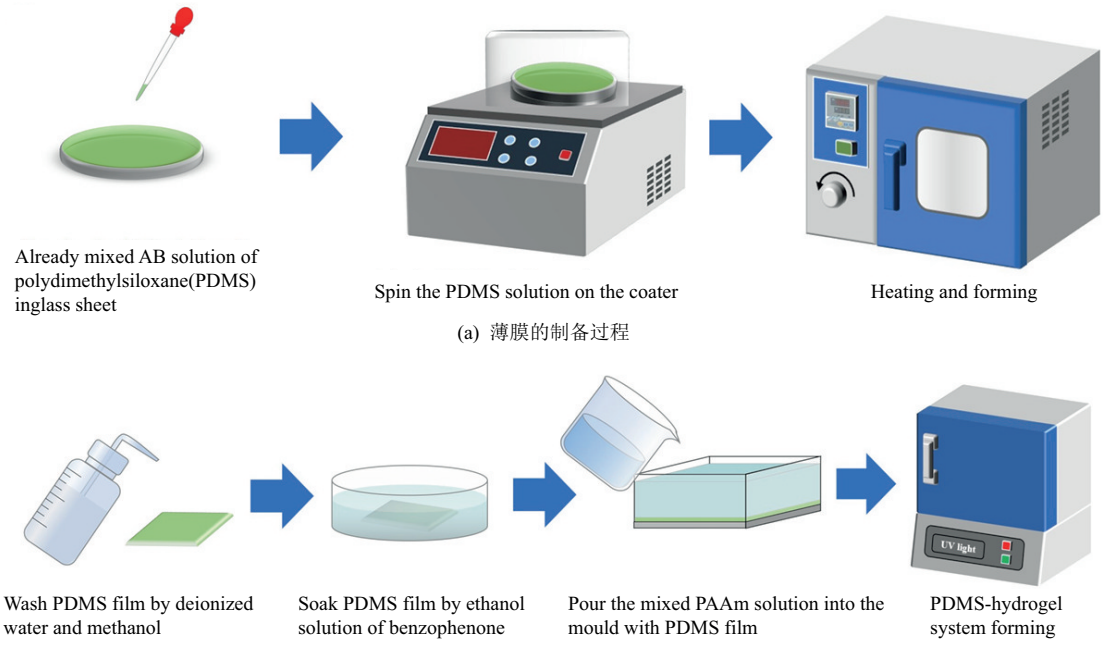


图 2 薄膜-基底系统的制备流程图

Fig. 2 Flowchart for preparation of film-substrate system

本文采用商业有限元软件 ABAQUS 进行模拟计算。为了精准地追踪有限尺寸薄膜-基底系统的屈曲形貌演化规律,模拟过程均采用了伪动力学法。其中,薄膜选用 10 节点二次元四面体单元(C3D10),基底选用 10 节点二次元四面体杂交单元(C3D10H),模型总计包含约 27 000 个单元。为了提供模拟精度,压头与薄膜接触区域被设置为更高的单元密度。需要注意的是,模拟前已完成网格收敛性验证,以保证计算结果的准确性与收敛性。此外,为规避高非线性本构关系带来的建模复杂性,更清晰地阐释薄膜-基底系统在局部压入载荷作用下的屈曲机理,采用线弹性本构对该系统的变形特征进行分析。

2 理论分析

图 3 展示了薄膜-基底系统受压后的变形过程:(ⅰ)初始阶段,薄膜与基底均保持平面状态;(ⅱ)逐步施加载荷时,薄膜-基底系统在压头作用下发生轴对称凹陷变形,此时凹陷周围没有出现褶皱;(ⅲ)当压入深度超过临界值时,凹陷周围出现非对称分布的屈曲形貌。此后,随着压入深度的进一步增大,屈曲形貌持续演化。

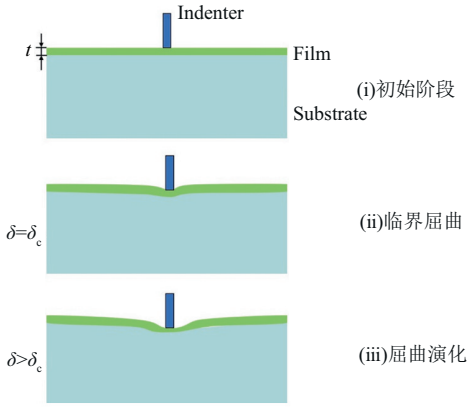


图 3 局部压入载荷下薄膜-基底系统的变形演化

Fig. 3 Deformation evolution of film-substrate system under local indentation

方便起见,假定薄膜厚度远小于基底,薄膜和基底均为线弹性材料,且二者间为完美黏接。本文

以薄膜与压头的接触中心为原点，定义薄膜所受径向应力为 σ_{rr}，环向应力为 $\sigma_{\theta\theta}$，δ 为压入深度，δ_c 为临界压入位移。根据 Sun 等[27]的研究，当压入深度较小（$\delta<\delta_c$），压入作用导致的薄膜径向应力和环向应力分别为

$$\sigma_{rr}=\frac{\tau r_I^{\ 2}}{r^2},\sigma_{\theta\theta}=-\frac{\tau r_I^{\ 2}}{r^2}。\tag{1}$$

其中：r 为薄膜上任意一点到接触中心的距离；$\tau=m\delta$ 为压头边缘处薄膜受到的拉应力，m 为常数，即压头周围薄膜拉应力与压入深度呈线性正相关。由此可见，压头周围的薄膜同时承受径向拉应力与环向压应力作用。此外，随着距离 r 的增大，薄膜所受的径向拉应力与环向压应力均逐渐减小。当压入深度增大至临界屈曲位移时（$\delta=\delta_c$），薄膜发生屈曲变形。

针对压头竖直压入的情况，半无限大薄膜-基底系统的临界应力与失稳形貌波长计算式[27]分别为

$$\sigma_c=\left(\frac{9E_fE_s^2}{64(1-\mu_f^2)(1-\mu_s^2)^2}\right)^{\frac{1}{3}},\tag{2}$$

$$\lambda=2\pi t\left(\frac{E_f(1-\mu_s^2)}{3E_s(1-\mu_f^2)}\right)^{1/3}。\tag{3}$$

由式（2）～（3）可知，临界应力随着薄膜与基底弹性模量及泊松比的增大而增大，且基底材料参数的影响更为显著。失稳形貌波长与基底的弹性模量、泊松比呈负相关，与薄膜的弹性模量、泊松比呈正相关，且受薄膜材料性质的影响更大。

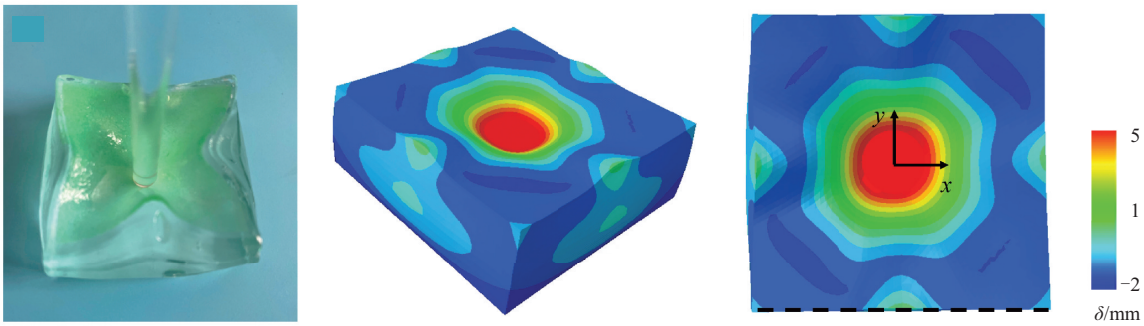
3　结果与讨论

为了探究有限尺寸的薄膜-基底系统的压入屈曲行为，本文设定薄膜厚度 t 为 0.5 mm，基底厚度 h 为 15 mm，薄膜基底的长和宽均为 l=44 mm，压头半径 r_I 为 5 mm。实验中，系统经多次加载-卸载循环后没有出现塑性屈服现象。为便于数值计算和分析，本文采用线弹性本构模型进行模拟，其中，PDMS 薄膜的弹性模量 E_f 为 1.85 MPa，泊松比 μ_f 为 0.46，聚丙烯酰胺水凝胶基底的弹性模量 E_s 为 0.005 MPa，泊松比 μ_s 为 0.49。

3.1　局部压入载荷下有限尺寸薄膜-基底系统的屈曲行为

图 4 展示了局部载荷作用下有限尺寸薄膜-基底系统的失稳形貌。由图 4 可见，薄膜-基底系统以受压处为中心，向 4 条边的中心位置辐射形成 4 个褶皱，4 条边的中心位置及 4 个角处均出现上翘现象。薄膜和基底均未发生塑性变形和破坏。其原因在于，随着压入深度的增大，薄膜与基底呈现环向受压、径向受拉的受力状态，薄膜由平面状态逐步演化为曲面状态，当应变超过临界值时即发生屈曲。需要注意的是，该结果与无限大薄膜-基底系统在整体载荷作用下的响应存在显著差异，所形成的褶皱并非标准的正弦曲线形态。此外，局部压入载荷下有限尺寸薄膜-基底系统的失稳行为与无限大系统的情况也存在较大差别：无限大薄膜-基底系统的屈曲仅发生在受压区域附近的局部范围，而有限尺寸的薄膜-基底系统的局部受压屈曲则表现为从边界到压头附近的整体屈曲变形；且两种情况下产生的径向放射状褶皱，其数目和位置均存在明显差异。

图 5 给出了有限尺寸薄膜-基底系统受压时的力-位移曲线。可以发现，实验曲线整体与数值预测结果吻合良好，曲线斜率较为平滑，未出现载荷跳突现象。这是由于压入过程中系统的应变能显著增加，而失稳引发的能量变化相较于压入过程导致的系统能量增量可忽略不计，因此，本研究未观测到失稳响应引起的力-位移曲线剧烈波动。



(a) 实验中的屈曲形貌图　　(b) 有限元的屈曲形貌图　　(c) 有限元屈曲形貌俯视图

图 4　有限尺寸薄膜-基底系统受压屈曲的形貌图

Fig. 4　Buckling patterns of finite-size film-substrate system

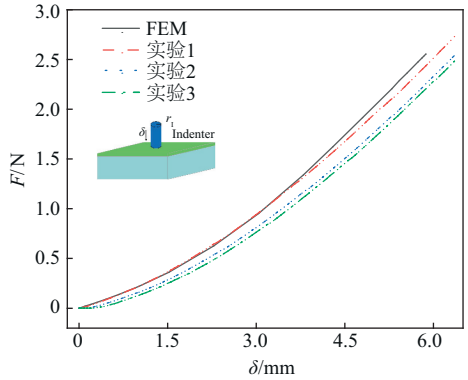


图 5 有限尺寸薄膜基底系统受压的有限元计算与实验的力-位移曲线

Fig. 5 Force-displacement curves for finite-size film-substrate system under indentation from both FEM and experiments

图 6 展示了不同压入位移下有限尺寸薄膜-基底系统的形貌演化图。可以发现,当压入深度较小时,薄膜-基底系统的变形主要集中于压头附近,边界处基本不发生变形;随着压入深度的增加,变形区域逐渐扩大,当其超过临界压入深度时,薄膜-基底系统开始出现褶皱形貌,且褶皱区域逐步扩展至边界。

图 7 展示了以压入点为中心,选定半径处薄膜-基底系统表面的法向位移图。在压入深度为 3 mm 时,薄膜表面法向位移与环向角度呈接近半个周期的正弦函数关系;随着压入位移增大,系统发生后屈曲,其形貌由单个波峰演化为两个波峰。

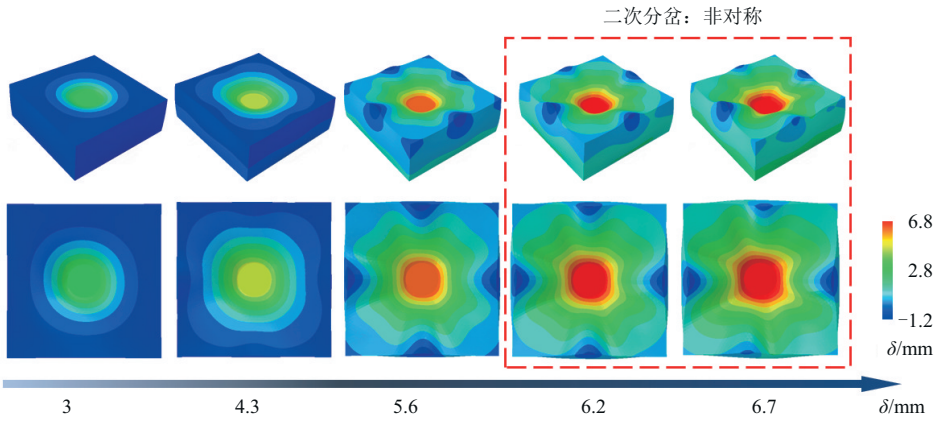
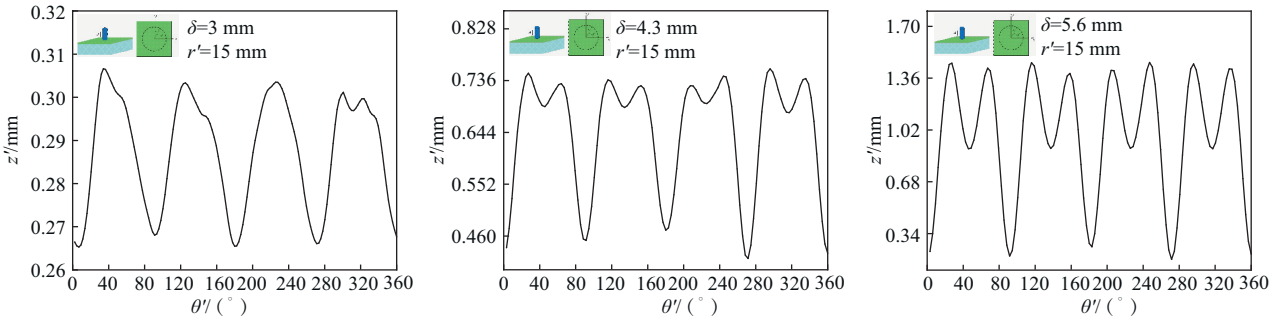


图 6 不同下压位移时有限尺寸薄膜基底系统的形貌图

Fig. 6 Buckling patterns of finite-size film-substrate system under indentation with different indentation depth



(a) 压入深度为3 mm时的薄膜表面环向z方向位移图

(b) 压入深度为4.3 mm时的薄膜表面环向z方向位移图

(c) 压入深度为5.6 mm时的薄膜表面环向z方向位移图

图 7 薄膜表面在给定半径处的法向位移

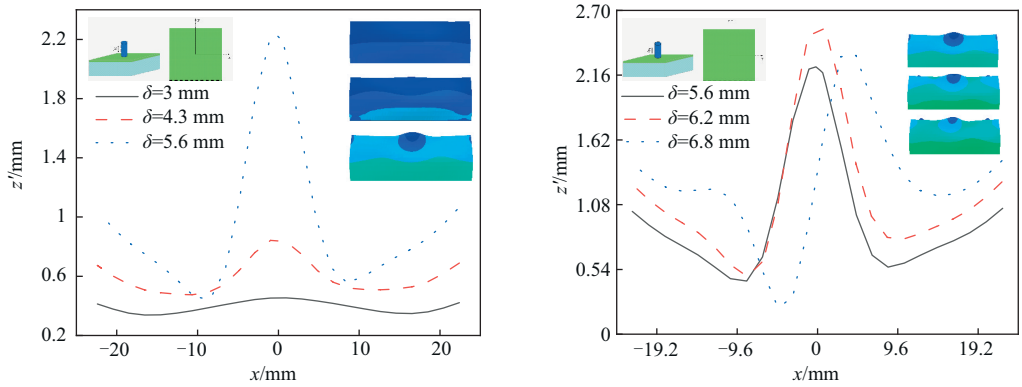
Fig. 7 The vertical displacement-circumferential angle relationship at the film's surface with different indentation depth

图 8 给出了不同下压位移作用下薄膜边界的法向位移分布图。从图中可以看出,随着压入深度的增大,边界翘曲愈发明显;当压入深度超过某一阈值时,曲线发生显著变化,边界失稳形貌从对称分布变为非对称状态,即褶皱形貌发生了改变。

需要注意的是,褶皱演化的本质是系统的一种相变过程:系统在压入初期先演化为稳定的对称屈曲模式,当压入深度进一步增大时,该稳定屈曲模式逐步转变为非对称的二次屈曲模式。这一模拟结果与实验观察结果一致。

3.2 基底性质对薄膜-基底系统屈曲行为的影响

本文进一步讨论了基底性质对有限尺度薄膜-基底系统压入屈曲行为的影响(图 9)。图 9(a)给出了不同弹性模量下薄膜-基底系统受压的力-位移

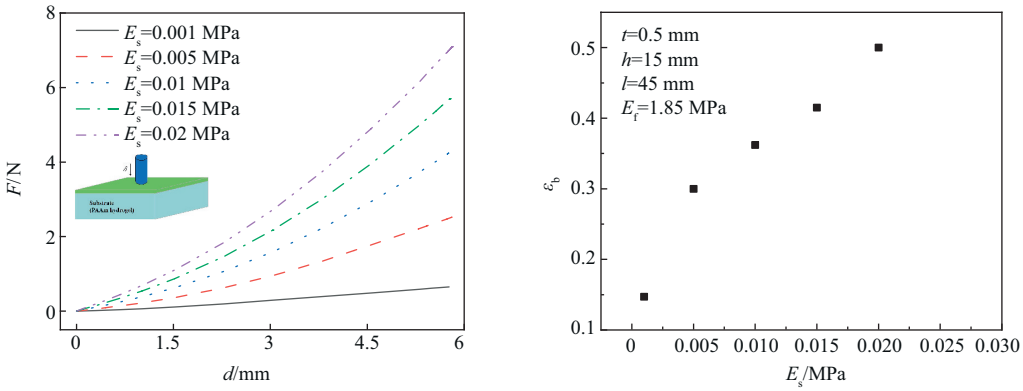


(a) 对称分布的z方向位移图　　(b) 非对称演化的z方向位移图

图 8　有限尺寸薄膜-基底系统在不同压入位移下边界处的位移

Fig. 8　Vertical displacement along film's edge with different indentation depth

曲线。可以发现,随着基底弹性模量的增大,系统刚度相应提升,压入力学响应也随之增大。当压入深度增加时,薄膜-基底系统的非线性愈发显著,表现为力-位移曲线的斜率增大;而当基底弹性模量较小时,系统的非线性特征更弱,力-位移曲线的斜率变化幅度较小。图 9(b)给出了不同弹性模量基底对应的无量纲临界压入深度$\varepsilon_b=\delta_b/(t+h)$,其中$\delta_b$为临界压入位移。由图 9 可知,随着基底弹性模量的增大,系统的临界屈曲应变也随之增大,这与公式(2)的预测结果一致。



(a) 力-位移响应　　(b) 无量纲临界压入深度

图 9　基底弹性模量对力-位移响应和无量纲临界压入深度的影响图

Fig. 9　The influence of substrate's modulus on the force-displacement relationship and the dimensionless critical indentation depth

图 10 展示了不同弹性模量基底下薄膜-基底系统的屈曲形貌变化。可以看到,基底弹性模量越小,薄膜-基底系统变形产生的褶皱越显著,系统整体变形量也越大;随着基底模量的增大,系统逐步由后屈曲状态转变为无屈曲形态。由此可见,基底模量对薄膜-基底系统的屈曲行为具有重要调控作用,可通过选取适宜的基底模量实现对系统屈曲行为的精准调控。

在实际应用中,往往需要采用不同的薄膜与基底厚度设计,因此文中还探讨了基底厚度对有限尺寸薄膜-基底系统屈曲形貌的影响(图 11)。图 11(a)展示了不同厚度水凝胶基底对应的薄膜-基底系统受压力学响应。可以看出,随着基底厚度的增大,薄膜-基底系统的力学响应逐渐减弱。这主要是因为基底厚度增大后,相同压入位移对应的应变随之降低,力响应也相应减小。图 11(b)展示了基底厚度对系统临界压入深度的影响。由图 11(b)可知,随着基底厚度的增大,系统的临界压入深度减小;而当基底厚度增大时,薄膜与基底的厚度比随之减小,系统的临界压入深度则呈增大趋势。压入过程中,压头下方的薄膜和基底受到压缩并向周围产生拉力,致使该区域产生较大变形。当基底较厚时,其可储存的应变能更高,因此系统的临界压入深度相应增大。图 12 展示了不同厚度基底对应的薄膜-基底系统屈曲形貌图。由图 12 可见,不同基底厚度下系统的形貌变化并不显著;在相同压入深度条件下,基底厚度越大,边界处褶皱的翘曲程度越缓和,同时系统整体的变形程度也随之降低。

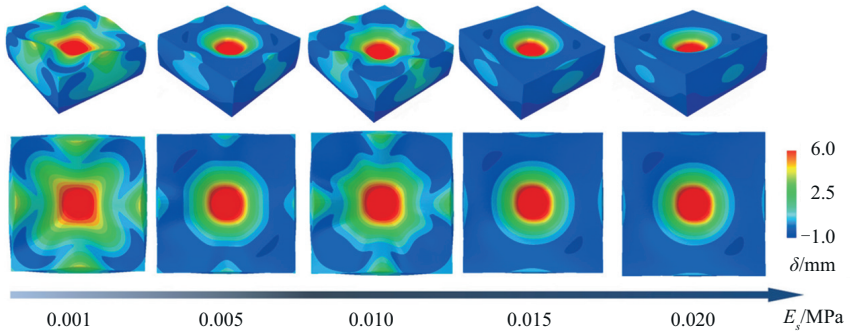
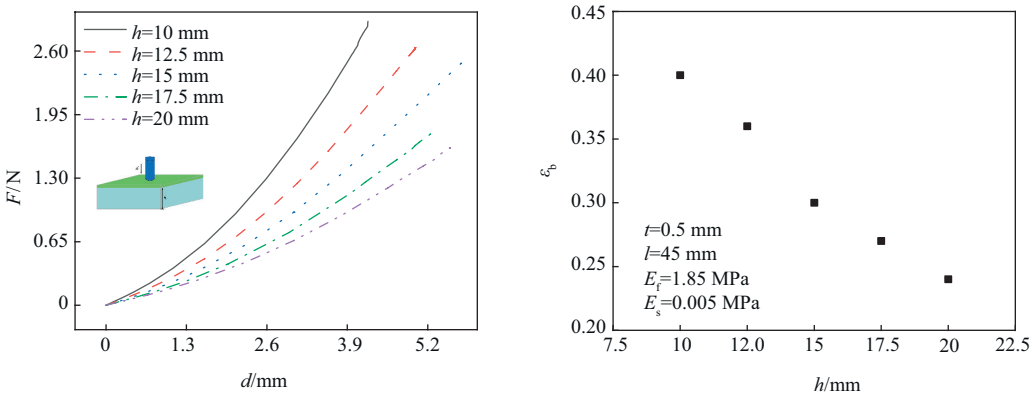


图 10 不同基底弹性模量下薄膜-基底系统的屈曲形貌

Fig. 10 Buckling patterns of film-substrate system with different substrate's modulus



(a) 力-位移响应 (b) 无量纲临界压入深度

图 11 基底厚度对力-位移响应和无量纲临界压入深度的影响图

Fig. 11 The influence of substrate's thickness on the force-displacement relationship and the dimensionless critical indentation depth

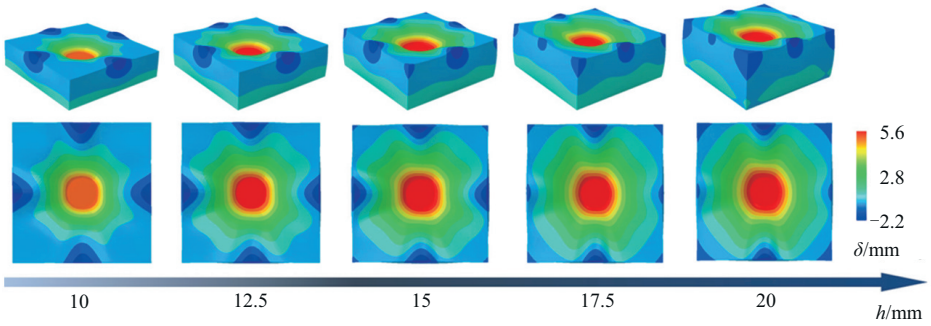


图 12 基底厚度对膜-基系统屈曲形貌的影响

Fig. 12 Buckling patterns of film-substrate system with different substrate's thickness

3.3 压头特征及工况对薄膜-基底系统屈曲行为的影响

本文还探讨了压头特征及压入倾角对有限尺寸薄膜-基底系统屈曲行为的影响。图 13～14 分别给出了压头半径对薄膜-基底系统力-位移关系及变形形貌的影响规律。由图 13 可见,随着压头半径的增大,薄膜-基底系统的力学响应也随之增大。这是因为压头半径增大后,系统的变形区域相应扩大,力学响应也随之提升。从图 14(a)可以发现,当压头半径较小时,系统边界不会发生屈曲并产生褶皱;当压头半径足够小时,可将该模型近似视为无限大薄膜-基底系统,此时系统无明显屈曲现象。需要注意的是,有限尺寸薄膜-基底系统在自由边界处的变形,源于受压时系统以压入接触区域为中心产生大范围变形,自由边界会对系统的屈曲行为产生显著影响;而当系统尺寸足够大时,边界的影响则可忽略不计。如图 14(b)所示,当压头半径足够大时,薄膜-基底系统同样未发生屈曲,但系统四角出现翘曲,边界中部区域呈下凹形态。这是因为边界四角为自由端,周围区域受压弯曲并向内收缩,受泊松效应影响,四角形成向上翘曲

的形貌；同时，由于压头直径与薄膜-基底系统的边长相近，边界中部区域因靠近压头而发生弯曲变形，随着压头一同向下位移。

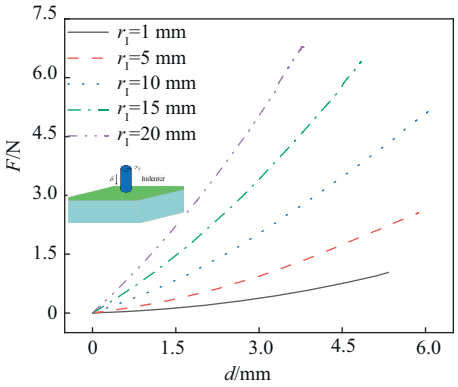


图 13　压头半径对力-位移响应的影响图

Fig. 13　The influence of indenter's radius on force-displacement relationship

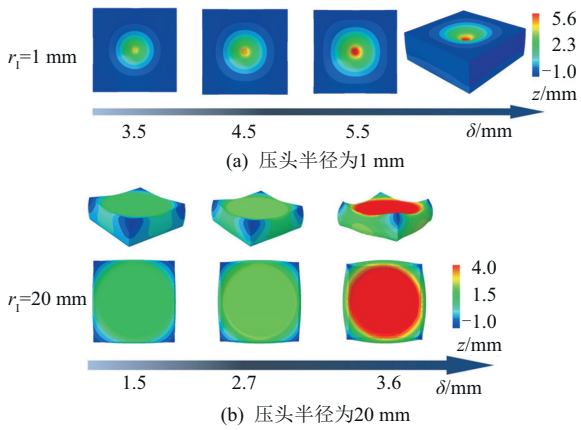
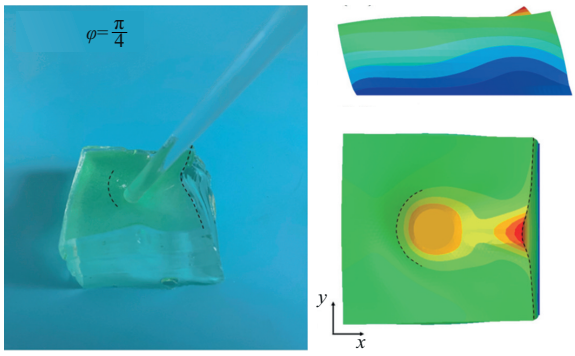


图 14　两种典型压头半径的薄膜-基底系统受压的屈曲形貌图

Fig. 14　Two typical buckling patterns of film-substrate system with different indenter's radius

本文还探讨了不同加载角度对薄膜-基底系统屈曲形貌的影响。如图 15 所示，有限尺寸薄膜-基底系统在侧向压入时会发生倾斜，这与无限大模型的响应特征存在显著差异。需要注意的是，鉴于水凝胶基底具有一定黏性，可视其底部固定于载物台。如图 15 中虚线所示，压头后侧会形成明显的大尺寸褶皱，这是由于压头作用区域发生弯曲变形，且压头后缘处于受拉状态，两种变形耦合作用，最终导致该区域产生大幅褶皱。此外，靠近压头前缘的区域出现环向轻微隆起，这是压头区域向前挤压和向下弯曲共同作用的结果，实验结果与有限元分析结果完全一致。



(a) 实验中的屈曲形貌　　(b) 有限元形貌正视图及俯视图

图 15　倾角压头作用下薄膜-基底系统的屈曲形貌图

Fig. 15　Buckling patterns of finite-size film-substrate system under inclined indentation

图 16 给出了加载角度对薄膜-基底系统屈曲形貌的影响规律。可以看出，当加载角度为 0°时，薄膜-基底系统发生近似简单剪切的变形，结构未出现屈曲现象；当加载角度不为 0°时，在法向与切向载

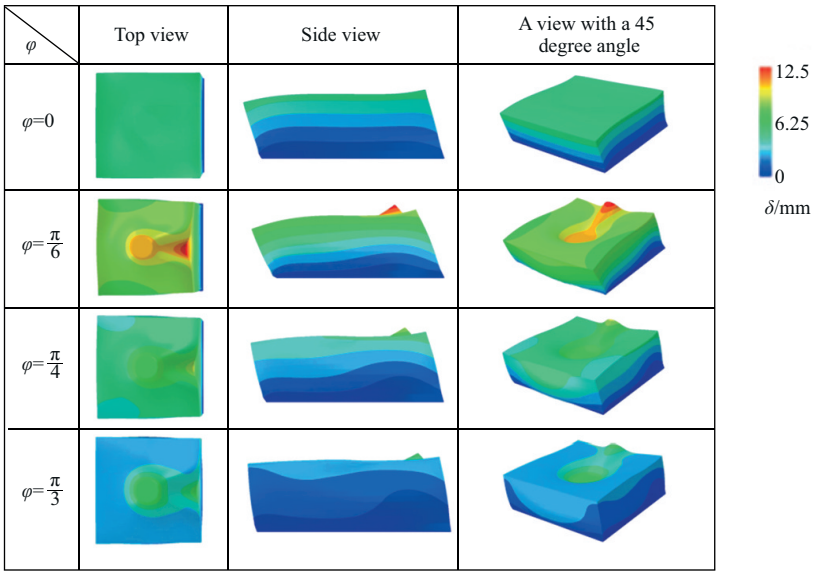


图 16　加载角度对有限尺寸和无限大薄膜-基底系统屈曲形貌的影响图

Fig. 16　Buckling patterns of finite-size and infinite film-substrate system with different indenter angle

荷的共同作用下,压头后缘会出现屈曲行为,且随着加载角度的增大,压头前缘的褶皱程度逐渐减弱。其作用机理主要为:系统边界处于自由状态,剪切作用产生的应变能可通过整体变形得到释放。而在法向与切向载荷的耦合作用下,当压缩应力超过薄膜的屈曲临界应力时,压头前缘受压应力作用,后缘受拉应力作用,系统通过产生面外位移释放能量。但由于薄膜与基底紧密黏结,基底的约束作用会抑制薄膜的变形,最终形成稳定的失稳形貌。对于无限大薄膜-基底系统而言,因其不存在自由边界,压头后缘的拉伸应力分布较为均匀,不会出现失稳现象;而压头前缘因受到较强的挤压作用,会产生与有限尺寸系统相似的隆起形貌。

4 结论

本文综合采用实验测试、数值模拟与理论分析相结合的方法,系统研究了有限尺寸薄膜-基底系统的压入屈曲问题,重点探讨了几何参数、材料参数及加载角度对局部载荷作用下有限尺寸的薄膜-基底系统屈曲形貌的影响规律。研究发现:

1)局部压入载荷作用下,有限尺寸薄膜-基底系统的失稳行为与无限大系统存在显著差异。

2)当压入深度超过临界值时,屈曲响应开始出现。随着压入深度的增大,失稳形貌由对称分布逐步转变为非对称状态。

3)基底模量对薄膜-基底系统的屈曲行为具有重要调控作用,可通过选取适宜的基底模量实现对系统屈曲行为的精准调控。

4)压头半径对系统屈曲行为具有重要影响,当压头半径极小时,可将有限尺寸系统近似视为无限大薄膜-基底系统。

5)当压头以一定加载角度压入时,在法向与切向载荷的耦合作用下,系统在压头前后区域呈现出不同的力学响应。

本文的研究结果有望为柔性电子器件、软体机器人的设计,以及理解自然界中薄膜-基底系统的屈曲现象提供理论支撑。

参考文献:

[1] YOU I, MACKANIC D, MATSUHISA N, et al. Artificial multimodal receptors based on ion relaxation dynamics [J]. Science, 2020, 370 (6519): 961-965.

[2] GENZER J, GROENEWOLD J. Soft matter with hard skin: From skin wrinkles to templating and material characterization [J]. Soft Matter, 2006, 2(4): 310-323.

[3] CAO Yanping, HUTCHINSON J. Wrinkling phenomena in Neo-Hookean film/substrate bilayers [J]. Journal of Applied Mechanics, 2012, 79 (3): 031019. DOI: 10.1115/1.4005960.

[4] YIN Jie, CHEN Xi, SHEINMAN I. Anisotropic buckling patterns in spheroidal film/substrate systems and their implications in some natural and biological systems [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2009, 57 (9): 1470-1484.

[5] JIA Fei, LI Bo, CAO Yanping, et al. Wrinkling pattern evolution of cylindrical biological tissues with differential growth [J]. Physical Review E, 2015, 91 (1): 012403. DOI: 10.1103/PhysRevE.91.012403.

[6] 朱丽雯,舒龙龙,梁任宏,等. 具有大应变梯度的柔性$SrRuO_3$褶皱薄膜的设计[J]. 宁夏大学学报(自然科学版),2024,45(2):203-208.

[7] 陈智轩. 各向异性硬质薄膜/柔软基底的表面屈曲分析[D]. 上海:上海交通大学, 2020.

[8] 樊智辉. 柔性太阳能电池屈曲的力学行为研究[D]. 天津:天津大学,2010.

[9] 冯西桥,曹艳平,李博. 软材料表面失稳力学[M]. 北京:科学出版社,2017.

[10] YIN Jie, CAO Zexian, LI Chaorong, et al. Stress-driven buckling patterns in spheroidal core/shell structures [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2008, 105 (49): 19132-19135.

[11] BARGEL H, NEINHUIS C. Tomato (*Lycopersicon esculentum* Mill.) fruit growth and ripening as related to the biomechanical properties of fruit skin and isolated cuticle [J]. Journal of Experimental Botany, 2005, 56 (413): 1049-1060.

[12] LIU Zishun, SWADDIWUDHIPONG S, HONG Wei. Pattern formation in plants via instability theory of hydrogels [J]. Soft Matter, 2013, 9 (2): 577-587.

[13] CAO Yanping, LI Bo, FENG Xiqiao. Surface wrinkling and folding of core-shell soft cylinders [J]. Soft Matter, 2012, 8 (2): 556-562.

[14] HUANG Zhenyu, HONG Wei, SUO Zhigang. Nonlinear analyses of wrinkles in a film bonded to a compliant substrate [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2005, 53 (9): 2101-2118.

[15] DORRIS J, NEMAT N. Instability of a layer on a half space [J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47 (2): 304-312.

[16] CHEN Xi, HUTCHINSON J. Herringbone buckling patterns of compressed thin films on compliant substrates[J]. Journal of Applied Mechanics, 2004, 71(5): 597-603.

[17] ZHAO Yan, CAO Yanping, HONG Wei, et al. Towards a quantitative understanding of period-

doubling wrinkling patterns occurring in film/substrate bilayer systems [J]. Proceedings of the Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2015, 471 (2173) : 20140695. DOI: 10.1098/rspa.2014.0695.

[18] YANG Shu, KHARE K, LIN Peichun. Harnessing surface wrinkle patterns in soft matter[J]. Advanced Functional Materials, 2010, 20 (16): 2550-2564.

[19] HUANG Rui. Kinetic wrinkling of an elastic film on a viscoelastic substrate [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2005, 53 (1): 63-89.

[20] XU Fan, POTIER F, BELOUETTAR S, et al. 3D finite element modeling for instabilities in thin films on soft substrates [J]. International Journal of Solids and Structures, 2014, 51 (21): 3619-3632.

[21] ZHANG Yingchao, WANG Fengle, MA Yinji, et al. Buckling configurations of stiff thin films tuned by micro-patterns on soft substrate [J]. International Journal of Solids and Structures, 2019, 161: 55-63.

[22] ZHENG Hui, CHEN Peijian, ZHAO Huiming, et al. Bending instability of island-bridge structures [J]. Journal of Applied Physics, 2022, 132 (15): 155301. DOI: 10.1063/5.0107209.

[23] YU Senjiang, NI Yong, HE Linghui, et al. Tunable formation of ordered wrinkles in metal films with controlled thickness gradients deposited on soft elastic substrates [J]. ACS Applied Materials & Interfaces, 2015, 7 (9): 5160-5167.

[24] LU Chenxi, LI Huihua, YU Senjiang, et al. Ridged Zn/PDMS smart surface with wide-range reversible wettability and high sensitivity responsive to mechanical strain [J]. Materials & Design, 2020, 193: 108857. DOI: 10.1016/j.matdes.2020.108857.

[25] LIU Xiao, LIU Ying. Radial instabilities of viscoelastic thin film-elastic substrate system triggered by local pre-stretch: A theoretical solution [J]. Mechanics of Materials, 2020, 143: 103315. DOI: 10.1016/j.mechmat.2020.103315.

[26] HUANG Jiangshui, JUSZKIEWICZ M, JEU W DE, et al. Capillary wrinkling of floating thin polymer films[J]. Science, 2007, 317 (5838): 650-653.

[27] SUN Yi, YAN Liping, LI Chaorong, et al. Evolution of wrinkles with spiral crack on stiff film/compliant substrate under controllable micro-probe loading [J]. Applied Surface Science, 2018, 455: 37-44.

[28] HUANG Xiao, ZHAO Hongping, XIE Weihua, et al. Radial wrinkles on film-substrate system induced by local prestretch: A theoretical analysis [J]. International Journal of Solids and Structures, 2015, 58: 12-19.

On the Buckling Behavior of Finite-Size Film-Substrate Systems under Local Indentation

PENG Juan[1], *WU Yufei*[2], *WANG Yaodong*[2], *CHEN Peijian*[2,3*]

(1. School of Materials and Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China;
2. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China;
3. State Key Laboratory of Solid Lubrication, Lanzhou Institute of Chemical Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract: The film-substrate system is widely used in various industrial applications, and a comprehensive understanding of its mechanical response under various loads is crucial for optimizing the design and application of flexible electronics and soft robotics. However, the buckling analysis of finite-size film-substrate systems under local indentation remains insufficiently explored, which significantly hinders the practical application and technological advancement of related devices. To address this gap, a combination of experimental testing, numerical simulations, and theoretical analyses was employed to systematically investigate the buckling mechanical behavior of finite-size film-substrate systems subjected to local indentation. The findings show that the instability behavior of these systems under local indentation differs markedly from that predicted by finite-size models. Specifically, when the indentation depth exceeds a critical threshold, the film-substrate system undergoes buckling. As the indentation depth increases further, the buckling patterns transition from an initial symmetric state to an asymmetric state. In addition, the buckling behavior can be effectively controlled by adjusting geometric parameters and material properties. The results provide essential theoretical insights and technical support for the structural design of flexible electronic devices and soft robotics, as well as for understanding the buckling behavior in natural film-substrate systems.

Key words: film-substrate system; local indentation; finite size; buckling; finite element method

（责任编辑　张　娣）