[文章编号] 1003－4684(2025)05-0018-06

基于 PSO-SVR 的 3R 机械手逆运动学求解

张 灿[1,2],马志艳[1,2],程源[1,2],杨光友[1,2]

(1 湖北工业大学农机工程设计研究院,湖北 武汉 430068;
2 湖北省农机装备智能化工程技术研究中心,湖北 武汉 430068)

[摘 要] 为解决 3R 机械手逆运动学求解预测精度不高的问题,提出基于粒子群优化(PSO)与支持向量回归(SVR)相结合的方法(PSO-SVR)求解 3R 机械手逆运动学多解。根据机械手的总体结构,将运动空间划分为多个仅含唯一解的关节子空间,构建机械手三维模型,获取正逆解数据集;分别采用 BP、SVR 神经网络及 PSO-SVR 模型对数据集进行训练对比,得到预测关节角度与位置,并通过真实机械手验证数据。结果表明:迭代 100 次后,BP 神经网络与 SVR 模型的空间直线误差分别为 0.247 和 0.217,而 PSO-SVR 方法的空间直线误差为 0.102。PSO-SVR 方法对机械臂逆运动学的求解精度更高,误差小于传统 BP 神经网络和 SVR 模型。通过 UR5e 抓取实验验证,该方法可实现机械手在多体位姿下的物体抓取。

[关键词] 3R 机械手;逆运动学求解;粒子群优化;支持向量回归
[中图分类号] TP242 [文献标识码] A

机械手逆运动学求解一直是机械手研究的难题与热点,是实现轨迹规划、避障的基础[1]。逆运动学求解本质是数学上的函数拟合问题,学者们已在该领域开展大量研究并提出多种有效方法。廖启征等用四元素等方法求解一般 6R 机械手的逆解[2-4]。赵荣波[5]基于旋量理论,采用解析法求解符合 Pieper 准则[6]的机械手逆解。王宪[7]通过改进迭代法求解一般 6R 机械手的逆解。Deng[8]则利用粒子群寻优的方法求解机械手的逆解。

随着智能算法的深入研究,越来越多的机器学习方法被应用于机械手逆解求解。Srisuk P[9]采用了神经网络方式求解机械手逆解;Daya[11]提出在关节子空间下,利用多层感知机解决平面 2R 机械手的逆解问题。Barrett Ames[12]等通过深度神经网络可快速生成误差在 2°以内的精确解;李光等[13]针对 3R 机械手,在 Daya 研究基础上提出在每个关节子空间下,通过三个神经网络求解对应关节角,从而获取所有可行解;吴强[14]采用代数法与 RBF 相结合的方法求解 6R 机械手逆解,其中第四、五关节采用代数法,其余关节采用 RBF;熊超[15]针对 6R 机械手设计两个并行的 RBF 神经网络,将 12 输入 6 输出的网络模型转化为 2 个 6 输入 3 输出的网络模型,可快速求解机械手最优逆解。

本文根据机械手几何结构,将关节空间划分为 4 个关节子空间,在每个子空间中采用粒子群优化的支持向量机来训练样本,构建预测模型并进行测试。

1 3R 机械手运动学分析

1.1 运动学模型

以丹麦的 UR5e 机械手为实验对象,固定其后三轴,视作 3R 机械手进行研究。根据标准 D-H 法建立 3R 机械手的 DH 参数,如表 1 所示。

表 1 机械手 DH 参数

连杆	θ_i/rad	d_i/mm	a_i/mm	α_i/rad	关节范围/(°)
L1	θ_1	162.5	0	$p_i/2$	－170～170
L2	θ_2	0	－425	0	0～90
L3	θ_3	0	－392.2	0	－90～90

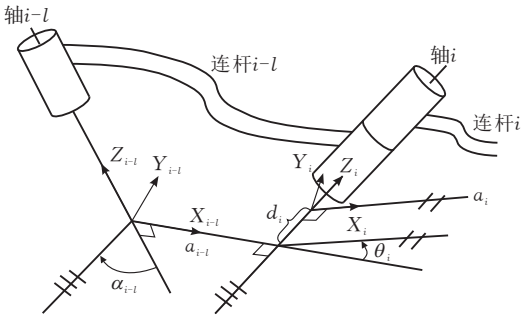
DH 参数如图 1a 所示。其中,θ 为关节旋转角度,rad;d 为连杆偏置,mm;a 为连杆长度,mm;α 为连杆扭矩角,rad。

基于表 1 的机械手 DH 参数,在 Matlab 上建立机械手的三维模型(图 1b),在空间中随机生成 30 000 个机械手的位姿,描绘出机械手在 XYZ 坐标轴上的运动范围(图 1c)。

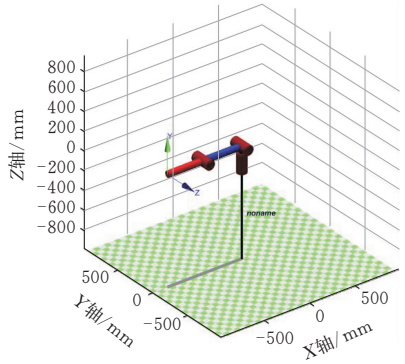
1.2 运动学分析

机械手的正逆运动学求解,本质是建立机械手关节角度与末态位姿之间的函数对应关系。其中,末态位姿由空间位置和姿态两部分构成:空间位置

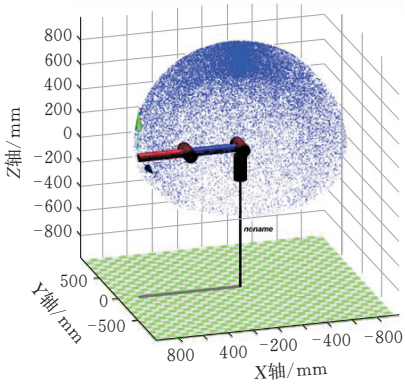
[收稿日期] 2024－04－27
[第一作者] 张 灿(1999－),男,湖北黄石人,湖北工业大学硕士研究生,研究方向为嵌入式系统及智能控制。



(a) DH 参数



(b)3R 机械臂模型



(c)3R 机械手工作空间

图 1　机械手三维模型

通过笛卡尔三维坐标系表示；姿态则有旋转矩阵、四元数、欧拉角等多种表达方式。本文以基座为起始坐标系，采用右手定则建立各连杆的局部坐标系。首先通过式(1)求解得到每个连杆间的旋转矩阵，再依据式(2)所体现的“旋转矩阵不可交换”原则，通过矩阵乘法运算叠加各连杆的位姿变换，最终得到机械手末端执行器的末态位姿。

$$ {}_{i}^{i-1}\boldsymbol{T}=\begin{pmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1} $$

$$ {}_{0}^{3}\boldsymbol{T}={}_{1}^{0}T(\theta_1)\cdot{}_{2}^{1}T(\theta_2)\cdot{}_{3}^{2}T(\theta_3) \tag{2} $$

式中：$c\theta_i=\cos\theta_i$，$s\theta_i=\sin\theta_i$，$c\alpha_i=\cos\alpha_i$，$s\alpha_i=\sin\alpha_i$。

1.3　机械手关节子空间划分

3R 机械手的关节角与末端空间位姿一一对应，具有唯一正解；而机械手的末端位姿则可能与多组关节角对应，存在多个逆解。根据吴强[14]提出的 3R 机械手关节空间划分方法，可将机械手存在的多个逆解划分至不同的关节子空间，且每个关节子空间内有且仅有一组逆解，从而将 3R 机械手求逆解这一多解性函数拟合问题，转化为多个唯一解的函数拟合问题，显著降低了求解复杂度。3R 机械手的运动可以视为 L2 和 L3 的二连杆运动绕杆 L1 中心轴旋转，第一个关节轴旋转分为顺时针旋转和逆时针旋转两种，即 J1(0°，180°)和 J1(−180°，0°)，同理，第二和第三关节轴也可分为 J2(0°，180°)，J2(−180°，0°)和 J3(0°，180°)，J3(−180°，0°)，故总共可分为 8 个关节子空间，将其命名为 Zone1、Zone2、Zone3、Zone4、Zone5、Zone6、Zone7、Zone8，如表 2 所示。通过划分关节角的运动范围，可以确保每个子空间内的关节角运动范围内只有 1 个解或者没有解。如图 2 所示，在空间中有 4 个解，即 $a_1\in$ Zone6，$a_2\in$ Zone2，$a_3\in$ Zone7 和 $a_4\in$ Zone3。

表 2　关节子空间　(°)

关节子空间	J1	J2	J3
Zone1	(0，180)	(0，180)	(0，180)
Zone2	(0，180)	(0，180)	(−180，0)
Zone3	(0，180)	(−180，0)	(0，180)
Zone4	(0，180)	(−180，0)	(−180，0)
Zone5	(−180，0)	(0，180)	(0，180)
Zone6	(−180，0)	(0，180)	(−180，0)
Zone7	(−180，0)	(−180，0)	(0，180)
Zone8	(−180，0)	(−180，0)	(−180，0)

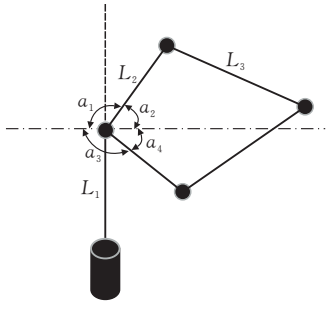


图 2　3R 机械手的 4 个解

本文研究的机械手关节角 2(J2)初始工作范围为(0°，90°)。由于关节 1(J1)可旋转 180°，当 J1 旋转 180° 后，关节角 2 在(90°，180°)区域也存在可行解——此时机械手末端执行器位置保持不变，但关节运动组合不同。不过，综合运动协调性与控制便利性，关节角 2 的工作范围仍可设为(0°，90°)。

关节 1(J1)和关节 3(J3)均存在顺时针与逆时针两种旋转方向，因此可将关节子空间划分为 4 个子空间(Zone1、Zone2、Zone3、Zone4)，各子空间对应的关节角范围如下：

1)Zone1:[J1(0°,170°),J2(0°,90°),J3(−90°,0°)];

2)Zone2:[J1(0°,170°),J2(0°,90°),J3(0°,90°)];

3)Zone3:[J1(−170°,0°),J2(0°,90°),J3(−90°,0°)];

4)Zone4:[J1(−170°,0°),J2(0°,90°),J3(0°,90°)]。

根据 3R 机械手的几何结构及各关节角的运动范围,其逆解存在三种情况:1 个解、2 个解或无解。本文首先假设每个子空间内均存在逆解,通过建立的模型进行预测求解,随后筛选掉误差较大的无效解,最终保留的有效解个数即为该位姿下机械手的实际逆解数。

2 PSO-SVR 算法

2.1 粒子群优化算法

粒子群优化(PSO)算法基本思想是通过群体中个体之间的协作和信息共享来寻找最优解。在任意维度空间中设置若干个粒子,每个粒子在空间中单独的搜寻最优解,并记录下每个粒子的极值,找到最优的极值作为整个粒子群的当前全局最优解,所有粒子根据自己找到的极值和整个粒子群全局最优解的关系,来调整自己的速度和位置。主要公式如下:

$$V_i = W \cdot V_i + C_1 \cdot r_1 \cdot (P_i - x_i) + C_2 \cdot r_2 \cdot (g_i - x_i) \tag{3}$$

$$x_i = x_i + v_i \tag{4}$$

式中:V_i 和 x_i 表示粒子的速度和维度;r_1 和 r_2 为 0~1 的随机数;C_1 和 C_2 为学习因子;W 为权重系数。权重系数 W 直接影响 PSO 算法的局部寻优能力和全局寻优能力。

本文 PSO 的权重系数 W 采用线性递减权值的策略,迭代开始全局寻优能力强,迭代后期局部寻优能力强。权重系数

$$W = (W_{\max} - W_{\min})(G - g)/G + W_{\min} \tag{5}$$

式中:$W_{\max}$ 为最大权值,$W_{\min}$ 为最小权值,G 为最大迭代次数,g 为当前迭代次数。

2.2 支持向量回归

支持向量回归(SVR)常被用于回归问题的解决,适用于拟合机械手的运动学逆解。SVR 算法具有较高的适用性和鲁棒性,可以将其用于机械手的多组空间位姿的高精度拟合。SVR 模型的训练数据为 X,Y。其中,X 为输入样本,Y 为期望输出,其拟合函数

$$f_1(x) = \omega x + b \tag{6}$$

式中:ω 为空间超平面,b 为偏移量。

为了使样本点尽可能靠近超平面、最小化样本点距超平面的总偏差,从而更加精准地拟合机械手运动学逆解的高维函数。对应的数学表达式:

$$f_2(\tilde{\xi}_i, \xi_i, \omega) = \min \frac{1}{2} ||\omega||^2 + C \sum_{i=1}^{m} (\xi_i + \tilde{\xi}_i) \tag{7}$$

$$s.t. \begin{cases} f(x_i) - y_i \leqslant \varepsilon + \xi_i \\ y_i - f(x_i) \leqslant \varepsilon + \tilde{\xi}_i \\ \xi_i \geqslant 0, \tilde{\xi}_i \geqslant 0, i = 1,2,3,\cdots,m \end{cases} \tag{8}$$

式(9)为采用 RBF 内核:

$$K(x_1, x_2) = \exp\left(-\frac{d(x_1, x_2)^2}{2\sigma^2}\right) = \exp(-d(x_1, x_2)^2 \cdot \gamma) \tag{9}$$

式(7)—(9)中:C 为惩罚系数,用于调节样本超出误差限度的惩罚程度;ε 为不敏感损失系数,在[$-\varepsilon$, ε]取值范围内的样本不计算损失,反映对误差的容忍程度;ξ 和 $\tilde{\xi}$ 为松弛变量,间隔带两侧的松弛程度可有所不同;γ 为核系数。

2.3 PSO-SVR 算法

SVR 中的惩罚系数 C,即对样本预测错误的宽容度高,越不能容忍出现分错,容易过拟合;C 越小,越容易欠拟合。惩罚系数 C 过大或过小,都会导致泛化能力变差。SVR 采用的 RBF 卷积核,γ 值太大容易导致过拟合,只能拟合支持向量样本附近,对于未知样本拟合效果很差,但训练准确率较高。算法主要改进体现在:运用 PSO 算法优化支持向量回归中的惩罚系数 C 和核系数 γ。训练过程从随机解出发,用 PSO 找到最优的惩罚系数 C 和核系数 γ,保证 SVR 更加精准的拟合函数逆解。通过迭代寻找最优解,用决定系数作为适应度函数评价解的质量,值越趋近于 1,拟合度越高,误差越小。决定系数的公式:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y}_i)^2} \tag{10}$$

式中:y_i 为真实值;$\hat{y}_i$ 为预测值;$\bar{y}$ 为平均值。

改进后的 PSO-SVR 算法,将惩罚系数和核系数作为粒子群优化的目标。具体优化步骤如下:

1) 通过机械手运动模型,仿真生成三维空间中机械手各关节和末端位置的训练集和测试集;

2) 初始化惩罚系数(C)和核系数(γ),采用 RBF 为内核;

3) 初始化粒子群的维度为 2,每个维度选取 M 个粒子,迭代数设为 G,速度 $V_{i,j}$ 和位置 $X_{i,j}$;

4) 用步骤 1)生成的训练数据集对 SVR 模型进行训练,得到 SVR 模型参数;

5) 用步骤 1)生成的测试集用 SVR 模型得到其

预测值，将其和真实目标值进行比较，算出决定系数；

6）将决定系数作为 PSO 的适应度，计算出每个粒子的局部和全局最优解，得到新的一组 C 和 γ，代入 SVR 模型重新计算；

7）迭代模型决定系数大于 0.9999 或者达到迭代次数则停止，否则转到步骤 4）。

算法流程如图 3 所示。

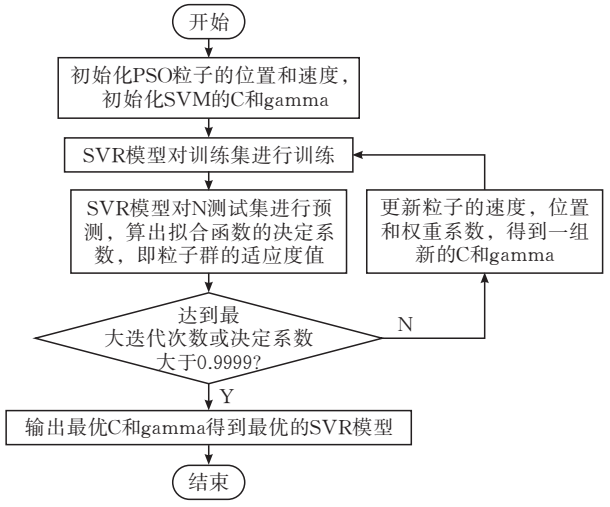


图 3　算法流程

3　实验

本文的试验对象为 UR5e 机械手，主机系统为 windows10，处理器为 core i5-7500，在 Anaconda3 虚拟环境上进行实验。

3.1　实验数据集

根据本文的 3R 机械手关节的空间划分方法，四个关节子空间中的每一个关节都设置一个数据集，每个数据集采用如图 4 方法生成训练集，总共有 12 个数据集。在每个关节运动范围内均匀选取 10 个角度，3 组关节角交叉组合为 1000 组，再代入 DH 法中求出 1000 组关节角的空间真实位置，1000 组数据作为训练集。在关节子空间随机生成离散的 100 组关节角的组合，同样采用 DH 法求出空间位置，将 100 组数据作为测试集。

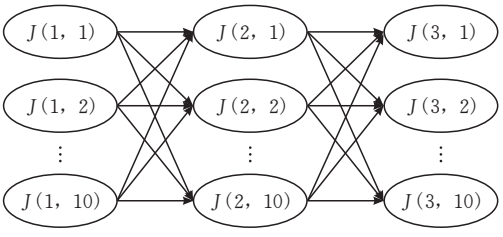


图 4　训练集

3.2　算法对比实验

本文将 1000 组训练数据集按照图 3 所示的算法流程对 PSO-SVR 模型进行训练，并用 100 组测试数据集进行预测。将优化后的模型应用于图 1 所示的 3R 机械手中求逆解，其过程如图 5 所示。

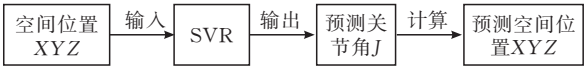


图 5　实验流程

图 6 为 PSO-SVR 模型训练过程中的决定系数变化曲线。可见当迭代次数 100 代时决定系数已经达到 0.9949，之后几乎没有增长，此时 SVR 模型的 $C=1.0458$，$\gamma=0.4651$。4 个区间 3 个关节角的平均绝对误差（MAE）如图 7 所示。

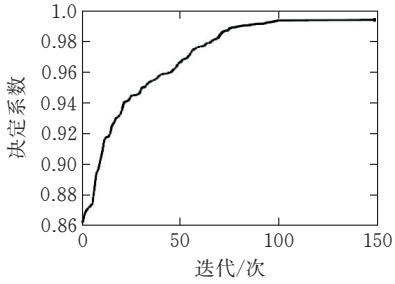


图 6　决定系数

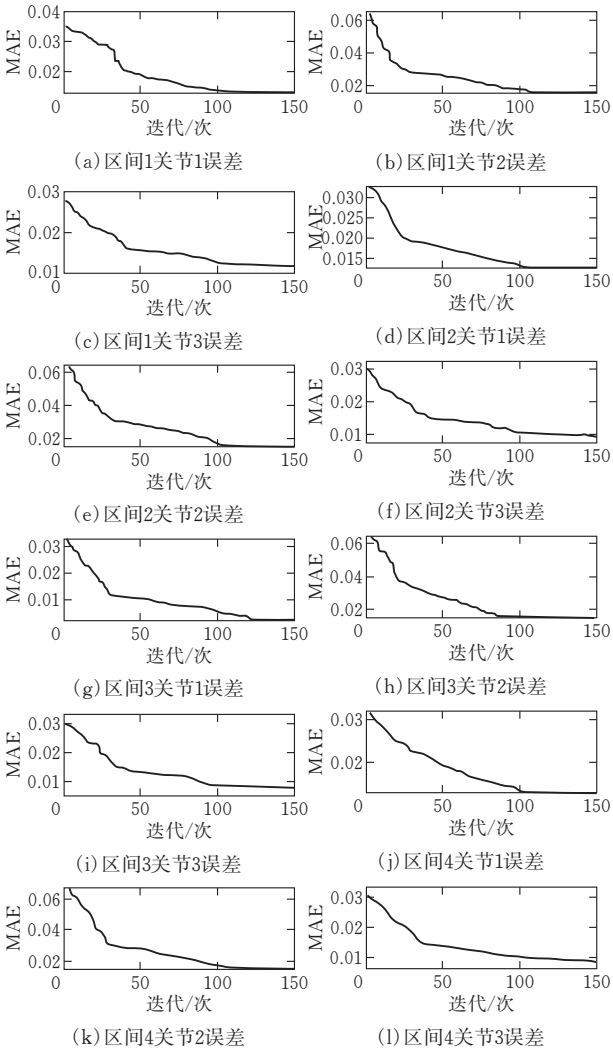


图 7　四个区间关节角的平均绝对误差

由图 7 可见，随着迭代次数的增加，关节角的平均绝对误差逐渐减小。

计算 100 组测试数据集 4 个子空间 3 个关节角的平均绝对误差(MAE)，均方误差(MSE)以及均方根误差(RMSE)，其结果如表 3 所示。

表 3 所有区域的关节误差

关节空间	关节	MAE	MSE	RMSE
Zone1	J1	0.0127	2.079×10^{-4}	0.0144
	J2	0.0151	3.009×10^{-4}	0.0173
	J3	0.0117	1.770×10^{-4}	0.0133
Zone2	J1	0.0120	1.893×10^{-4}	0.0138
	J2	0.0152	3.073×10^{-4}	0.0175
	J3	0.0101	1.383×10^{-4}	0.0118
Zone3	J1	0.0118	1.871×10^{-4}	0.0137
	J2	0.0141	2.731×10^{-4}	0.0165
	J3	0.0102	1.422×10^{-4}	0.0119
Zone4	J1	0.0146	2.642×10^{-4}	0.0163
	J2	0.0153	3.155×10^{-4}	0.0178
	J3	0.0101	1.464×10^{-4}	0.0121

由表 3 可知，3 个关节角的平均误差较小，且均方根误差也较小，说明本文方法的求解精度及稳定性较高。

选取空间中的三个位置 P1、P2 和 P3，用本文模型预测其空间位置，并计算空间直线误差

$$\text{Error}=\sqrt{(X_{Ti}-X_{Pi})^2-(Y_{Ti}-Y_{Pi})^2-(Z_{Ti}-Z_{Pi})^2} \tag{10}$$

式中：X_{Ti}，Y_{Ti}，Z_{Ti} 为真实值的空间坐标；X_{Pi}，Y_{Pi}，Z_{Pi} 为预测值的空间坐标。

依据本文构建的机械手模型，将本文提出的 PSO-SVR 算法，与传统 BP 算法及标准 SVR 算法的预测(或控制)性能进行对比；并采用本文提供的 100 组测试集开展测试。三种模型的具体测试结果如表 4 所示。

表 4 算法的精度对比

方法	J1(MAE)	J2(MAE)	J3(MAE)	Error
BP	0.05	0.05	0.02	0.247
SVR	0.198	0.212	0.271	0.217
PSO-SVR	0.0127	0.0151	0.0117	0.102

由表 4 可知，3 个关节预测平均误差的最大值，本文为 0.0151，直线距离的平均误差为 0.102 mm。故本文所提出的 PSO-SVR 算法的关节误差和直线误差结果最优。

3.3 机械手抓取实验

使用 UR5e 机械手开展抓取实验时，通过驱动机械手前三轴运动以实现对悬挂物体的抓取操作。实验中，首先测量悬挂物体相对于机械手底座的空间坐标，随后将该空间坐标输入至训练完成的 PSO-SVR(粒子群优化-支持向量回归)模型中，由模型预测出所有可行的关节位置。将预测得到的关节位置导入机械手示教器后，机械手可成功完成物体抓取动作。其中，P1 与 P2 两个特征点的空间位置预测结果及对应的直线误差数据如表 5 所示，本次实验的实际场景如图 8 所示。

表 5 空间位置预测结果及直线误差

给定点	关节空间	预测角度/(°)	预测位置/mm	Error/mm
P1(−800.00，−330.00，100.00)	Zone2	(13.50，−29.20，25.56)	(−801.01，−329.64，100.12)	1.0789
P2(−540.00，−190.00，390.00)	Zone1	(5.91，−20.99，−38.94)	(−540.99，−190.88，390.43)	1.3926
	Zone2	(5.91，−75.21，59.96)	(−540.45，−190.17，389.80)	0.5210



(a) *P1*的抓取位置1 (b) *P2*的抓取位置1 (c) *P2*的抓取位置2

图 8 抓取实验

由实验可知，当物体处于位置 P1 时，机械手只在 Zone2 内有解，因此机械手只在一个位置可以抓取果实；当物体处于位置 P2 时，机械手存在 4 个解，分别位于 Zone1 和 Zone2，因此机械手能在 4 个位置抓取果实。

4 结束语

1)基于 UR5e 机械手的 3R 模型，将本文提出的 PSO-SVR 算法与传统 BP 算法、SVR 算法进行比较。结果显示：在 3 个关节的预测平均误差方面，PSO-SVR 算法的最大值为 0.0151 rad，小于传统 BP 神经网络的 0.05 rad 和 SVR 算法的 0.271rad；在预测直线距离的平均误差方面，PSO-SVR 算法为 0.102 mm，小于传统 BP 神经网络的 0.247 mm 和 SVR 算法预测的 0.217 mm。故 PSO-SVR 算法在关节误差和直线误差的预测结果中均表现最优。

2)该方法可实现机械手所有逆解的求解：将目标空间坐标代入训练完成的 PSO-SVR 模型，能够预测所有可行的关节位置；将这些关节位置输入机械手示教器后，机械手可准确完成物体抓取动作。

此外，本文提出的方法还可拓展应用于 4R、6R 等多关节机械手的相关工作中，通过求解机械手到达目标位置的多组关节值，为后续机械手最短路径规划及避障策略研究提供基础支撑。

[参 考 文 献]

[1] 蔡自兴，谢斌. 机器人学 [M]. 北京：清华大学出版社，2000.

[2] 倪振松，廖启征，魏世民，等. 空间 6R 机器人位置反解的对偶四元数法 [J]. 机械工程学报，2009，45(11)：25-29.

[3] 于艳秋，王品，廖启征. 一般 6R 机器人的位置反解与运动仿真 [J]. 中国机械工程，2003，14(24)：2130-2133.

[4] 张英，黄起能，廖启征，等. 空间 6R 串联机械手逆运动学分析的新方法研究 [J]. 机械工程学报，2022，58(19)：1-11.

[5] 赵荣波，施智平，关永，等. 基于旋量理论和代数消元 6R 机器人逆解算法 [J]. 传感器与微系统，2018，37(12)：114-117.

[6] PIEPER D L. The kinematics of manipulators under computer control [D]. CA，USA：Stanford University，1969.

[7] 王宪，杨国梁，张方生，等. 基于牛顿—拉夫逊迭代法的 6 自由度机器人逆解算法 [J]. 传感器与微系统，2010 (10)：116-118.

[8] DENG H，XIE C. An improved particle swarm optimization algorithm for inverse kinematics solution of multi-DOF serial robotic manipulators [J]. Soft Computing，2021，25(21)：13695-13708.

[9] SRISUK P，SENTO A，KITJAIDURE Y. Inverse kinematics solution using neural networks from forward kinematics equations[C]// 2017 9th international conference on Knowledge and Smart Technology (KST). IEEE，2017：61-65.

[10] GAO R. Inverse kinematics solution of Robotics based on neural network algorithms [J]. Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing，2020，11(12)：6199-6209.

[11] DAYA B，KHAWANDI S，AKOUM M. Applying neural network architecture for inverse kinematics problem in robotics [J]. Journal of Software Engineering and Applications，2010，3(03)：230.

[12] AMES B，MORGAN J，KONIDARIS G. Ikflow：Generating diverse inverse kinematics solutions [J]. IEEE Robotics and Automation Letters，2022，7(03)：7177-7184.

[13] 肖帆，李光，游雨龙. 空间 3R 机械手逆向运动学的多模块神经网络求解 [J]. 中国机械工程，2019，30(10)：1233-1238.

[14] 吴强，邓庆文，胡泽启，等. 基于 RBF 神经网络与代数法的 6R 机器人逆运动求解 [J]. 数字制造科学，2019 (03)：201-206.

[15] 熊超，张鹏超，冯博琳，等. 基于并行 RBF 神经网络的机器人逆运动求解 [J]. 组合机床与自动化加工技术，2017 (10)：34-36.

Inverse Kinematics Solution of 3R Robot Based on PSO-SVR

ZHANG Can[1,2]，MA Zhiyan[1,2]，CHENG Yuan[1,2]，YANG Guangyou[1,2]

(1 *Research Institute of Agricultural Machinery Engineering Design，Hubei Univ. of Tech.，Wuhan* 430068，*China*；

2 *Hubei Agricultural Machinery Equipment Intelligent Engineering Techn. Research Center，Wuhan* 430068，*China*)

Abstract：In order to solve the problem that the prediction accuracy of the inverse kinematics of 3R robot is not high，this paper proposes a method based on particle swarm optimization and support vector regression (PSO SVR) to solve the inverse kinematics of 3R robot. According to the overall structure of the robot，the motion space is divided into multiple joint subspaces with only one solution. The three-dimensional model of the robot is constructed，and the data set of the forward and inverse solutions of the robot is obtained. The BP and SVR neural networks and PSO SVR models are used to train and compare the data set to obtain the predicted joint angle and predicted position，and the real robot is used for data verification. The results show that after 100 times of iterative learning，the spatial linear errors of BP and SVR neural networks are 0.247 and 0.217 respectively，and the spatial linear error of PSO SVR method is 0.102. The PSO SVR method has higher accuracy for solving the inverse kinematics of the robot，and the error is smaller than the traditional BP and SVR neural networks. Using UR5e for grasping experiments，this method can make the robot grasp objects in multiple poses.

Keywords：3R robot ；inverse kinematics solution；particle swarm optimization ；support vector regression

[责任编校：张　众]