孙强,张正帅,杨乐,等.基于分形理论的郯庐断裂带安丘—莒县段应力场重构[J].地震工程学报,2026,48(5):1178-1188.DOI:10.20000/j.1000-0844.20250925001

SUN Qiang,ZHANG Zhengshuai,YANG Le,et al.Reconstruction of the apparent stress field in the Anqiu—Juxian section of the Tan-Lu fault zone based on fractal theory[J].China Earthquake Engineering Journal,2026,48(5):1178-1188.DOI:10.20000/j.1000-0844.20250925001

基于分形理论的郯庐断裂带安丘—莒县段应力场重构

孙 强[1,2],张正帅[3],杨 乐[3],李 炜[4],王 鹏[5]

(1.淄博市应急救援指挥保障服务中心,山东 淄博 255086;
2.淄博市防震减灾中心,山东 淄博 255086;
3.山东省地震局,山东 济南 250102;
4.青岛市应急管理事务服务中心,山东 青岛 266071;
5.山东石油化工学院,山东 东营 257061)

摘要:视应力是区域地壳平均应力的估计。通过应用分形插值方法,使用视应力数据对郯庐断裂带安丘—莒县段的应力场进行重构,旨在通过分形理论识别应力场中的潜在异常区。主要解决以下问题:一是应用求解区域剪应力增加值的算法及剪应力与视应力的转换公式,对视应力进行补点,解决原始视应力数量较少且分布不均的问题;二是应用多重分形理论计算奇异性指数,勾画研究区应力的富集区、贫乏区和背景区,并提出奇异性指数与b值、c值(奇异性的幅度变化系数)与b值拟合的方法,通过该方法拟合得到未知区域在b值背景下的奇异性指数和c值,同时得到视应力与b值的关系式;三是运用分形插值方法对研究区视应力进行插值重构。选择间隔数据为3个,既可以保证分形插值精度,又可以对原始数据进行有效的等效表征。分形插值重构后的研究区视应力分布显示,从南到北视应力值呈现逐步增大的趋势,最大值为3.17 MPa,最小值为0.008 MPa,莒县附近区域以及36.05°N以北的区域(除昌乐地区外)视应力值较高。分形插值后的视应力分布显示出更多异常应力分布的细节。

关键词:分形插值;视应力;b值;多重分形理论

中图分类号:P315 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-0844(2026)05-1178-11

DOI:10.20000/j.1000-0844.20250925001

收稿日期:2025-09-25

基金项目:中国地震局震情跟踪定向工作任务(2022010106);山东省地震局一般科研项目(YB2522)

第一作者简介:孙 强(1983-),男,硕士,高级工程师,主要从事地壳应力场及地震活动性研究。E-mail:sqiang0926@126.com。

Reconstruction of the apparent stress field in the Anqiu—Juxian section of the Tan-Lu fault zone based on fractal theory

SUN Qiang[1,2], ZHANG Zhengshuai[3], YANG Le[3], LI Wei[4], WANG Peng[5]

(*1.Zibo Emergency and Rescue Command Support Service Center, Zibo 255086, Shandong, China;*
2.Earthquake Prevention and Disaster Reduction Center of Zibo, Zibo 255086, Shandong, China;
3.Shandong Earthquake Agency, Ji'nan 250102, Shandong, China;
4.Qingdao Emergency Management Affairs Service Center, Qingdao 266071, Shandong, China;
5.Shandong Institute of Petroleum and Chemical Technology, Dongying 257061, Shandong, China)

Abstract: Apparent stress is an estimate of the average crustal stress within a region. In this study, the stress field of the Anqiu—Juxian section of the Tan-Lu fault zone is reconstructed using fractal interpolation based on apparent stress data to identify potential anomalous zones within the stress field through fractal theory. The study mainly addresses the following issues: first, the shear stress increment is calculated using a relevant algorithm, and the conversion formula between shear and apparent stress is applied to supplement apparent stress data points, thereby solving the sparsity and uneven distribution of the original data. Second, multifractal theory is employed to calculate the singularity index, delineating stress enrichment, depletion, and background zones in the study area. Additionally, a fitting method is proposed for the singularity index versus *b*-value, as well as the *c*-value versus *b*-value. Through this fitting, the singularity index and *c*-value in unknown areas are obtained under the background *b*-value, and the relationship between apparent stress and the *b*-value is also derived. Third, fractal interpolation is used to reconstruct the apparent stress field in the study area. An interval of three data points is selected to ensure the accuracy of fractal interpolation and an effective equivalent representation of the original data. The apparent stress distribution reconstructed by fractal interpolation shows a gradual increase from south to north, with maximum and minimum values of 3.17 and 0.008 MPa, respectively. The areas near Juxian County and north of 36.05°N (except the Changle area) exhibit relatively high apparent stress values. The fractal-interpolated apparent stress distribution reveals more details of the anomalous stress distribution.

Keywords: fractal interpolation; apparent stress; *b*-value; multifractal theory

0　引言

近年来,分形理论作为地震信息挖掘的重要工具,在地震时空特征分析、地震活动性与地质构造关联研究、震源机制多尺度解析,以及地震数据重构等领域得到了系统性应用。研究发现,震前中小地震的时空分形维度呈现显著降低趋势,这一特征为大地震短期预测提供了分形学依据[1];陈棋福等[2]提出通过Hurst指数(一种分形维度)量化地震前兆数据的结构演化规律,为震前异常识别提供了新方法;徐伟进等[3]发现蒙古国地震活动的分形维度D值与震级-频度b值呈显著正相关,揭示了地震活动模式的参数关联机制。在构造环境研究方面,Xu等[4]通过综合中国台湾地区活断层、板块运动及地壳动力学参数,证实其地震空间分布符合分形几何特征,并指出该分形属性与强震构造环境存在显著相关性;唐礼忠等[5]基于冬瓜山铜矿的地震监测数据,发现矿山地震活动具有多重分形特征,且其分形参数与矿山结构及开采活动模式呈显著相关性。在方法应用方面,刘志等[6]运用物理分形和自仿射R/S分析方法,揭示鄂西及邻区地震活动的自相似性与层次结构特征;胡峰等[7]通过对比动力学模型发现,自相似应力扰动模型更符合实际震源时间函数分布特征,为地震数值模拟提供了更优模型选择。技术验证方面,王兰炜等[8]通过对比传统插值法与分形插值法,证实分形插值法可显著提高地

电场数据重建精度，为地震前兆场的高精度建模提供了新的技术路径。这些研究共同体现了分形理论在地震多尺度解析与非线性地质数据处理中的独特优势。

视应力由地震波形反演得到，其在空间上的分布受到地震震中分布的制约，在某些区域分布密集，而在其他区域分布稀疏，并且视应力的反演结果也存在一定程度的误差。因此，利用地震波形反演的视应力可能无法准确反映特定区域内应力场的变化情况。由此，本文拟应用分形理论，以奇异性指数（亦可称为“奇异值”）表征视应力的相对强弱，并采用分形插值方法对研究区视应力的空间分布进行更高精细度的刻画，使得在未有地震发生的区域也能获得较高精度的视应力估计，从而挖掘出研究区潜在的视应力异常区。具体做法如下：(1)由于通过地震波形反演的视应力分布稀疏不均，首先对研究区视应力进行补点，以满足后续计算需要。补充视应力计算的理论依据为：区域剪应力增加值等于一段时间内的剪应力加载值与该时段内地震应力降总和的差值，再通过视应力与剪应力的转换公式得到视应力值。(2)运用多重分形理论，根据原始及补充的视应力数据，计算原始视应力点位处的奇异性指数和 c 值（奇异性的幅度变化系数），并计算相应点位的 b 值；进而拟合奇异性指数与 b 值、c 值与 b 值的关系式，利用 b 值对奇异性指数和 c 值进行约束。(3)应用分形插值方法获取研究区 $0.025^\circ\times0.025^\circ$ 网格精度的 b 值分布，再利用奇异性指数与 b 值、c 值与 b 值的拟合关系式，得到相同网格精度的奇异性指数和 c 值分布，最终通过奇异性指数计算公式得到相同网格精度的视应力值。

1 研究区概况

郯庐断裂带是我国东部规模最大的深部断裂构造体系，其新构造活动特征与历史及现代地震活动关系密切，对区域地震活动性具有重要控制作用。该断裂带山东段的沂沭断裂带呈NNE向展布，横贯山东中西部过渡带，是鲁西与鲁东断块的构造分界，具有典型的“两堑夹一垒”复式地堑构造特征[9]。其中安丘—莒县段在历史地震活动中表现突出，曾多次发生强震及震群事件。典型震例包括：公元前70年安丘 M_S7.0强震、1829年益都 M_S6.0地震，以及2022年5月发生于青州的一次 M_L4.1震群活动。该区域人口密集、经济发达，地震灾害风险防控需求紧迫，因而长期处于地球科学与地震学研究的前沿领域[10]。前人研究成果[10-12]表明，安丘—莒县段具有显著的高视应力特征，且断层闭锁程度较高，b 值偏低，这些构造与地震活动性参数共同指示该区域具备孕育中强震的潜力。值得注意的是，2011年3月11日日本 M_W9.0特大地震发生后，受太平洋板块俯冲动力机制影响，沂沭断裂带及其邻区的地震活动性显著增强。从构造动力学视角分析，郯庐断裂带与日本海沟同属西太平洋板块俯冲体系，受同一构造应力场控制。因此，日本特大地震必然对研究区的动力学环境及地震活动趋势产生重要影响，这进一步凸显了在该区域开展地震危险性分析工作的紧迫性[13]。

2 基础数据

本研究的数据采集范围设定在郯庐断裂带安丘—莒县段及其周边50 km区域内（实际研究区范围略小于此：35.5°～36.7°N，118.5°～119.2°E），数据采集时间段为2004年6月—2022年12月，从中筛选出 $M_L\geqslant2.0$、震相清晰且信噪比较高的地震事件，共计130个（图1）。这些地震的波形数据均由山东地震台网提供。视应力 σ_{app} 的计算采用如下公式：

$$\sigma_{app}=\mu\frac{E_s}{M_0} \tag{1}$$

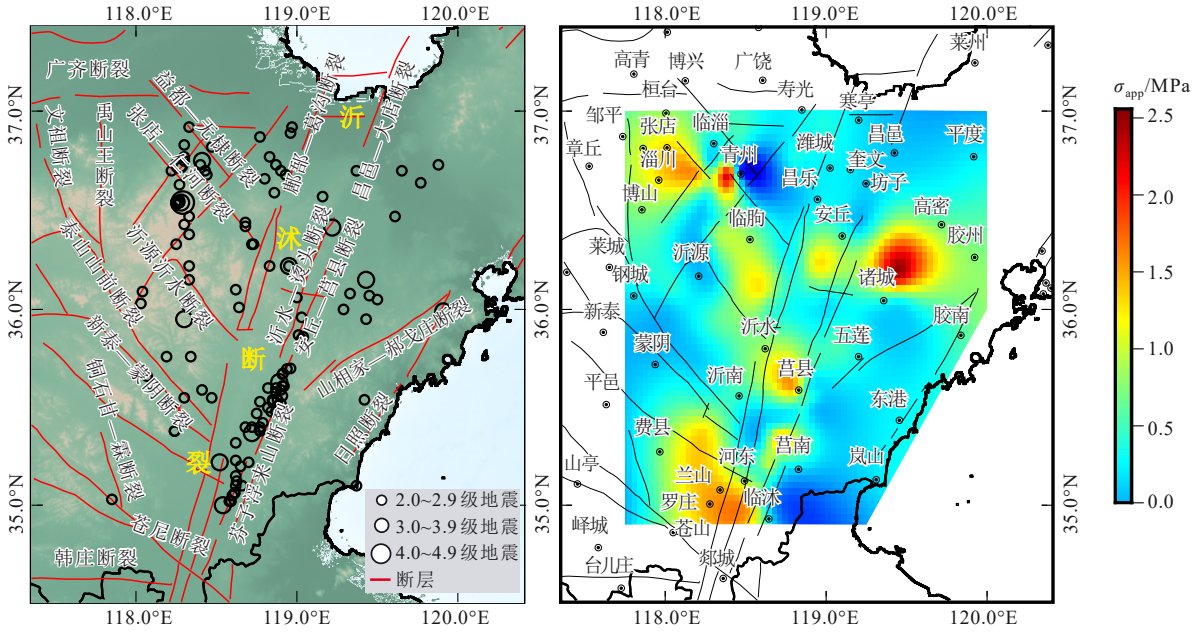
式中：μ 为剪切模量，取 3×10^4 MPa；E_s 和 M_0 分别为地震辐射能量和标量地震矩。通过对地震波形进行震源谱反演分析，可求得地震辐射能量和地震矩，进而计算出视应力。具体计算原理参见文献[14-15]。

在这130个地震的视应力值中，最大值为3.12 MPa，最小值为0.019 MPa，平均值为0.473 MPa。

3 研究方法及步骤

3.1 b 值空间分布

Mogi[16]和Scholz[17]通过岩石破碎实验，发现 b 值与应力呈负相关，即 b 值高低反映了地下介质应力积累程度。本研究计算 b 值所采用的数据为1970年1月—2024年12月间的地震目录。具体操作流程如下：分别以 $0.1^\circ\times0.1^\circ$ 的网格节点（或130个地震震中）为中心，设定半径为 r，选取震级大于等于最小完整性震级的地震数据，运用最大似然法计算各统计单元的 b 值。计算时，震级分档间隔设为0.1，半径 r 一般取20 km，每个统计单元包含的地震



(a) 研究所用地震分布图　　(b) 视应力空间变化分布图

图 1　研究所用地震分布图和视应力空间变化分布图

Fig. 1　Distribution of earthquakes used in this study and spatial variation of apparent stress

数不少于 30 个;若处于地震分布较为稀疏的地区,可适当增大 r,但最大不超过 40 km。根据最大曲率法[18]在实际应用中的经验性简化,最小完整性震级通常取频度-震级分布曲线上频度最大值所对应的震级。在本节 b 值计算中,所有点位的最小完整性震级变化范围为 1.2~2.6;各点位参与 b 值计算的地震事件的最大震级均不低于 2.6。

图 2(a)是以 130 个地震震中为中心计算的 b 值空间分布,图 2(b)则是研究区 0.1°×0.1°网格精度的 b 值。从图 2(b)可以看出,研究区北部(除昌乐附近区域)b 值相对较低,研究区南部(莒县附近区域)b 值相对较低。图 2(a)和 2(b)是基于不同中心点计算得到的 b 值云图,并经过了平滑处理。图 2(a)中,由于 130 个地震分布范围广、距离大,平滑后的云图在部分区域可能存在较大误差。但 b 值的相对大小在各自图件中保持了较好的一致性:如昌乐附近区域 b 值都相对较高,而其周围区域 b 值相对较低;35.7°~36.0°N 之间区域的 b 值都相对较高[仅在图 2(a)中部分区域 b 值更高];莒县附近区域 b 值都保持相对低值。

3.2　补充视应力数据

一点的剪应力增加值可以表示为某一时段的剪应力加载值与该时段内所有地震的应力降总和之差。将区域划分为 0.05°×0.05°的网格进行布点,以网格点周边 30 km 范围内 5 级以上历史地震的发生时间作为计算起始点。剪应力加载速率可用下式计算[19-21]:

$$\dot{\tau} \cong rM_0^* W_{\text{seism}}^{-1} \frac{b}{1.5-b}\left[10^{(1.5-b)(m_{\max}-m_0)}-1\right] \quad (2)$$

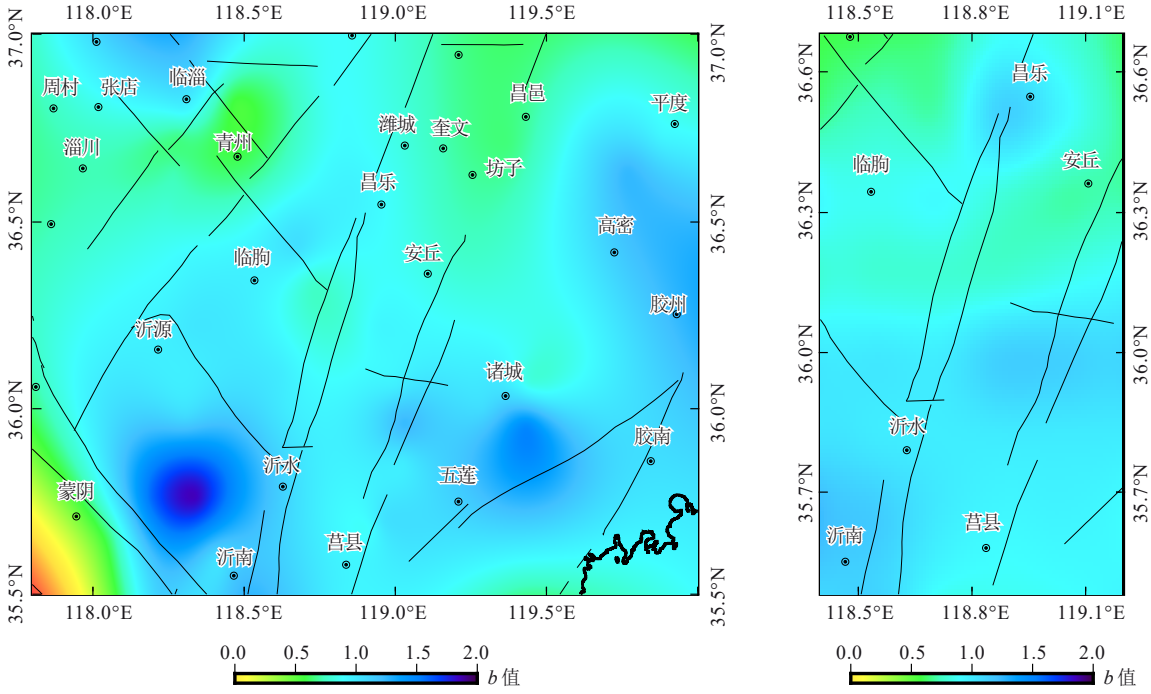
式中:b 为区域 b 值;r 为背景地震活动率;W_{seism} 为孕震层厚度。根据研究区域 1970 年以来 2.0 级以上地震(总计 987 个)震源深度统计,83.9% 的地震(828 个)震源深度≤20 km,仅 16.1% 的地震(159 个)震源深度>20 km,故取 W_{seism}=20 km;m_0 为起算震级,此处取最小完整性震级;M_0^* 为 m_0 地震的地震矩,用公式 $M_0^*=10^{9.1+1.5m_s}$ 来计算;$m_{\max}$ 为区域内最大地震震级,此处取 7.0(对应公元前 70 年安丘 M_S7.0 地震)。

根据 Console[20]推导的式(3)、(4),可以计算一段时间内地震的总应力降 $\Delta\bar{\sigma}$。其中,$M_{0\text{tot}}$ 为总地震矩;N_0 为震级≥m_0 的地震数目;m_0 取最小完整性震级;$m_{\max}$ 取统计单元内的最大震级;d_{tot} 为统计单元的半径。

$$M_{0\text{tot}}=\frac{N_0 \cdot M_0^*}{10^{(b-1.5)(m_{\max}-m_0)}}\cdot\frac{b}{1.5-b} \quad (3)$$

$$\Delta\bar{\sigma}=\frac{7}{16}\cdot\frac{M_{0\text{tot}}}{d_{\text{tot}}^3} \quad (4)$$

最后,用式(5)计算某点位处的剪应力值。其中,k_1 为最近一次 5 级以上地震距今的时间;由于文



(a) 以130个地震为中心点的b值　　(b) 0.1°×0.1°网格的b值

图2　b值空间变化分布

Fig. 2　Spatial variation of b-value

章使用1970年以来的地震目录，所以$k_2=k_1/53.75$；τ_0为5级以上地震发生后的初始剪应力，可用网格点周边30 km（部分点位可适当扩大范围）范围内的平均剪应力代替；τ为该点位当前的剪应力。

$$\tau=\tau_0+(\dot{\tau}k_1-\Delta\bar{\sigma}k_2) \tag{5}$$

根据3.3节剪应力与视应力的转换公式，可求得视应力值。图3展示了补充视应力的点位分布。应用本节方法补充的视应力值，可为设定点位附近的平均视应力计算提供约束，能有效提高后续奇异性指数计算结果的精度，其效果优于直接对原始视应力进行插值平滑。

下面以某网格点处的数据为例演示本算法。该点参数如下：m_0=0.954（最小完整性震级，对应M_L=1.8），网格点周围20 km范围内最大震级为3.553（对应M_L=4.1），震级≥m_0的地震数为9个，由此可以得到背景地震活动率$r=1.333\times10^{-10}$个/(年·m^2)；网格点处b=0.833；m_{max}在式(2)中取区域历史最大震级7.0，在式(3)中取网格点周围20 km范围内的最大震级3.553；τ_0=2.74 MPa。最后，应用式(2)～(5)及式(9)，得到该网格点处的视应力值为0.548 MPa。算法示例结果基本符合研究区视应力的总体状况，表明本算法适用于该研究区。在该算法中，式(2)和(3)的震级参数(m_0和m_{max})对计算结果较为敏感性，实际应用时应合理确定其取值。本文计算中统一使用面波震级M_S，不使用近震震级M_L。

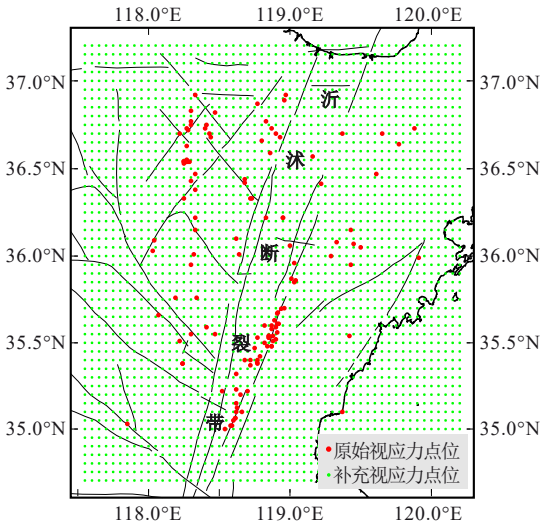


图3　计算奇异性指数所需视应力点位分布图

Fig. 3　Distribution of apparent stress points for calculating singularity index

3.3　剪应力与视应力的相互转换

陈培善等[22]基于断裂力学理论，在假定摩擦剪应力及终剪应力均为0的条件下，推导出一系列采用不同震源参数计算环境剪应力的公式[23]。其中

一个公式为:

$$\lg E_s = \lg M_0 + 2\lg \tau_0 + C_3 \tag{6}$$

式中:τ_0为环境剪应力值;E_s和M_0分别为地震辐射能量和标量地震矩;$C_3=-5.707$。

对式(6)进行变换,得到:

$$\tau_0 = \left(\frac{E_s}{M_0.10^{C_3}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{7}$$

又由视应力定义式(1),可得:

$$\frac{E_s}{M_0} = \frac{\sigma_{app}}{\mu} \tag{8}$$

将式(8)代入式(7),得到:

$$\tau_0 = \left(\frac{\sigma_{app}}{\mu.10^{C_3}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{9}$$

3.4　多重分形奇异性指数的计算

假设在能量场中任意位置存在一个尺度为ε的盒子(其形状可以是任意的),该盒子覆盖区域内的平均能量含量为$\mu[B_x(\varepsilon)]$。如果能量含量在该区域内表现出多重分形特性,则有:

$$\mu[B_x(\varepsilon)] = c(x)\varepsilon^{\alpha(x)} \tag{10}$$

式中:$\alpha(x)$代表位置x处的局部奇异性指数,用于衡量奇异性的强度,它是一个与尺度无关的无量纲量;$c(x)$表示奇异性的幅度变化系数。若该盒子内的能量密度为$\rho[B_x(\varepsilon)]$,则有:

$$\rho[B_x(\varepsilon)] = \mu[B_x(\varepsilon)]/\varepsilon^E \tag{11}$$

进而得到:

$$\rho[B_x(\varepsilon)] = c(x)\varepsilon^{\alpha(x)-E} \tag{12}$$

式中:E表示欧几里得空间维数,当E分别取1、2、3时,分别对应线状、面状和体状结构。对于二维平面场,上式简化为:

$$\rho[B_x(\varepsilon)] = c(x)\varepsilon^{\alpha(x)-2} \tag{13}$$

对两边取对数后得到:

$$\lg\{\rho[B_x(\varepsilon)]\} = \lg[c(x)] + [\alpha(x)-2]\lg\varepsilon \tag{14}$$

上述方程中的参数具有特定含义:当$\alpha(x)-2<0$,即$\alpha(x)<2$时,随着尺度ε的减小,$\rho[B_x(\varepsilon)]$会显著增加,表明该区域为能量富集区;当$\alpha(x)-2>0$,即$\alpha(x)>2$时,$\rho[B_x(\varepsilon)]$随ε减小而减少,意味着局部区域能量匮乏;当$\alpha(x)-2=0$,即$\alpha(x)=2$时,$\rho[B_x(\varepsilon)]$保持不变,表示该区域为无异常值的背景区域。

计算奇异性指数的具体步骤如下:(1)选定研究区域内某一点为圆心,根据式(14),以不同半径ε画圆,并计算每个圆内视应力的平均值$\rho[B_x(\varepsilon)]$;(2)在双对数坐标系中绘制$\lg\varepsilon$-$\lg\{\rho[B_x(\varepsilon)]\}$的关系图,通过线性拟合得到直线的斜率$\alpha(x)-2$及截距$\lg[c(x)]$,从而确定$\alpha$和$c$的值;(3)将中心点移动到其他位置,重复上述过程,遍历整个研究区域后,即可获得奇异性指数α和c值的空间分布等值线图。

由以上内容可知,当$\alpha(x)=2$时,$\rho[B_x(\varepsilon)]$在局部呈现非奇异性,即保持恒定,有$\rho=c$;由式(13)可知,当$\varepsilon=1$ km时,同样有$\rho=c$。因此,在地震震中1 km范围内,其视应力值是均匀分布的,其值等于由该地震波形反演得到的视应力值。经反复试验可知,在使用式(14)进行线性拟合时,在半径为1 km范围内增加8个原始视应力值,既可获得较好的拟合效果,又能将原始视应力值有效反映在式(13)和(14)的计算中。取ε=1、6、11、16、21、26 km,应用式(14)对以130个地震震中为中心点的α和c值进行拟合。

图4展示了以130个地震震中为中心点计算的奇异性指数α和c值分布图。为避免插值平滑可能造成的数据失真,在原始点位上使用渐变色来表示其数值。

3.5　奇异性指数与b值的拟合方法

奇异性指数是基于视应力数据计算得到的参数,反映了特定区域内视应力的相对强弱。同时,b值也与区域应力场密切相关。据此可以合理推测,奇异性指数与b值之间存在一定的关联。

由式(13)可知:$\rho=c\varepsilon^{\alpha-2}$,其中$\rho$为通过公式右端反算的视应力值,$c$值和$\alpha$值由3.4节得到,$\alpha$为奇异性指数,$\varepsilon$取6、11、16、21、26 km。对等式两边取对数并移项变换,得到:

$$(\alpha-2)\lg\varepsilon + \lg c - \lg\rho = 0 \tag{15}$$

另外,由震级-频度关系$\lg N(M)=a-bM$移项可得:

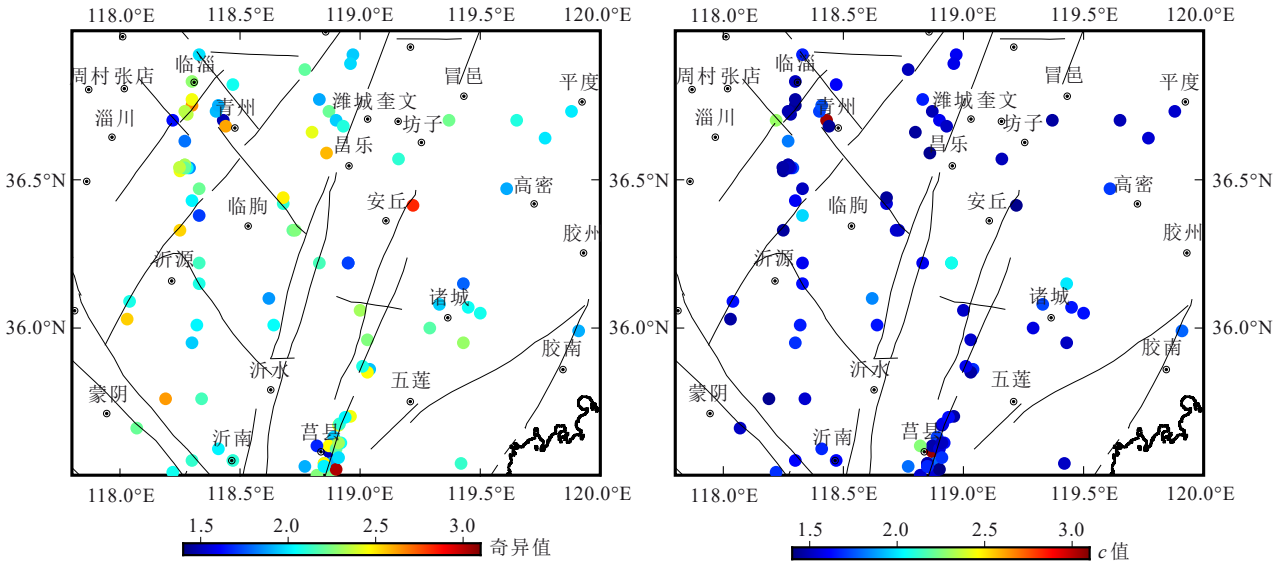
$$\lg N - a + bM = 0 \tag{16}$$

联立式(15)和(16),得到:

$$(\alpha-2)\lg\varepsilon + \lg c - \lg\rho = \lg N - a + bM \tag{17}$$

将$\lg c$移到右侧、$\lg N$移到左侧,由于$\lg c \neq \lg N$,可进行后续左右两端相除的操作。于是得到:

$$(\alpha-2)\lg\varepsilon - (\lg N + \lg\rho) = bM - (\lg c + a) \tag{18}$$



(a) 以130个地震为中心点的奇异值 (b) 以130个地震为中心点的c值

图4 奇异性指数α和c值空间变化分布

Fig. 4 Spatial variation of singularity index α and c-value

将式(18)的左端除以右端,得到:

$$\frac{(\alpha-2)\lg\varepsilon-(\lg N+\lg\rho)}{bM-(\lg c+a)}=1 \tag{19}$$

需要说明的是,式(15)是关于$\lg\varepsilon$和$\lg\rho$的直线方程,式(16)是关于M和$\lg N$的直线方程,因此式(19)代表了这两个直线方程的交点条件。

此外,用于计算奇异性指数和b值的样本点各有130个,且位置一一对应。鉴于样本数量有限,本文采用数据的峰度和偏度作为评判标准,以评估数据是否服从正态分布。当数据的峰度接近3且偏度接近0时,表明数据集符合正态分布特征。

根据表1,式(19)中各个组成部分都大致服从正态分布。因此,该式左侧的分子和分母各自服从一维正态分布,且两者共同服从一个具有特定相关系数的二维正态分布。此时,分子与分母的比值可以理解为在不同置信水平下,二维正态分布在双对数坐标图中长轴方向的斜率[24],其值应等于式(19)右侧的数值1。继续对式(19)左侧进行变换,分别令$\lg N+\lg\rho$和$\lg c+a$的均值为j_1和j_2,则有$\lg N+\lg\rho=j_1+e_1$,$\lg c+a=j_2+e_2$。其中,e_1和e_2分别是均值为0、标准差为σ_1和σ_2的随机数组。于是可以得到:

$$\frac{\left[(\alpha-2)\lg\varepsilon-j_1\right]-e_1}{(bM-j_2)-e_2}=1 \tag{20}$$

显然,可以将e_1和e_2视为$(\alpha-2)\lg\varepsilon-j_1$和$bM-j_2$的随机误差[25],得到:

表1 数据峰度、偏度结果及ε、M取值

Table 1 Results of data kurtosis, skewness, and values of ε and M

数组	峰度	偏度	ε	M
α	3.276 7	0.367 1	6	2.6
b	3.138 0	0.169 0	11	2.6
a	2.971 2	−0.123 6	16	2.6
$\lg N$	3.465 4	−0.576 5	21	2.6
$\lg c$	3.046 8	0.064 1	26	2.6
$\lg\rho(\varepsilon=11\ \mathrm{km})$	3.143 2	0.081 4		

$$(\alpha-2)\lg\varepsilon-j_1=bM-j_2 \tag{21}$$

在式(21)中,ε分别取6、11、16、21、26 km;为与计算b值的130个点位对应,M取这130个点位最小完整性震级中的最大值。由此得到5个一次方程,分别计算这5个方程的斜率和截距的平均值,并组成新的方程,最终得到奇异性指数α和b值的关系式(图5):

$$\alpha=2.36b-0.053 \tag{22}$$

在奇异性指数的区间[1.488, 3.018]内,根据式(22)计算得到的b值范围为[0.653, 1.301]。测算表明,在相同条件下,由平均方程得到的b值与由各个独立拟合方程得到的b值相比,最大差异不超过0.1,这显示了平均方程与各独立拟合方程之间具有较好的一致性。

3.6 c值与b值的拟合方法

参照3.5节的方法,对c值和b值进行拟合。将式(15)和(16)联立后发生如下变化:

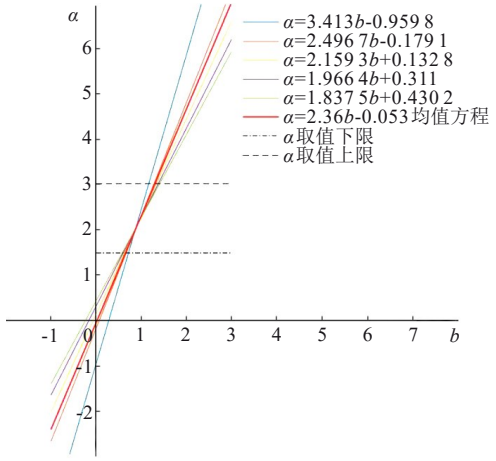


图 5　奇异性指数 α 与 b 值拟合关系

Fig. 5　Fitting relationship between singularity index α and b-value

$$(\alpha-2)\lg\varepsilon+\lg N+\lg c=-bM+a+\lg\rho \quad (23)$$

进而得到：

$$\frac{(\alpha-2)\lg\varepsilon+\lg N+\lg c}{-bM+a+\lg\rho}=1 \quad (24)$$

对其进行拟合，得到最终方程：

$$\lg c=-2.6b+1.906\,9 \quad (25)$$

综合式(13)、(22)和(25)，得到视应力 ρ 与 b 值的关系式：

$$\rho=10^{-2.6b+1.906\,9}\cdot\varepsilon^{2.36b-2.053} \quad (26)$$

3.7　基于分形插值模型的视应力分布

(1) 分形插值数学模型

分形曲面插值技术基于分形几何的自相似特性，通过迭代函数系统(Iterated Function System，IFS)，将离散数据点映射为具有分形结构的连续曲面[26]。作为分形几何学的核心理论工具，IFS 为分形曲面建模提供了数学框架，其构建方法已形成系统研究体系。当前，基于 IFS 的分形曲面生成技术主要包括多项式插值、自仿射变换等多元方法，其中自仿射分形插值方法因其在矩形域上的高效建模能力而备受关注。本文采用矩形域自仿射分形插值方法，该方法通过建立区域内的仿射变换集合，能够有效保持曲面的自相似特征[27]。具体公式参照《分形几何与分形插值》[27]第 143-147 页内容。

(2) 求解纵向比例因子 $s_{n,m}$

在分形曲面插值方法中，若采用固定全局纵向缩放因子(即要求局部与整体在任意尺度均保持相似结构)，则生成的曲面将呈现严格的周期性自相似特性。然而，区域应力场作为具有空间相关性与随机波动特性的区域化变量，其分布特征无法通过单一比例因子实现精准建模。因此，本文采用改进型自仿射分形插值方法[26]，该方法通过为每个子区域独立赋予纵向比例因子 $s_{n,m}$，能够有效适应应力场的空间变异性需求。

每个子区域的纵向比例因子可以按如下步骤获得：(1)首先利用原始数据，应用最小二乘法，得到一次拟合曲面方程；(2)使用上一步得到的方程计算各插值点的预测值，再用原始值减去预测值，得到偏差值，该偏差值能够反映观测点附近区域数据的变化特征；(3)将各点的偏差值除以全局偏差值的绝对值最大值，即可得到局部小区域的纵向比例因子。

每个子区域上的一次拟合曲面方程可以表达为：

$$z=b_0+b_1x+b_2y \quad (27)$$

式中：b_0、b_1、b_2 均为待求系数。由最小二乘法可知，应使原始值与预测值的离差平方和 Q 最小，即：

$$Q=\sum_{i=1}^{n}(z_i-\bar{z})^2=\sum_{i=1}^{n}(z_i-b_0-b_1x_i-b_2y_i)^2 \quad (28)$$

分别求 Q 对 b_0、b_1、b_2 的偏导数，并令其为 0。求解整理后可得：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial Q}{\partial b_0}=-2\sum_{i=1}^{n}(z_i-b_0-b_1x_i-b_2y_i)=0\\ \dfrac{\partial Q}{\partial b_1}=-2\sum_{i=1}^{n}(z_i-b_0-b_1x_i-b_2y_i)x_i=0\\ \dfrac{\partial Q}{\partial b_2}=-2\sum_{i=1}^{n}(z_i-b_0-b_1x_i-b_2y_i)y_i=0\end{cases} \quad (29)$$

求解式(29)，可以得到 b_0、b_1、b_2 的值。将原始数据坐标值代入式(27)即可得到预测值，原始值减去预测值即可得到偏差值：

$$e_i=z_i-\bar{z},\quad i=1,2,\cdots,n \quad (30)$$

令全局区间的偏差最大绝对值为：

$$e=\max_{0\leqslant n\leqslant N,0\leqslant m\leqslant M}\{|e_{n,m}|\} \quad (31)$$

则每个子区域的纵向比例因子可以表示为：

$$s_{n,m}=\frac{e_{n,m}}{e},\quad n\in\{1,2,\cdots,N\},m\in\{1,2,\cdots,M\} \quad (32)$$

(3) 不同纵向比例因子的对比验证

采用 0.1°×0.1°网格点处的 b 值进行对比验证：(1)采用改进型自仿射分形插值方法，为每个子区域独立赋值纵向比例因子，其误差绝对值的平均值为 0.061；(2)采用固定纵向比例因子(取值为 1)的

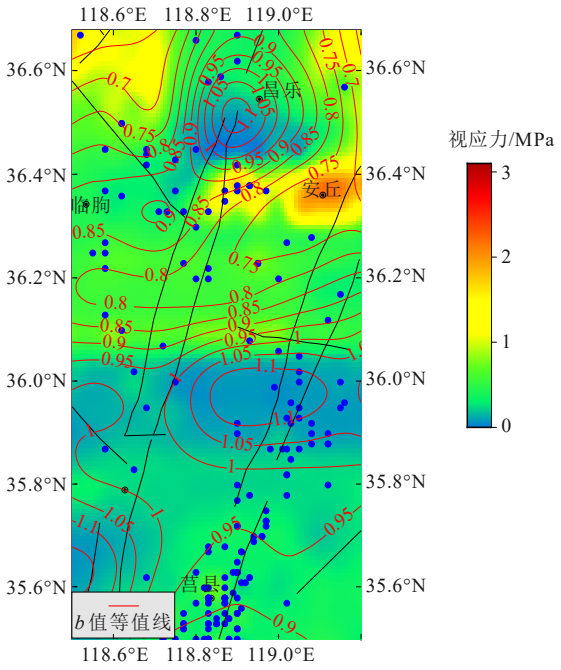
方法，其误差绝对值的平均值为0.156。对比表明，本文方法的平均误差更小，效果更优。

（4）视应力的分形插值计算

使用0.1°×0.1°网格点处的b值，应用分形插值方法生成更高分辨率的网格数据。根据文献[26]，采样数据间隔设为3～5个，既可保证分形插值精度，又能对原始数据进行有效的等效表征。因此，本文选择数据间隔为3个，插值后的数据间隔为0.025°。然后，分别利用奇异性指数与b值、c值与b值的拟合方程，推求0.025°×0.025°网格精度的奇异性指数和c值分布，最后通过式(13)得到相同网格精度的视应力值。为与网格精度匹配，在使用式(13)时，取ε=1.5 km。需指出，上述计算视应力的步骤也可直接由式(26)实现。

图6显示，从南到北视应力呈现逐步升高的趋势。分形插值结果显示，视应力最大值为3.17 MPa，最小值为0.008 MPa，平均值为0.461 MPa。36.05°N以南区域视应力总体较低，b值空间变化梯度较小；36.05°N以北区域视应力总体较高，b值变化梯度较大，但昌乐地区视应力较低，且被相对高视应力区所围限。从图6可见，1970年以来2级以上地震主要分布在莒县附近的芬子浮来山断裂及其东北部的安丘—莒县断裂，而研究区西侧的沂水—汤头断裂2级以上地震分布较少。研究区2级以上地震主要分布在视应力值约1 MPa的区域；视应力过高或过低的区域2级以上地震分布较少。

图6中36.4°N以北的地区地震活动水平较低，属于地震空区，该区地震能量释放较为分散且强度较低，郯城段年均地震释放能量是该区的44倍，GPS观测结果表明，该区域存在较大的滑动亏损，在10 km以下可能处于闭锁状态[28]；同时该区目前b值及视应力分布不均匀[图2(b)，图6]，视应力低值区被高值区包围。安丘—孟疃段(36°N附近)是公元前70年安丘7.0级地震的发震断层[29]，该地震距今已约2 095年，且目前该段视应力相对较高，b值相对较低[图2(b)，图6]，表明该区地震危险性较高。诸城(36°N附近)以南区域断层闭锁程度较低，几乎无滑动亏损累积[30]，目前视应力处于较低水平。图6中35.7°N以南区域位于莒县盆地内，断裂在此错断第四系，埋深相对较浅，断层特征主要表现为挤压逆冲[31]；对该区进行的地应力测试表明，尽管未达到断层滑动临界值，但测试区域内大部分为高地应力区～极高地应力区[32]；目前该区域视应力(除莒县地区外，图6)相对较低，而b值(除莒县附近区域外)也相对较高，结合其他研究[11,30]指出该区断层闭锁程度不高、滑动亏损累积量较低的情况，需关注该地区发生中强地震的潜在风险。



注：图中蓝色圆点为1970年以来2级以上地震分布，红线及数值表示b值等值线及标注

图6 研究区视应力分形插值分布图

Fig. 6 Fractal interpolation distribution of apparent stress in the study area

4 结论

本文通过计算视应力、b值、奇异性指数和c值，并运用分形插值方法，完成了对郯庐断裂带安丘—莒县段应力场的重构，主要得到以下结论：

（1）由于原始视应力数据点较少且分布不均，应用“一点的剪应力增加值等于某一时段的剪应力加载值与该时段内所有地震应力降总和之差”的原理，对视应力值进行补点，为设定点位附近的平均视应力计算提供了约束。结果表明，该方法的效果优于直接对原始视应力进行插值平滑。

（2）以原始视应力和补充视应力为输入数据，运用多重分形奇异性理论，计算了以130个地震震中为中心的奇异性指数和c值，二者共同反映了地震点位的视应力特征。依据奇异性指数α<2、α=2、α>2的标准，将研究区应力划分为富集区、背景区和贫乏区。应用本文提出的拟合方法，建立了奇

异性指数与b值、c值与b值的拟合关系,利用b值分布推定未知区域的奇异性指数和c值,并同时得到了视应力与b值的定量关系式。

(3) 基于分形自相似性原理,采用分形插值方法对研究区地震视应力数据进行了空间重构建模。通过设置数据采样间隔为3的分形迭代规则,在保证插值模型计算精度的同时,有效保留了原始数据的特征信息[26]。分形插值重构结果表明,研究区视应力空间分布呈现从南到北逐步增强的趋势。空间分布显示,视应力最大值为3.17 MPa,最小值为0.008 MPa,其空间变化梯度与区域构造活动性显著相关。研究区2级以上地震主要分布在视应力值约为1 MPa的区域。视应力高值区(如研究区北部)2级以上地震分布较少,表明这些区域地震能量释放较弱,可能正处于较高的能量积累阶段。研究区全域地震危险性较高,莒县附近区域及36.0°~36.2°N之间的区域,低b值和高视应力对应较好,应关注这些区域发生中强地震的可能;36.3°N以北区域地震活动性较弱,属地震空区,视应力值高低错落,显示部分区域应力积累较强,有研究认为该区域在10 km以下深度断层闭锁程度较高。

参考文献(References)

[1] 李信富, 李小凡, 武晔. 分形理论在地震学中的应用研究[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(2): 411-417.
LI Xinfu, LI Xiaofan, WU Ye. Application of fractal theory in seismology[J]. Progress in Geophysics, 2007, 22(2): 411-417.

[2] 陈棋福, 马丽, 陈建民, 等. 地震前兆观测资料的分形处理方法[J]. 中国地震, 1994(1): 46-53.
CHEN Qifu, MA Li, CHEN Jianmin, et al. Algorithms for self-affine fractals and application in time series of geophysical and geochemical data[J]. Earthquake Research in China, 1994(1): 46-53.

[3] 徐伟进, 高孟潭. 蒙古国及其周边地区地震分形维度及b值研究[J]. 地震工程学报, 2014, 36(1): 75-79.
XU Weijin, GAO Mengtan. Fractal dimension and b-value of earthquakes in Mongolia and its surrounding area[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2014, 36(1): 75-79.

[4] XU J D, HUANG J F, WEI F Q, et al. Correlation fractal and multifractal characteristics of seismic activity in the Taiwan (China) area, China[J]. Acta Geologica Sinica (English Edition), 2005, 79(2): 225-235.

[5] 唐礼忠, 李夕兵. 矿山地震活动多重分形特性与地震活动性预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(9): 1818-1824.
TANG Lizhong, LI Xibing. Seismic multi-fractal characteristics in mines and seismicity prediction[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(9): 1818-1824.

[6] 刘志, 姚运生. 鄂西及邻区地震时空丛集的物理分形及R/S分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(1): 13-16.
LIU Zhi, YAO Yunsheng. Physical fractal and R/S analysis of time and space clustering of earthquakes in western Hubei and its surrounding areas[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2012, 32(1): 13-16.

[7] 胡峰, 姚华建, 余厚云, 等. 分形应力对设定地震构建的影响: 以郯庐断裂带为例[J]. 中国科学: 地球科学, 2024, 54(5): 1714-1724.
HU Feng, YAO Huajian, YU Houyun, et al. Influence of self-similar stresses on scenario earthquake construction: an example along the Tanlu fault[J]. Scientia Sinica (Terrae), 2024, 54(5): 1714-1724.

[8] 王兰炜, 张兴国, 张宇, 等. 分形插值法在地电场干扰数据处理中的应用[J]. 地震学报, 2021, 43(3): 350-358.
WANG Lanwei, ZHANG Xingguo, ZHANG Yu, et al. Application of fractal interpolation method to geo-electric field interference data process[J]. Acta Seismologica Sinica, 2021, 43(3): 350-358.

[9] 颜丙囤, 殷海涛, 杨玉永, 等. InSAR数据约束的沂沭断裂带闭锁程度及地震危险性分析[J]. 测绘通报, 2024(7): 129-133.
YAN Bingtun, YIN Haitao, YANG Yuyong, et al. Locking degree and seismic risk analysis of Yishu fault zone constrained by InSAR data[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2024(7): 129-133.

[10] 李翠芹, 张正帅, 郑建常, 等. 沂沭断裂带小震震源参数特征分析[J]. 震灾防御技术, 2023, 18(2): 274-283.
LI Cuiqin, ZHANG Zhengshuai, ZHENG Jianchang, et al. Characteristics of seismic-source spectral parameters of small earthquakes in Yishu fault zone[J]. Technology for Earthquake Disaster Prevention, 2023, 18(2): 274-283.

[11] 李腊月, 李玉江, 张风霜, 等. 郯庐断裂带中南段闭锁特征与地震危险性分析[J]. 地质学报, 2020, 94(2): 467-479.
LI Layue, LI Yujiang, ZHANG Fengshuang, et al. Fault blocking characteristics and seismic hazard analysis in the middle and southern segments of the Tanlu fault zone[J]. Acta Geologica Sinica, 2020, 94(2): 467-479.

[12] 王鹏, 郑建常, 刘希强, 等. 郯庐断裂带山东段震源参数及应力状态[J]. 地震地质, 2015, 37(4): 966-981.
WANG Peng, ZHENG Jianchang, LIU Xiqiang, et al. Research of source parameters and stress state in Shandong segment of Tanlu fault zone[J]. Seismology and Geology, 2015, 37(4): 966-981.

[13] 朱成林. 郯庐断裂带沂沭段及周边地区地壳形变特征和地震危险性分析[D]. 北京: 中国地震局地质研究所, 2020.
ZHU Chenglin. Analysis of crustal deformation and seismic risk around the Yishu segment of Tanlu active fault zone[D]. Beijing: Institute of Geology, China Earthquake Administration, 2020.

[14] 于俊谊, 朱新运. 浙江珊溪水库地震震源参数研究[J]. 中国地震, 2008, 24(4): 379-387.
YU Junyi, ZHU Xinyun. Hypocentral parameters research of

the Shanxi Reservoir area in Zhejiang [J]. Earthquake Research in China, 2008, 24(4): 379-387.

[15] 朱新运, 于俊谊. 基于MATLAB的小震震源参数计算软件研制[J]. 西北地震学报, 2008, 30(4): 380-384.
ZHU Xinyun, YU Junyi. The data processing software of source parameters for middle or small earthquakes based on MATLAB[J]. Northwestern Seismological Journal, 2008, 30(4): 380-384.

[16] MOGI K. Magnitude-frequency relations for elastic shocks accompanying fractures of various materials and some related problems in earthquakes [J]. Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo, 1962, 40: 831-853.

[17] SCHOLZ C H. The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1968, 58(1): 399-415.

[18] WIEMER S. Minimum magnitude of completeness in earthquake catalogs: examples from Alaska, the western United States, and Japan[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2000, 90(4): 859-869.

[19] CATALLI F, COCCO M, CONSOLE R, et al. Modeling seismicity rate changes during the 1997 Umbria—Marche sequence (central Italy) through a rate- and state-dependent model [J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2008, 113(B11): 2007JB005356.

[20] CONSOLE R, MURRU M, CATALLI F. Physical and stochastic models of earthquake clustering[J]. Tectonophysics, 2006, 417(1-2): 141-153.

[21] WARD S N. A multidisciplinary approach to seismic hazard in southern California[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1994, 84(5): 1293-1309.

[22] 陈培善, DUDA S J. 地震辐射能对环境应力场的依赖性[J]. 地震学报, 1993, 15(2): 146-152.
CHEN Peishan, DUDA S J. Dependence of earthquake radiation on environmental stress field [J]. Acta Seismologica Sinica, 1993, 15(2): 146-152.

[23] 叶秀薇, 闻则刚, 孙崇赤, 等. 广东地区求解环境剪应力场不同方法的常数值的确定[J]. 防灾减灾工程学报, 2006, 26(1): 84-88.
YE Xiuwei, WEN Zegang, SUN Chongchi, et al. Determination of the constants of some formulae for estimating ambient shear stress field in Guangdong area[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2006, 26(1): 84-88.

[24] 郑建常, 李冬梅. 基于误差分布的震源区波速比反演及其应用: 乳山震群源区介质性质变化研究[J]. 地球物理学报, 2019, 62(5): 1693-1703.
ZHENG Jianchang, LI Dongmei. Inversion for velocity ratios in focal areas based on error distribution and its application: a study on variations of medium properties in the source of the Rushan earthquake swarm[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2019, 62(5): 1693-1703.

[25] 孙强, 王鹏, 张正帅. 基于正态分布的双差波速比方法研究: 以山东长岛震群为例[J]. 震灾防御技术, 2024, 19(1): 119-129.
SUN Qiang, WANG Peng, ZHANG Zhengshuai. Research on double differential velocity ratio method based on normal distribution: a case study of Changdao earthquake swarm in Shandong Province[J]. Technology for Earthquake Disaster Prevention, 2024, 19(1): 119-129.

[26] 胡文龙, 罗喜东, 杨语, 等. 基于分形插值的复合材料孔壁微观表面重构方法[J]. 西北工业大学学报, 2023, 41(4): 661-669.
HU Wenlong, LUO Xidong, YANG Yu, et al. Fractal interpolation-based micro-surface reconstruction method for composite pore walls[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2023, 41(4): 661-669.

[27] 孙洪泉. 分形几何与分形插值[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 143-147.
SUN Hongquan. Fractal geometry and fractal interpolation [M]. Beijing: Science Press, 2011: 143-147.

[28] 杨勇刚. 郯庐断裂带潍坊段的噪声信号聚类与地震活动性研究[D]. 北京: 中国石油大学(北京), 2022.
YANG Yonggang. Study of noise signal clustering and seismicity at the Weifang segment of Tanlu fault zone[D]. Beijing: China University of Petroleum (Beijing), 2022.

[29] 王志才, 王冬雷, 许洪泰, 等. 安丘—莒县断裂北段几何结构与最新活动特征[J]. 地震地质, 2015, 37(1): 176-191.
WANG Zhicai, WANG Donglei, XU Hongtai, et al. Geometric features and latest activities of the north segment of the Anqiu—Juxian fault[J]. Seismology and Geology, 2015, 37(1): 176-191.

[30] 杜存鹏, 殷海涛, 于胜文, 等. 基于GNSS及地震活动的沂沭断裂带危险性分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2023, 43(1): 38-41.
DU Cunpeng, YIN Haitao, YU Shengwen, et al. Risk analysis of Yishu fault zone based on GNSS and seismicity[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2023, 43(1): 38-41.

[31] 王薇, 林松, 程邈, 等. 安丘—莒县断裂莒县盆地段浅层地震探测及意义[J]. 物探与化探, 2021, 45(3): 609-615.
WANG Wei, LIN Song, CHENG Miao, et al. Shallow seismic exploration of the Anqiu—Juxian fault in Juxian Basin and its significance[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2021, 45(3): 609-615.

[32] 王丹彤, 李传生, 于翠翠, 等. 山东安丘—莒县断裂莒县盆地段地应力测试及断裂活动性研究[J]. 山东国土资源, 2023, 39(4): 51-57.
WANG Dantong, LI Chuansheng, YU Cuicui, et al. Ground stress test and study on fault activities in Juxian Basin in Anqiu—Juxian fault in Shandong Province[J]. ShangDong Land and Resources, 2023, 39(4): 51-57.

(本文编辑:张向红)