

文章编号: 1671-7449(2026)04-0540-11

J. Test Measur. Technol., 2026, 40(4): 540-550.

# 随机介质中声波走时与速度场参数统计关系研究

师 贝<sup>1,2</sup>, 聂鹏飞<sup>2,3</sup>, 潘晋孝<sup>1,2,3\*</sup>

(1. 中北大学 数学学院, 山西 太原 030051; 2. 中北大学 智能探测技术与装备山西省重点实验室, 山西 太原 030051;  
3. 中北大学 信息与通信工程学院, 山西 太原 030051;)

**摘 要:** 声源定位技术被广泛应用于水下探测、地震监测、结构健康监测和环境声学感知等领域。现有声源定位方法多建立在基于介质均匀性的假设上,但在实际应用场景中,声波传播的介质都具有不同程度的随机性,导致基于该假设的定位方法应用受限。针对随机介质条件下的声源定位问题,目前常采用的手段是基于到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)服从高斯分布而构建的声源定位方法。但在随机介质条件下,TDOA是否服从高斯分布,以及在什么条件下服从高斯分布等问题,需要进一步验证。因此,通过构建不同参数条件下的随机介质模型,采用快速行进法计算声波走时场,结合蒙特卡洛仿真技术对随机介质条件下TDOA的统计特性进行了分析。结果表明,在随机介质条件下TDOA整体不服从高斯分布,但是,在近场条件下,当随机介质扰动强度较小或自相关长度比较大时,TDOA近似服从高斯分布。该研究可为声源定位方法在实际应用中的方法选择与改进提供理论依据。

**关键词:** 随机介质; 声波走时; 统计特性; 程函方程

中图分类号: TN911

文献标识码: A

DOI: 10.62756/csjs.1671-7449.2026083

**引用格式:** 师贝, 聂鹏飞, 潘晋孝. 随机介质中声波走时与速度场参数统计关系研究[J]. 测试技术学报, 2026, 40(4): 540-550.

Shi Bei, Nie Pengfei, Pan Jinxiao. Statistical relationship between acoustic travel time and velocity field parameters in random media[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2026, 40(4): 540-550.

## Statistical Relationship Between Acoustic Travel Time and Velocity Field Parameters in Random Media

Shi Bei<sup>1,2</sup>, Nie Pengfei<sup>2,3</sup>, Pan Jinxiao<sup>1,2,3\*</sup>

(1. School of Mathematics, North University of China, Taiyuan 030051, China;

2. Shanxi Key Laboratory of Intelligent Detection Technology & Equipment, North University of China, Taiyuan 030051, China;

3. School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** Acoustic source localization techniques are widely applied in underwater detection, seismic monitoring, structural health monitoring, and environmental acoustic sensing. The existing acoustic source localization methods are mostly established based on the assumption of a homogeneous propagation medium. However, in practical application scenarios, the medium through which acoustic waves propagate has varying degrees of randomness, which limits the applicability of localization methods based on the homogeneity assumption. To address the issue of source localization under medium randomness, the commonly used method currently is the acoustic source localization method based on the Gaussian distribution of time difference of

【收稿日期】2026-02-12

【修回日期】2026-04-01

【录用日期】2026-04-15

【基金项目】动态测试技术国家重点实验室基金资助项目(2023-SYSJJ-07)

【作者简介】师 贝(1998—),女,硕士生,主要从事声源定位研究。E-mail: 13821295075@163.com。

\*【通信作者】潘晋孝(1966—),男,教授,博士,主要从事图像信息处理研究。E-mail: panjx@nuc.edu.cn。

arrival (TDOA). Nevertheless, further verification is needed to determine whether TDOA follows a Gaussian distribution under random medium conditions and under what conditions it follows a Gaussian distribution. Therefore, random medium models with different parameter settings is constructed in this study and the acoustic travel-time field is calculated by using the fast marching method combined with Monte Carlo simulations to analyze the statistical characteristics of TDOA under random medium conditions. Experiment results indicate that TDOA does not generally follow a Gaussian distribution under random medium conditions, while it approximately conforms to a Gaussian distribution under near-field conditions with relatively small medium perturbation intensity or large correlation length. This study can provide a theoretical basis for the selection and improvement of practical acoustic source localization methods in practical applications.

**Key words:** random media; acoustic wave travel time; statistical characteristics; Eikonal equation

## 0 引言

声源定位是水下探测、地震监测、结构健康诊断等领域的核心技术<sup>[1-3]</sup>,其精度与可靠性依赖于对波传播介质的合理建模。传统的声源定位方法通常建立在介质均匀或分层均匀的模型之上,来实现对声源位置的估计。然而,实际介质(如海洋、地壳、复合材料等)普遍存在空间非均匀性与随机性<sup>[4-6]</sup>。因此,传统声源定位方法存在一定的局限性。为了探究介质随机性对声源定位精度的影响,已有学者把到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)假设为服从高斯分布来建立声源定位模型,并采用最大似然估计等技术,实现了声源位置估计且定位精度也有一定提升<sup>[7-9]</sup>。但是,将TDOA假定为服从高斯分布,则存在两个问题:声源定位过程中获取的样本有限,难以支撑高斯性假设;随机介质条件下,TDOA是否服从高斯分布,以及在什么情况下高斯假设合理等问题没有明确的定论。因此,对随机介质中观测走时的统计特性进行研究变得十分关键。

国内外学者对随机介质条件下的波场传播特性展开了研究。Iooss等<sup>[10]</sup>利用扰动等方法研究了各向同性和各向异性随机介质中走时的二阶统计矩,但并未涉及走时整体的概率。奚先等<sup>[11-12]</sup>研究了二维随机介质的建模方法,分析了波的相对能量横纵向主频随介质的自相关长度、扰动标准差和粗糙因子的变化。殷学鑫等<sup>[13]</sup>在二维各向弹性介质中,研究了能量相对值、有效频带宽度与随机介质模型的自相关长度、以及扰动标准差等因素的关系。徐涛等<sup>[14]</sup>采用射线追踪分析了不同分布特征自组织结构对地震波运动学和动力学特征参数的影响,发现强随机扰动下最小走时误差较大。然而,现有研究均未对随机介质条件下TDOA的高斯性进行系统验证。

基于上述背景,本文通过构建具有不同参数的随机介质模型,利用快速行进法(Fast Marching Method, FMM)并结合蒙特卡洛数值模拟,系统分析随机介质条件下声波TDOA的统计特征。由于TDOA与声波走时之间具有线性关系,因此,本文通过对声波走时统计特性进行分析来间接研究TDOA统计特性。

## 1 实验理论基础

为了定量研究随机介质中声波走时的统计特性,本文首先采用随机介质建模理论建立具有不同随机特性的随机介质,然后采用FMM求解程函方程获得随机介质中声波走时,通过蒙特卡洛仿真研究声波走时的统计特性。

### 1.1 随机介质模型

本文随机介质是指在空间上特性随机变化的介质,通常由大、小两种尺度刻画:大尺度部分描述介质的平均特性;小尺度部分则是叠加在大尺度模型上的随机扰动。对声源定位而言,随机介质的的大尺度部分为均匀速度部分(背景速度),小尺度部分为空间随机速度扰动部分。

假设随机介质声速 $v(\mathbf{X})$ 是空间坐标 $\mathbf{X}=(x, z)$ 的函数。将其分解为背景部分与随机扰动部分

$$v(\mathbf{X})=v_0(\mathbf{X})+\delta_v(\mathbf{X}), \quad (1)$$

式中: $v_0(\mathbf{X})$ 为背景速度,可描述介质的的大尺度趋势或均匀状态; $\delta_v(\mathbf{X})$ 为速度扰动场,是一个均值为零的空间随机过程,代表了围绕背景速度的小尺度随机起伏。为便于分析,进一步定义扰动强度 $\sigma_s$ 为

$$\sigma_s=\frac{\delta_v(\mathbf{X})}{m(\mathbf{X})}, \quad (2)$$

式中: $m(\mathbf{X})$ 均值为0,方差为1的标准化随机场,用于描述介质速度的随机波动特性。

从数学角度上讲,空间随机速度扰动可视为一个随机序列。一般的随机序列不存在理论上的傅立叶变换,但可由其自相关函数来描述。根据随机过程理论可知,随机过程的功率谱是其自相关函数的傅立叶变换,而由已知的功率谱函数模拟产生由它描述的随机扰动问题,在数学上就是随机过程的谱展开。使用快速傅立叶变换技术可以模拟产生相应的随机介质。本文选择高斯型椭圆自相关函数 $\varphi(\mathbf{X})$ <sup>[15]</sup>模拟随机介质,其具体形式为

$$\varphi(\mathbf{X}) = \exp\left[-\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2}\right)\right], \quad (3)$$

式中: $a$ 和 $b$ 分别为横向( $x$ 方向)和纵向( $z$ 方向)的自相关长度。

随机介质模型建立的算法流程<sup>[16]</sup>为:

1) 对高斯型椭圆自相关函数 $\varphi(\mathbf{X})$ 做傅里叶变换,得到随机扰动的功率谱函数为

$$\phi(k_x, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\mathbf{x}) e^{-i(k_x x + k_z z)} dx dz, \quad (4)$$

式中: $k_x, k_z$ 为空间波数;

2) 生成在 $[0, 2\pi]$ 上独立且服从均匀分布的二维随机场 $\theta(k_x, k_z)$ ;

3) 计算随机功率谱密度为

$$R(k_x, k_z) = \sqrt{\phi(k_x, k_z)} e^{i\theta(k_x, k_z)}; \quad (5)$$

4) 对随机功率谱密度 $R(k_x, k_z)$ 作傅里叶逆变换,计算二维随机扰动场 $r(\mathbf{X})$ ,

$$r(\mathbf{X}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R(k_x, k_z) e^{-i(k_x x + k_z z)} dk_x dk_z; \quad (6)$$

5) 计算随机扰动场 $r(\mathbf{X})$ 的均值和方差

$$\mu = \langle r(\mathbf{X}) \rangle, \sigma_r = \langle r(\mathbf{X}) - \mu \rangle^2, \quad (7)$$

式中: $\langle \cdot \rangle$ 为求积分平均值; $\mu$ 为随机扰动场的均值; $\sigma_r$ 为随机扰动的方差;

6) 对扰动随机场 $r(\mathbf{X})$ 进行标准化处理,得

$$m(\mathbf{X}) = \frac{[r(\mathbf{X}) - \mu]}{\sigma_r}; \quad (8)$$

7) 引入背景速度 $v_0$ 和扰动强度 $\sigma_s$ ,构建二维随机介质模型 $v(\mathbf{X})$ 为

$$v(\mathbf{X}) = v_0 + \sigma_s m(\mathbf{X}). \quad (9)$$

## 1.2 随机介质条件下声波走时计算方法

程函方程是描述波动走时场的非线性偏微分方程,源于波动方程的高频近似,也称为走时场方程,

$$|\nabla T(\mathbf{X})| = s(\mathbf{X}), \quad (10)$$

式中: $\nabla$ 为梯度算子; $T(\mathbf{X})$ 为空间走时场; $s(\mathbf{X}) = 1/v(\mathbf{X})$ 为介质慢度。该方程建立了速度场与走时场的直接联系,是几何声学及射线理论的基础。

本文采用FMM对程函方程进行数值求解。FMM是一种高效、稳定的迎风型差分算法,其基本思想是模拟声波的波前沿走时递增方向的单向传播过程,通过逐步推进波前,实现全空间走时场的快速计算。迎风差分能够保证数值解的单调性和因果性,因此本文利用迎风差分格式对程函方程进行离散处理。二维笛卡尔网格中目标节点 $(i, j)$ 及其相邻节点的空间位置关系如图1所示。

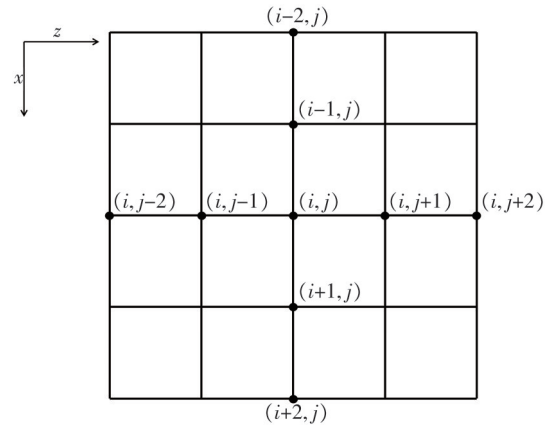


图1 网格节点及迎风差分方向示意图

Fig. 1 Grid nodes and upwind direction schematic

在笛卡尔网格上,离散格式的程函方程<sup>[17]</sup>表示为

$$s_{i,j}^2 = \max(D_{i,j}^{-x} t, -D_{i,j}^{+x} t, 0)^2 + \max(D_{i,j}^{-z} t, -D_{i,j}^{+z} t, 0)^2, \quad (11)$$

式中: $D_{i,j}^{-x} t$ 、 $-D_{i,j}^{+x} t$ 、 $D_{i,j}^{-z} t$ 和 $-D_{i,j}^{+z} t$ 分别为走时函数在网格节点 $(i, j)$ 处沿 $x$ 轴方向和 $z$ 轴方向的前向差分算子及后向差分算子; $s_{i,j}$ 为对应节点处的慢度。

在具体实验中,本文在标准FMM框架下引入二阶迎风差分对局部走时进行数值近似,以提高走时计算精度<sup>[18]</sup>。目标节点 $(i, j)$ 处沿 $x$ 和 $z$ 方向的二阶差分算子分别为

$$\begin{cases} D_{i,j}^{-x} t = \frac{3t_{i,j} - 4t_{i-1,j} + t_{i-2,j}}{2\Delta x}, \\ D_{i,j}^{+x} t = \frac{3t_{i,j} - 4t_{i+1,j} + t_{i+2,j}}{2\Delta x}, \\ D_{i,j}^{-z} t = \frac{3t_{i,j} - 4t_{i,j-1} + t_{i,j-2}}{2\Delta z}, \\ D_{i,j}^{+z} t = \frac{3t_{i,j} - 4t_{i,j+1} + t_{i,j+2}}{2\Delta z}, \end{cases} \quad (12)$$

式中: $t_{i,j}$ 为走时函数在节点 $(i, j)$ 处的离散值。

在走时更新过程中,根据波前传播方向,从满

足迎风条件的相邻节点走时中构造局部离散方程,并求解得到目标节点的候选走时值。由于不同方向上的可用邻点组合可能不同,所以目标节点的走时更新通常对应多个候选解。本文按照FMM的基本原则,从所有候选解中选取最小值作为节点 $(i,j)$ 的最终走时。通过对“窄带”节点的系统性更新,FMM能够在保证数值稳定性和因果性的前提下,高效地完成整个计算区域内声波走时场的求解。

## 2 随机介质中声波走时统计特性分析

本文通过构建不同扰动强度和自相关长度条件下的随机介质模型,采用FMM计算声波走时场,并结合蒙特卡洛数值模拟,对随机介质条件下声波走时的统计特征进行了分析。

基于1.1节中随机介质建模方法,模拟二维空间大小为 $100\text{ m}\times 100\text{ m}$ 的随机介质,离散化空间网格大小为 $2000\times 1\,000$ 。随机介质的背景速度 $v_0$ 为 $340\text{ m/s}$ ,扰动强度 $\sigma_s$ 、横向自相关长度 $a$ 和

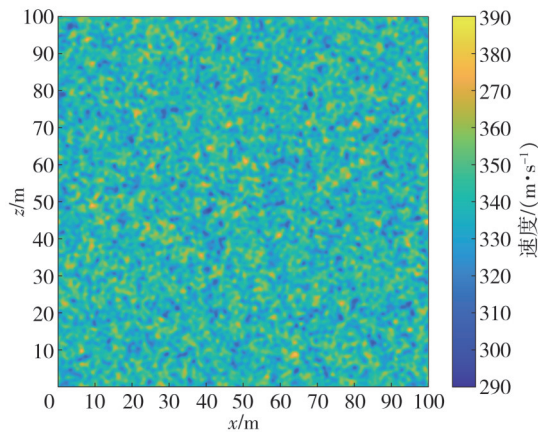
纵向自相关长度 $b$ 设置见表1。

表1 二维随机介质模型参数设置  
Tab. 1 2D random medium model parameters

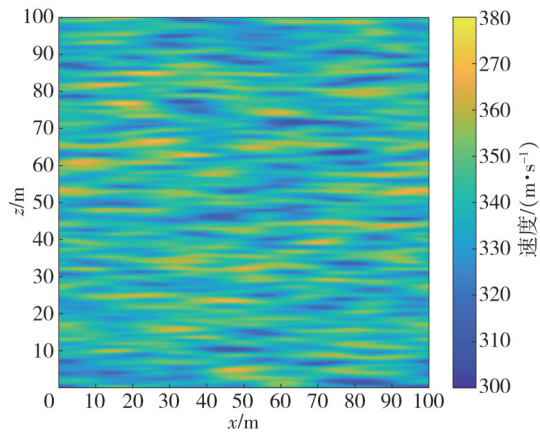
| $\sigma_s$ | $a$ | $b$ | 参数组合类型    |
|------------|-----|-----|-----------|
| 10         | 1   | 1   | 等相关小尺度弱扰动 |
| 10         | 10  | 1   | 横向大尺度弱扰动  |
| 10         | 1   | 10  | 纵向大尺度弱扰动  |
| 10         | 10  | 10  | 等相关大尺度弱扰动 |
| 50         | 1   | 1   | 等相关小尺度强扰动 |
| 50         | 10  | 1   | 横向大尺度强扰动  |
| 50         | 1   | 10  | 纵向大尺度强扰动  |
| 50         | 10  | 10  | 等相关大尺度强扰动 |

与表1中参数对应的随机介质模型如图2所示。

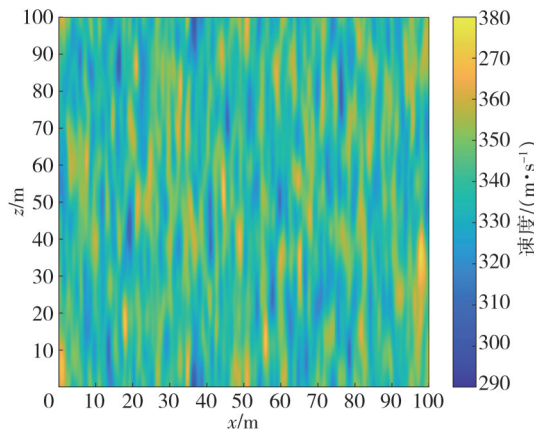
从图2(a)、(d)、(e)和(h)可以看出,当横向与纵向的自相关长度相等时,随机介质的非均匀性在各个方向上分布较为均匀;进一步对比图2(a)和(d)、(e)和(h),在扰动强度保持不变的情况下,随着各向自相关长度增大,随机扰动的尺度也随之变大,即自相关长度的大小影响着随机扰动的尺度的大小。



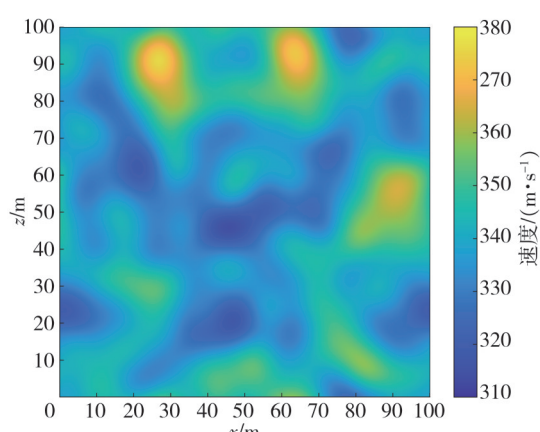
(a)  $\sigma_s = 10, a = 1, b = 1$



(b)  $\sigma_s = 10, a = 10, b = 1$



(c)  $\sigma_s = 10, a = 1, b = 10$



(d)  $\sigma_s = 10, a = 10, b = 10$

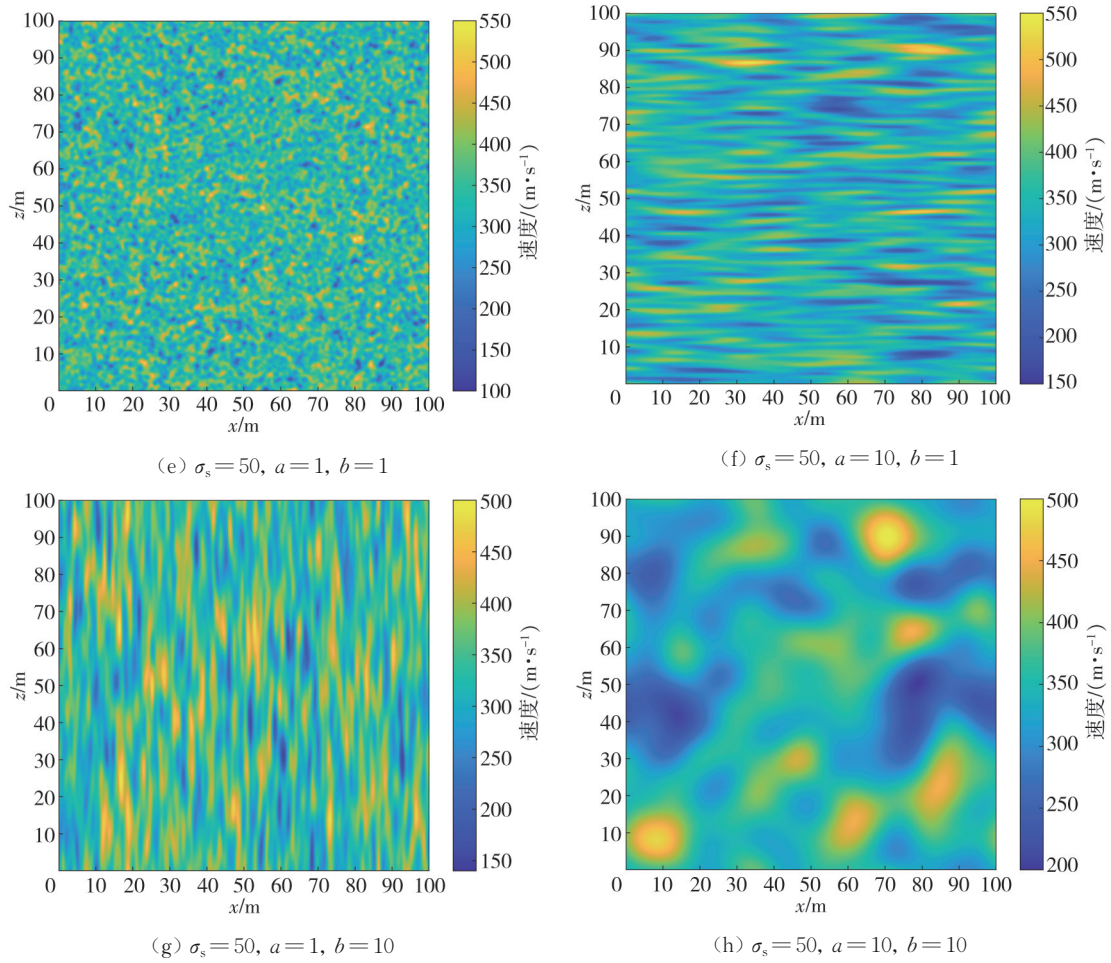


图2 不同参数条件下的二维随机介质模型

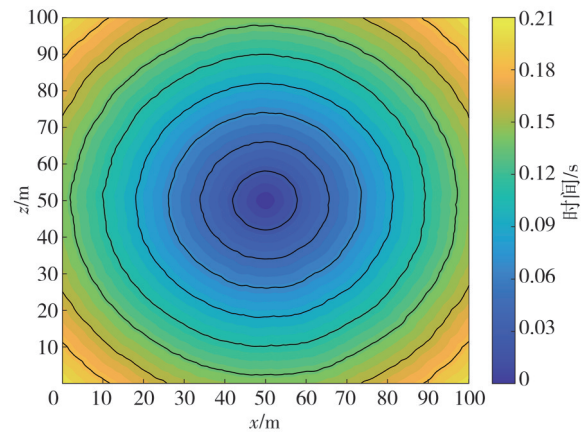
Fig. 2 2D random medium models with varying parameters

对比图 2(b) 和 (c)、(f) 和 (g) 可以看出, 当只增大一个方向的自相关长度时, 该方向上的变化尺度增大, 垂直方向上变化相对较小。

综合以上分析, 自相关长度与扰动强度影响着随机介质的特性。因此, 研究自相关长度、扰动强度与声波走时之间的关系, 对随机介质走时统计特性的刻画十分必要。

针对不同参数条件下的随机介质模型, 采用 FMM 求解声波走时场, 其对应参数下的声波走时等值线分布如图 3 所示。不同随机介质模型下, 等时线的平滑程度, 局部起伏特征随扰动强度, 以及空间相关结构发生明显变化。在自相关长度保持不变的情况下, 随着  $\sigma_s$  的增大, 声波走时等值线的局部波动幅度显著增强, 原本较为平滑的近圆形等时线出现明显起伏。当某一方向的自相关长度较小时, 等值线在该方向呈现更加密集的局部波动特征; 而当相关长度较大时, 走时场在该方向表现为较为平滑的大尺度调制。

在相同  $\sigma_s$  的条件下, 不同尺度的等相关随机介质的声波走时呈现出明显差异。当自相关长度较小时 ( $a = b = 1$ ), 走时等值线表现为局部波动增强, 此时走时场呈现明显的小尺度振荡特征。当自相关长度较大时 ( $a = b = 10$ ), 走时等值线整体仍保持连续, 但畸变尺度明显变大, 等值线弯曲呈现缓慢变化趋势, 局部高频波动显著减少。

(a)  $\sigma_s = 10, a = 1, b = 1$

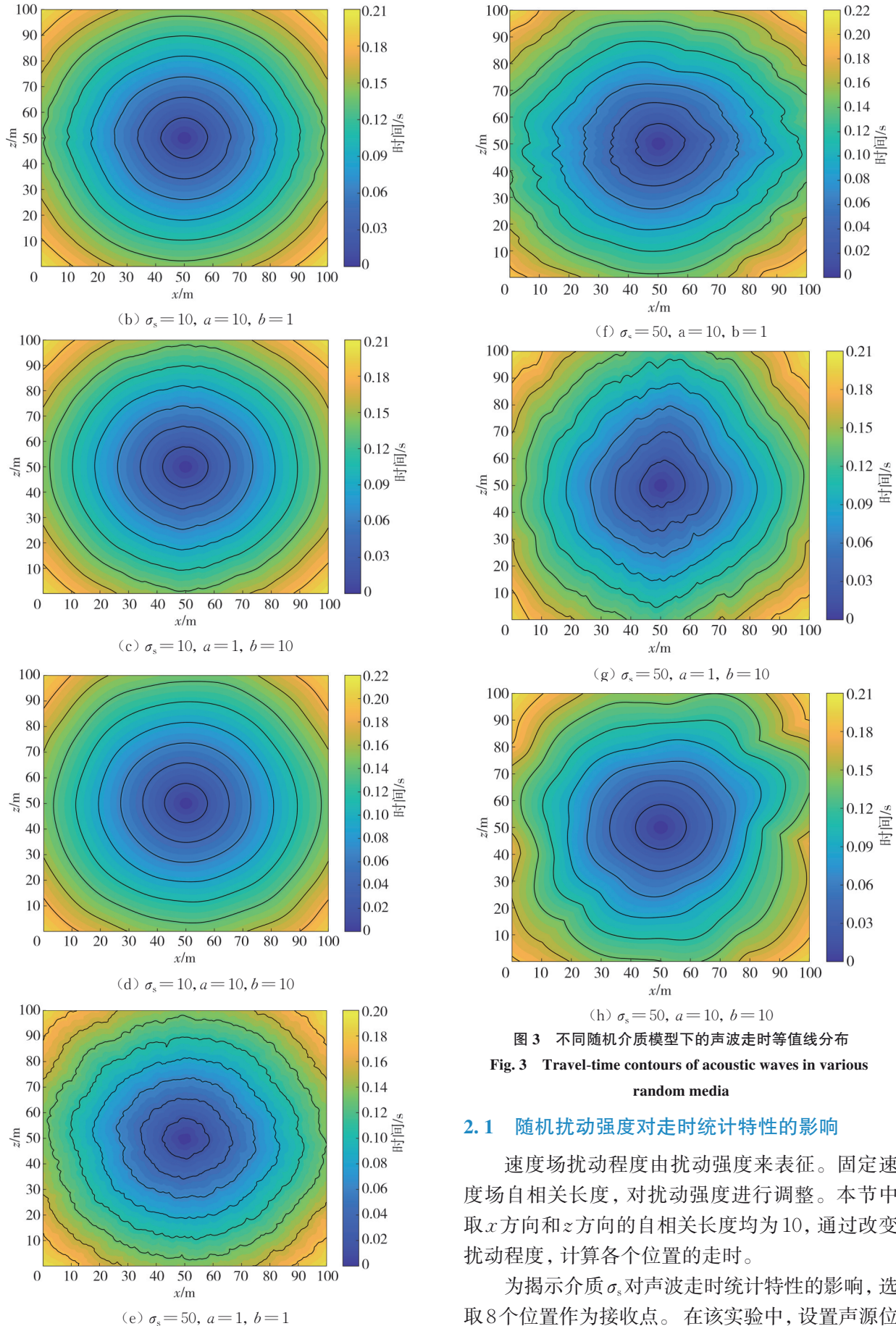


图 3 不同随机介质模型下的声波走时等值线分布

Fig. 3 Travel-time contours of acoustic waves in various random media

## 2.1 随机扰动强度对走时统计特性的影响

速度场扰动程度由扰动强度来表征。固定速度场自相关长度, 对扰动强度进行调整。本节中取  $x$  方向和  $z$  方向的自相关长度均为 10, 通过改变扰动程度, 计算各个位置的走时。

为揭示介质  $\sigma_s$  对声波走时统计特性的影响, 选取 8 个位置作为接收点。在该实验中, 设置声源位

置为(50 m, 50 m), 接收点坐标依次为:(7.5 m, 0 m)、(20 m, 0 m)、(32.5 m, 0 m)、(45 m, 0 m)、(57.5 m, 0 m)、(70 m, 0 m)、(82.5 m, 0 m)和(95 m, 0 m), 声源与接收点的布设如图 4 所示。

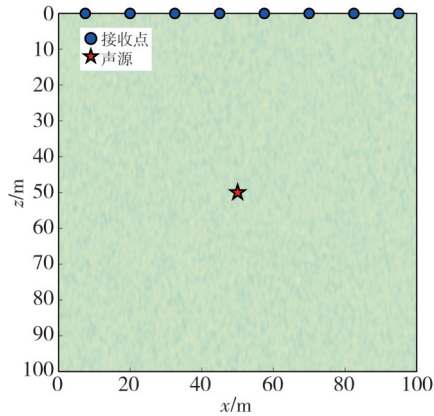
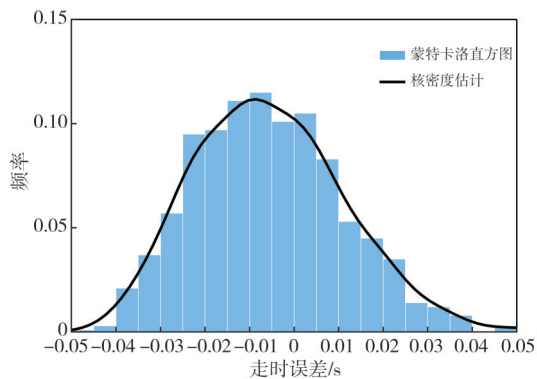


图 4 声源与接收点的布设示意图

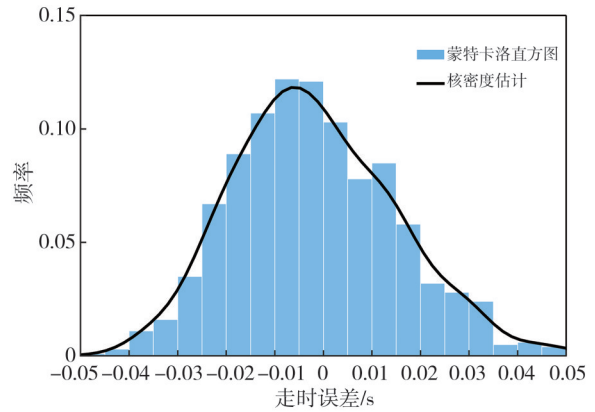
Fig. 4 Source and receiver layout

为考察相同随机介质参数条件下不同接收点处走时分分布形态的一致性, 这里取  $\sigma_s = 10$ ,  $a = 10$  和  $b = 5$ , 通过 1 000 次蒙特卡洛模拟生成 1 000 个随机介质模型。在此基础上, 采用 FMM 分别求解各模型的全场走时, 并提取接收点位置处的 1 000 个观测走时样本。将这些观测走时与背景速度条件下对应位置的理论走时进行对比, 得到走时误差样本, 进一步绘制其概率分布直方图及核密度估计结果, 如图 5 所示。

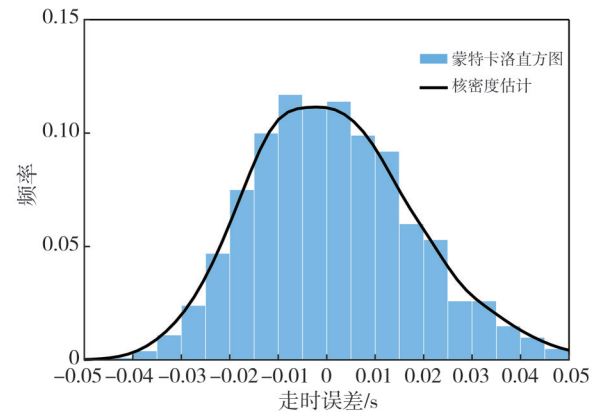
该实验结果表明, 不同位置的走时分分布形态并不相同, 且接收点越靠近声源位置, 其走时误差分布近似呈均值为 0 的高斯分布。这说明, 在随机介质条件下, 不同位置的走时统计特性存在差异。因此, 基于高斯分布假设的声源定位方法, 在传感器距离声源较近的情况下, 该假设是合理的。但当传感器距离声源较远, 如远场定位高斯性假设的适用性则较差。



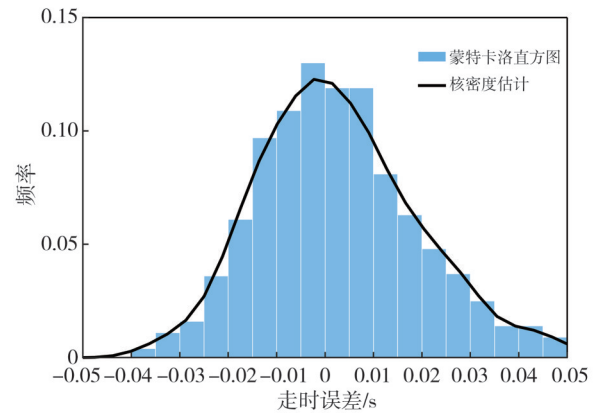
(a) (7.5 m, 0 m)



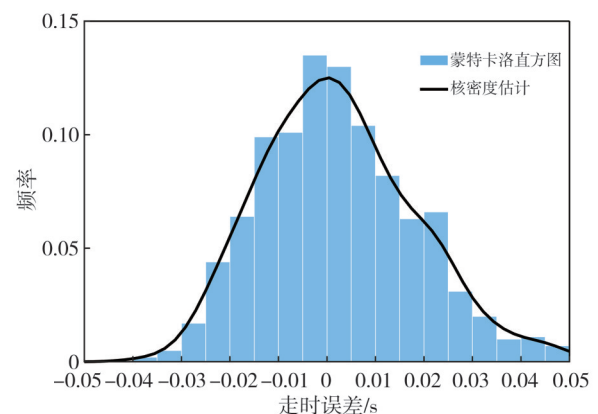
(b) (20 m, 0 m)



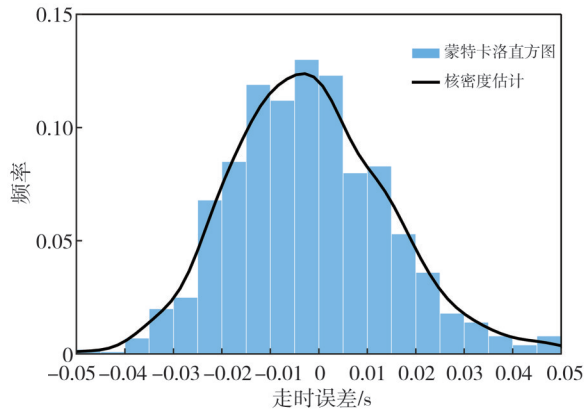
(c) (32.5 m, 0 m)



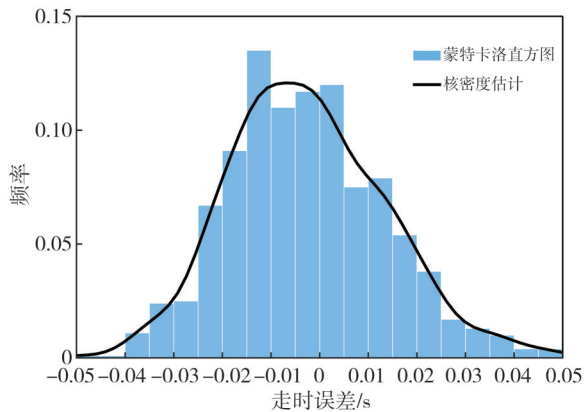
(d) (45 m, 0 m)



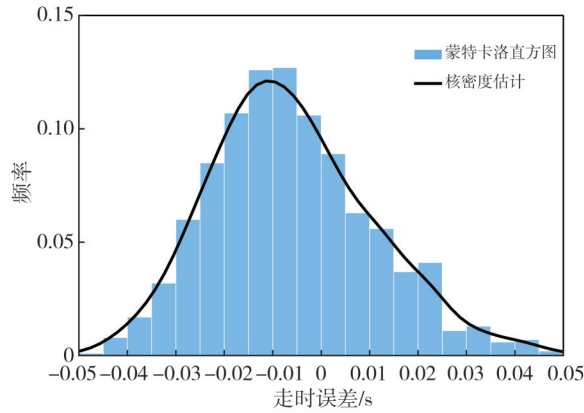
(e) (57.5 m, 0 m)



(f) (70 m, 0 m)



(g) (82.5 m, 0 m)



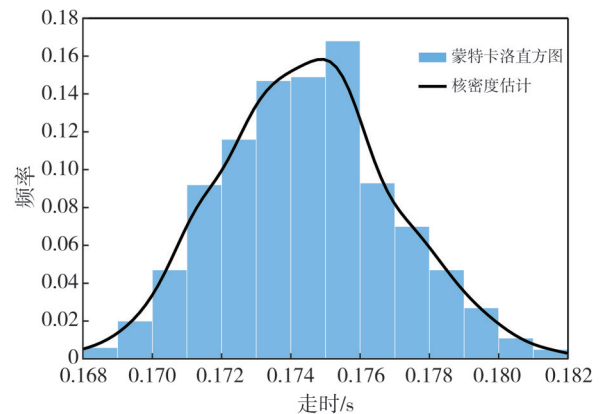
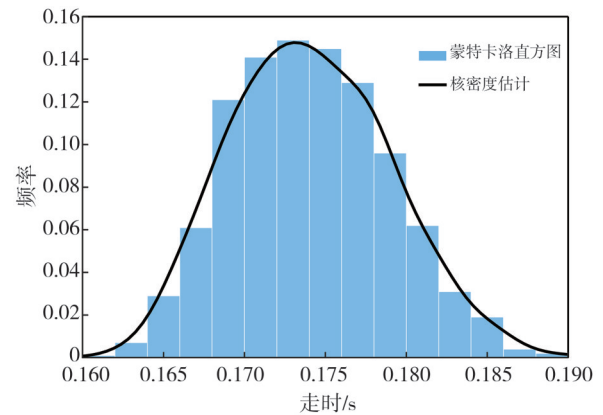
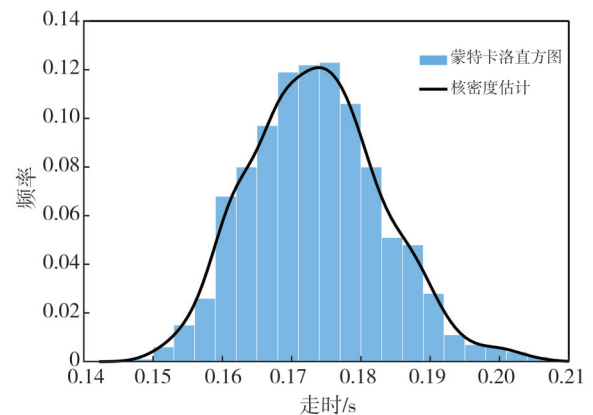
(h) (95 m, 0 m)

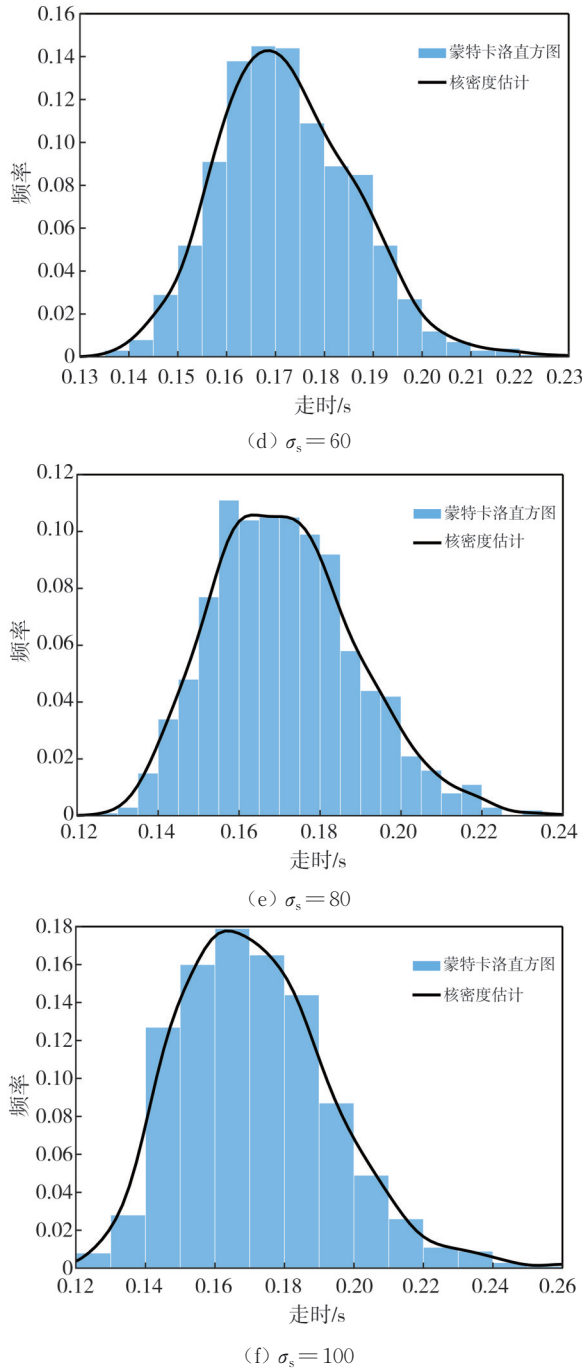
图 5 同一  $\sigma_s$  下不同接收点的走时分布Fig. 5 Travel-time distributions of different receivers under same  $\sigma_s$ 

为分析不同扰动强度条件下走时分布的统计特性,这里取  $a=10$ ,  $b=5$ ,  $\sigma_s$  为 10、20、40、60、80 和 100。对于每一组扰动强度参数,通过 1 000 次蒙特卡洛模拟生成 1 000 个随机介质模型,在此基础上采用 FMM 分别求解各模型的全场走时,并提取同一接收位置处的 1 000 个观测走时样本,进而绘制其概率分布直方图及核密度估计曲线,如图 6 所示。

结果表明,在不同  $\sigma_s$  条件下,走时分布整体上均呈单峰分布特征。在扰动较弱时,走时分布在形

态上呈现出良好的对称性和单峰特征,且近似服从高斯分布。随着  $\sigma_s$  的逐渐增大,走时分布明显展宽,走时分布逐渐表现出右偏趋势。偏度、Shapiro-Wilk 检验和 Kolmogorov-Smirnov 检验等是评价数据是否服从高斯分布的常用方法。但是,由于本文研究的样本量(1 000)较大,导致假设检验方法对高斯性检验过微小偏离会过于敏感。相比之下,偏度作为描述性统计量,在声源定位常见的有限样本条件下具有更好的稳定性和实用性。

(a)  $\sigma_s = 10$ (b)  $\sigma_s = 20$ (c)  $\sigma_s = 40$

图6 不同 $\sigma_s$ 下的走时分布Fig. 6 Travel-time distributions for various  $\sigma_s$  levels

偏度是衡量统计数据分布偏斜方向及程度的数字特征,表征数据的非对称性程度。以正态分布为基准,偏度为0时分布对称,偏度大于0时呈右偏态,偏度小于0时呈左偏态。总体偏度定义为

$$S_k(X) = E\left[\left(\frac{X - \mu_p}{p}\right)^3\right], \quad (13)$$

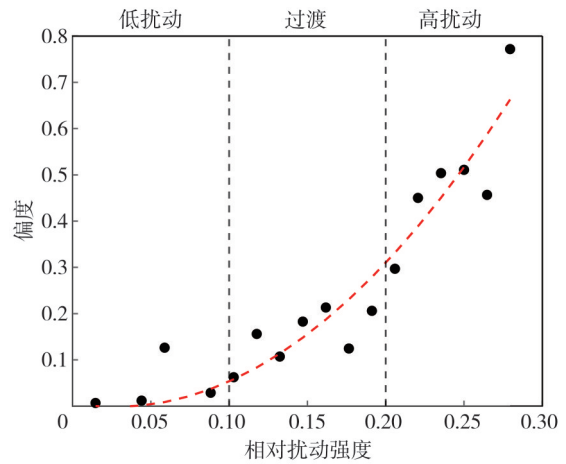
式中: $\mu_p$ 为总体 $X$ 的均值; $p$ 为总体 $X$ 的标准差; $E(\cdot)$ 表示数学期望算子。实际计算中,采用有限

走时样本估计偏度,因此使用样本偏度公式

$$\hat{S}_k = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{q} \right)^3, \quad (14)$$

式中: $n$ 为样本数量; $\bar{x}$ 为样本均值; $q$ 为样本标准差。

在固定自相关长度( $a=b=10$ )条件下,偏度随相对 $\sigma_s/v_0$ 的变化规律如图7所示。随着 $\sigma_s$ 增大,偏度呈非线性上升趋势,分布逐渐偏离对称性,可大致划分为三类:低扰动区( $\sigma_s/v_0 \leq 0.1$ )偏度接近零,分布近似为高斯分布;过渡区( $0.1 < \sigma_s/v_0 \leq 0.2$ )偏度逐渐增加,高斯假设开始偏离;高扰动区( $\sigma_s/v_0 > 0.2$ )偏度明显增大,分布右偏显著,若该条件下仍采用高斯误差模型假设进行声源定位,可能导致误差估计不足,从而影响定位结果的精度与可靠性。

图7 相对 $\sigma_s$ 与偏度的统计关系Fig. 7 Statistical relationship between relative  $\sigma_s$  and skewness

## 2.2 随机介质自相关长度对走时统计特性的影响

自相关长度是影响随机介质空间分布的参数,本节研究自相关长度与走时统计特性之间的关系。为研究在相同 $\sigma_s$ 条件下,自相关长度对走时统计特性的影响,并刻画各向异性程度,引入自相关长度比 $\eta$ ,

$$\eta = \frac{a}{b}. \quad (15)$$

$\eta=1$ 对应等相关尺度介质, $\eta \neq 1$ 对应相关尺度不一致的介质。

在 $\sigma_s=10$ 条件下,偏度随自相关长度比 $\eta$ 的变化规律如图8所示。随着自相关长度比的增大,偏度呈明显下降趋势,表明走时分布逐渐由右偏向对称分布转变。低自相关长度比条件下,

偏度较大,说明介质扰动局部随机性强,走时分布偏斜明显;高自相关长度比下偏度趋近于零,走时分布近似对称,特别当自相关长度比为 10 时,偏度接近 0,则近似为高斯分布。

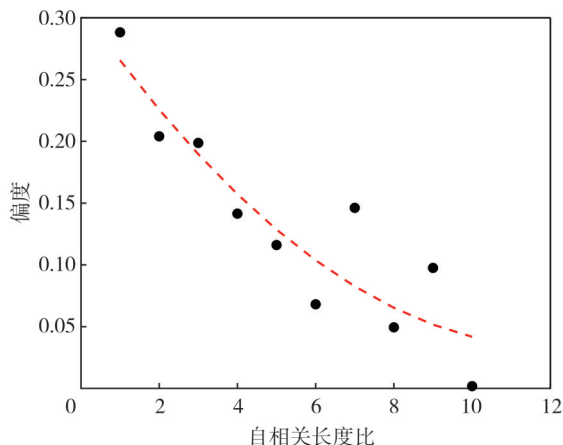


图 8 自相关长度比与偏度的统计关系

Fig. 8 Statistical relationship between correlation length ratio and skewness

### 3 结 论

本文建立了二维随机介质数值模型,利用 FMM 开展声波走时计算,并结合蒙特卡洛模拟,分析了不同随机扰动参数对声波走时统计分布特性的影响。通过构建不同  $\sigma_s$  及空间相关结构条件下的随机介质模型,分析了随机介质中声波走时的统计分布特征及其变化趋势。研究结果表明:不同位置处的走时分布存在明显差异,总体不服从高斯分布,但当接收点距离声源较近时,TDOA 可近似高斯分布。本文将偏度 0.05 设为高斯假设的适用阈值,数值模拟结果表明,相对  $\sigma_s$  小于临界点 0.1(偏度为 0.049 3)及自相关长度大于临界点 10(偏度为 0.0418)时,则可以采用高斯模型进行声源定位。综上所述,走时统计特性能够反映随机介质扰动特征,可为随机介质条件下基于 TOA/TDOA 的声源定位建模与稳健性分析提供参考。

#### 利益冲突声明/Conflict of Interests

所有作者声明不存在利益冲突。

All authors declare no relevant conflict of interests.

#### 参考文献

[1] Wang T H, Zhang Z J, Cheng H. Research on location of underground explosion center based on distrib-

uted testing system[J]. Journal of Measurement Science and Instrumentation, 2020, 11 (2): 112-117.

[2] 王静, 张丕状, 杨彦卿. 分布式水域环境测试的传感器定位技术研究[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2013, 34(6): 696-700.

Wang Jing, Zhang Pizhuang, Yang Yanqing. Research on sensor localization technology for distributed water environment testing[J]. Journal of North University of China (Natural Science Edition), 2013, 34 (6): 696-700. (in Chinese)

[3] 崔皓晔, 黄河鸿, 纪子磊, 等. 基于双耳强度差的二维声源定位装置[J]. 物理与工程, 2025, 35(6): 208-214.

Cui Haoye, Huang Hehong, Ji Zilei, et al. Sound source location device based on binaural intensity difference[J]. Physics and Engineering, 2025, 35(6): 208-214. (in Chinese)

[4] Ostashev V E. Sound propagation and scattering in media with random inhomogeneities of sound speed, density and medium velocity [J]. Waves in Random Media, 1994, 4(4): 403-428.

[5] Baig A M, Dahlen F A, Hung S H. Traveltimes of waves in three-dimensional random media [J]. Geophysical Journal International, 2003, 153 (2): 467-482.

[6] Rose J L. Ultrasonic guided waves in solid media [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2014.

[7] 闫青丽, 陈建峰. 风场环境中声速修正的分布式声源定位算法[J]. 声学学报, 2017, 42(4): 421-426.

Yan Qingli, Chen Jianfeng. Distributed sound source localization algorithm for sound velocity calibration in windy environment[J]. Acta Acustica, 2017, 42(4): 421-426. (in Chinese)

[8] Jensen J R, Mads G C. Near-field localization of audio: a maximum likelihood approach [C]//2014 22nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO), Lisbon, Portugal, 2014: 895-899.

[9] 高向颖, 赵拥军, 刘智鑫, 等. 考虑站址误差的稳健 TDOA 定位算法[J]. 信号处理, 2020, 36(8): 1196-1204.

Gao Xiangying, Zhao Yongjun, Liu Zhixin, et al. Robust TDOA localization algorithm considering station location error [J]. Signal Processing, 2020, 36 (8): 1196-1204. (in Chinese)

[10] Iooss B, Blanc-Benon P, Lhuillier C. Statistical moments of travel times at second order in isotropic and anisotropic random media[J]. Waves in Random

- Media, 2000, 10(3): 381-394.
- [11] 奚先, 姚姚. 二维横各向同性弹性随机介质中的波场特征[J]. 地球物理学进展, 2004, 19(4): 924-932.  
Xi Xian, Yao Yao. Wave field characteristics in 2D transversely isotropic elastic random media[J]. Progress in Geophysics, 2004, 19(4): 924-932. (in Chinese)
- [12] 奚先, 姚姚. 二维弹性随机介质中的波场特征[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(1): 147-154.  
Xi Xian, Yao Yao. Wave field characteristics in 2D elastic random media [J]. Progress in Geophysics, 2005, 20(1): 147-154. (in Chinese)
- [13] 殷学鑫, 刘洋. 二维随机介质模型正演模拟及其波场分析[J]. 石油地球物理勘探, 2011, 46(6): 862-872.  
Yin Xuexin, Liu Yang. Forward modeling and wave field analysis of 2D random medium models[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2011, 46(6): 862-872. (in Chinese)
- [14] 徐涛, 宁俊瑞, 刘春成, 等. 地球介质自组织性对地震波走时和振幅的影响[J]. 地球物理学报, 2007(4): 1174-1181.  
Xu Tao, Ning Junrui, Liu Chuncheng, et al. Influence of self-organization of the earth's medium on travelttime and amplitude of seismic waves [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2007(4): 1174-1181. (in Chinese)
- [15] 孟祥翠, 王尚旭, 唐跟阳, 等. 二维随机介质中的声波辐射传输蒙特卡洛数值模拟及应用[J]. 石油科学通报, 2017, 2(2): 199-209.  
Meng Xiangcui, Wang Shangxu, Tang Genyang, et al. Monte-Carlo radiative transfer simulation of acoustic waves in two-dimensional random media and it's application [J]. Petroleum Science Bulletin, 2017, 2(2): 199-209. (in Chinese)
- [16] 奚先, 姚姚. 随机介质模型的模拟与混合型随机介质[J]. 地球科学, 2002, 27(1): 67-71.  
Xi Xian, Yao Yao. Simulation of random medium model and intermixed random medium [J]. Earth Science, 2002, 27(1): 67-71. (in Chinese)
- [17] 赵忠华, 王成, 初海红, 等. 基于等效慢度的快速推进法求解三维地震波走时[J]. 地球物理学报, 2024, 67(10): 3904-3914.  
Zhao Zhonghua, Wang Cheng, Chu Haihong, et al. 3D travelttime computation using the effective-slowness-based fast marching method [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2024, 67(10): 3904-3914. (in Chinese)
- [18] Rawlinson N, Sambridge M. Multiple reflection and transmission phases in complex layered media using a multistage fast marching method [J]. Geophysics, 2004, 69(5): 1338-1350.