doi:10.3969/j.issn.1006-8023.2024.03.020

收缩徐变对钢-混凝土组合梁界面行为影响的有限元分析

王文锋[1],谭建平[2*],曹明辉[3]
(1.保利长大工程有限公司,广州 511400;2.长沙理工大学 土木工程学院,长沙 410114;
3.中山市东区街道办事处 农业服务中心,广东 中山 528403)

摘　要:为研究混凝土收缩徐变对长期荷载作用下钢-混组合梁界面剪力和相对滑移的影响,提出一个简单实用的有限元分析方法。在假定荷载-滑移为线性以及钢梁与混凝土层之间无掀起的前提下,基于混凝土收缩徐变分析的初应变法,建立部分剪力连接钢-混凝土组合梁长期性能分析的有限元模型,其中界面行为通过建立混凝土板与钢梁之间对应节点的主从关系及特殊单元予以模拟。对比集中荷载作用下简支梁的计算结果与已有文献,验证所提方法的有效性。在此基础上研究收缩徐变对钢-混组合梁界面剪力和相对滑移的影响。结果表明,收缩徐变共同作用使得简支钢-混组合梁的界面滑移随着时间有较大程度地增加,但单独的收缩效应反而使界面滑移减小,尽管变化量可忽略不计;同时,由于界面剪力与滑移的正相关性,收缩徐变效应也使得端部界面剪力随时间增大,呈现出前期增长很快而后期增长缓慢的特点。

关键词:钢-混凝土组合梁;收缩徐变;界面行为;剪力连接件;有限元分析
中图分类号:TU378.2　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1006-8023(2024)03-0197-07

Finite Element Analysis of the Effect of Shrinkage and Creep on the Interface Behavior of Steel-concrete Composite Beams

WANG Wenfeng[1], TAN Jianping[2*], CAO Minghui[3]
(1. Poly Changda Engineering Co., Ltd., Guangzhou 511400, China; 2. School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China; 3. Agricultural Service Center of Dongqu Sub-District Office, Zhongshan 528403, China)

Abstract: In order to study the effect of concrete shrinkage and creep on the interfacial shear and relative slip of steel-concrete composite beams under long-term loading, a simple and practical finite element method is proposed. On the premise that the load-slip is linear and there is no lift between the steel beam and the concrete layer, a finite element model for the long-term performance analysis of a partially shear coupled steel-concrete composite beam is established based on the initial strain method of concrete shrinkage and creep analysis. The interface behavior is simulated by establishing the master-slave relationship and special elements of the corresponding joints between the concrete slab and the steel beam. By comparing the calculation results of simply supported beams under concentrated loads with the existing literatures, the effectiveness of the proposed method is verified. Based on this, the influence of shrinkage and creep on the interfacial shear and relative slip of steel-concrete composite beams is studied. The results show that the interaction of shrinkage and creep makes the interface slip of the simply supported steel-composite beam increase with time to a large extent, but the single shrinkage effect makes the interface slip decrease, although the change is negligible. At the same time, due to the positive correlation between interfacial shear and slip, the shrinkage and creep effect also makes the interfacial shear at the end increase with time, showing a rapid growth in the early stage and a slow growth in the late stage.

Keywords: Steel-concrete composite beams; shrinkage and creep; interface behavior; shear connector; finite element analysis

---

收稿日期:2023-09-25
基金项目:国家自然科学基金资助项目(52078058)。
第一作者简介:王文锋,工程师。研究方向为钢-混凝土组合结构桥梁的研究与工程应用。E-mail: detosubart@sina.com
*通信作者:谭建平,博士研究生。研究方向为有限元结构非线性分析及程序设计。E-mail: 834115536@qq.com
引文格式:王文锋,谭建平,曹明辉。收缩徐变对钢-混凝土组合梁界面行为影响的有限元分析[J].森林工程, 2024,40(3):197-203.

WANG W F, TAN J P, CAO M H. Finite element analysis of the effect of shrinkage and creep on the interface behavior of steel-concrete composite beams[J]. Forest Engineering, 2024, 40(3):197-203.

0 引言

钢-混凝土组合梁由于能有效利用钢材抗拉强度高和混凝土受压性能好的特点,因而具有跨越能力大、建筑高度小和抗震性能好等优点,已广泛应用于桥梁及民用建筑结构领域[1-3]。为使钢梁与混凝土桥面板作为一个整体共同受力,工程上常采用剪力连接件和界面黏结作用将两者联系起来,其中采用离散的栓钉柔性剪力连接件更普遍。栓钉剪力连接件的柔性使得钢梁与混凝土板的界面将不可避免地产生滑移,由此导致钢-混凝土组合梁刚度降低、变形增大以及截面承载力减小[4-6],而混凝土的收缩徐变使得这一问题变得更复杂。

国内外学者采用解析法或有限元法对钢-混凝土组合梁包含界面剪力和相对滑移在内的界面行为,以及其对组合梁长期受力性能的影响进行较系统的研究。在解析法方面,王花平[7]基于经典力学理论建立组合梁沿全梁范围内的界面滑移解析公式,在此基础上探讨了钢混凝土组合梁的界面作用机理和力学行为特征;Nie 等[8]从钢-混凝土组合梁微段的平衡与曲率协调出发,建立能考虑滑移效应的组合梁挠度计算公式;肖岩等[9]以组合梁中任一微元体为研究对象,建立挠度和层间相对滑移的二阶常微分方程,开展了组合梁在不同边界条件下层间相对滑移和挠度的研究;冀伟等[10]采用能量变分法推导出考虑了界面滑移、组合梁全截面剪切变形与收缩徐变影响的组合梁挠度计算控制微分方程,开展了组合梁在长期荷载作用下的挠度研究。在有限元法方面,邱文亮等[11]建立了钢-混凝土组合梁收缩徐变分析的简化有限元模型,其中滑移效应通过特殊的剪力连接件单元模拟,收缩徐变则基于按龄期调整的有效模量法,开展了两跨连续组合梁在长期荷载作用下的挠度、内力重分布以及滑移量的研究。Nguyen 等[12-13]基于弹性力学中平衡、几何以及物理三大基本方程建立组合梁考虑滑移的混合有限元模型,收缩徐变则视为具有龄期依赖的线性黏弹性予以考虑。还有一些研究者[14-16]则采用大型商业程序里的实体单元进行钢-混凝土组合梁以及体外预应力-钢混组合梁的受力分析。上述研究丰富和完善了工程技术人员对组合梁受力行为的理解,促进了组合梁在工程实际中的广泛应用,但还有待于深入研究。比如,解析法由于对组合梁的边界约束以及荷载形式有要求,因而应用面较窄;有限元法则存在推导较复杂或要建立复杂的有限元模型而难以被工程技术人员所掌握等缺点。

本研究以常规的平面梁单元分别模拟钢梁和混凝土桥面板,在两者之间通过设置刚臂单元节点位移自由度之间主从关系以及水平黏结单元来考虑界面的受力特点,混凝土的收缩徐变则采用初应变法考虑,由此建立钢-混凝土组合梁的有限元分析模型,在此基础上开展收缩徐变对钢-混凝土组合梁界面行为影响的研究。

1 钢-混凝土组合梁有限元模型

1.1 基本假设

1)钢梁与混凝土桥面板均离散成欧拉-伯努利梁单元。

2)不考虑掀起效应,组合梁长度方向相同位置的钢梁与混凝土桥面板具有相同的竖向位移和转角。

3)考虑钢梁与混凝土桥面板界面之间的滑移,黏结效应通过离散的剪力连接件予以考虑。

4)组合梁的几何关系及本构关系均处于线性范围。

1.2 有限元模型

基于上述假设,本研究采用的钢-混凝土组合梁有限元模型如图 1 所示。

由图 1 可知,本研究将钢梁与混凝土桥面板在梁长方向等间距离散成数量相同的梁单元,其节点号分别用 i^{c}、j^{c}、k^{c}、……与 i^{s}、j^{s}、k^{s}、……来表示(上标‘c’与‘s’分别表示混凝土板和钢梁)。为模拟钢梁与混凝土桥面板之间的相互作用,按以下方式进行处理。

1)在交界面处按剪力连接件间距划分有界面节点 $i_{c}^{sc}(i_{s}^{sc})$、$j_{c}^{sc}(j_{s}^{sc})$、$k_{c}^{sc}(k_{s}^{sc})$、……(上标‘cs’表示界面),且 i_{c}^{sc}、j_{c}^{sc}、k_{c}^{sc}、……分别与 i_{s}^{sc}、j_{s}^{sc}、k_{s}^{sc}、……的坐标完全相同。

2)由 i^{c}、j^{c}、k^{c}、……与 i_{c}^{sc}、j_{c}^{sc}、k_{c}^{sc}、……,以及 i^{s}、j^{s}、k^{s}、…… 与 i_{s}^{sc}、j_{s}^{sc}、k_{s}^{sc}、……分别形成位于桥面板内与钢梁内的刚臂单元;同时,在结构总刚矩阵内采取一定措施(详见下一节)以强迫节点 i_{c}^{sc} 与 i_{s}^{sc}、j_{c}^{sc} 与 j_{s}^{sc}、k_{c}^{sc} 与 k_{s}^{sc}、……有相同的竖向位移和转角,借此以模拟假设 2。

3)在 i_{c}^{sc} 与 i_{s}^{sc}、j_{c}^{sc} 与 j_{s}^{sc}、k_{c}^{sc} 与 k_{s}^{sc}、……之间建立水平方向单元长度为 0 的水平界面黏结单元,其刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{sc}$ 反映组合梁界面的抗滑移刚度,与已有文

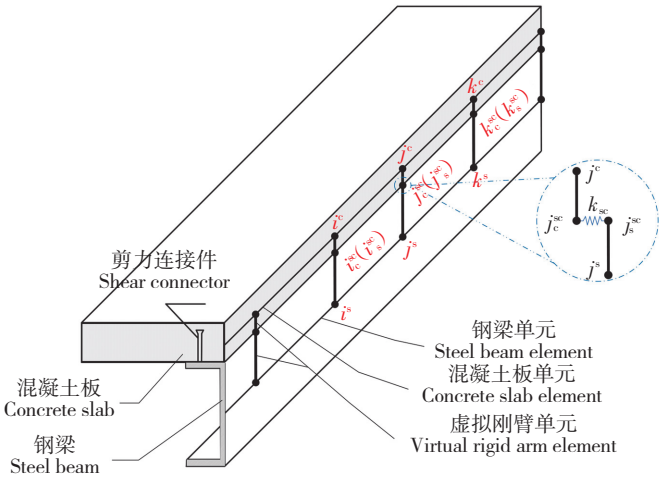


图 1　组合梁节段有限元模型图

Fig. 1 Finite element model of composite beam segment

献[5-7]类似，假定界面上水平剪力与相对滑移成正比。

$$p\tau(x)=\boldsymbol{K}_{sc}S(x)\ 。\tag{1}$$

式中：p 为剪力连接件间距，mm；$\tau(x)$ 为单位长度上的界面剪力，N/mm；$\boldsymbol{K}_{sc}$ 为剪力连接件刚度矩阵，N/mm；$S(x)$ 为相对滑移位移，mm。通过上述处理来模拟假设 3。

1.3　结构总刚矩阵的形成

1）按常规方法形成钢梁单元、混凝土桥面板单元以及刚臂单元在局部坐标系下的刚度矩阵，再转换到结构坐标系下进而叠加进结构总刚矩阵。

2）为使节点 i_c^{sc} 与 i_s^{sc}、j_c^{sc} 与 j_s^{sc}、k_c^{sc} 与 k_s^{sc}、……有相同的竖向位移和转角，可将其处理成主从关系[17-18]，以 i_c^{sc} 与 i_s^{sc} 为例，假设这两节点的竖向位移自由度在结构位移矩阵中的序号分别为 $3\times i_c^{sc}-1$ 和 $3\times i_s^{sc}-1$，则对结构总刚矩阵中第 $3\times i_c^{sc}-1$ 行与第 $3\times i_s^{sc}-1$ 行的主对角元素加上一个很大的正数（m_{ag}），而对第 $3\times i_c^{sc}-1$ 行第 $3\times i_s^{sc}-1$ 列和第 $3\times i_s^{sc}-1$ 行第 $3\times i_c^{sc}-1$ 列的元素均减去 m_{ag}。对转角也进行同样处理，如此就能实现以上目的。

3）为在结构总刚矩阵中考虑水平方向界面黏结单元刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{sc}$，以 i_c^{sc} 与 i_s^{sc} 之间黏结单元为例，假设这两节点的水平位移自由度在结构位移矩阵中的序号分别为 $3\times i_c^{sc}-2$ 和 $3\times i_s^{sc}-2$，则对结构总刚矩阵中第 $3\times i_c^{sc}-2$ 行与第 $3\times i_s^{sc}-2$ 行的主对角元素加上 $\boldsymbol{K}_{sc}$，而对第 $3\times i_c^{sc}-2$ 行第 $3\times i_s^{sc}-2$ 列和第 $3\times i_s^{sc}-2$ 行第 $3\times i_c^{sc}-2$ 列的元素均减去 $\boldsymbol{K}_{sc}$，如此处理就可实现上述目的。

应当指出的是，上述第 1 点与第 3 点涉及到对刚臂单元元素与 m_{ag} 取值的问题，实际编程中发现，取值如不当，会得到错误的结果，甚至导致程序计算无法完成，经对多个典型组合梁算例反复试算，发现对刚臂单元而言，将其抗拉压刚度（$E\times A$，E 为单元材料弹性模量；A 为单元截面面积）与抗弯刚度（$E\times I$，I 为单元截面，抗弯惯性矩）分别取为钢梁单元与混凝土桥面板单元对应值的较大值的 100 倍，对于 m_{ag}，则可取为刚臂单元 $E\times A$ 与 $E\times I$ 两者较大值的 20 倍，如此处理后能保证程序计算正常完成且解又能满足精度要求。

1.4　结构总荷载矩阵的形成

由于采用常规的平面梁单元模拟桥面板与钢梁，因此其自重及其他恒载均可按照常规方法[19]转换成等效节点荷载进而形成结构总荷载矩阵。

2　混凝土徐变与收缩分析

2.1　混凝土徐变计算

常应力（σ）作用下混凝土的徐变应变 ε_c 为。

$$\varepsilon_c=\frac{\sigma}{E}\varphi(t,\tau)\ 。\tag{2}$$

式中：ε_c 为常应力（σ）作用下从加载 τ 时刻到计算 t 时刻的徐变应变；E 为弹性模量；$\varphi(t,\tau)$ 是加载龄期 τ、计算龄期 t 时混凝土的徐变系数。

基于有限元法进行混凝土徐变效应分析时，一般采用增量法比较合适[20-21]。在增量法中，将时间轴划分为 t_0、t_1、…、t_n、t_{n+1} 等时刻，在时间轴划分较密，因而可认为每个时间段内应力保持不变，应力变化只出现在每一个时刻开始，应力与时间的关系如图 2 所示。

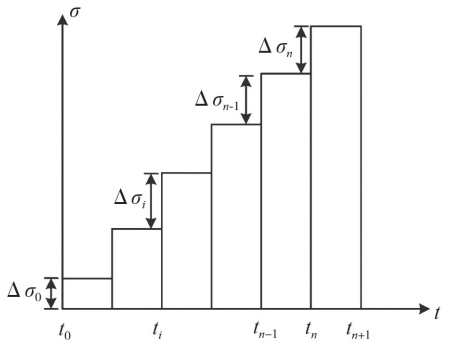


图2 应力与时间的关系图

Fig. 2 Graph of stress versus time

假设在各时刻的应力增量为 $\Delta\sigma_0$、$\Delta\sigma_1$、…、$\Delta\sigma_i$…$\Delta\sigma_i$、…、$\Delta\sigma_n$、$\Delta\sigma_{n+1}$，可得到 t_n 与 t_{n+1} 时刻的徐变应变 ε^n_c 和 ε^{n+1}_c 分别为

$$\varepsilon^n_c = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Delta\sigma_i}{E}\varphi(t_n, t_i) \text{。} \tag{3}$$

$$\varepsilon^{n+1}_c = \sum_{i=0}^{n} \frac{\Delta\sigma_i}{E}\varphi(t_{n+1}, t_i) \text{。} \tag{4}$$

由式(3)和式(4)可知，在 $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$ 时段内的混凝土徐变应变增量 $\Delta\varepsilon^{n+1}_c$ 为

$$\Delta\varepsilon^{n+1}_c = \sum_{i=0}^{n} \frac{\Delta\sigma_i}{E}\Delta\varphi_i \text{。} \tag{5}$$

式中，$\Delta\varphi_i = \varphi(t_{n+1}, t_i) - \varphi(t_n, t_i)$ 是加载时刻为 t_i 时在 Δt_{n+1} 时段内的徐变系数增量。

将 $\Delta\varepsilon^{n+1}_c$ 视为初应变，对应徐变等效节点力增量可表示为

$$\Delta F^{n+1}_c = \int_V \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} E \Delta\varepsilon^{n+1}_c \mathrm{d}V \sum_{i=0}^{n} \int_V \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \Delta\sigma_i \mathrm{d}V \Delta\varphi_i \text{。} \tag{6}$$

式中：$\boldsymbol{B}$ 为应变矩阵；$\mathrm{d}V$ 为求积分；T 是对 $\boldsymbol{B}$ 求转置；F 是节点力增量。

同时有

$$\Delta\sigma_i = E(\Delta\varepsilon_{e,i} - \Delta\varepsilon_{c,i}) = E\Delta\varepsilon_{e,i} - E\Delta\varepsilon_{c,i} \text{。} \tag{7}$$

式中，$\Delta\varepsilon_{e,i}$ 与 $\Delta\varepsilon_{c,i}$ 分别为节点位移增量和混凝土徐变(上一时步)引起的应变增量。

$$\int_V \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \Delta\sigma_i \mathrm{d}V =$$

$$\int_V \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \Delta\varepsilon_{e,i} \mathrm{d}V - \int_V \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \Delta\varepsilon_{c,i} \mathrm{d}V = \Delta F_{e,i} + \Delta F_{c,i} = \Delta F_i \text{。} \tag{8}$$

式中，$\Delta F_{e,i}$ 和 $\Delta F_{c,i}$ 分别是由节点位移增量和初应变 $\Delta\varepsilon_{c,i}$ 引起的杆端力增量；$\boldsymbol{D}$ 为应力矩阵。

将式(8)代入式(6)可得

$$\Delta F^{n+1}_c = \sum_{i=0}^{n} \Delta F_i \Delta\varphi_i \text{。} \tag{9}$$

由于按式(9)计算徐变等效节点力增量 ΔF^{n+1}_c 要利用到前面所有阶段的 ΔF_i，这会给编程和计算速度带来一定影响，但由文献[19-20]可知，只需将徐变系数 $\varphi(t,\tau)$ 改造成递推形式就可避免此问题，此不赘述。

2.2 混凝土收缩计算

类似徐变过程分析，得到 Δt_{n+1} 时段内收缩应变增量为

$$\Delta\varepsilon^{n+1}_s = \varepsilon_s(\infty)\mathrm{e}^{-p(t_n - t_0)}(1 - \mathrm{e}^{-p\Delta t_{n+1}}) \text{。} \tag{10}$$

式中：$\varepsilon_s(\infty)$ 为收缩应变终极值；p 为收缩应变增长速度系数；t_0 为混凝土的硬化时间。收缩应变增量引起的等效节点力增量为

$$\Delta F^{n+1}_s = \int_V \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} E \Delta\varepsilon^{n+1}_s \mathrm{d}V \text{。} \tag{11}$$

式(11)的计算与徐变对应步骤的计算完全相同。

3 计算步骤

1)计算钢梁与混凝土桥面板的单元刚度矩阵，再按1.3节所述计算出界面刚度矩阵，最后形成结构刚度矩阵(由于钢-混凝土组合梁在各时步内结构无变化，结构刚度矩阵在整个分析中只需计算一次，保存后可被后续分析调用)，同时形成外加荷载的等效节点荷载矩阵。

2)在 $n = 1$ 时，先计算 t_0 时刻的弹性变形，进而得到应力增量 $\Delta\sigma_0$，由式(3)计算出 $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ 时段内混凝土徐变应变增量 $\Delta\varepsilon^1_c = \frac{\Delta\sigma_0}{E}\varphi(t_1, t_0)$，计算出其对应的徐变等效节点力增量，反号并叠加 t_1 时刻施加的外荷载形成 t_1 时刻等效节点荷载矩阵 $\Delta\boldsymbol{F}^1_c$。

3)边界处理后解平衡方程，获得节点位移增量。

4)计算杆端内力增量 $\Delta F_{e,0}$。

5)在 $n > 1$ 时，由式(5)计算出 $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ 时段内混凝土徐变应变增量 $\Delta\varepsilon^n_c$，参照上一步骤求出 t_n 时刻等效节点荷载矩阵 $\Delta\boldsymbol{F}^n_c$。

6)边界处理后解平衡方程，获得节点位移增量，叠加形成节点位移总量。

7)计算杆端内力增量 $\Delta F_{e,i}$。

8)返回步骤5进行下一时步的计算。

基于上述计算流程，采用FORTRAN语言编制了钢-混凝土组合梁考虑滑移的时变分析程序，用于后面的算例验证与分析。还应指出的是，徐变系数采用和未采用递推形式时，程序的计算细节有较大区别。

4　算例分析

简支钢-混凝土组合梁如图 3 所示。该梁长 8.0 m，在跨中承受 80 kN 的集中荷载，不考虑自重。混凝土桥面板尺寸为 1 200 mm×90 mm，弹性模量为 30 GPa。钢材型号为 Q235，弹性模量为 206 GPa。徐变系数计算模式取自文献[22]，收缩应变最终值为 200 με，采用抗剪刚度 $K=33\ 000$ N/mm 纵向间距为 100 mm 的剪力连接件以考虑滑移。文献[5-6]采用解析法对此算例进行了分析。应特别说明的是，文献[5]的理论计算结果得到了文献[20]试验结果的有效验证。

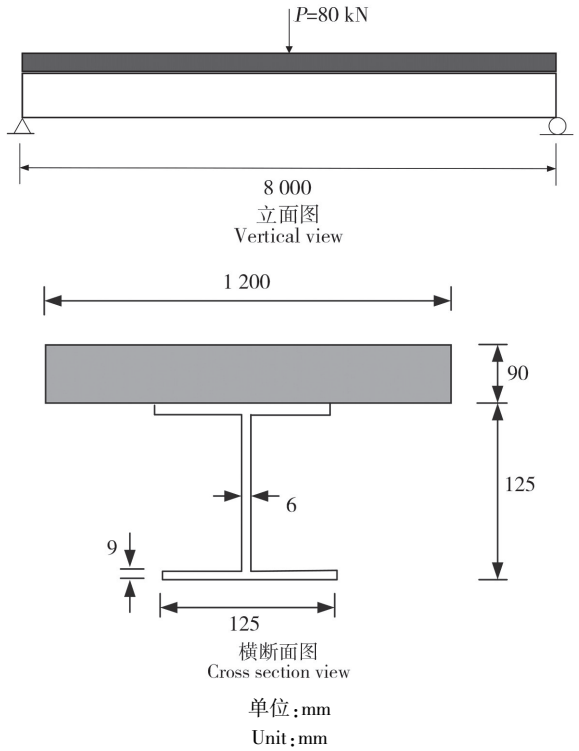


图 3　简支钢-混凝土组合梁

Fig. 3 Simply supported steel-concrete composite beam

图 4—图 6 分别为初始时刻界面滑移、滑移应变及单位长度上的界面剪力沿组合梁全跨的分布图，作为比较，也列出了文献[5-6]的结果。应说明的是，本研究计算的滑移就是取界面节点 i_c^{sc} 与 i_s^{sc} 在水平方向的位移差，滑移应变则取钢梁顶面与混凝土桥面板底面相同高斯点处应变差，界面剪力则按式(1)计算得到。

由图 4 可知，本研究计算结果与文献[7]的吻合程度要好于文献[8]。同时也可看出界面滑移在跨中为 0，并以跨中为对称中心呈反对称特征，在端部达到最大值 1.32 mm，略小于文献[7]的 1.56 mm。由图 5 可知，滑移应变以跨中为对称中心呈对称关系，在跨中处达到最大值 1 033.4 με，而文献[7]约为 1 365.9 με，端部滑移应变最小为 0。显然，单位长度上的界面剪力的图形特性与界面滑移相同，在端部处为最大值 434.1 N/mm，文献[7]约为 514.6 N/mm。

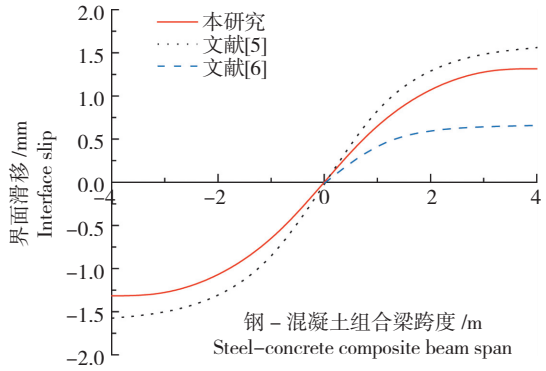


图 4　界面滑移沿全跨分布图

Fig. 4 Interface slip profile along full span

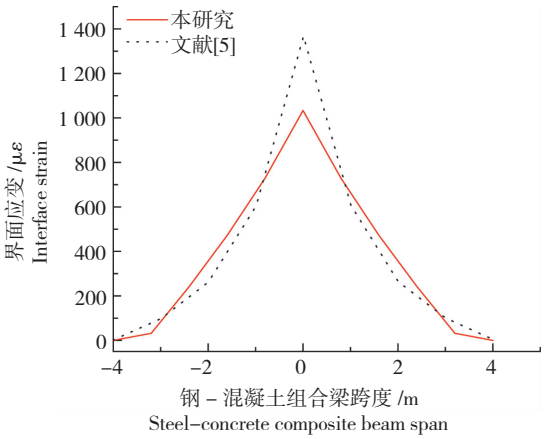


图 5　界面滑移应变沿全跨分布图

Fig. 5 Interface slip strain distribution along full span

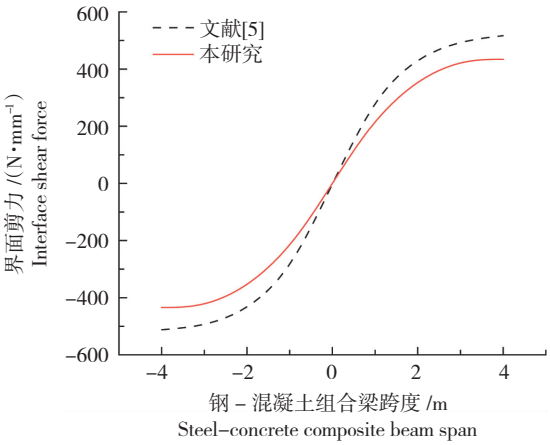


图 6　单位长度界面剪力沿全跨分布图

Fig. 6 Distribution of interfacial shear per unit length along full span

图 7 为收缩徐变效应对半跨组合梁(另一半跨反对称)界面滑移的影响。以端部界面滑移值为例,初始时刻为 1.32 mm,在 3 000 d 以后,如仅考虑收缩,该值变为 1.27 mm,但收缩徐变均考虑时,该值变为 1.57 mm。由此可知,相对于徐变而言,收缩对界面滑移的影响很小,可忽略不计。不同时刻端部界面剪力变化如图 8 所示。由图 8 可知,剪力在初期变化很快,由 434.1 N/mm 迅速上升到 508 N/mm,但后面相当长时间才由 508 N/mm 上升到 519 N/mm。

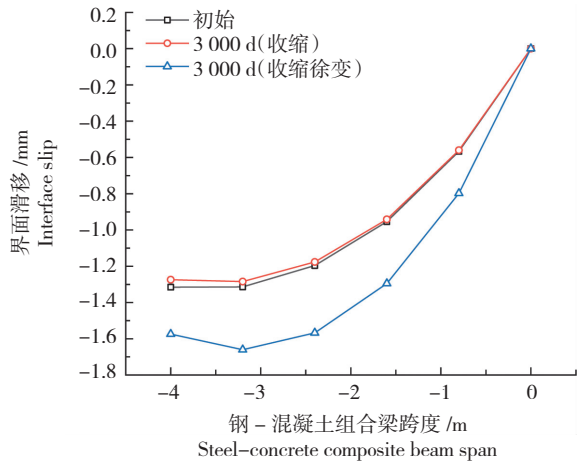


图 7 收缩徐变对界面滑移影响

Fig. 7 Effect of shrinkage creep on interface slip

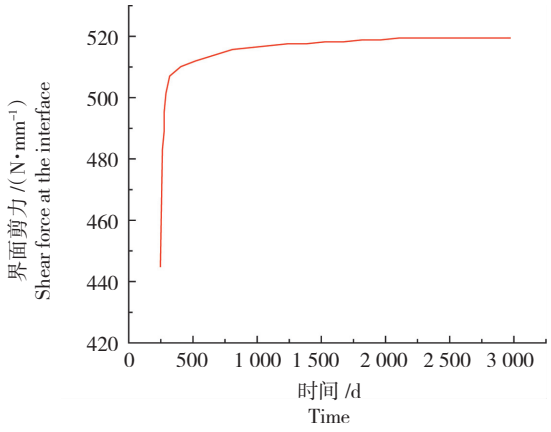


图 8 不同时刻端部单位长度界面剪力图

Fig. 8 Diagram of shear force per unit length at the end interface at different time intervals

5 结论

1)本研究采用普通平面梁单元分别模拟混凝土桥面板和钢梁,两者之间则基于刚臂节点位移之间的主从关系及水平黏结单元的抗滑移刚度来体现,收缩徐变效应则采用初应变法,算例分析表明本研究的算法与编制的程序是正确的。

2)简支钢-混凝土组合梁界面滑移与界面剪力在跨中处为 0,以反对称形式向两端增大,在两端达到最大值;界面滑移应变则在跨中处最大,向两端对称减小,在两端界面滑移应变为 0。

3)单独的收缩效应使简支钢-混凝土组合梁界面滑移减小,但变化量可忽略不计。而收缩徐变均考虑时,会使界面滑移显著增加,同时收缩徐变效应使得端部界面剪力也随时间显著增大,并呈现出前期增长很快而后期缓慢增长的特点。

【参 考 文 献】

[1] 李雪峰,陆元春,周良. 虚拟荷载法在钢-混凝土组合梁计算中的应用[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版),2022,41(7):59-63.
LI X F, LU Y C, ZHOU L. Application of virtual load method in calculation of steel-concrete composite beam [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2022, 41(7): 59-63.

[2] 刘军,陈双庆,付磊. 钢-混凝土组合箱梁刚构桥弹塑性地震反应分析[J]. 公路工程,2022,47(6):42-53,61.
LIU J, CHEN S Q, FU L. Elastic-plastic time history reaction analysis of steel-concrete composite box girder rigid-frame bridge[J]. Highway Engineering, 2022, 47(6): 42-53, 61.

[3] JOHNSON R P. Composite structures of steel and concrete: beams, slabs, columns, and frames for buildings [M]. 3rd ed. Oxford: Blackwell, 2004.

[4] 项贻强,何超超,邱政. 体外预应力钢-混组合梁长期滑移计算[J]. 浙江大学学报(工学版),2017,51(4):739-744.
XIANG Y Q, HE C C, QIU Z. Calculation of long-term slippage for externally prestressing steel-concrete composite beam[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2017, 51(4): 739-744.

[5] 朱劲松,李雨默,顾玉辉,等. 钢箱-混凝土组合梁桥竖向温度梯度分析[J]. 公路工程,2022,47(6):85-94.
ZHU J S, LI Y M, GU Y H, et al. Analysis of vertical temperature gradient for steel box concrete composite girder bridge[J]. Highway Engineering, 2022,47(6):85-94.

[6] GARA F, RANZI G, LEONI G. Short- and long-term analytical solutions for composite beams with partial interaction and shear-lag effects [J]. International Journal of Steel Structures, 2010, 10(4): 359-372.

[7] 王花平. 考虑滑移效应的组合梁界面作用机理及形变特征[J]. 土木工程学报,2021,54(12):41-52.
WANG H P. Interfacial interaction and deformation characteristics of composite beams with interfacial slip consid-

ered[J]. China Civil Engineering Journal, 2021, 54(12): 41-52.

[8] NIE J G, CAI C S. Steel-concrete composite beams considering shear slip effects[J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(4): 495-506.

[9] 肖岩,彭罗文,Kunnath S.组合梁考虑滑移效应的理论分析[J].湖南大学学报(自然科学版),2017,44(1):77-86.
XIAO Y, PENG L W, KUNNATH S. Analysis of composite beams with interlayer slip[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2017, 44(1): 77-86.

[10] 冀伟,孙斌,白倩,等.长期荷载作用下钢-混凝土组合梁的挠度计算与分析[J].湖南大学学报(自然科学版),2021,48(7):51-60.
JI W, SUN B, BAI Q, et al. Calculation and analysis of deflection for steel-concrete composite girder under long-term loads[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2021, 48(7): 51-60.

[11] 邱文亮,姜萌,张哲.钢-混凝土组合梁收缩徐变分析的有限元方法[J].工程力学,2004,21(4):162-166.
QIU W L, JIANG M, ZHANG Z. Finite element analysis of creep and shrinkage of steel-concrete composite beams[J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(4): 162-166.

[12] NGUYEN Q H, HJIAJ M, UY B. Time-dependent analysis of composite beams with continuous shear connection based on a space-exact stiffness matrix[J]. Engineering Structures, 2010, 32(9): 2902-2911.

[13] NGUYEN Q H, HJIAJ M. Nonlinear time-dependent behavior of composite steel-concrete beams[J]. Journal of Structural Engineering, 2016, 142(5):04015175.

[14] EL-SISI A A, HASSANIN A I, SHABAAN H F, et al. Effect of external post-tensioning on steel-concrete composite beams with partial connection[J]. Engineering Structures, 2021, 247: 113130.

[15] 李立峰,王孝亮,冯威,等.考虑钢梁应变强化的钢-混组合梁抗弯承载力计算[J].铁道科学与工程学报,2019,16(11):2822-2831.
LI L F, WANG X L, FENG W, et al. Calculation of flexural capacity of steel-concrete composite beams considering strain strengthening of steel beams[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2019, 16(11): 2822-2831.

[16] EL-ZOHAIRY A, SALIM H, SHAABAN H, et al. Finite element analysis and parametric study of continuous stee-concrete composite beams stiffened with post-tensioned tendons[J]. Advances in Structural Engineering, 2018, 21(6): 933-945.

[17] 王家林.有限元程序设计研究—JJD 程序与 SAP5 程序比较[J].工程力学,1989,6(3):88-103.
WANG J L. Research of finite element programme design-JJD programme in comparison to SAP5 programme[J]. Engineering Mechanics, 1989, 6(3): 88-103.

[18] 赵彦玲,王明珠,侯新新,等.无保持架轴承滚动体与变速曲面静接触有限元[J].哈尔滨理工大学学报,2022,27(1):100-107.
ZHAO Y L, WANG M Z, HOU X X, et al. Finite element of static contact between rolling element and raceway of cageless ball bearing[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2022, 27(1): 100-107.

[19] 朱伯芳.有限单元法原理与应用[M].2 版.北京:中国水利水电出版社,1998.
ZHU B F. The finite element method theory and applications[M]. 2nd ed. Beijing: China Water & Power Press, 1998.

[20] 颜东煌,田仲初,李学文,等.混凝土桥梁收缩徐变计算的有限元方法与应用[J].中国公路学报,2004,17(2):55-58.
YAN D H, TIAN Z C, LI X W, et al. Finite element method and application for the shrinkage and creep of concrete bridges[J]. China Journal of Highway and Transport, 2004, 17(2): 55-58.

[21] 邓继华,邵旭东,谭平.几何非线性与徐变共同作用下三维杆系结构有限元分析[J].工程力学,2015,32(6):117-123.
DENG J H, SHAO X D, TAN P. Finite element analysis for 3-D frame structures under combined actions of geometric nonlinearity and creep[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(6): 117-123.

[22] 中华人民共和国交通运输部.公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范(JTG 3362—2018)[S].北京:人民交通出版社股份有限公司,2018.
Ministry of Transport of the People's Republic of China. Specifications for design of highway reinforced concrete ad prestressed concrete bridges and culverts (JTG 3362—2018)[S]. Beijing: China Communications Press Co., Ltd., 2018.

[23] 周凌宇,余志武,蒋丽忠.钢-混凝土组合梁界面滑移剪切变形的双重效应分析[J].工程力学,2005,22(2):104-109.
ZHOU L Y, YU Z W, JIANG L Z. Analysis of composite beams of steel and concrete with slip and shear deformation[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(2): 104-109.