

文章编号:1671-5896(2026)04-0872-07

基于顺序和姿态协同优化的智能三维装箱算法

孙行衍, 田碧涛, 王婷婷, 张 坤

(东北石油大学 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 针对高异构性货物装载时空间利用率与重心稳定性难以协同优化的问题, 提出一种融合自适应聚类与改进群体智能优化的三维装箱新算法。该算法突破传统 K 均值与蚁群算法拼接的局限, 构建“体积-重量”双维度动态聚类机制, 通过轮廓系数自适应迭代优化聚类数量, 实现货物的协同分组与初始装载序列的智能生成, 解决了同类货物因重量差异导致的堆叠不稳定问题。在此基础上, 设计带重心约束的改进蚁群优化策略, 将货物 6 种姿态选择转化为信息素引导的多维度寻优过程, 通过引入重心补偿因子与空间适配度启发函数, 实现装载姿态与放置顺序的协同寻优。实验结果表明, 该方法有效破解了空间利用率与重心稳定性的“跷跷板效应”。该方法为物流行业高异构货物智能装载提供了新的技术路径, 其协同优化框架对复杂组合优化问题具有重要借鉴价值。

关键词: 三维装箱问题; 聚类; 蚁群算法; 重心偏移量

中图分类号: TP391

文献标志码: A

Intelligent Three-Dimensional Boxing Algorithm Based on Collaborative Optimization of Sequence and Posture

SUN Xingyan, TIAN Bitao, WANG Tingting, ZHANG Kun

(School of Electrical Information and Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: To tackle the challenge of synergistically optimizing space utilization and center-of-gravity stability in loading highly heterogeneous goods, a novel 3D boxing algorithm is presented combining adaptive clustering and improved swarm intelligence optimization. It overcomes the limitations of traditional K -means and ant colony algorithm combinations by innovatively building a “volume-weight” dynamic clustering mechanism, which optimizes cluster numbers via silhouette coefficients to enable collaborative goods grouping and initial loading sequence generation, resolving stacking instability from weight differences in similar goods. Further, an improved ant colony strategy with center-of-gravity constraints is designed, converting six-direction attitude selection into a pheromone-guided multi-dimensional optimization. By introducing a center-of-gravity compensation factor and spatial fitness heuristic function, collaborative optimization of loading attitudes and placement sequences is achieved. Experimental results show the algorithm effectively breaks the “seesaw effect” between space utilization and center-of-gravity stability, offering a new technical path for intelligent loading of highly heterogeneous goods in logistics and a valuable collaborative optimization framework for complex combinatorial problems.

Key words: three-dimensional packing problem; clustering; ant colony algorithm; center of gravity offset

收稿日期: 2025-04-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52474036; 52174022; 52074088); 黑龙江省自然科学基金资助项目(LH2024E008); 黑龙江省“揭榜挂帅”科技攻关基金资助项目(DQYT-2022-JS-758)

作者简介: 孙行衍(1982—), 男, 黑龙江大庆人, 东北石油大学讲师, 主要从事载体运动控制相关理论及应用研究, (Tel) 86-13163554848 (E-mail) daqing_cat@hotmail.com。

0 引言

近年来, 随着全球物流与供应链的迅速发展以及电子商务的蓬勃兴起, 货物运输的规模和频率呈现指数级增长。因此, 有效优化货物装箱策略不仅能显著降低运输和存储成本, 还能有力提升物流效率。作为经典的 NP-hard 问题, 三维装箱问题已成为物流优化领域的重要研究课题之一。

目前启发式算法广泛应用在三维装箱问题的研究中, 如块装载、三空间划分、遗传算法、模拟退火算法和粒子群优化算法等。George 等^[1]引入了分层装载的概念, Tarantilis 等^[2]提出了结合禁忌搜索策略和局部搜索策略的混合启发式算法, 而 Bartók 等^[3]则针对带有重量约束的三维装箱问题提出了一种新的启发式算法。Loh 等^[4]针对弱异构装箱问题采用基于 XY-Z 层的装箱方法, 实现了货物的高效装载。张长勇等^[5]设计一种 K-means 聚类与“关键点”思想相结合的组合式算法, 实现了根据货物的体积和重量两个维度综合考虑装载方案。李少港等^[6]针对现有的研究工作集中于提升算法的装载效率, 而较少考虑算法决策时间的影响, 提出了一种改进的三维最优适配算法用于解决装箱问题, 通过结合遗传算法和聚类算法, 在降低搜索空间维度、提高算法收敛速度、减少算法运行时间的同时, 寻找更优的解。

虽然现有对三维装箱问题的研究已取得了显著进展, 但大多数研究并没有同时考虑待装载货物的体积和重量^[7]。目前已有研究的核心瓶颈可概括为: 1) 对货物“体积-重量”协同特征的挖掘不足, 同类货物常因重量差异过大导致堆叠不稳定; 2) 姿态优化与顺序优化脱节, 单纯调整姿态难以弥补初始分组的不合理性; 3) 重心控制与空间利用率存在“跷跷板效应”^[8]。多数算法为追求高利用率牺牲了重心稳定性, 或为保证稳定性降低了空间效率。针对这些问题, 笔者在传统蚁群算法^[9-12]以及现有聚类与群体智能优化结合算法^[13-14]的基础上, 提出了一种基于顺序和姿态协同优化的智能三维装箱算法, 并在公开数据集 Orlib 上对笔者所提算法进行了实验。实验结果表明, 所提算法在箱子空间利用率和装载稳定性方面具有显著的优势, 展现出其在实际物流应用中的巨大潜力, 可实现空间利用率与重心稳定性的双重提升。其思路不仅填补了现有算法在“双异构”货物处理上的技术空白, 更能直接为物流企业带来可量化的效益。通过降低装载重心减少货物运输中可能发生的倾覆问题, 在保证运输安全的前提下, 显著提升装载率、降低运输成本、缩短装载决策时间, 对推动物流行业的智能化升级具有重要的实践价值。

1 模型建立

1.1 问题描述

在物流行业中, 常见的货物形状各异, 每个货物在装载时需要满足多种装载要求和现实约束条件。三维装箱问题(3D-BPP: Three-Dimensional Bin Packing Problem)是一类复杂的组合优化问题, 其核心是如何将一批三维尺寸和重量各异的货物合理装入一个大体积的长方体箱子中, 实现箱子空间利用率最大化, 使货物尽可能靠近箱子重心以优化装载稳定性等目标^[5]。

结合实际货物装载场景, 笔者对其进行了以下简化假设: 1) 箱子和货物简化为长方体且为刚体, 忽略挤压变形; 2) 每个货物的重心都在其几何中心上; 3) 装载过程中任何两个货物间不能重叠; 4) 货物不能悬空码放, 但可以多层码放。

在上述假设基础上, 笔者引入下述约束条件以确保方案的实际可行性。1) 稳定性约束: 在装载时须保证每个装载的货物的底部有支撑物, 不能悬空。2) 待装载货物尺寸约束: 任意一个待装载货物的尺寸不能超过箱子的尺寸。3) 体积约束: 已装载货物的总体积不能超过箱子的最大容积。4) 重量约束: 已装载总重量不能超过箱子的最大承载能力。5) 正交放置约束: 货物的边缘与箱子的边缘平行或垂直。6) 不重叠约束: 在装载过程中, 每个货物的放置位置必须唯一。

1.2 数学模型

假设箱子的长、宽、高、最大承载重量分别为 L, W, H, M ; 第 i 个货物的长、宽、高、重量分别为 l_i, w_i, h_i, m_i , 共 n 个待装载货物; x_i, y_i, z_i 为第 i 个货物的重心坐标; 货物摆放标志 f_i 为二元变量, $f_i = 1$ 表示货物已装载, $f_i = 0$ 表示货物未装载; 货物旋转标志 r_i 为二元变量, $r_i = 1$ 表示货物可以旋转, $r_i = 0$ 表示货物不能进行旋转。

1) 优化目标。箱子空间利用率最大化函数如下:

$$V_{\max} = \sum_{i=1}^n f_i v_i / V, \quad (1)$$

其中 v_i 为第 i 件货物的体积, f_i 为二元变量, V 为箱子的体积, $V_{\max}$ 为箱子空间利用率。

2) 尺寸约束。确保每个待装载货物的尺寸在箱子的装载范围内:

$$l_i \leq L, \quad w_i \leq W, \quad h_i \leq H, \quad i = 1, 2, \dots, n_o. \quad (2)$$

3) 体积约束。已装载货物的总体积不能超过箱子的体积大小:

$$\sum_{i=1}^n f_i l_i w_i h_i \leq LWH. \quad (3)$$

4) 重量约束。已装载货物的总重量不能超过箱子的最大承重能力:

$$\sum_{i=1}^n f_i m_i \leq M. \quad (4)$$

5) 正交放置约束。货物只能以正交方式放置, 禁止任意旋转:

$$r_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}. \quad (5)$$

2 算法设计

2.1 基于自适应 K -Means 聚类装载块的设计

K -Means 算法是一种无监督学习, 是聚类分析中一种基于划分的算法^[13]。其核心思想是首先由用户指定一个 K 值, 随机初始化 K 个簇的质心 $C_i (1 \leq i \leq K)$, 然后利用欧氏距离等距离度量根据每个待装载货物的体积以及重量信息, 将其划分成 K 个类别^[14]。给定一个样本集 $\mathbf{x}_i = \{(v_1, m_1), (v_2, m_2), \dots, (v_i, m_i)\}$, 在空间中聚类中心与样本间的欧氏距离为

$$D(\mathbf{x}_i, \mathbf{C}_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^m (\mathbf{x}_j - \mathbf{C}_{ij})^2}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{x}_j$ 为 $\mathbf{x}_i$ 的第 j 个属性向量; $\mathbf{C}_{ij}$ 为 $\mathbf{C}_i$ 的第 j 个属性向量; m 为样本集的维数。

对样本集中的每个数据点 $\mathbf{x}_i$, 计算与所有质心的距离, 并将其分配到最近的质心所在簇 $\mathbf{C}_K$ 中:

$$\mathbf{C}_K = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{C}_i\|^2. \quad (7)$$

轮廓系数是基于紧密性和分离性的比较, 可以为样本集选择一个合适的 K 值^[15]。对样本集中的一个数据点 $\mathbf{x}_i$, 轮廓系数 $s(\mathbf{x}_i)$ 为

$$s(\mathbf{x}_i) = \frac{b(\mathbf{x}_i) - a(\mathbf{x}_i)}{\max\{a(\mathbf{x}_i), b(\mathbf{x}_i)\}}, \quad (8)$$

其中 $a(\mathbf{x}_i)$ 为点 $\mathbf{x}_i$ 到同簇内其他点的平均距离; $b(\mathbf{x}_i)$ 为点 $\mathbf{x}_i$ 到最近的其他簇的所有点的平均距离, 轮廓系数的取值范围为 $[-1, 1]$ 。

对一个样本集中的所有数据点 $\mathbf{x}_i$, 计算平均轮廓系数 $S_{\text{silhouette}}(K)$, 选择轮廓系数最大值所对应的 K 值作为最优 K 值:

$$S_{\text{silhouette}}(K) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s(\mathbf{x}_i), \quad (9)$$

其中 N 为 K 值取值范围中 K 值变量个数。

通过式(9), 可以得出样本集中的最佳划分方案。

2.2 基于改进 ACO 算法的装载方案设计

在三维装箱问题中, 需要考虑每个待装载货物的 6 种有效摆放姿态(见图 1)以及在每个待装载货物的姿态确定后, 彼此间的相互影响。为实现对装载姿态的优化, 笔者将蚁群算法(ACO: Ant Colony Optimization)中的路径选择机制转化为姿态选择机制, 并利用信息素引导姿态组合的动态调整, 实现最终箱子的空间利用率最大化, 为提升装载方案合理性提供了有效路径^[11]。

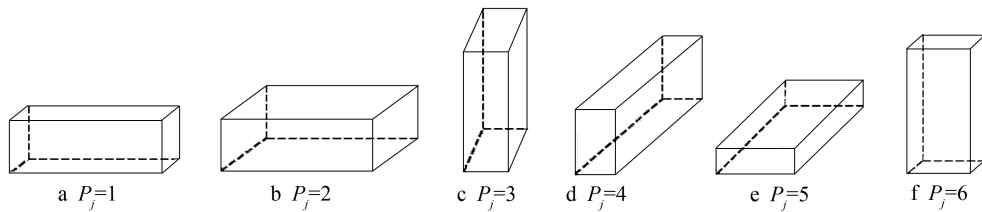


图1 货物的6种摆放姿态

Fig.1 Six postures for placing cargos

2.2.1 信息素的设定和概率函数的选择

待装载货物的样本集 $\mathbf{x}_i$ 通过上述得到初始装载块后,根据体积大小进行排序,得到初始装载顺序样本集

$$\mathbf{P}_i = \{((v_1, m_1), r_{\text{default}}), ((v_2, m_2), r_{\text{default}}), \dots, ((v_i, m_i), r_{\text{default}})\}, \quad (10)$$

其中 r_{default} 为初始状态下的默认装载姿态。

信息素矩阵 $\tau_{i,j}$ 用于描述货物 i 的第 j 种装载姿态。首先,对每个货物的信息素矩阵进行初始化,均设为常量 τ_0 ,以确保算法在初始阶段能均匀探索所有的姿态组合:

$$\tau_{i,j}(0) = \tau_0, \quad \forall i, j, \quad (11)$$

其中 i 为货物的编号; $j \in \{1, 2, \dots, 6\}$, 为每个货物的装载姿态。

在每次迭代过程中,每只蚂蚁都根据概率函数选择每个货物的装载姿态。由于每个待装载货物的顺序是固定的,仅需要对6种可能的装载姿态进行选择,每次迭代完成,即装载姿态选择完成后,都根据所选姿态组合计算出装载后箱子的空间利用率。

在后续迭代过程中,对每个待装载货物的装载姿态进行选择,可通过概率函数

$$P_{i,j} = \frac{\tau_{i,j}^\alpha \gamma_{i,j}^\beta}{\sum_{k=1}^6 \tau_{i,k}^\alpha \gamma_{i,k}^\beta} \quad (12)$$

计算每只蚂蚁选择货物 i 的第 j 种姿态的概率。其中 $\gamma_{i,j}^\beta$ 为启发式因子,表示姿态对空间利用率的提升程度; $\tau_{i,j}^\alpha$ 为姿态 j 的信息素强度; α 为信息素的重要性参数; β 为启发式因子的重要性参数。

式(12)中,启发式因子 $\gamma_{i,j}^\beta$ 定义为货物在特定旋转姿态 j 下对空间的适配性,如下:

$$\gamma_{i,j}^\beta = \frac{1}{1 + U_{i,j}}, \quad (13)$$

其中 $U_{i,j}$ 为该姿态产生的未利用空间,启发式因子旨在通过引导蚂蚁优先选择能减少空间浪费的姿态,以提升最终放置的紧凑程度。

2.2.2 信息素更新函数

为防止信息素无限积累导致路径选择的过早收敛,所有信息素都会在每轮迭代后按固定比例进行衰减:

$$\tau_{i,j}(t+1) = (1 - p) \tau_{i,j}(t), \quad (14)$$

其中 $p \in (0, 1)$ 为信息素挥发系数。

在每轮迭代中,表现最优的解(待装载货物的姿态组合)会对其涉及的姿态组合进行信息素增强:

$$\tau_{i,j}(t+1) = \tau_{i,j}(t) + \Delta \tau_{i,j}, \quad (15)$$

$$\Delta \tau_{i,j} = Q U_{\text{best}}, \quad (16)$$

其中 Q 为信息素挥发强度, $U_{\text{best}} \in (0, 1)$ 为当前解的箱子空间利用率。

若迭代所得最优解未涉及某一姿态组合,则不进行信息素的增强,即 $\Delta \tau_{i,j} = 0$ 。

3 实例分析

3.1 实验数据

为验证笔者所提出的三维装箱优化算法效果,采用仿真环境设置如下。CPU: Intel(R) Core(TM)

i5-8300H @ 2.30 GHz; 内存: 24 GByte; 操作系统: 64 位 Windows 11; 编程环境: Python 3.9。实验数据集采用公开 Orlib 数据集, 其中包含 7 个实例, 分别为 wtpack1、wtpack2、⋯、wtpack7, 详情如表 1 所示。箱子尺寸采用国际标准尺寸 587 cm×233 cm×220 cm, 最大承载重量为 4 626 kg。实验参数设置: 蚂蚁数量 m 设为 6, 迭代次数为 20, 信息素重要性因子 α 为 1, 启发函数重要性因子 β 为 2, 信息素挥发系数 ρ 为 0.2, 信息素释放强度 Q 为 0.7。

表 1 Orlib 数据集详情
Tab.1 Orlib data set details

实例名称	箱子类型数	测试数据量	实例名称	箱子类型数	测试数据量
wtpack1	3	100	wtpack5	12	100
wtpack2	5	100	wtpack6	15	100
wtpack3	8	100	wtpack7	20	100
wtpack4	10	100			

3.2 K-means 和 ACO 的改进

传统 K -Means 聚类算法在三维装箱问题中的应用存在明显局限: 需人工预设聚类数量 K 值, 且仅单一维度 (如体积) 划分货物, 易导致同类货物因重量差异过大引发堆叠不稳定, 无法适配“高异构货物”的装载需求。笔者从“聚类数量自适应”和“聚类维度扩展”两方面进行了改进。改进后自适应双维度聚类使初始装载序列的稳定性提升, 为后续蚁群算法优化提供更优的“初始解”。

传统蚁群算法通过信息素引导搜索方向, 但在码垛问题中, 若初始阶段某类姿态 (如“平放”) 的短期空间利用率较高, 信息素会快速积累并主导后续选择, 导致算法过早收敛于局部最优解, 而忽略了“竖放”、“侧放”等可能更适配整体空间的姿态, 无法实现“极大空间利用率”的核心目标。笔者以顺序与姿态协同优化为核心, 针对上述不足对蚁群算法进行全方位改进, 形成带重心约束的改进蚁群优化策略。

3.3 实验结果与分析

笔者选取同样考虑每个待装载货物重量信息的基于 K -means 与关键点的组合行李码放算法^[5] (此处对应改进 K -Means 算法对比)、基于聚类和网格覆盖的三维装箱算法 (3DBFBCGC: Three-Dimensional Bin Packing Algorithm Based on Clustering and Grid Coverage)^[6] 以及基于蚁群算法的码垛策略^[9] (此处对应改进 ACO 算法对比) 进行对比实验, 实验结果如表 2 所示。表 2 中利用率以及重心偏移量均为对 100 个测试数据进行实验后得出的平均值。总平均值分别为 60.49, 69.04, 67.76, 77.55, 15.26, 13.97, 14.12, 16.90。

表 2 算法性能对比
Tab.2 Algorithm performance comparison

名称	平均箱子空间利用率/%				平均装载重心偏移量/cm			
	文献[5]	文献[6]	文献[9]	笔者算法	文献[5]	文献[6]	文献[9]	笔者算法
wtpack1	67.54	70.16	69.38	81.48	19.86	15.86	16.31	13.51
wtpack2	66.72	70.57	68.52	77.32	14.61	13.61	13.82	18.74
wtpack3	57.34	69.42	65.64	74.24	12.15	7.15	11.37	23.75
wtpack4	56.77	67.71	67.01	73.17	15.34	10.34	12.62	17.22
wtpack5	58.12	69.48	69.89	78.95	13.38	11.38	12.76	13.47
wtpack6	57.61	69.13	68.53	78.58	12.48	10.48	11.51	17.44
wtpack7	59.39	66.78	65.39	79.14	18.97	28.97	20.42	14.20

从表 2 可看出, 4 种算法在核心性能指标上均呈现出明显的差异。对利用率, 组合行李码放算法的平均表现最弱, 其 100 组测试数据的平均利用率仅为 60.49%, 与另外 3 种算法相比存在一定差距。基于蚁群算法的码垛策略的平均利用率为 67.76%, 处于中间水平, 而笔者算法的平均利用率为 77.55%, 体现出笔者算法在空间利用效率上的优势, 即能更充分地挖掘空间潜力。

对于重心偏移量,组合行李码放算法平均为 15.26 cm 且波动较大,表现出重心控制稳定性不足。蚁群算法的码垛策略以 14.12 cm 的均值表现较好,尤其在部分情况下展现出精准的重心控制能力。笔者算法平均重心偏移量为 16.90 cm,虽较蚁群算法的码垛策略算法略高,其差异可能是笔者算法为追求空间利用率最大化而造成的。事实上,这种重心偏移仍处于合理可控范围,且恰是高效利用空间时难以完全避免的。

笔者以 wtpack1 以及 wtpack7 中的测试案例 1 为例,给出了 4 种算法的装箱结果,每个箱子的三维方向示意图如图 2 所示,装箱结果如图 3 所示。图 3 中从左到右分别对应文献[5]、文献[6]、文献[9]和笔者算法。从图 3 中可看出,笔者算法具有更高的箱子空间利用率。

综上所述,所提算法凭借较高的空间利用率和重心稳定性,大幅领先于组合行李码放算法和 3DBFBCGC 算法,以及基于分组策略的多目标三维装箱算法,为实际装载任务提供了较高的实用价值。

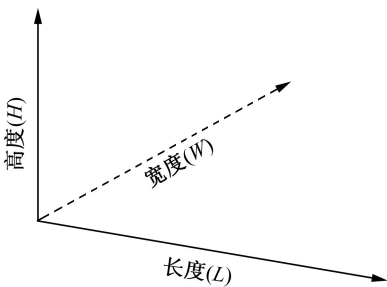


图2 箱子的三维方向

Fig. 2 The three-dimensional dimensions of the box

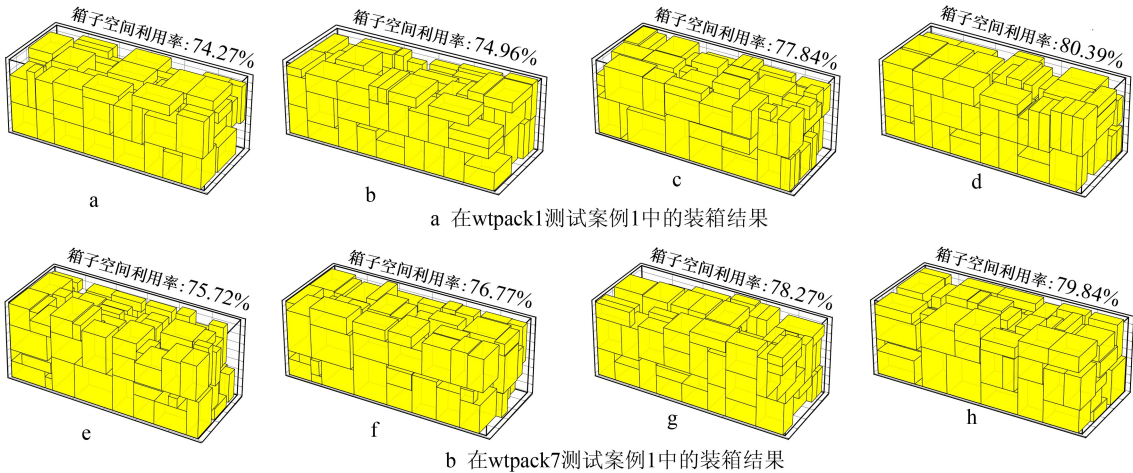


图3 4种装箱算法装箱结果

Fig. 3 The packing results of four packing algorithms

4 结 语

笔者针对物流行业中的三维装箱问题进行了系统研究,提出了一种基于顺序和姿态协同优化的智能三维装箱算法,旨在解决货物异构性强、装载需求复杂等实际问题。采用自适应 K 均值聚类算法实现动态分组,快速生成初始装载顺序,结合蚁群算法优化货物的旋转姿态,提高装载空间的利用率和装载后重心的稳定性。实验结果表明,笔者算法在大规模数据集中表现优异,相较于另外 3 种算法,也表现出了明显的性能提升。在保证较高装载率的同时,重心偏移量的控制也较为合理,确保了装载的平衡性和运输安全性。为三维装箱问题提供了一种智能的解决方案,具有重要的理论价值和广泛的实际应用前景。

参考文献:

[1]GEORGE J A, ROBINSON D F. A Heuristic for Packing Boxes into a Container [J]. Computers and Operations Research, 1980, 7(3): 147-156.

[2]TARANTILIS D C, ZACHARIADIS E E, KIRANOUDIS T C. A Hybrid Metaheuristic Algorithm for the Integrated Vehicle Routing and Three-Dimensional Container-Loading Problem [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,

- 2009, 10(2): 255-271.
- [3] BARTÓK T, IMREH C. Heuristic Algorithms for the Weight Constrained 3-Dimensional Bin Packing Model [C]//2012 4th IEEE International Symposium on Logistics and Industrial Informatics. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2012: 121-124.
- [4] LOH H T, NEE A Y C. A Packing Algorithm for Hexahedral Boxes [C]//Proceedings of the Conference of Industrial Automation. Singapore: IEEE, 1992: 45-50.
- [5] 张长勇, 吴智博. 基于 K -means 与关键点的组合行李码放算法 [J]. 包装工程, 2019, 40(9): 90-95.
ZHANG C Y, WU Z B. Combined Luggage Stacking Algorithm Based on K -Means and Key Points [J]. Packaging Engineering, 2019, 40(9): 90-95.
- [6] 李少港, 张宇辉, 魏文红. 基于聚类 and 网格覆盖的三维装箱算法 [J]. 东莞理工学院学报, 2022, 29(5): 40-46.
LI S G, ZHANG Y H, WEI W H. Three-Dimensional Boxing Algorithm Based on Clustering and Mesh Coverage [J]. Journal of Dongguan University of Technology, 2022, 29(5): 40-46.
- [7] BISCHOFF E E, RATCLIFF M S W. Issues in the Development of Approaches to Container Loading [J]. Omega, 1995, 23(4): 377-390.
- [8] BORTFELDT A, WÄSCHER G. Constraints in Container Loading-A State-of-the-Art Review [J]. European Journal of Operational Research, 2013, 229(1): 1-20.
- [9] 曲文, 蒋志维, 丁禹程, 等. 基于蚁群算法的定制化门窗材空极大空间码垛策略研究 [J]. 包装工程, 2024, 45(13): 238-246.
QU W, JIANG Z W, DING Y C, et al. Research on the Maximum Space Palletizing Strategy of Customized Door and Window Materials Based on Ant Colony Algorithm [J]. Packaging Engineering, 2024, 45(13): 238-246.
- [10] AMRANI F, YACHBA K, BELAYACHI N, et al. A Decision-Making System for Container Storage Management in a Seaport Using the Ant-Colony Optimization Algorithm [J]. International Journal of Management and Decision Making, 2018, 17(3): 348-367.
- [11] 李伟东, 王冠涵. 基于改进蚁群算法的多智能体路径规划研究 [J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2024, 42(4): 654-661.
LI W D, WANG G H. Research on Multi-Agent Path Planning Based on Improved Ant Colony Algorithm [J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2024, 42(4): 654-661.
- [12] 倪红梅, 王梅. 基于强化学习的多策略自寻优人工蜂群算法 [J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2025, 43(1): 83-89.
NI H M, WANG M. Multi-Strategy Self-Optimizing Artificial Bee Colony Algorithm Based on Reinforcement Learning [J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2025, 43(1): 83-89.
- [13] VANKDOTHU R, HAMEED A M, BHUKYA R, et al. Retraction Note: Entropy and Sigmoid Based K -Means Clustering and AGWO for Effective Big Data Handling [J]. Multimedia Tools and Applications, 2023, 82: 5287-5304.
- [14] 蒋大锐, 徐胜超. 基于改进 PSO-Means 算法的大数据聚类处理方法 [J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2024, 42(3): 430-437.
JIANG D R, XU S C. Big Data Clustering Processing Method Based on the Improved PSO-Means Algorithm [J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2024, 42(3): 430-437.
- [15] 曲小纳. 基于自适应 K -Means 算法的遥感图像聚类优化方法 [J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2025, 43(5): 1111-1118.
QU X N. Optimization Method for Remote Sensing Image Clustering Based on Adaptive K -Means Algorithm [J]. Journal of Jilin University (Information Science Edition), 2025, 43(5): 1111-1118.

(责任编辑: 刘俏亮)