[文章编号] 1003－4684(2025)01-0020-05

# 基于混合遗传模拟退火算法的第二类装配线平衡优化

王 科，李西兴

（湖北工业大学机械工程学院，湖北 武汉 430068）

[摘 要] 针对离散型制造企业的第Ⅱ类装配线平衡问题，构建以最小生产节拍、最小负载标准差为优化目标的数学模型。在经典遗传算法的基础上，设计一种基于精英保留策略的种群分离机制以维持种群的基因多样性，并根据算法的迭代进程引入自适应交叉与自适应变概率操作；为提高算法的局部搜索能力，嵌入模拟退火算法的 Metropolis 准则，形成一种混合遗传模拟退火算法；通过标准案例集的 12 组实验，相较于遗传算法，混合遗传模拟退火算法在求解能力上具有明显优势。进一步，以某企业的青贮机装配线为案例，应用混合遗传模拟退火算法进行求解，结果显示该模型的有效性和混合遗传模拟退火算法的优越性。生产实例验证结果表明，优化后的装配线生产周期缩短为 50.4 s，线平衡率提升至 93.52%，显著提升了农机企业装配线的效率。

[关键词] 装配线平衡；生产节拍；负载标准差；混合遗传模拟退火算法

[中图分类号] TH181 [文献标识码] A

装配生产线是制造企业生产活动的核心。然而，如何具体合理地安排各道工序的生产顺序，以提升装配线的效率和稳定性，是一个被称为装配线平衡问题（assembly line balancing problem，ALBP）的挑战。根据不同的优化目标，ALBP 可以分为 3 种类型[1]：第Ⅰ类旨在优化工作站的数量，第Ⅱ类为关注优化生产节奏，第Ⅲ类则为均衡各工作站的工作负载。本文重点探讨第Ⅱ类装配线平衡问题（ALBP-2），这是一种典型的 NP-hard（non-deterministic polynomial hard）问题。近年来，许多学者对 ALBP-2 进行了广泛的研究。方喜峰等[2]为了使装配线在最短时间内达到最优，建立了装配线平衡模型，以某产品的装配线为案例进行了分析，并通过采用遗传算法，结合蚁群算法对该问题进行了求解。实验结果表明，这种改进的遗传算法能够有效解决 ALBP-2，而且与蚁群算法相比，在求解精度和收敛速度上均有所提高。Wang 等[3]针对装配线部分拆卸和并行布局的特点，设计了一种新的编码和解码策略。Krenczyk 等[4]在针对汽车工业的大型产品装配线平衡问题建模时，考虑了汽车装配线额外的位置限制，并以装配线占用的空间最小和工位数量最小为优化目标，提出了一种启发式工作站任务分配与回溯技术相结合的混合优化方法。赵乾宏等[5]通过改进果蝇算法，解决了某企业风电制动器装配线的工位负载不均衡问题，并在 Plant Simulation 仿真软件中验证了其优越性。赵文燕等[6]考虑了工作站数量约束的多目标装配线平衡优化，并设计了混合遗传算法来求解。肖晖等[7]针对粒子群算法容易陷入局部最优的问题，将反向学习策略融至算法中，通过案例验证了改进 PSO 算法比标准 PSO 算法具有更好的求解能力。以上研究方法虽然能够有效求解 ALBP-2，但其算法参数多，且算法的寻优能力有待提高。

在经典的遗传算法（genetic algorithm，GA）[8-9]中，种群中的个体基于一定的概率执行交叉和变异操作产生新个体。该算法虽然能够在较短的时间内获得可行解，但是全局搜索能力较弱，容易陷入局部最优解。模拟退火算法（simulated annealing，SA）[10-11]是一种局部优化算法，能够概率性地跳出局部最优。因此，本文结合两种算法的搜索能力，设计了一种混合遗传模拟退火算法（genetic-simulated annealing algorithm，GASA），以有效避免算法“早熟”，从而使算法具有更强的寻优能力。

## 1 问题描述和数学模型

### 1.1 问题描述与假设

ALBP-2 可被描述为一个任务集，任务之间存在特定的加工顺序约束。给定装配线的工作站数

[收稿日期] 2023－07－31

[第一作者] 王 科（1997－），男，湖北黄冈人，湖北工业大学硕士研究生，研究方向为生产调度与优化。

[通信作者] 李西兴（1990－），男，河南信阳人，工学博士，湖北工业大学副教授，研究方向为生产调度与优化、制造业信息化。

量,目的是将任务集中的所有作业元素分配至各个工作站,以实现最小的生产节拍,并确保各个工作站的负载尽可能均衡。

设 ALBP-2 的任务集为 $A=\{a \mid a=1,2,3,\cdots,A\}$,工位集合为 $W=\{w \mid w=1,2,3,\cdots,W\}$,$A$ 代表任务集中的作业元素,$W$ 代表工位数量,$T_w$ 代表第 $w$ 个工作站中所有作业元素的时间总和,$Q(w)$ 表示分配给工作站 $w$ 的作业元素集合,$J_w$ 表示第 $w$ 个工作站中所被分配的作业元素,集合 $A$ 中每个作业元素对应的操作时间为 $t_i$,$x_{i,j}$ 表示若作业 $i$ 被分配至工作站 $j$,则 $x_{i,j}=1$,否则 $x_{i,j}=0$,$F_{i,j}$ 表示作业 $i$ 和作业 $j$ 的先后加工顺序,若作业 $j$ 是作业 $i$ 的紧后工序,则 $F_{i,j}=1$,否则 $F_{i,j}=0$。

为减小理论优化模型与实际生产应用的偏差,还需作如下假设:

1)任务集中的每个作业元素加工时间已知,且作业元素的先后加工关系已知;

2)不考虑工作站之间的运输时间;

3)所有操作工人并无差别;

4)每个作业只能被分配一次,且无并行工作站;

5)不考虑在制品的传递时间。

### 1.2　数学模型

在实践中,可能存在多种最小生产节拍的情况。为了从诸多方案中甄选出最优解,不仅要关注最小化生产节拍,还应兼顾工作站的负载均衡。因此,在评估不同装配方案时,本文综合考虑装配线的最小生产节拍和工作站负载分配情况这两个优化目标。

装配线的最小生产节拍

$$\min T_C = \max(T_1, T_2, \cdots, T_W) \tag{1}$$

在评价装配线平衡问题时,常用装配线的平衡率 $\varphi$ 表示装配线的平衡状况,$\varphi$ 越大表示装配线的平衡效果越好:

$$\varphi = \frac{\sum_{m=1}^{M} t_m}{S \cdot CT} \times 100\% \tag{2}$$

当工作站工作负载与生产节拍差距越小时,装配线堵塞和闲置的时间越小,装配效率越高。为了平衡装配线上工作站之间的作业负载程度,每个工作站分配的作业负载应尽量均等,即

$$\min B = \sqrt{\frac{1}{W-1}\sum_{w=1}^{W}(T_w - T_C)^2} \tag{3}$$

因此,本文研究的 ALBP-2 是由最小化生产节拍 $T_C$、最小化工作站间的作业负载标准差 $B$ 共同组成,采用加权法将多目标优化问题转化为单目标优化问题,而加权由决策者根据实际情况决定,其中 $\alpha_1$,$\alpha_2$ 分别代表上述两个优化目标的权重:

$$\min Z_{\mathrm{LP}} = \alpha_1 \times T_C + \alpha_2 \times B \tag{4}$$

其约束条件:

$$\bigcup_{w=1}^{W} J_w = A \tag{5}$$

$$\sum_{w \in W} x_{i,j} = 1,\ a \in A \tag{6}$$

$$T_w < T_C \tag{7}$$

$$Q(w) \cap Q(w+1) = \varnothing,\ \bigcup_{w=1}^{W} Q(w) = A \tag{8}$$

式(5)表示所有作业都必须分配给工作站;式(6)表示每个工作站至少有一个作业任务;式(7)表示每个作业只允许至一个工作站上;式(8)表示各个工作站之间没有重复分配的作业任务,且所有作业分配完毕。

## 2　算法设计

### 2.1　编码与种群初始化

常用的编码方式有二进制编码、自然数编码和浮点数编码。针对 ALBP-2 的求解结果,需要包含工作站的工序分配和工作站内的工序排序。本文采用基于优先级的自然数编码解码方案,避免了算法进制转换运算量大的弊端。以某装配线为例,图 1 中圆圈数字代表装配作业序号,图圈外数字为对应工序的装配时间,图 2 为一种具体的染色体编码方案。

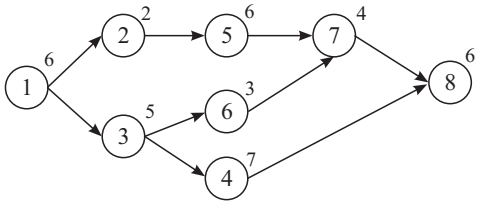



图 1　作业顺序

| 编码 | 基因位 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 染色体 | 1 | 3 | 4 | 2 | 5 | 7 | 6 | 8 |

| 工作站 | 1 | 2 | 3 | 解码 |
|---|---|---|---|---|
| 作业任务 | 1、3、4 | 2、5 | 6、7、8 | |

图 2　编码解码

种群初始化按照每个作业的工序约束随机生成,各工位分配得到的所有工序作业总时间不大于生产节拍。采用基于布尔优先关系矩阵的方法随机生成初始种群,可以避免非法解的产生。具体过程如下:

步骤 1,根据布尔优先关系矩阵从集合 $A$ 中找出无紧前工序的作业任务,并放入集合 $T_1$ 中,并在作业顺序图中删除选出的任务 $i$ 和与优先关系矩阵有关的逻辑关系;

步骤 2,从集合 $T_1$ 中选取优先级较高的作业任务,放入到相应的基因位;

步骤 3:从集合 $A$ 找出已被分配的紧前工序放

入集合 $T_1$ 中，根据选取优先级较高的作业任务，放入到相应的基因位；

步骤 4：判断集合 $A$ 所有任务是否分配完毕，若是，则分配结束，否则重复执行步骤 1—步骤 3。

## 2.2 选择操作

常用选择操作有轮盘赌法、锦标赛法。本文在轮盘赌的基础上引入精英保留策略，直接将上一代适应度值最高的个体复制到下一代中，且采用种群分离策略避免算法陷入局部最优，将适应度值前 $n/2$（$n$ 为种群所有个体的数目）的个体划为优质种群，余下的划为劣质种群。具体操作如图 3 所示。

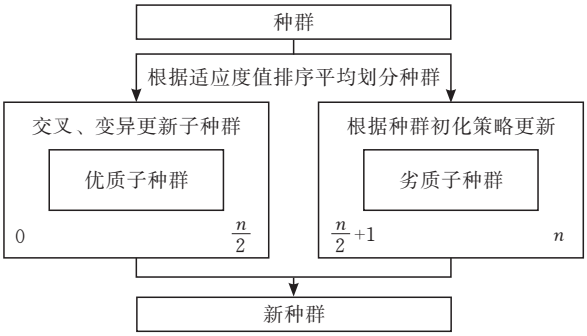



图 3 优劣种群分离策略

## 2.3 适应度函数

适应度函数决定着种群的进化方向。本文的目标函数是最小化装配线的生产节拍和最小化工作站分配的作业负载标准差。最小生产节拍表征企业的生产效率，其重要性不言而喻，而作业负载标准差决定了生产系统的平稳运行，决策者可以根据不同的实际情况进行赋值。本文通过对实际案例的分析，将两个目标权重都设为 0.5[7]，适应度值越小代表个体越优秀。适应度值函数

$$\min Z_{LP} = 0.5 \times T_C + 0.5 \times B \tag{9}$$

## 2.4 交叉操作

交叉操作是遗传算法中产生新个体的主要方式。本文设计了一种自适交叉概率

$$P_C = \frac{P_{C,\max} - P_{C,\min}}{M_{C,\min}} \tag{10}$$

式中：$M$ 为算法的最大迭代次数；$m$ 为当前迭代次数；$P_{C,\min}$ 为最小交叉概率；$P_{C,\max}$ 为最大交叉概率。

交叉操作可以随机从种群中选取两个染色体作为父代 1、父代 2，并在两条父代染色体相同的基因位上随机生成两个交叉点，取出父代 2 的前部分和后部分，同时在父代 1 中获取中间部分基因的排列顺序，按顺序填充至子代 1 的中间部分。同理生成子代 2，具体的交叉操作如图 4 所示。

## 2.5 变异操作

对于变异操作，可维持种群的多样性以防止算法陷入局部最优。变异操作可随机选取染色体中的某一基因片段，然后根据优先关系矩阵分别找出紧前工序和紧后工序的基因位置，随机生成一个基因片段并插入至该位置。交叉操作如图 5 所示，变异概率

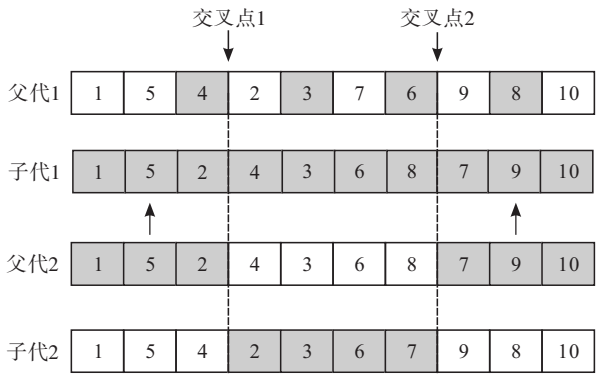



图 4 交叉操作

$$P_m = \frac{P_{m,\max} - P_{m,\min}}{M_{m,\min}} \tag{11}$$

式中：$M$ 为算法的最大迭代次数；$m$ 为当前迭代次数；$P_{m,\min}$ 为最小变异概率；$P_{m,\max}$ 为最大变异概率。




图 5 变异操作

## 2.6 Metropolis 准则

尽管在选择操作时对种群进行了种群分离，增强了算法的全局搜索能力，但算法还是容易陷入局部最优解。因此，通过嵌入模拟退火算法，进一步提高算法的寻优能力；通过采用 Metropolis 准则，算法以一定的概率接受新个体，从而保证种群的多样性。设定初始温度为 $t_0$，终止温度为 $t_{\text{end}}$，$F_a(t)$ 为个体变换前的个体适应度，$F_b(t)$ 则为变换后的个体适应度：

$$P = \begin{cases} 1, F_b(t) < F_a(t) \\ \exp[\frac{F_a(t) - F_b(t)}{T}], F_b(t) \geqslant F_a(t) \end{cases} \tag{12}$$

退温过程：

$$t_k = \lambda t_{k-1} \tag{13}$$

式中：$\lambda$ 为温度衰减系数；$t_k$ 为第 $k$ 次降温次数的温度。

## 2.7 GASA 算法基本流程

GASA 算法基本流程如图 6 所示。

步骤 1：算法的参数设置。

步骤 2：根据装配顺序的前后加工关系约束进行种群初始。

步骤 3：评价种群中每个个体的适应度值。

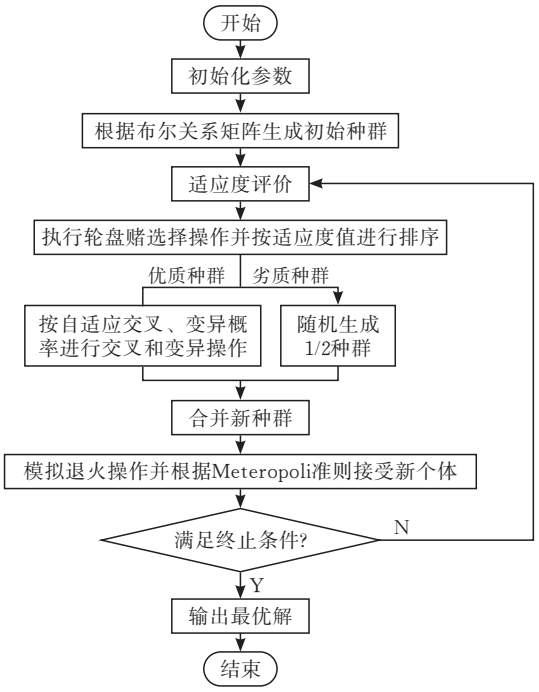



图 6　GASA 算法流程

步骤 4:对种群执行选择操作,并按适应度值的大小进行升序排序,将适应度值最高的个体运用精英保留策略进行保留,然后将排序后的种群平均分成两等份得到“优质子种群”和“劣质子种群”。

步骤 5:对“优质子种群”执行自适应交叉操作和自适应变异操作,对“劣质子种群”重新生成新个体,然后合并新种群。

步骤 6:执行模拟退火操作,并根据 Meteropolis 准则接受新个体。

步骤 7:重复执行步骤 3—步骤 6,直至算法满足终止条件,并输出最优解。

## 3　实例分析

### 3.1　基准实例测试比较

采用文献[7]和文献[12]的数据集,用标准 GA 算法与改进的 GASA 算法进行对比,每个算例用 MATLAB 测试 20 次,并记录 GASA 的平均值与最优值。本文算法参数查阅文献[8,10],并通过多次试验得:种群规模 $N=50$, $P_{C,\max}=0.6$, $P_{C,\min}=0.3$, $P_{m,\max}=0.2$, $P_{m,\min}=0.01$,终止温度 $F_{\text{end}}=1000$,初始温度 $F_s=0.001$,温度冷却系数 $\Delta=0.9$,其他算法参数选用相关文献参数设置。对比结果如表 1 所示。

从对比结果可以看出,除小规模 Mitchell 案例外,其他案例求解结果 GASA 均优于 GA,达到了理想的生产节拍和负载标准差,即充分做到了作业分配的负载平衡,说明 GASA 在求解不同规模问题时具有很强的可靠性及准确性。

**表 1　不同算法求解测试问题的对比结果**

| 案例 | 任务总数 | 任务总时间 | 工作站数 | GA | | GASA | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $T_C$ | $B$ | $T_C$ | $B$ | $f$ | $f_{\text{avg}}$ |
| Mitchell | 20 | 105 | 4 | 27 | 1 | 27 | 1 | 14 | 14.31 |
| | | | 5 | 21 | 0 | 21 | 0 | 10.5 | 10.88 |
| | | | 6 | 18 | 0.89 | 18 | 0.89 | 5.45 | 5.98 |
| Kilbridge | 45 | 552 | 4 | 140 | 2.65 | 138 | 0 | 69 | 70.03 |
| | | | 6 | 96 | 4.55 | 94 | 2.45 | 48.23 | 49.87 |
| | | | 8 | 75 | 6.56 | 70 | 1.58 | 35.79 | 37.63 |
| Warnecke | 58 | 1548 | 6 | 268 | 11.09 | 262 | 5.20 | 133.6 | 135.23 |
| | | | 8 | 204 | 11.50 | 196 | 3.20 | 99.6 | 100.28 |
| | | | 10 | 175 | 21.41 | 163 | 9.08 | 86.04 | 87.6 |
| Tongue | 70 | 3510 | 6 | 607 | 25.70 | 590 | 6.53 | 298.27 | 299.56 |
| | | | 8 | 457 | 19.90 | 452 | 14.61 | 233.31 | 234.5 |
| | | | 10 | 382 | 33.12 | 366 | 16.57 | 191.29 | 193.45 |

$f$ 为 GASA 求得的适应度值,$f_{\text{avg}}$ 为算法测试 20 次取得的平均值。

### 3.2　实例验证

为了验证算法的有效性和优越性,以某青贮机装配线为例,青贮机装配线(图 6)39 个作业任务,分配至 11 个工作站。求得 GASA 的作业分配方案如表 2 所示,并与文献[7]、文献[13]进行对比,结果如表 3 所示。

通过算法对比分析,验证了 GASA 在处理装配线平衡问题时的优越性,所求得的最小生产节拍和负载标准差均优于其他改进算法,生产节拍降至 50.4 s,工作站负载标准差降至 4.43,装配线的平衡率提升至 93.52%,提高了青贮机装配线的生产效率。

**表 2　GASA 求解的装配线平衡方案**

| 工作站序号 | 作业工序 | 总作业时间/s |
|---|---|---|
| 1 | 18,12 | 50.4 |
| 2 | 27,5 | 44.1 |

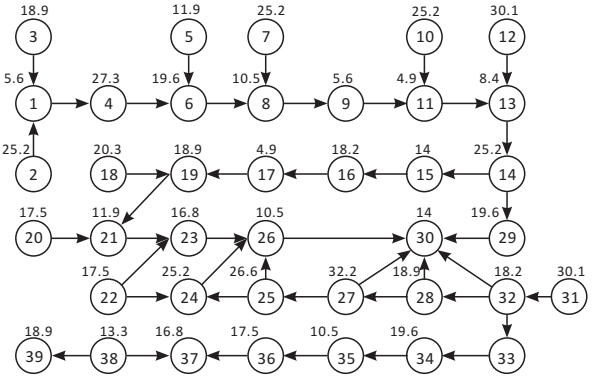



图 7 青贮机装配顺序

**续表 2 GASA 求解的装配线平衡方案**

| 工作站序号 | 作业工序 | 总作业时间/s |
|---|---|---|
| 3 | 31,3 | 49 |
| 4 | 24,10 | 50.4 |
| 5 | 29,2,1 | 50.4 |
| 6 | 4,6 | 46.9 |
| 7 | 7,8,9,11 | 46.2 |
| 8 | 13,14,15 | 47.6 |
| 9 | 16,17,19 | 42 |
| 10 | 28,25 | 45.5 |
| 11 | 20,22,21 | 46.9 |
| 12 | 23,26,30 | 41.3 |
| 13 | 32,33 | 49.7 |
| 14 | 34,35,36 | 47.6 |
| 15 | 37,38,39 | 49 |

**表 3 不同算法性能对比**

| 算法 | 生产节拍/s | 线平衡率/% | 负载标准差 |
|---|---|---|---|
| GA 算法 | 53.90 | 87.45 | 7.86 |
| 改进 GA 算法[13] | 52.50 | 89.78 | 6.07 |
| 改进 PSO 算法[7] | 51.31 | 91.86 | 5.18 |
| GASA 算法 | 50.40 | 93.52 | 4.43 |

## 4 结论

1)本文以第Ⅱ类装配线的生产节拍、负载标准差最小为优化目标建立数学模型,为提高算法的寻优能力嵌入了模拟退火算法的随机搜索操作;通过引入种群分离策略改进选择操作,并使用精英保留策略以加快算法的收敛速度,而基于模拟退火的随机搜索操作有助于算法跳出局部最优,从而增强了算法的全局搜索能力。

2)通过求解标准案例验证了混合遗传模拟退火算法有更强的求解能力,且以某青贮机装配线为实例,采用遗传算法、改进遗传算法、改进粒子群算法与混合遗传模拟退火算法进行求解分析,并验证了混合遗传模拟退火算法相比其他算法具有更强的全局寻优能力。

3)生产实例验证表明,优化后的装配线生产节拍为 50.4 s,线平衡率达到 93.52%,有效提高了农机企业装配线的生产效率。

[ 参 考 文 献 ]

[1] 原丕业,管梦竹. 基于改进果蝇优化算法的第Ⅰ类双边装配线平衡问题研究[J]. 现代制造工程,2022,499(04):29.

[2] 方喜峰,章振,张胜文,等. 基于混合优化算法的装配线平衡问题[J]. 现代制造工程,2021(04):20-25,32.

[3] WANG K, LI X, GAO L, et al. A genetic simulated annealing algorithm for parallel partial disassembly line balancing problem[J]. Applied Soft Computing, 2021, 107:107404.

[4] KRENCZYK D, DZIKI K. Heuristic and backtracking algorithm for multimanned assembly line balancing problem with location constraints[J]. Cybernetics and Systems, 2020, 51(07): 698-713.

[5] 赵乾宏,朱成顺,张辉,等. 仿真环境下混流装配线平衡和排序的优化研究[J]. 制造技术与机床,2023(05):166-172.

[6] 赵文燕,张世哲,师柳柳. 具有工作站数量约束的多人工作站混合装配线平衡问题研究[J]. 运筹与管理,2022,31(04):41-48.

[7] 肖晖,郑巧仙. 面向第二类装配线平衡问题的改进粒子群算法[J]. 湖北大学学报(自然科学版),2023,45(02):164-170.

[8] ALAVIDOOST M H, TARIMORADI M, ZARANDI M H F. Fuzzy adaptive genetic algorithm for multi-objective assembly line balancing problems[J]. Applied soft computing, 2015, 34:655-677.

[9] KUCUKKOC I, ZHANG D Z. A mathematical model and genetic algorithm-based approach for parallel two-sided assembly line balancing problem[J]. Production Planning & Control, 2015, 26(11):874-894.

[10] ROSHANI A, GIGLIO D. Simulated annealing algorithms for the multi-manned assembly line balancing problem: minimising cycle time[J]. International Journal of Production Research, 2017, 55(10):2731-2751.

[11] ROSHANI A, GHAZI NEZAMI F. Mixed-model multi-manned assembly line balancing problem: a mathematical model and a simulated annealing approach[J]. Assembly Automation, 2017, 37(01): 34-50.

[12] JONNALAGEDDA V, DABADE B. Application of simple genetic algorithm to U-shaped assembly line balancing problem of type II[J]. IFAC proceedings volumes, 2014, 47(03):6168-6173.

[13] 李明,包建军,袁逸萍. 基于改进遗传算法的多目标装配线平衡优化研究[J]. 机械设计与制造,2022,374(04):204-207.

(下转第 42 页)