

DOI:10.11784/tdxbz202505004

考虑组构各向异性的超固结黏土亚塑性本构模型

周 勇^{1,2}, 钱建固^{1,3}

(1. 同济大学土木工程学院, 上海 200092; 2. 维也纳自然资源与生命科学大学岩土工程研究所, 维也纳 1180;
3. 同济大学土木工程防灾减灾全国重点实验室, 上海 200092)

摘要: 基于亚塑性框架提出了适合描述超固结黏土的各向异性亚塑性本构模型, 其能够再现超固结黏土初始各向异性及加载阶段的应力诱发各向异性行为。通过将组构各向异性变量考虑进亚塑性模型结构张量的计算, 并定义了组构演化规律, 对现有各向异性亚塑性模型加以改进, 从而更为合理地描述了剪切强度及应力-应变响应随加载方向的变化规律。本文所提出的组构演化规律同时考虑了应力率和应变率对组构各向异性演化的影响, 加载初期应力率对于组构演化的影响较大, 随着应力加载过程的进行, 应变率对组构演化的影响逐渐增强。通过对比不同的室内试验, 可以发现相比较经典的亚塑性本构模型, 改进的亚塑性本构模型能更好地再现超固结黏土的各向异性特性。

关键词: 黏土; 亚塑性; 超固结; 各向异性; 组构演化

中图分类号: TU43

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2026)03-0299-10

Hypoplasticity Model for Overconsolidated Clay with Consideration of Fabric Anisotropy

Zhou Yong^{1,2}, Qian Jiangu^{1,3}

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
2. Institute of Geotechnical Engineering, University of Natural Resources and Life Sciences, Vienna 1180, Austria;
3. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: A hypoplastic constitutive model was proposed to describe the anisotropy of overconsolidated clays within the framework of hypoplasticity, which can effectively capture both the initial anisotropy and the stress-induced anisotropy behavior at the stage of loading. By incorporating the fabric anisotropy variable into the structural tensor of the hypoplastic model and defining the fabric evolution law, the existing anisotropic hypoplastic model was improved to provide a more accurate description of variations in shear strength and stress-strain response with the change in loading direction. The proposed fabric evolution law simultaneously accounts for the influences of both the stress rate and the strain rate on fabric evolution. At the early stage of loading, the stress rate significantly affects the fabric evolution, while the influence of strain rate becomes more prominent as the loading progresses. A comparison with various laboratory tests demonstrates that compared with the classical hypoplastic constitutive model, the improved hypoplastic constitutive model can more accurately reproduce the anisotropic behavior of overconsolidated clays.

Keywords: clay; hypoplasticity; overconsolidation; anisotropy; fabric evolution

土的各向异性特性是其强度及应力-应变行为的基本特性之一。土的各向异性可分为初始各向异性及应力诱发各向异性^[1], 前者是由于土颗粒和土体孔隙的特定排列方式引起的, 后者则是来自于剪切加载

过程诱发的土颗粒和土体孔隙排列方式的改变。如何在本构理论引入土的初始与诱发各向异性是定量评价天然地基承载力、土坡稳定性及变形行为的重要理论课题之一^[2-4]。

收稿日期: 2025-05-06; 修回日期: 2025-09-17.

作者简介: 周 勇 (1992—), 男, 博士研究生, zhouyong@tongji.edu.cn.

通信作者: 钱建固, qianjiangu@tongji.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52178345).

Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52178345).

不同于经典的弹塑性本构理论框架,亚塑性理论框架中没有塑性应变、屈服面、硬化规律等塑性力学概念,模型的数学表达式简洁易用,这一理论框架最早可追溯至 Kolymbas^[5]提出的亚塑性概念,其论证了采用简单的线性项和非线性组成的张量方程来表述土体本构方程的可行性. Wu 等^[6]提出了一个具体的 4 参数亚塑性模型,能够有效地描述砂土在排水和不排水加载条件下的静力特性. Bauer^[7]进一步研究表明, Wu 等^[6]提出的 4 参数亚塑性模型在临界状态理论的约束条件下,可进一步简化为 3 参数模型. 因此, Wu 等^[8]对原 4 参数亚塑性模型进行了修正,增加了控制体变率的线性项. Mašin^[9]提出了一个适用于超固结黏土的亚塑性模型. 随后, Wang 等^[10]将亚塑性模型推广应用至超固结黏土变形分析,增加可表征超固结比 (overconsolidation ratio, OCR) 的结构张量,合理再现了超固结黏土的排水及不排水应力-应变响应特性. Zhou 等^[11]利用此模型结合粒间应变张量理论对黏土的小应变刚度进行了合理的再现. 另一方面,为改善亚塑性模型各向异性模拟效果, Wu^[12]用理性力学的方法类比于横观各向同性弹性理论,构建了适用于砂土各向异性亚塑性模型. Yang 等^[13]将组构各向异性变量引入到亚塑性破坏准则. He 等^[14]进一步改进了超固结黏土亚塑性模型中的结构张量,提出了超固结黏土各向异性亚塑性模型. 可见,现有的亚塑性理论已成功拓展至对黏性土的应力历史与各向异性等复杂的应力-应变响应的定量预测.

然而,无论是经典的弹塑性模型还是亚塑性模型都是建立在连续介质力学框架内,对土体各向异性的描述都是局限在宏观单元尺度的试验观察,难以深入颗粒尺度洞察土的初始各向异性及其加载过程中的演化规律. 离散元方法 (discrete element method, DEM) 为探究土的各向异性微宏观演化规律提供了可靠的分析手段. Yang^[15]基于 DEM 分析发现,在加载过程初期土的组构演化主要由应力率主导,在加载过程中尤其是达到峰值应力之后,塑性应变率则成为影响组构演化的主要因素. 基于上述观察结果, Hu 等^[16-17]提出了包含应力率影响和应变率影响的组构演化方程, Yuan 等^[18]在此演化方程基础上进一步考虑了中主应力的影响.

本文基于 Wang 等^[10]提出的 5 参数超固结黏土亚塑性模型,把组构各向异性变量引入到结构张量当中,实现了对超固结黏土初始各向异性的描述. 与此同时,现有的亚塑性模型在定量组构演化时仅考虑了应变率的影响,忽略了应力率的影响. 针对这些问题,本文提出了同时反映应力率与应变率影响的组构

张量演化方程,进一步完善了现有亚塑性模型对初始与诱发各向异性的描述. 最后,将改进的超固结黏土亚塑性模型与不同土样的室内试验进行了对比验证.

1 亚塑性模型简介

1.1 亚塑性模型框架

亚塑性模型简单易用,没有如弹塑性应变的区分、屈服面、硬化规律等复杂的力学概念. 亚塑性模型可以用线性项和非线性项来表示^[19],即

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathcal{L}(\mathbf{T}) : \mathbf{D} + \mathbf{N}(\mathbf{T}) \|\mathbf{D}\| \quad (1)$$

式中: $\mathbf{T}$ 为应力张量; $\mathbf{D}$ 为应变率张量; $\mathcal{L}$ 和 $\mathbf{N}$ 分别为关于 $\mathbf{T}$ 的 4 阶和 2 阶张量,线性项 $\mathcal{L}$ 和非线性项 $\mathbf{N}$ 为 $\mathbf{T}$ 的各向同性函数; $:$ 为两个张量的内积; $\|\mathbf{D}\|$ 为应变率张量的模; $\dot{\mathbf{T}}$ 为 Jaumann 应力率张量,其可表示为

$$\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T}\mathbf{W} - \mathbf{W}\mathbf{T} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{W}$ 为旋转张量.

Wu 等^[6]提出了一个具体可用的亚塑性方程,即

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}} = & C_1(\text{tr}\mathbf{T})\mathbf{D} + C_2 \frac{\text{tr}(\mathbf{T}\mathbf{D})}{\text{tr}\mathbf{T}} \mathbf{T} + \\ & C_3 \frac{\mathbf{T}^2}{\text{tr}\mathbf{T}} \|\mathbf{D}\| + C_4 \frac{\mathbf{T}^{*2}}{\text{tr}\mathbf{T}} \|\mathbf{D}\| \end{aligned} \quad (3)$$

式中: C_1 、 C_2 、 C_3 和 C_4 为模型参数; $\mathbf{T}^*$ 为 $\mathbf{T}$ 的偏张量.

Bauer^[7]证明,只有 $C_3 = -C_4$ 时,此模型才能达到临界状态. 因此,为克服参数过少使得参数取值不合理的情况,在此基础上 Wu 等^[8]对此基本方程进行了改进,新增了一项控制体积变化的线性项,使得其参数取值更加符合工程实践情况,即

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}} = & C_1(\text{tr}\mathbf{T})\mathbf{D} + C_2(\text{tr}\mathbf{D})\mathbf{T} + \\ & C_3 \frac{\text{tr}(\mathbf{T}\mathbf{D})}{\text{tr}\mathbf{T}} \mathbf{T} + C_4 (\mathbf{T} + \mathbf{T}^*) \|\mathbf{D}\| \end{aligned} \quad (4)$$

为使得参数更具有物理意义,方程更加直观,此方程可重新整理^[20]为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}} = & f_s \left[(\text{tr}\mathbf{T})\mathbf{D} + f_v (\text{tr}\mathbf{D})\mathbf{T} + \right. \\ & \left. a^2 \frac{(\text{tr}\mathbf{T})\mathbf{D}}{\text{tr}\mathbf{T}} \mathbf{T} + f_u a (\mathbf{T} + \mathbf{T}^*) \|\mathbf{D}\| \right] \end{aligned} \quad (5)$$

式中: f_s 为强度因子; f_v 为控制体积变化的参数; a 为控制亚塑性模型破坏面形状的参数; f_u 为不排水试验应力路径修正因子.

$$f_s = -\frac{2}{3v_i \lambda^*} \quad (6)$$

式中: λ^* 为 $\ln(1+e)-\ln p$ 坐标下的斜率, e 为孔隙率, p 为平均有效应力; 材料参数 v_i 为土在等向围压下的体积模量与该围压下不排水初始剪切模量的比值。

$$f_v = \frac{3}{2}v_i - \frac{1}{3}(3+a^2-\sqrt{3}a) \quad (7)$$

$$a = \frac{\sqrt{3}\Gamma(3-\sin\phi_c)}{2\sqrt{2}\sin\phi_c} \quad (8)$$

式中: ϕ_c 为临界状态时的摩擦角; Γ 为姚仰平等^[21]提出的用于拟合 Matsuoka-Nakai 破坏准则的因子^[21], 其可表示为

$$\Gamma = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2-I_3)(I_1^2-3I_2)/(I_1I_2-9I_3)-(I_1^2-3I_2)}} \quad (9)$$

式中 I_1 、 I_2 和 I_3 分别为第 1 应力不变量、第 2 应力不变量和第 3 应力不变量。

可以看出, 与传统弹塑性模型由屈服面、流动法则、硬化规律等力学概念入手构建本构模型不同, 亚塑性模型以理性力学为基础, 从数学方程本身入手直接给出了本构模型的数学表达式。

虽然亚塑性模型没有过多前置的力学概念, 但其以方程入手, 可以推导出亚塑性模型的破坏面、流动法则等^[22]。

1.2 超固结黏土亚塑性模型

Wang 等^[10]在 Wu 等^[8]提出的亚塑性模型的基础上, 通过一个结构张量将超固结的概念引入到亚塑性模型。通过修改非线性项 N , 可以实现超固结黏土的应力路径模拟; 通过修改线性项 $\mathcal{L}$, 可以体现超固结度对土体强度的影响。具体本构方程可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}} = f_s \left[(\text{tr} \hat{\mathbf{T}}) \mathbf{D} + f_v (\text{tr} \mathbf{D}) \hat{\mathbf{T}} + \right. \\ \left. a^2 \frac{(\text{tr} \hat{\mathbf{T}}) \mathbf{D}}{\text{tr} \hat{\mathbf{T}}} \hat{\mathbf{T}} + f_u a (\tilde{\mathbf{T}} + \tilde{\mathbf{T}}^*) \|\mathbf{D}\| \right] \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\hat{\mathbf{T}} = \mathbf{T} + \mathbf{S}$; $\tilde{\mathbf{T}} = \mathbf{T} - \mathbf{S}$; $\mathbf{S}$ 为表征超固结比的结构张量, 其可表示为

$$\mathbf{S} = \alpha \ln(1/R) \mathbf{T} \quad (11)$$

式中: α 为控制超固结度表达的参数; R 为表征超固结度的应力比, 其可定义为

$$R = p_c^+ / p_c \quad (12)$$

式中 p_c^+ 和 p_c 分别为剑桥模型和 Hvorslev 等效前期固结压力, 如图 1 所示, 计算式分别为

$$p_c^+ = p \left[1 + \left(\frac{q}{Mp} \right)^2 \right] \quad (13)$$

$$p_c = \exp \left[\frac{N - \ln(1+e)}{\lambda^*} \right] \quad (14)$$

式中: M 为临界应力状态时的应力比; N 为 $\ln(1+e)-$

$\ln p$ 坐标下的纵坐标截距。

f_u 可定义为

$$f_u = \frac{\|\mathbf{B} : \mathbf{D}\|}{\|\mathbf{B}\| \|\mathbf{D}\|} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{B} = -\mathcal{L}^1 : \mathbf{N}$ 可视为亚塑性模型的流动法则; f_u 为 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 夹角的余弦值。

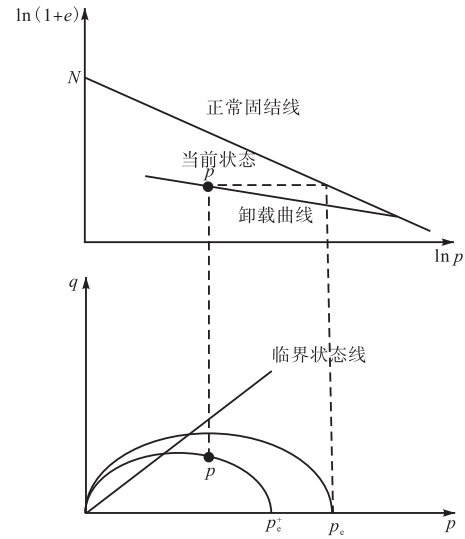


图 1 应力比 R 的计算

Fig.1 Calculation of stress ratio R

f_u 对于不排水试验应力路径修正机理如图 2 所示。可以看出, 在等向压缩(状态 a)时, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 方向一致, 此时 f_u 为 1, 与未修正模型预测结果相同; 在剪切阶段刚刚开始(状态 b)时, $\mathbf{B}$ 的方向没有改变而 $\mathbf{D}$ 的方向改变了 90° , 此时 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 相互垂直, f_u 为 0, 本构方程中只有线性项即弹性部分得以保留, 从而使得不排水加载刚开始时应力路径与 p 轴垂直, 与试验观测结果更为一致; 当土体达到临界状态(状态 c)时, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 方向又变为一致, f_u 为 1, 与未修正模型到达同一临界状态点。

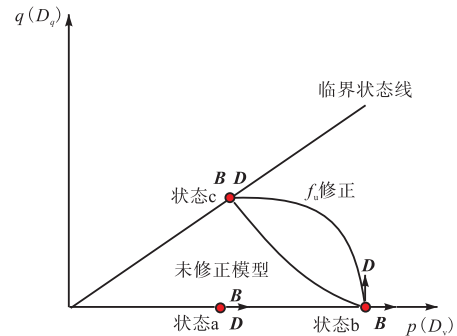


图 2 修正因子 f_u 工作机理

Fig.2 Working mechanism of modification factor f_u

1.3 各向异性亚塑性模型

文献[23]中用组构张量来描述土体内部颗粒朝向、孔隙分布优势方向以及颗粒间接触法向的统计学规律,用以表征土体内结构的各向异性. 对于一个包含有 n 个颗粒或 n 个接触的代表体单元,其组构张量可定义^[24]为

$$\mathbf{G} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \omega^k \mathbf{m}^k \otimes \mathbf{m}^k \quad (16)$$

式中: $\mathbf{m}^k$ 代表第 k 个颗粒长轴或接触方向; ω^k 表示其权重.

在此基础上, Li 等^[25]指出,由于张量的平均部分不具有方向性,表征各向异性的组构张量可进一步改写为一个偏张量 $\mathbf{F}$, 对于横观各向同性土体,其可表示为

$$\mathbf{F} = F \mathbf{n}_F = F \begin{pmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{6} & 0 \\ 0 & 0 & -1/\sqrt{6} \end{pmatrix} \quad (17)$$

式中: F 为表征各向异性程度大小的标量; 初始各向异性大小表示为 F_i ; $\mathbf{n}_F$ 为组构张量的方向张量.

当土样旋转一定角度即沉积角为 θ 时,需要对组构张量 $\mathbf{F}$ 进行一定的旋转处理,旋转张量 $\mathbf{M}$ 可以表示为

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

旋转后的组构张量为

$$\mathbf{F}' = \mathbf{M} \mathbf{F} \mathbf{M}^T \quad (19)$$

式中 $\mathbf{M}^T$ 是旋转张量 $\mathbf{M}$ 的转置.

Li 等^[26]等提出,组构张量和加载方向可组成联合不变量即组构各向异性变量 A , 组构各向异性变量 A 的定义为

$$A = \mathbf{F} : \mathbf{n} \quad (20)$$

式中: $\mathbf{n}$ 为加载方向,可以表示为

$$\mathbf{n} = \begin{cases} \mathbf{T}^* / \|\mathbf{T}^*\| & \|\mathbf{T}^*\| \neq 0 \\ \mathbf{0} & \|\mathbf{T}^*\| = 0 \end{cases} \quad (21)$$

可以看出, A 作为一个标量,考虑了组构张量和加载方向之间的角度,其数值范围为 $-1 \sim 1$. 当 $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{n}$ 方向一致且大小相同时, A 为 1, 此时各向异性临界状态理论 (anisotropic critical state theory, ACST) 退化到经典临界状态理论.

如不考虑组构演化,初始组构各向异性会导致土体强度的各向异性. Yang 等^[13]提出了一个亚塑性剪切强度的修正函数,以组构各向异性变量 A 修正亚

塑性模型中的强度参数 a , 以此描述土体强度的各向异性,具体方程为

$$a_m = \frac{a}{e^{\chi(A-1)}} \quad (22)$$

式中 χ 为模型参数,控制各向异性的表达.

为探究模型中初始各向异性对于剪切强度的影响,现不考虑组构张量演化,即仅考虑初始各向异性,利用破坏面上应力率为 $\mathbf{0}$ 的条件,代入到亚塑性方程中可以得到亚塑性方程的破坏面.

修正后的亚塑性模型各向异性破坏面如图 3 所示. 可以看出,随着控制参数 χ 及初始各向异性程度 F_i 的增大,破坏面的各向异性越明显. 随着沉积角的增大,破坏时的大主应力方向由 T_1 方向变换到 T_2 方向.

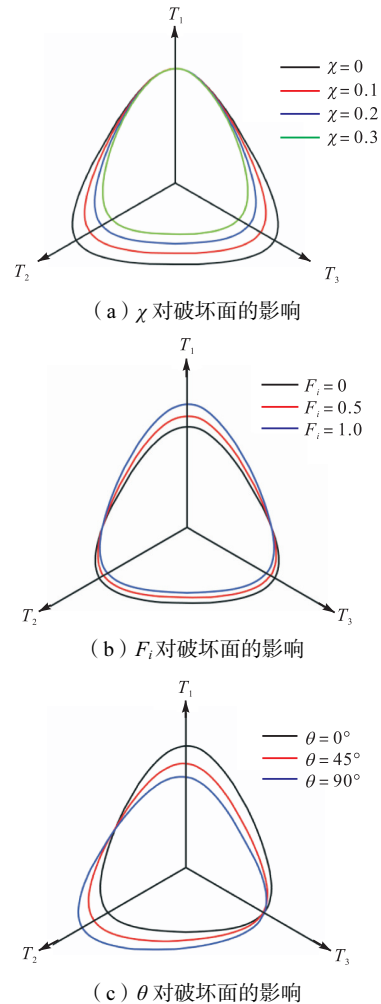


图 3 初始各向异性对于破坏面的影响

Fig.3 Effects of initial anisotropy on failure surface

Yang 等^[13]根据 Li 等^[26]提出的较为简洁的组构演化方程,提出了一个适用于亚塑性本构的组构演化方程,其可表示为

$$\dot{\mathbf{F}} = (\mathbf{n} - \mathbf{F}) m |D_q| \quad (23)$$

式中: m 为演化速率控制参数; D_q 为剪切应变率. 组

构演化速率受加载方向与组构张量方向之间的角度和剪切应变率决定. 组构张量 $\mathbf{F}$ 向着加载方向 $\mathbf{n}$ 演化, 当两者方向一致大小相同时, 演化速率为 0, 此时组构各向异性变量 A 为 1.

通过不排水三轴试验模拟, 演化速率控制参数 m 对于组构演化及应力-应变特性的影响如图 4 和图 5 所示.

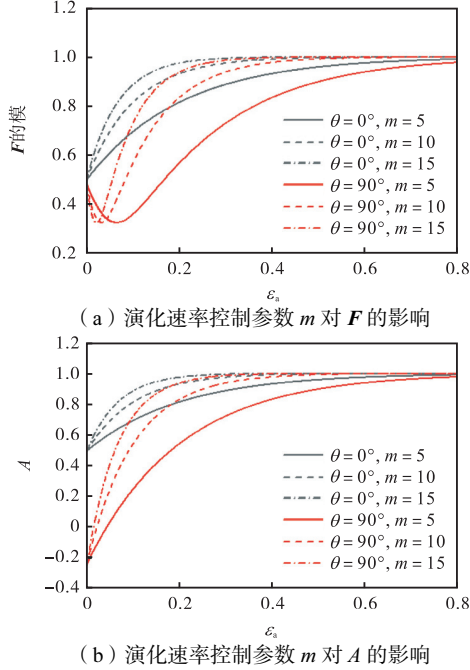


图 4 演化速率控制参数 m 对组构演化的影响

Fig.4 Effects of evolution rate control parameter m on fabric evolution

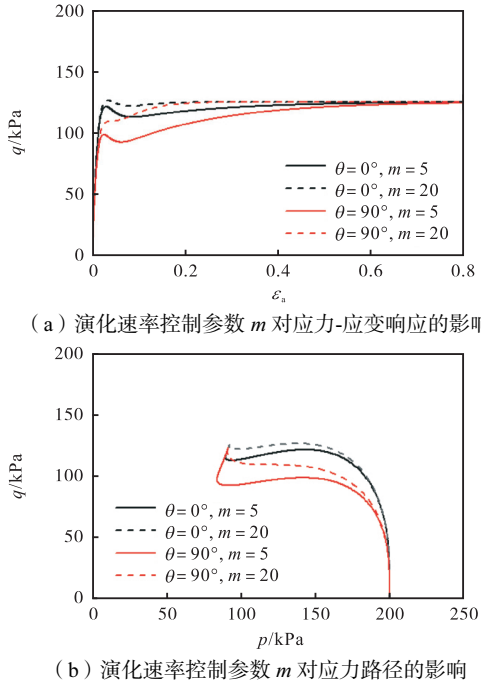


图 5 演化速率控制参数 m 对应力-应变特性的影响

Fig.5 Effects of evolution rate control parameter m on stress-strain behavior

可以看出, 无论沉积角为 0° 还是 90° , 随着加载的持续进行, 组构演化速率控制参数 m 越大, 组构张量向着加载方向演化的速度越快, A 趋近于 1 的速度也越快.

由图 5 可见, 组构速率控制参数越大, 土体达到峰值剪应力和临界状态的速度越快. 图 5 也表明, 通过引入组构演化规律及在亚塑性方程破坏面形状参数 a 中引入组构各向异性变量 A , 可以将弹塑性力学框架下的各向异性临界状态理论融合进亚塑性框架体系内.

2 本构模型

本文在前述模型的基础上, 通过将原有正常固结线平移, 在结构张量 $\mathbf{S}$ 计算中考虑组构各向异性变量 A , 克服了原有模型对各向异性特性体现不显著的缺点, 并将应力率考虑进组构演化当中, 使得组构演化方式更为合理.

2.1 考虑组构的结构张量 $\mathbf{S}$

利用第 1.2 节中超固结黏土亚塑性模型^[10]结合第 1.3 节中在亚塑性方程中引入各向异性的方法^[13], 以此现有模型对黏土各向异性进行模拟, 模拟结果见图 6, 结果显示沉积角改变 90° 后, 剪应力峰值差别很小, 各向异性体现不明显.

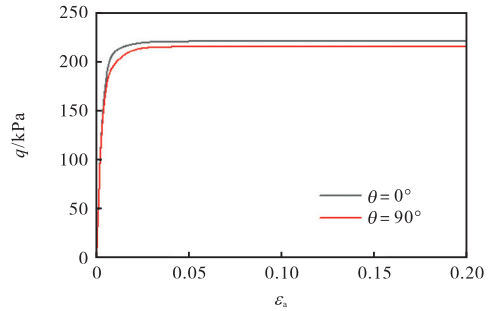


图 6 现有模型的模拟结果 ($m=0$)

Fig.6 Simulation results of existing model ($m=0$)

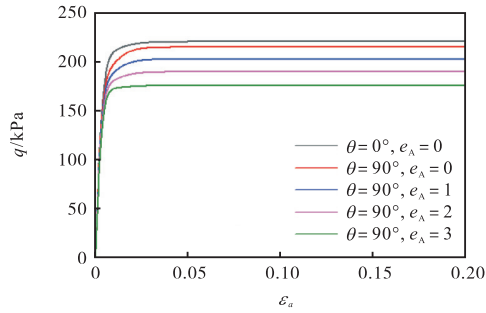
为克服这一缺点, 类比于 Li 等^[26]引入剪切状态线的方法, 本文将正常固结线作以下平移以突出各向异性对于结构张量 $\mathbf{S}$ 的影响, 即

$$e = \frac{\exp(N)}{p^{1*}} - 1 + \frac{e_A}{p} (A - 1) \quad (24)$$

式中 e_A 为控制参数.

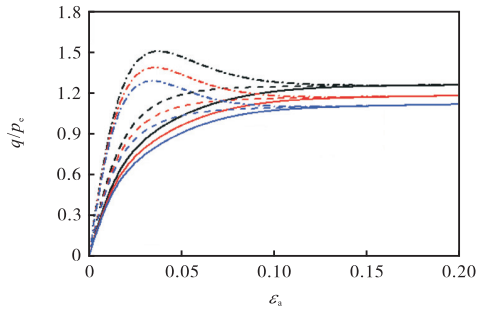
通过此公式计算应力比 R , 使得结构应力张量 $\mathbf{S}$ 的计算考虑了组构应力变量 A , 更能体现组构各向异性对于土体应力-应变响应的影响.

e_A 对模型表现的影响如图 7 所示.

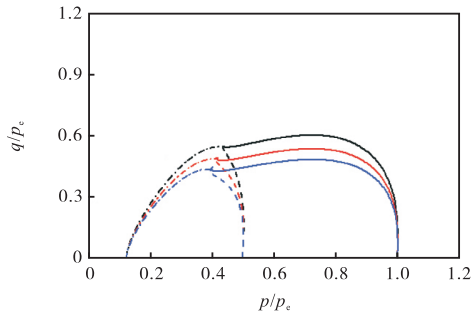
图 7 e_A 对于应力-应变特性的影响 ($m=0$)Fig.7 Effects of e_A on stress-strain behavior ($m=0$)

可以看出,相比现有模型的模拟结果,随着控制参数 e_A 增大,模型所表征的各向异性特性越来越明显,各向异性对于峰值剪应力的影响越来越显著。

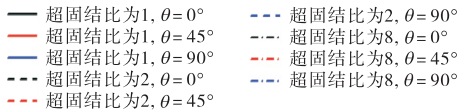
对于土体在不同初始围压即不同超固结比的情况下进行三轴不排水试验模拟,模拟结果如图8所示。



(a) 沉积角对应力-应变响应的影响



(b) 沉积角对应力路径的影响

图 8 沉积角对应力-应变特性的影响 ($m=0$)Fig.8 Effects of bedding angle on stress-strain behavior ($m=0$)

从图 8 中可以看出,超固结黏土亚塑性本构模型在不同超固结比的黏土不排水试验模拟中能够到达同一个临界状态点。将各向异性组构变量 A 引入到结构张量计算中后,当加载方向变化时,相比现有模型,改进的模型能够更好地反映出加载方向对于超固结黏土剪应力的影响。

2.2 组构演化方式

Li 等^[26]提出了一个较为简洁的组构演化公式,即

$$dF = \langle l \rangle k_f (n - F) \quad (25)$$

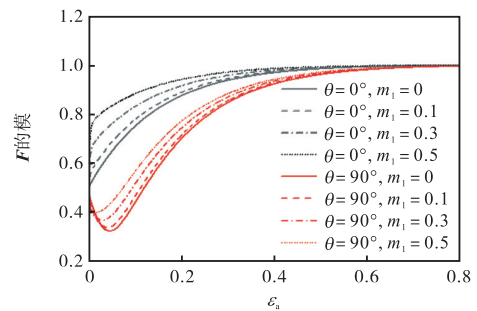
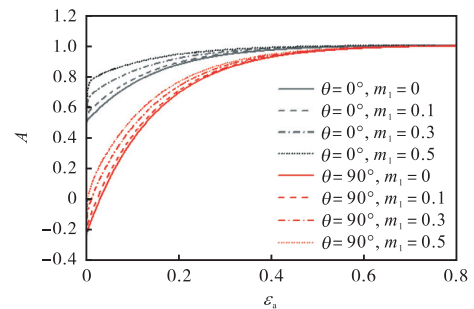
式中: l 为表示塑性剪应变大小的加载因子; k_f 为控制组构演化速率的参数。

受此方程启发,以往的各向异性亚塑性模型所采用的演化方程只考虑了应变率对于组构演化的影响。DEM 模拟表明^[15]:加载初期应力率对于组构演化的影响比较大;随着加载过程继续,应变率对于组构演化逐渐占据主导地位。因此,本文提出同时考虑应力率和应变率对组构演化影响的适用于亚塑性本构的组构演化方程,其可表达为

$$\dot{F} = m_1 \frac{\dot{s}}{p} + m_2 (n - F) |D_q| \quad (26)$$

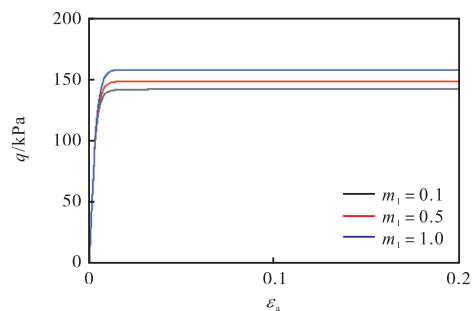
式中: s 为应力偏张量; m_1 为组构演化方程中控制应力率偏张量对于组构演化影响的参数; m_2 为组构演化方程中控制剪切应变率对于组构演化影响的参数。

m_1 对组构演化和应力-应变特性的影响如图 9 和图 10 所示。由图 9 可以看出,控制应力率偏张量对于演化影响的参数 m_1 越大,加载初期应力率偏张量对于组构演化的贡献越大。随着加载过程的继续,土体逐渐逼近临界状态,应力率偏张量 $\dot{s}$ 逐渐逼近 0,应力率偏张量对于演化的贡献越来越小,剪切应变率对于演化的贡献越来越大。达到临界状态时,应力率

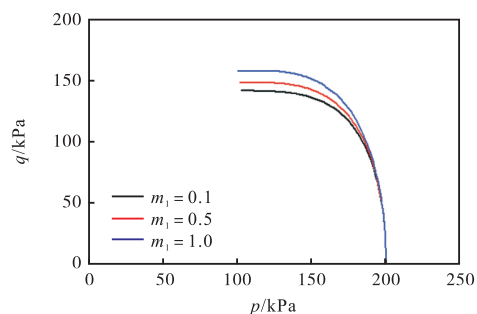
(a) m_1 对 F 的影响(b) m_1 对 A 的影响图 9 m_1 对组构演化的影响Fig.9 Effects of m_1 on fabric evolution

偏张量 $\mathbf{s}$ 为 $\mathbf{0}$, 组构张量 $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{n}$ 方向一致且大小相同, 组构各向异性变量 A 为 1.

通过图 10 可以看出, 随着 m_1 增大, 应力率张量对应力-应变响应的的影响越大, 峰值剪应力越大. 由于没有考虑 m_2 , 组构张量 $\mathbf{F}$ 并不能逼近加载方向 $\mathbf{n}$, 所以没有达到统一的临界状态.



(a) m_1 对应力-应变响应的的影响



(b) m_1 对应力路径的影响

图 10 m_1 对应力-应变特性的影响 ($m_2 = 0, \theta = 90^\circ$)

Fig.10 Effects of m_1 on stress-strain behavior ($m_2 = 0, \theta = 90^\circ$)

3 模型验证

3.1 超固结特性模拟验证

为验证模型对黏土超固结特性的再现效果, 采用 Cardiff 高岭土^[27]和文献[28]中高岭土 1 试验数据与模型预测结果进行对比. 模型参数如表 1 所示.

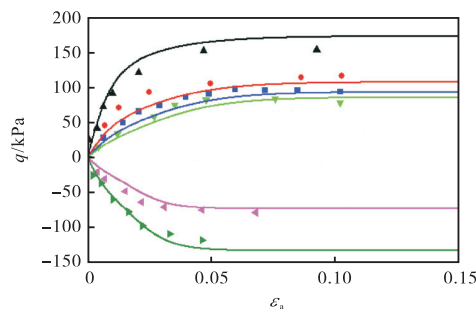
表 1 超固结黏土模型参数

Tab.1 Model parameters for overconsolidated clay

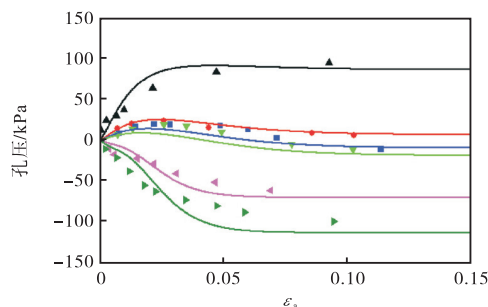
试样土类	φ_c/φ_c	λ^*	N	v_i	α
Cardiff 高岭土 ^[27]	26.5/22.0	0.06	0.98	0.8	0.2
高岭土 1 ^[28]	29.5/29.5	0.06	1.03	0.8	0.8

注: α 为控制黏土超固结程度表达的参数.

超固结比分别为 2、5、8 和 12 的 Cardiff 高岭土样进行了三轴不排水压缩试验, 超固结比分别为 6 和 10 的 Cardiff 高岭土样进行了三轴不排水拉伸试验, 其应力-应变、孔压试验数据与模型预测曲线对比如图 11 所示, 可见模型预测结果与试验数据吻合较好.



(a) Cardiff 高岭土应力-应变响应试验观测与模型预测对比



(b) Cardiff 高岭土孔压曲线试验观测与模型预测对比

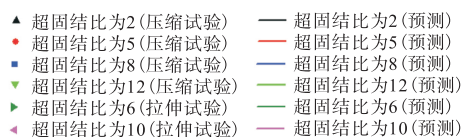


图 11 Cardiff 高岭土三轴不排水试验观测与模型预测对比

Fig.11 Comparison between observed and model predicted results of undrained triaxial tests on Cardiff Kaolin clay

高岭土 1 试样在 K_0 固结后进行三轴不排水剪切试验, 剪应力比 η_0 为 0.43, 超固结比分别为 1、2 和 4. 应力路径、应力-应变曲线试验数据与模型预测对比如图 12 所示, 可以看出, 模型对于不同超固结比下 K_0 固结剪切的模拟效果较好, 与试验数据具有较强的一致性, 说明模型能够描述各向异性固结的超固结土剪切行为.

3.2 各向异性特性模拟验证

为验证模型对黏土各向异性特性的再现效果, 采取了相关文献[29]中高岭土 2 和香港黏土^[30]的不排水试验数据与模型预测结果进行对比分析. 修正后的模型参数总计为 10 个, 其中包括 5 个基本参数即 $N, \lambda^*, \alpha, \varphi_c$ 和 v_i , N, λ^* 和 φ_c 与剑桥模型中的参数相同. 5 个用于描述各向异性的附加参数分别为 F, η, e_A, m_1 和 m_2 , 其中 F 表征土体各向异性程度, η 和 e_A 为各向异性控制参数, m_1 和 m_2 为组构演化速率控制参数. α 及各向异性参数由曲线拟合确定, 其余参数由参考文献[29]和[30]获得. 相关土体参数如表 2 所示.

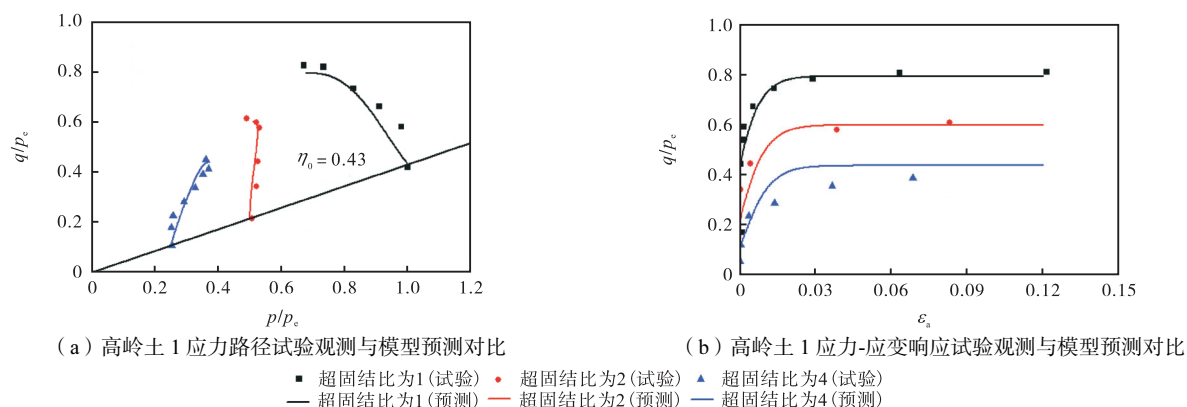


图 12 高岭土 1 三轴不排水试验观测与模型预测对比

Fig.12 Comparison between observed and model predicted results of undrained triaxial tests on Kaolin clay 1

表 2 各向异性超固结黏土模型参数

Tab.2 Model parameters for anisotropic overconsolidated clay

试样土类	φ_c	λ^*	N	v_i	α	e_A	χ	F	m_1	m_2
高岭土 2 ^[29]	29	0.12	0.91	1.0	0.3	2.2	0.2	0.8	0.6	0.8
香港黏土 ^[30]	37	0.12	1.14	0.2	0.6	15.0	0.8	0.7	0.3	2.0

图 13 对比了竖向加载和横向加载的高岭土 2 试验数据和改进模型预测曲线. 试样为轻超固结黏土, 先期固结压力为 250 kPa, 当前固结压力为 220 kPa, 超固结比为 1.14. 可以明显看出, 土体在竖向加载时

的最大峰值剪应力高于横向加载, 即沉积角为 90° 时, 土体抗剪强度下降. 改进模型预测的剪应力与试验结果吻合, 较好地表征出了土体的各向异性对剪切强度的影响.

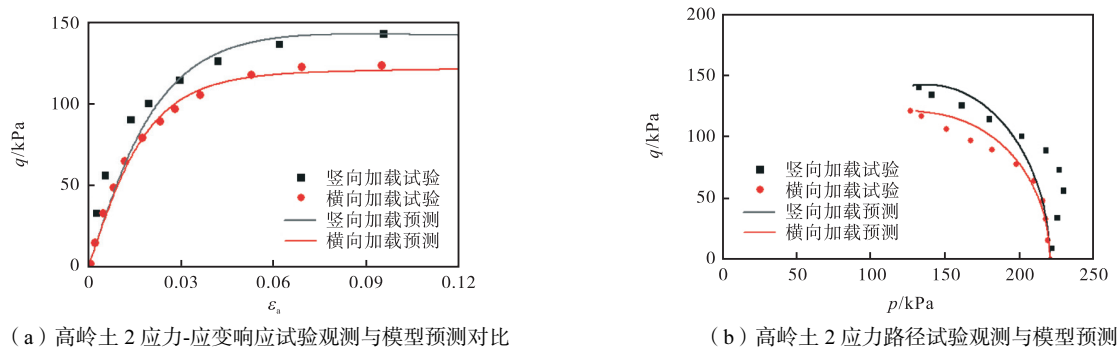


图 13 高岭土 2 三轴不排水试验观测与改进模型预测对比

Fig.13 Comparison between observed and model predicted results of undrained triaxial tests on Kaolin clay 2

改进模型进一步与香港黏土试验数据进行了对比, 如图 14 所示. 香港黏土为正常固结土, 摩擦角较大, 细粒含量和塑限含水率分别为 52% 和 22.7%. 在初始围压为 400 kPa 的条件下, 通过不排水剪切试验

得到了 5 组不同沉积角下的剪应变-归一化剪应力曲线, 见图 14. 通过数据可以看到, 当沉积角在 2° 到 67° 变化时, 归一化剪应力在持续减小, 但沉积角为 67° 时与沉积角为 90° 时的峰值剪切强度几乎没有区

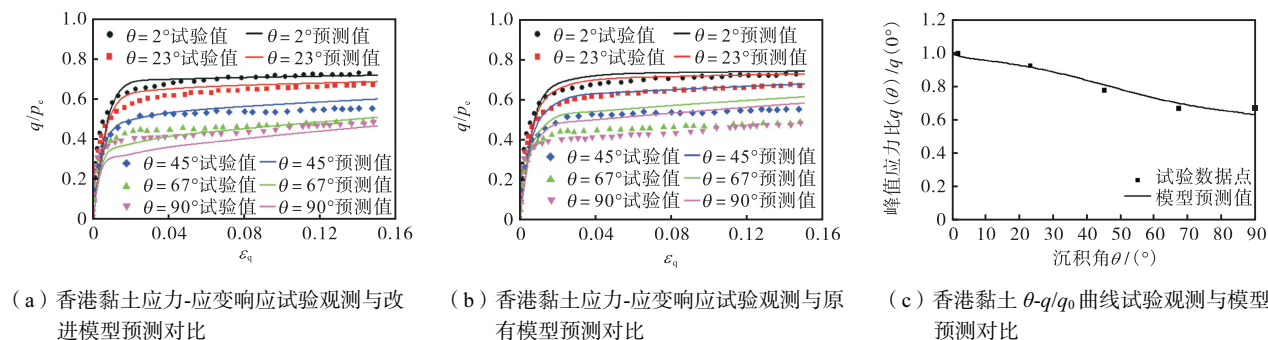


图 14 香港黏土三轴不排水试验观测与模型预测对比

Fig.14 Comparison between observed and model predicted results of undrained triaxial tests on Hong Kong clay

别. 模型预测结果与试验曲线吻合较好, 但模型预测的剪切强度随着沉积角的增大持续减小, 没有模拟出沉积角 67° 和沉积角 90° 时剪应力强度相同的现象. 模拟结果在沉积角为 67° 时预测值偏大, 而在沉积角为 90° 时预测结果偏小.

4 结 论

本文在超固结黏土的亚塑性模型基础上, 将组构各向异性变量融入结构张量的计算, 并把组构演化方程定义为应力率与应变率的函数, 实现了对初始各向异性及诱发各向异性的统一描述. 对超固结黏土的不排水试验模拟表明, 所建立各向异性超固结黏土亚塑性模型更为准确地预测了应力历史、加载方向对超固结黏土的应力-应变响应的影响. 本文的主要研究结论如下.

(1) 现有各向异性亚塑性模型无法较好模拟超固结黏土在不同沉积角下的剪切强度差异, 通过将组构各向异性变量 A 引入到结构张量计算中, 改进的亚塑性模型能够较好地再现超固结黏土各向异性.

(2) 在加载初期应力率张量对组构演化占主导地位, 随着加载过程继续, 剪切应变率对于组构演化的影响越来越重要, 尤其是在峰值应力之后.

(3) 与试验数据的对比表明, 改进的各向异性亚塑性模型能够较好地反映超固结黏土在不同沉积角下峰值剪应力的差异, 有效反映了初始各向异性及应力诱发各向异性对于超固结黏土应力-应变响应的影响.

参考文献:

- [1] Casagrande A, Carillo N. Shear failure of anisotropic materials[J]. Proceedings of the Boston Society of Civil Engineers, 1944, 31: 74-87.
- [2] Al-Karni A A, Al-Shamrani M A. Study of the effect of soil anisotropy on slope stability using method of slices[J]. Computers and Geotechnics, 2000, 26(2): 83-103.
- [3] Azami A, Pietruszczak S, Guo P. Bearing capacity of shallow foundations in transversely isotropic granular media[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, 34(8): 771-793.
- [4] Zdravkovic' L, Potts D M, Hight D W. The effect of strength anisotropy on the behaviour of embankments on soft ground[J]. Geotechnique, 2002, 52(6): 447-457.
- [5] Kolymbas D. A rate-dependent constitutive equation for soils[J]. Mechanics Research Communications, 1977, 4(6): 367-372.
- [6] Wu W, Bauer E. A simple hypoplastic constitutive model for sand[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1994, 18(12): 833-862.
- [7] Bauer E. Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials[J]. Soils and Foundations, 1996, 36(1): 13-26.
- [8] Wu W, Lin J, Wang X T. A basic hypoplastic constitutive model for sand[J]. Acta Geotechnica, 2017, 12(6): 1373-1382.
- [9] Mašin D. A hypoplastic constitutive model for clays[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2005, 29(4): 311-336.
- [10] Wang S, Wu W. A simple hypoplastic model for overconsolidated clays[J]. Acta Geotechnica, 2021, 16(1): 21-29.
- [11] Zhou Y, Shi Z B, Qian J G. An improved hypoplastic model incorporating intergranular strain for overconsolidated clay[C]// IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Shanghai, China, 2024.
- [12] Wu W. Rational approach to anisotropy of sand[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, 22(11): 921-940.
- [13] Yang Z X, Liao D, Xu T T. A hypoplastic model for granular soils incorporating anisotropic critical state theory[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2020, 44(6): 723-748.
- [14] He Y Q, Liao H J, Wu W, et al. Hypoplastic modeling of inherent anisotropy in normally and overconsolidated clays[J]. Acta Geotechnica, 2023, 18(12): 6315-6333.
- [15] Yang D S. Microscopic Study of Granular Material Behaviours Under General Stress Paths[D]. Nottingham: University of Nottingham, 2013.
- [16] Hu N. On Fabric Tensor-Based Constitutive Modelling of Granular Materials: Theory and Numerical Implementation[D]. Nottingham: University of Nottingham, 2014.
- [17] Hu N, Yu H S, Yang D S, et al. Constitutive modelling of granular materials using a contact normal-based fabric tensor[J]. Acta Geotechnica, 2020, 15: 1125-1151.
- [18] Yuan R, Yu H S, Yang D S, et al. On a fabric evolution law incorporating the effects of b -value[J]. Com-

- puters and Geotechnics, 2019, 105: 142-154.
- [19] Wu W, Kolymbas D. Numerical testing of the stability criterion for hypoplastic constitutive equations[J]. Mechanics Materials, 1990, 9(3): 245-253.
- [20] Wang S, Wu W. Validation of a simple hypoplastic constitutive model for overconsolidated clays[J]. Acta Geotechnica, 2021, 16(1): 31-41.
- [21] 姚仰平, 路德春, 周安楠, 等. 广义非线性强度理论及其变换应力空间[J]. 中国科学 E 辑: 工程科学 材料科学, 2004, 34(11): 1283-1299.
Yao Yangping, Lu Dechun, Zhou Annan, et al. Generalized nonlinear strength theory and transformed stress space[J]. Science in China, Series E: Engineering & Materials Science, 2004, 34(11): 1283-1299(in Chinese).
- [22] Wu W, Niemunis A. Failure criterion, flow rule and dissipation function derived from hypoplasticity[J]. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, 1996, 1(2): 145-163.
- [23] Kanatani K-I. Distribution of directional data and fabric tensors[J]. International Journal of Engineering Science, 1984, 22(2): 149-164.
- [24] Iwashita K, Oda M. Mechanics of Granular Materials: An Introduction[M]. London: CRC press, 2020.
- [25] Li X, Li X S. Micro-macro quantification of the internal structure of granular materials[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2009, 135(7): 641-656.
- [26] Li X S, Dafalias Y F. Anisotropic critical state theory: Role of fabric[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2012, 138(3): 263-275.
- [27] Banerjee P K, Stipho A S. Associated and non-associated constitutive relations for undrained behaviour of isotropic soft clays[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1978, 2(1): 35-56.
- [28] Banerjee P K, Yousif N B. A plasticity model for the mechanical behaviour of anisotropically consolidated clay[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1986, 10(5): 521-541.
- [29] Mitchell R J. Some deviations from isotropy in a lightly overconsolidated clay[J]. Géotechnique, 1972, 22(3): 459-467.
- [30] Kumruzzaman M, Yin J H. Influences of principal stress direction and intermediate principal stress on the stress-strain-strength behaviour of completely decomposed granite[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, 47(2): 164-179.

(责任编辑: 武立有)