钢筒内置可更换橡胶穿心式摩擦阻尼器滞回特性及其在自复位桥墩中的应用

刘正楠，唐佳伟，张维科，陈兴冲，马华军

（兰州交通大学 土木工程学院，兰州 730070）

摘　要：兼顾阻尼器的经济性及震后可更换性，提出了由高强螺栓、钢套筒、活动挡板、固定挡板、钢拉杆及可更换橡胶组成的铜筒内置可更换橡胶穿心式摩擦阻尼器（SPRFD），并介绍其基本构造及工作原理。通过往复加载试验，考察了不同预紧力下阻尼器滞回曲线的变化规律，分析了不同加载位移下的滞回反应特征、等效刚度及等效阻尼比的变化规律，获得了可更换橡胶的摩擦损伤特征；将SPRFD应用于铁路自复位桥墩中，通过往复加载分析研究了其抗震性能。结果表明：在较小的预紧力下，阻尼器的滞回性能稳定，滞回曲线具有刚塑性模型的特征；随着预紧力的增大，往复循环及大位移加载均会因橡胶损伤导致阻尼力减小，滞回曲线具有弹塑性模型的特征。整个加载过程中，阻尼器具有较稳定的等效黏滞阻尼比。不同预紧力的SPRFD对自复位桥墩滞回曲线的影响不同，预紧力的大小影响滞回曲线卸载刚度的变化，预紧力越大，滞回曲线越捏拢，提供给自复位桥墩的抗侧强度越大。

关键词：桥梁与隧道工程；摩擦阻尼器；滞回行为；自复位桥墩；抗震性能

中图分类号：U443.22　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1671-5497(2026)02-0407-09

DOI：10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240758

Hysteresis characteristic of the friction damper with replaceable rubber in steel pipe and its application in self-centering bridge pier

LIU Zheng-nan，TANG Jia-wei，ZHANG Wei-ke，CHEN Xing-chong，MA Hua-jun

（*School of Civil Engineering*，*Lanzhou Jiaotong University*，*Lanzhou* 730070，*China*）

Abstract：Considering the economy of the damper and the replaceability after the earthquake，the friction damper with replaceable rubber in steel pipe（SPRFD）composed of high-strength bolts，steel pipe，movable baffles，fixed baffles，steel tie rods，and replaceable rubbers was proposed，and its basic structure and working principle were introduced. Through reciprocating loading test，the change rule of the hysteresis curve of the damper under different preloads were investigated，the change rule of the hysteresis response characteristics，equivalent stiffness and equivalent damping ratios under different loading displacements were analyzed，and the friction damage characteristic of the replaceable rubber was obtained. The seismic performance of railway self-centering bridge pier equipped with SPRFD was investigated

收稿日期：2024-07-09.

基金项目：国家自然科学基金项目（52178142）；甘肃省科技计划项目（23JRRA1807）；天佑博士后科学基金项目（TYBSH_KJ_202304）.

作者简介：刘正楠（1993-），男，副教授，博士. 研究方向：桥梁抗震. E-mail：zhengnan_liu@sina.com

through cyclic loading analyses. The results showed that the hysteresis performance of the damper was stable under the smaller preload, and the hysteresis loop had the characteristics of rigid-plastic model; As the preload increasing, the reciprocating cycle and large displacement loading decreased the damping force causing by rubber damage, and the hysteresis loop had the characteristics of elastic-plastic model. During the whole loading process, the dampers had a relatively stable equivalent viscous damping ratio. SPRFD with different preload had different effects on the hysteresis curve of the self-centering bridge piers. The value of the preload affected the unloading stiffness of hysteresis curve. The hysteresis curve had an obvious pinching under the larger preload. The larger preload helped the self-centering bridge pier enhance lateral strength.

Key words: bridge and tunnel engineering; friction damper; hysteresis behavior; self-centering bridge pier; seismic performance

0 引 言

摇摆自复位桥墩是在墩底设置提离界面,切断地震能量传播路径,并辅以耗能装置及预应力钢筋,以提升抗震韧性的桥梁支承结构。摇摆自复位桥墩中,预应力钢筋提供自复位能力,耗能装置发挥耗能作用。这类结构在往复荷载作用下的滞回曲线具有典型的"旗帜型"特征,耗能装置则是决定"旗帜型"几何特征的重要元件[1,2]。因此,国内外有较多学者针对自复位桥墩耗能装置的研发开展了有益的探索。

低碳钢具有屈服点低、塑性变形能力好的特点,如角钢、钢板、耗能钢筋等,是性能稳定的耗能元件[3-5],但将其外置于自复位桥墩时,易出现压屈等问题。带屈曲约束的耗能装置可克服上述缺点[6],但将其作为摇摆自复位桥墩的耗能元件是不经济的。常见的黏滞阻尼器[7]、铅挤压阻尼器[8]、型钢剪切型阻尼器[9,10]等阻尼耗能能力强,已被证实在自复位桥墩中具有良好的应用效果,但不足之处在于服役期内维养成本较高。摩擦型阻尼器利用元件之间相互滑动或转动产生的摩擦力做功实现耗能。文献[11]提出一种方形转动摩擦阻尼器,利用钢连接件铰接位置处摩擦片在阻尼器转动时产生的摩擦实现耗能;文献[12]提出的U-T坡面变摩擦阻尼器,主要由剖面呈T形的凸棱部件和剖面呈U形的凹槽部件组成,试验证明U-T坡面机构可以实现变摩擦阻尼力。除了钢构件之间的摩擦滑移可以产生耗能外,橡胶与钢板界面也可产生相对稳定的摩擦力。左恒等[13]提出了一种内置橡胶和碟簧的钢管橡胶摩擦阻尼器,通过拟动力试验获得了不同扭矩、加载速率及位移幅值下的摩擦力变化规律,并建立了理论恢复力模型;曾传旺等[14]提出了由摩擦压片、橡胶层、摩擦钢板及紧固螺栓组成的挤压型摩擦阻尼器。试验研究发现,橡胶层厚度及螺栓扭矩影响阻尼力及摩擦负荷,阻尼器滞回曲线饱满,具有良好的耗能能力。以上关于阻尼器的研究重点探索了其抗震性能,且主要面向建筑结构减震加固领域。然而,实际工程中,生产成本低、施工便捷性也是阻尼器选型的重要依据。鉴于橡胶材料具有上述特征,本文提出一种钢筒内置可更换橡胶穿心式摩擦阻尼器,将其作为自复位桥墩的耗能元件。该构件成本低廉、便于施工、易于维养更换。通过往复加载试验获取其滞回性能及破坏特征,并将其应用于铁路自复位桥墩,开展抗震性能研究。

1 SPRFD的基本构造及工作机理

SPRFD的基本构造如图1所示,主要由高强螺栓、钢套筒、活动挡板、固定挡板、钢拉杆(内置和外置)及可更换橡胶组成。外置钢拉杆与钢套筒连接,内置钢拉杆与固定挡板连接,带动橡胶与

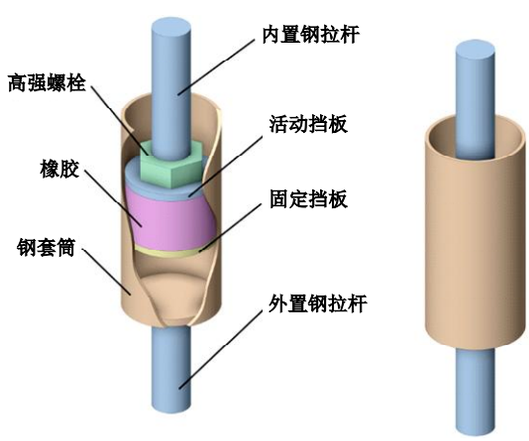

图1 SPRFD的基本构造

Fig. 1 Basic structure of SPRFD

钢套筒侧壁产生摩擦,橡胶置于活动挡板与固定挡板之间,通过活动挡板侧的高强螺栓施加预紧力。本文提出的阻尼器构造简单、加工成本低,且橡胶损伤后易于更换,是一种经济适用的耗能装置。

SPRFD在承受荷载前施加预紧力,利用橡胶材料的超弹性性能,在轴向预紧力作用下发生侧向膨胀,与钢套筒内壁相互挤压。在轴向荷载作用下,接触界面通过摩擦耗能,为结构体系提供一定的阻尼力。

2　SPRFD的抗震性能试验

2.1　试验概况

根据阻尼器的构造设计及工作原理,本文加工制作了4组模型试件。其中,模型试件的钢套筒内径为64 mm,内外置钢拉杆直径为32 mm,摩擦橡胶厚度为50 mm,内外径分别为32、64 mm,活动挡板的内外径与摩擦橡胶一致,固定挡板的外径为64 mm。摩擦耗能装置的预紧力通过扭力扳手转动高强螺栓施加,钢构件均采用Q345钢材,所选橡胶为天然橡胶,硬度75(邵氏A),拉伸强度15 MPa。采用万能试验机对阻尼器进行位移控制加载,如图2所示,加载位移分别为5、10、15、20、30、40、50、60mm,每次加载3个循环。试验共设定4个工况,分别考虑不同的预紧力(100、150、200、300 N•m)。为便于描述,本文将试件的名称定义为"R64-50-预紧力"。

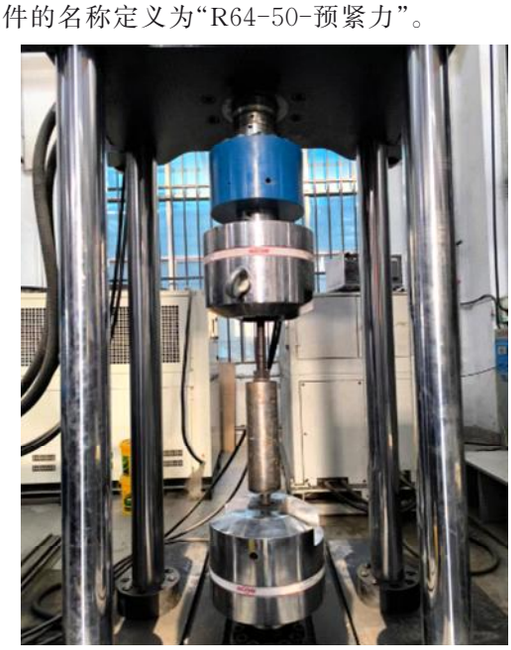

图2　试验加载装置

Fig. 2　Test loading device

2.2　滞回曲线及损伤特征

图3为不同预紧力下阻尼器的力-位移关系曲线。随着预紧力的增加,滞回曲线的形状逐渐发生变化。当预紧力为100 N•m时,滞回曲线的形状接近于刚塑性模型;当预紧力从150 N•m逐渐增加至300 N•m时,滞回曲线的形状逐渐发生变化,且预紧力越大,滞回曲线的形状变化越显著。随着加载位移的增大,滞回曲线的形状逐渐过渡至弹塑性模型,且阻尼力不断减小;预紧力越

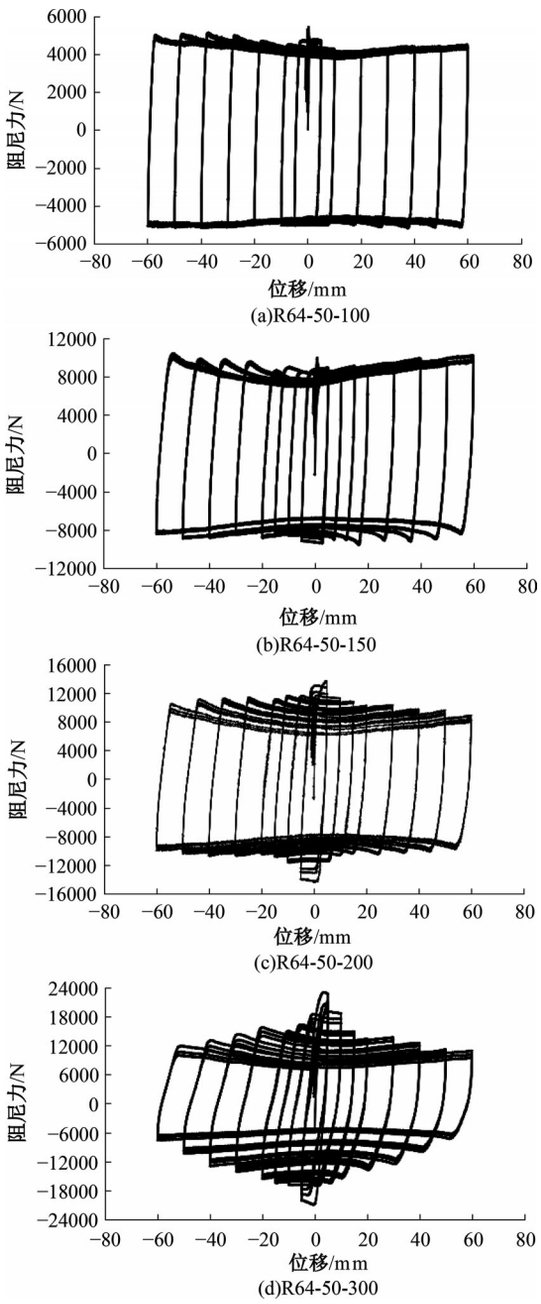

图3　不同预紧力下阻尼器的力-位移曲线

Fig. 3　Force-displacement curves of dampers under different preloading forces

大,往复循环后阻尼力的减小越明显,即阻尼力的衰减速率随着预紧力的增大而增大。

图4为R64-50-100试件在部分加载位移下的滞回环。在5 mm的加载位移下,阻尼器起滑后的阻尼力保持恒定,滞回环接近弹塑性;在10 mm的加载位移下,阻尼器起滑后的阻尼力突然降低,然后趋于稳定;当加载位移超过10 mm时,阻尼力随着位移的增大呈上升趋势,且在最大位移附近,滞回曲线由"圆弧角"变为"棱角"。因此,当预紧力较小时,随着加载位移的增大,滞回环从弹塑性过渡到刚塑性。

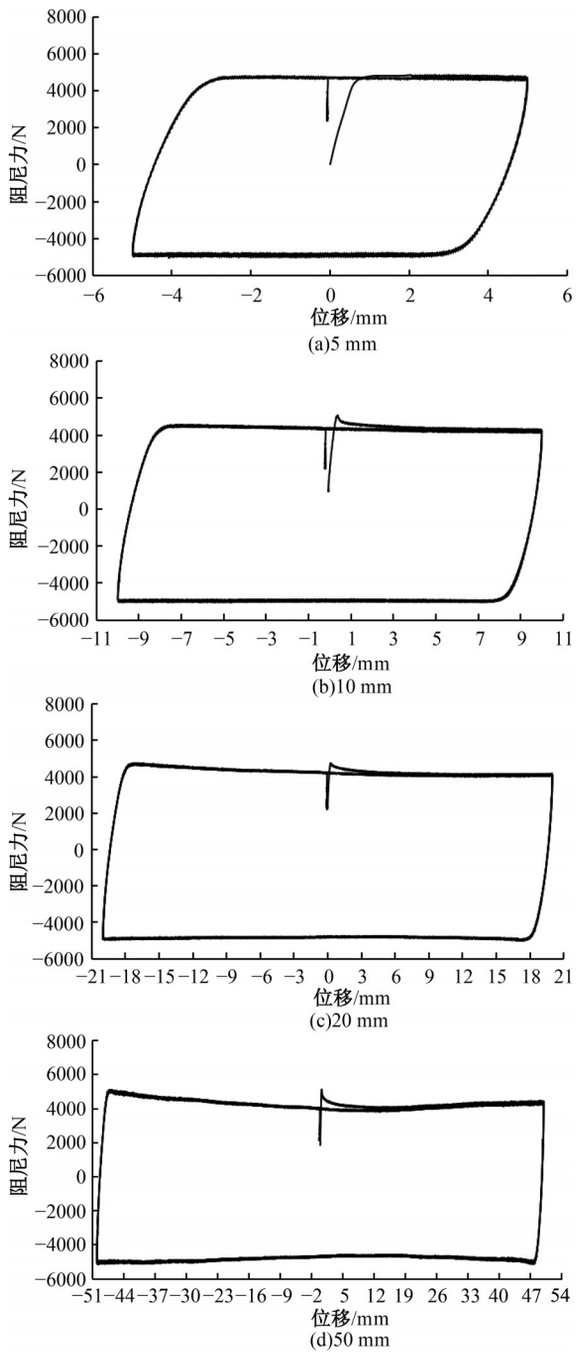

图4 100 N·m预紧力下阻尼器的滞回环

Fig. 4 Hysteresis loop of damper under preloading forces with 100 N·m

图5为试验加载结束后橡胶的磨损状况,预紧力较小的试件橡胶磨损较小,而预紧力较大的试件橡胶出现了较为明显的磨损情况,磨损区域集中在橡胶的边缘处。其中,预紧力较大的试件在同一控制位移下也会因磨损使阻尼力减小,且位移越大阻尼力损失越显著。试验结束后,阻尼器内部有橡胶摩擦产生的碎屑,钢套筒管壁的温度高于试验加载前。

(a)**磨损情况对比**

(b)**磨损细节**

图5 阻尼器中橡胶的磨损

Fig. 5 Rubber wear of damper

图6(a)为加载位移达到60 mm,预紧力分别为100、150 N•m时,阻尼器的滞回环比较。当预紧力为100 N•m时,3次循环加载过程中,阻尼力保持恒定;当预紧力为150 N•m时,阻尼力在第一次循环后有下降,但在第二次和第三次循环过程中降低不明显,且依旧高于预紧力为100 N•m对应的阻尼力。图6(b)为加载位移达到60 mm,预紧力分别为200、300 N•m时,阻尼器的滞回环比较。当预紧力为200 N•m时,阻尼力在3次循环中逐渐减小;当预紧力增加至300 N•m时,每次循环后的阻尼力均有减小,3次循环后的阻尼力值低于预紧力为200 N•m对应的值。由加载位移为60 mm的滞回环分析结果可知,当预紧力较大时,阻尼器在等位移循环过程中的阻尼力衰减更显著。

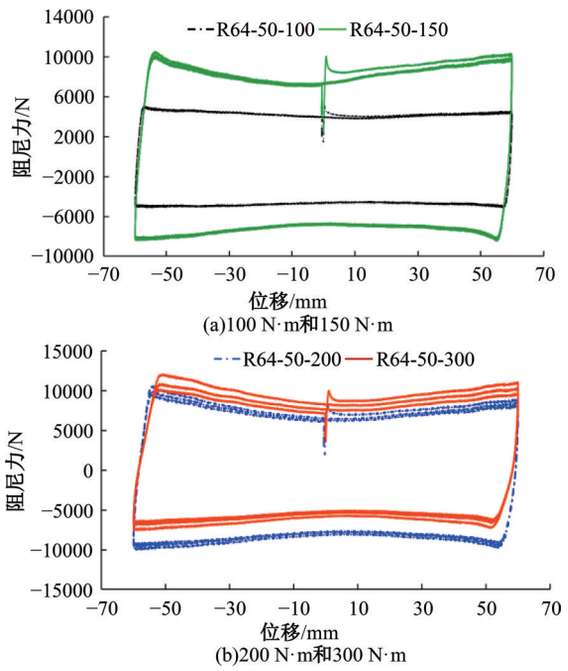

图 6　最大加载位移下滞回环的比较

Fig. 6　Comparison of hysteresis loops under maximum loading displacement

2.3　割线刚度及等效阻尼比

针对阻尼器的力学性能,主要选用割线刚度、滞回耗能及等效黏滞阻尼比作为关键参数进行分析。割线刚度 K 的计算公式如式(1)所示:

$$K=\frac{F_{\max}-F_{\min}}{D_{\max}-D_{\min}} \tag{1}$$

式中:$F_{\max}$ 与 $F_{\min}$ 分别为最大与最小阻尼力;$D_{\max}$ 与 $D_{\min}$ 分别为最大与最小位移。

等效黏滞阻尼比的计算公式如式(2)所示:

$$\xi_{\mathrm{eq}}=\frac{W}{2\pi KD_{\max}^{2}} \tag{2}$$

式中:W 为每周循环加载的耗能大小。

图 7 为阻尼器在不同加载位移下的割线刚度。随着加载位移的增加,割线刚度整体呈下降趋势,当加载位移达到 60 mm 时,4 组试件阻尼器的割线刚度趋于一致;预紧力越大,割线刚度越大,刚度下降越快。图 8 为阻尼器在不同加载位移下的等效黏滞阻尼比。等效黏滞阻尼比在整个加载过程中基本趋于稳定,不同加载位移下等效黏滞阻尼比拟合曲线的斜率均趋于零,说明阻尼器在往复荷载作用下可提供稳定的阻尼。图 9 为阻尼器在不同加载位移下的滞回耗能。随着加载位移的增加,阻尼器的耗能能力不断提高,且预紧力越大,阻尼器的耗能能力越大。由于预紧力较大的阻尼器在往复荷载作用下内部橡胶发生摩擦损伤,其耗能能力在加载后期增长缓慢。

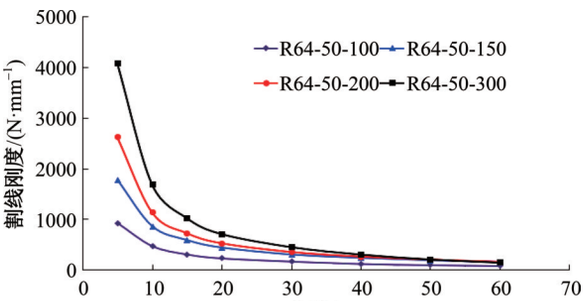

图 7　割线刚度比较

Fig. 7　Comparison of secant stiffness

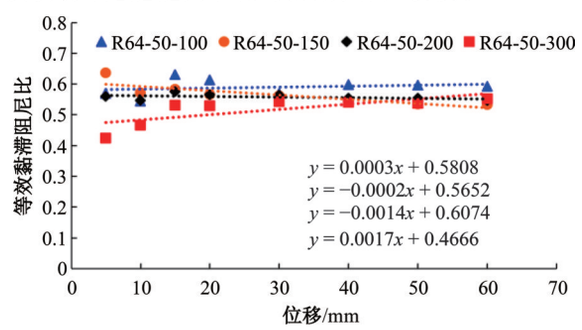

图 8　等效黏滞阻尼比比较

Fig. 8　Comparison of equivalent viscous damping ratio

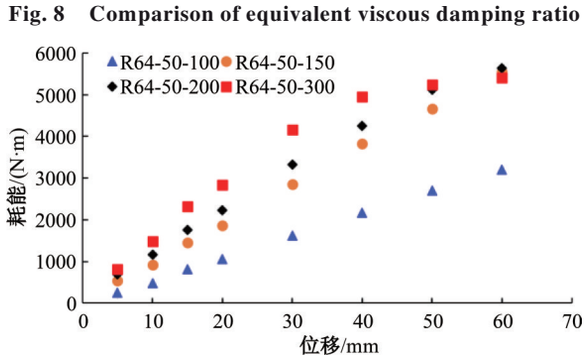

图 9　耗能能力的比较

Fig. 9　Comparison of energy consumption capacity

阻尼器的预紧力对其滞回特性有明显的影响。研究表明,不同预紧力下阻尼器的滞回性能均较为稳定,在实际应用中可以结合经济性、安装便捷性调整阻尼器的数量。需要说明的是,试验设计中仅考虑预紧力变化的影响,以获得阻尼器的滞回特征和损伤特性。不同钢筒直径、橡胶层厚度等几何参数对抗震性能影响的量化研究,将根据实际工程应用需求进一步开展。

2.4　SPRFD 的简化分析模型

基于 OpenSees 平台建立阻尼器的简化分析模型,采用 Two Node Link Element 进行模拟,并结合 Bouc-Wen 材料模型模拟 SPRFD 的滞回曲

线。其中,Bouc-Wen模型可以较好地考虑阻尼器在往复加载过程中的强度退化及刚度退化效应。简化分析模型的计算结果与试验滞回曲线对比如图10所示,数值计算结果和试验滞回曲线吻合较好。需要说明的是,当预紧力较大时,加载过程中阻尼力的增大效应在Bouc-Wen模型中未能体现,但是阻尼力在反复加载过程中的退化效应可以较好地反映。

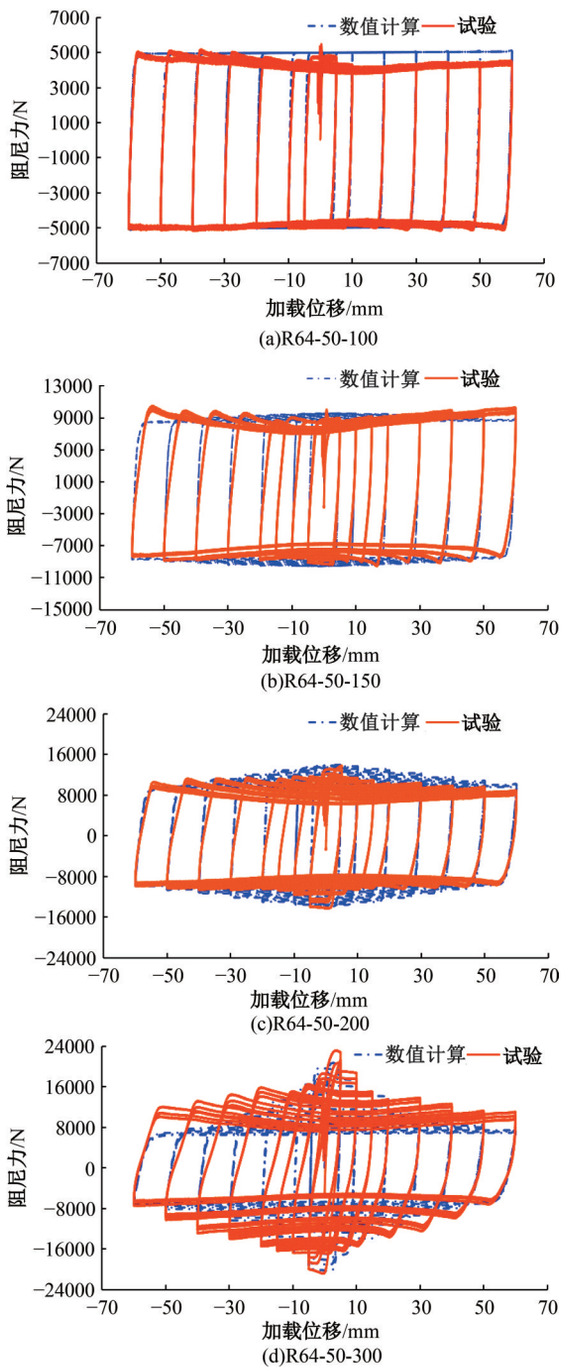

图10 数值计算和试验结果的比较

Fig. 10 Comparison of numerical calculations and experimental results

3 SPRFD在铁路自复位桥墩中的应用

3.1 配置SPRFD的铁路自复位桥墩

鉴于SPRFD在往复循环荷载下具有较稳定的耗能能力,将其应用于铁路自复位桥墩中,开展抗震性能研究。本文以课题组已完成的自由摇摆铁路自复位桥墩试验模型为研究对象,如图11所示[15],可以看出,试验中加台与承台间提离现象明显,因此将阻尼器的外置钢拉杆固定于加台侧面、承台顶部,内置钢拉杆与加台顶部固定,作为外置耗能元件,并配置预应力钢筋,以提供自复位能力。

(a)自由摇摆自复位桥墩

(b)试验中加台与承台的分离现象

图11 自由摇摆桥墩拟静力试验

Fig. 11 Pseudo-static test of free-swinging bridge piers

3.2 数值分析模型

采用OpenSees平台建立配置SPRFD的铁路自复位桥墩分析模型,基本设计信息如图12所示。桥墩采用弹性梁柱单元模拟,承台及加台采用刚臂单元模拟。无粘结预应力钢筋采用Truss单元配合Elastic-PP单轴材料模拟,通过设置压应变及初始应变实现其仅受拉特性及预加力的模拟。SPRFD采用Two Node link单元配合Bouc-

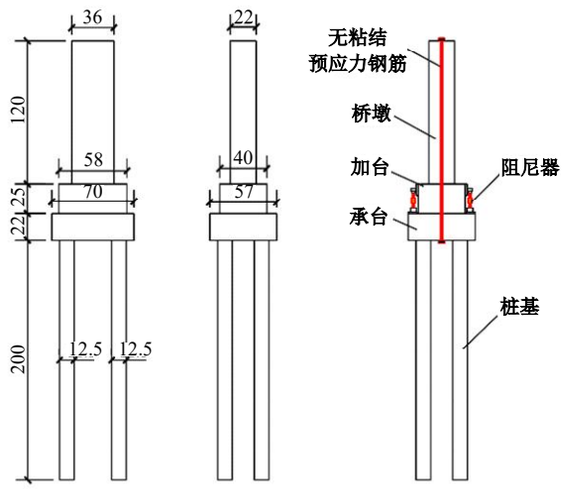

图 12　摇摆-自复位桥墩的设计信息(单位:cm)

Fig. 12　Design information of swinging self-centering bridge piers (unit: cm)

Wen材料模拟。SPRFD顶部节点与承台采用刚臂单元连接,以实现变形协调。墩顶竖向力为36 kN,配置两根直径为12.7 mm的钢绞线,初始预张拉力为100 kN,对应抗拉强度标准值为1 860 MPa。

接缝处仅受压特性通过设置零长度接触单元配合Elastic-No Tension单轴材料模拟。其中,界面提离弹簧的刚度按照文献[16]方法计算,模拟铁路自复位桥墩的准确性已通过试验验证,如图13所示。

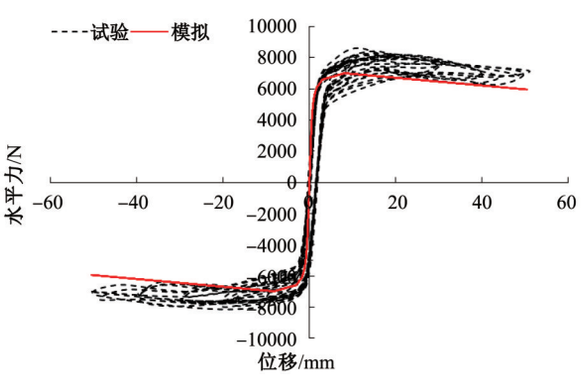

图 13　试验与模拟结果对比

Fig. 13　Comparison of experiment and simulation results

3.3　抗震性能分析

配置SPRFD的铁路自复位桥墩在往复荷载作用下的滞回曲线如图14所示。该滞回曲线具有明显的"旗帜型"特征,且具有稳定的耗能能力。配置R64-50-100型、R64-50-150型、R64-50-200型阻尼器的自复位桥墩滞回曲线卸载刚度变化较为明显,即从较大的刚度突变为较小刚度,随后逐

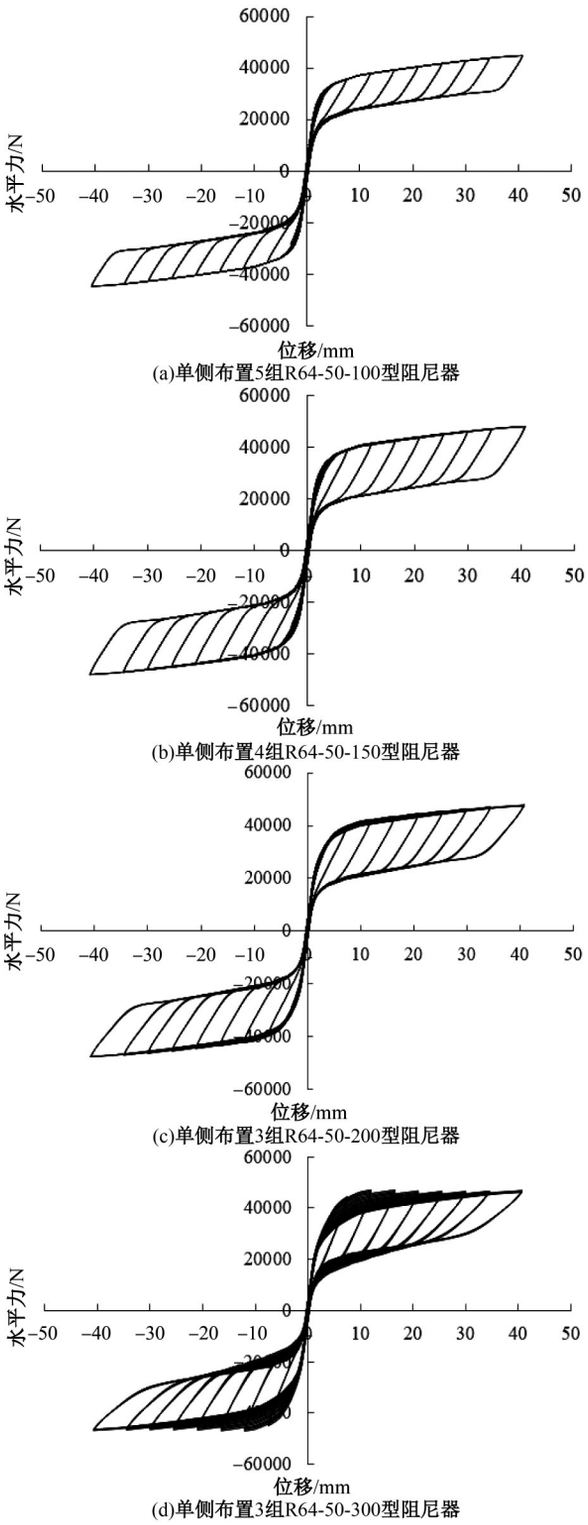

图 14　配置SPRFD的铁路自复位桥墩滞回曲线

Fig. 14　Hysteresis curve of railway self-centering bridge piers with SPRFD

渐增大;而配置R64-50-300型阻尼器的自复位桥墩滞回曲线卸载刚度变化较为平缓。可见,配置不同型号阻尼器的自复位桥墩滞回曲线变化规律有所不同。当预紧力较小时,阻尼器中摩擦橡胶

的累积损伤较小,初始卸载刚度较大;当预紧力较大时,阻尼器中摩擦橡胶的累积损伤较大,滞回曲线趋向弹塑性模型发展,且阻尼力随加载位移的退化更为明显。尽管预应力钢筋提供的屈服后刚度较小,但阻尼器力学性能的变化对自复位桥墩滞回曲线的影响较为显著。

图15为配置不同型号SPRFD的自复位桥墩滞回曲线对比。单侧配置5组R64-50-100型阻尼器桥墩的耗能能力小于单侧配置4组R64-50-150型阻尼器桥墩,单侧配置3组R64-50-200型阻尼器桥墩和单侧配置4组R64-50-150型阻尼器桥墩的耗能能力接近。尽管在加载后期,阻尼器因摩擦累积损伤导致阻尼力降低,使得自复位桥墩耗能能力有所减弱,但与单侧配置3组R64-50-200型阻尼器的桥墩相比,单侧配置3组R64-50-300型阻尼器的桥墩对桥墩抗侧强度更为有效。

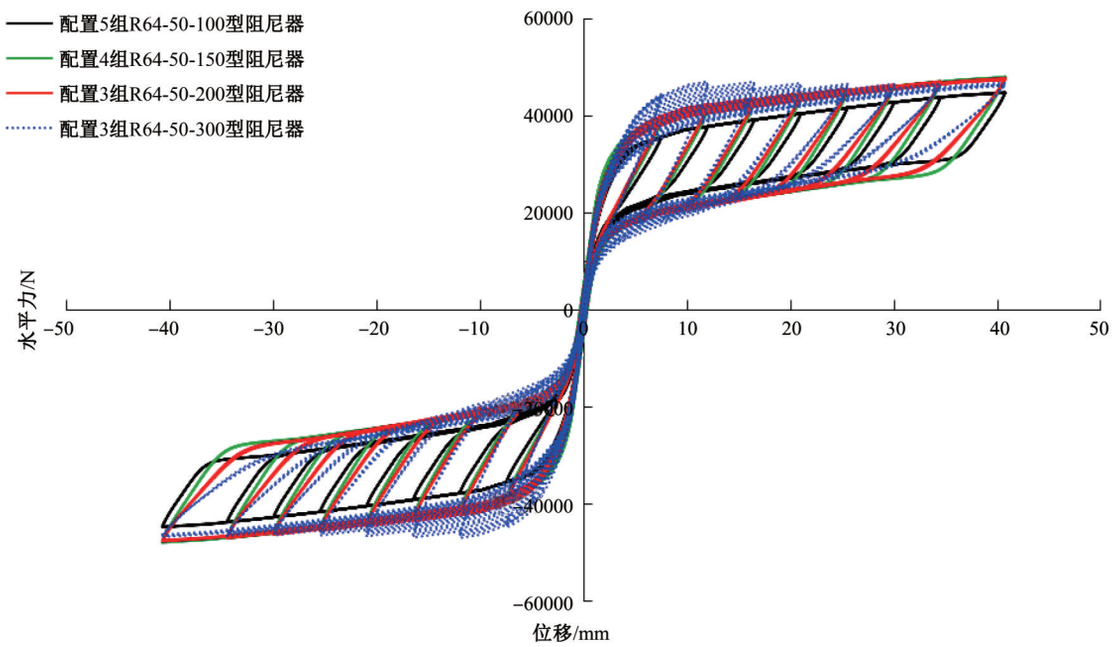

图15 配置SPRFD的铁路自复位桥墩滞回曲线对比

Fig. 15 Comparison of hysteresis curves of railway self-centering bridge piers with SPRFD

4 结 论

(1)SPRFD的损伤发展与预紧力、加载位移有关。往复荷载作用下,随着预紧力的增大,橡胶的摩擦损伤增加,其损伤主要集中在橡胶的边缘处,且钢套筒内部产生橡胶碎屑。

(2)SPRFD的滞回曲线具备刚塑性模型及弹塑性模型的特征,阻尼力会因橡胶摩擦损伤而降低。阻尼力变化特征与螺栓预紧力相关,预紧力越小阻尼力越稳定,预紧力越大阻尼力衰减越明显。同等加载位移下,预紧力越大阻尼力衰减越明显。

(3)SPRFD的割线刚度与螺栓预紧力的大小呈正相关,且具备稳定的等效黏滞阻尼比。考虑加载过程中阻尼力的退化效应,可采用Bouc-Wen模型模拟钢筒内置可更换橡胶穿心式摩擦阻尼器的滞回特征。

(4)配置较小预紧力SPRFD的自复位桥墩具备稳定的滞回耗能能力,但需要的阻尼器数量较多。预紧力较大的阻尼器尽管存在阻尼力衰减现象,但可为自复位桥墩提供更大的抗侧强度。

参考文献:

[1] Zhang P, Li S L, Liu Z L, et al. Hysteretic behavior degeneration mechanism and damage evaluation of self-centering bridge pier system[J]. Engineering Structures, 2022, 270: 114895.

[2] 江辉, 李新, 白晓宇. 桥梁抗震结构体系发展述评:从延性到韧性[J]. 吉林大学学报:工学版, 2023, 53(6): 1550-1565.
Jiang Hui, Li Xin, Bai Xiao-yu. Review on development of bridge seismic structural systems: From ductility to resilience[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2023, 53(6): 1500-1565.

[3] 孙治国, 赵泰儀, 王东升, 等. 基于RSC体系的双层桥梁排架墩地震损伤控制设计[J]. 中国公路学

报, 2020, 33(3): 97-106.
Sun Zhi-guo, Zhao Tai-yi, Wang Dong-sheng, et al. Seismic damage control design for double-deck bridge bents based on rocking self-centering system [J]. China Journal of Highway and Transport, 2020, 33(3):97-106.

[4] 王城泉, 宗延威, 孙苗苗, 等. 外置拱形耗能装置的节段拼装钢管混凝土桥墩抗震性能分析[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2024, 55(2): 690-705.
Wang Cheng-quan, Zong Yan-wei, Sun Miao-miao, et al. Seismic performance analysis of sectional assembled steel pipe concrete pier of external arch energy-consuming links[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2024, 55(2): 690-705.

[5] 韩冰, 何一宽, 解会兵, 等. 多级耗能后张预应力筋预制节段墩的抗震性能分析[J]. 东南大学学报:自然科学版, 2024, 54(3): 549-558.
Han Bing, He Yi-kuan, Xie Hui-bing, et al. Analysis on seismic performance of precast segmental pier with multi-stage energy dissipation post tensioned tendons[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2024, 54(3): 549-558.

[6] 金双双, 李盈开, 周建庭, 等. 全装配式自复位防屈曲支撑滞回模型及其性能试验研究[J]. 工程力学, 2022, 39(7): 49-57.
Jin Shuang-shuang, Li Ying-kai, Zhou Jian-ting, et al. Hysteresis model and experimental investigation of assembled self-centering bucking-restrained braces [J]. Engineering Mechanics, 2022, 39(7): 49-57.

[7] Zhou Y L, Han Q, Du X L, et al. Additional viscous dampers for double-column rocking bridge system: Seismic response and overturning analysis[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, 141: 106504.

[8] 石岩, 钟正午, 秦洪果, 等. 装配铅挤压阻尼器的摇摆-自复位双柱墩抗震性能及设计方法[J]. 工程力学, 2021, 38(8): 166-177.
Shi Yan, Zhong Zheng-wu, Qin Hong-guo, et al. Seismic performance and corresponding design method of rocking self-centering bridge bents equipped with lead-extrusion dampers[J]. Engineering Mechanics, 2021, 38(8): 166-177.

[9] Cai X N, Zhu Y Z, Wang J J, et al. Seismic behavior of self-centering precast segmental bridge piers with external auxetic steel shear panel dampers[J]. Structures, 2023, 58: 105647.

[10] Gui S H, Long X H, Ma Y T, et al. Study on hysteretic behavior of self-centering double-column pier with energy dissipation link beam[J]. Structures, 2024, 61: 106092.

[11] 闫丽娟, 张春巍. 方形转动摩擦阻尼器工作原理及滞回性能研究[J]. 地震工程与工程振动, 2023, 43(6): 112-118.
Yan Li-juan, Zhang Chun-wei. Research on working principle and hysteretic performance of square rotating friction damper[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2023, 43(6): 112-118.

[12] 李澈, 张健豪, 王兵, 等. U-T坡面变摩擦阻尼器力学性能及减震效果研究[J]. 建筑结构学报, 2024, 45(6): 97-106.
Li Che, Zhang Jian-hao, Wang Bing, et al. Research on mechanical performance and seismic energy dissipation effect of U-T slope variable friction damper[J]. Journal of Building Structures, 2024, 45(6): 97-106.

[13] 左恒, 张龙飞, 陶忠, 等. 一种新型钢管橡胶摩擦耗能器试验研究[J]. 建筑结构, 2020, 50(1): 118-121.
Zuo Heng, Zhang Long-fei, Tao Zhong, et al. Experimental study on a new type of steel tube rubber friction energy dissipater[J]. Building Structure, 2020, 50(1): 118-121.

[14] 曾传旺, 袁维娜, 黄兆明, 等. 橡胶型摩擦阻尼器的性能研究[J]. 橡胶工业, 2020, 67(1): 52-56.
Zeng Chuan-wang, Yuan Wei-na, Huang Zhao-ming, et al. Performance study of rubber type friction dampers[J]. Rubber Industry, 2020, 67(1): 52-56.

[15] 马华军. 铁路桩基础桥墩墩底摇摆隔震机理及抗震设计方法研究[D]. 兰州: 兰州交通大学土木工程学院, 2019.
Ma Hua-jun. Research on rocking isolated mechanism of the railway bridge pier with pile foundation and its seismic design method[D]. Lanzhou: School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong Univeristy, 2019.

[16] 夏修身. 铁路高墩抗震设计方法研究[D]. 兰州:兰州交通大学土木工程学院, 2012.
Xia Xiu-sheng. Research on seismic design of tall piers for railway bridges[D]. Lanzhou: School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, 2012.