 DOI: https://doi.org/10.12349/edc.v8i6.10628

Research Progress on Tunnel Lining Deformation Prediction Models Based on Physical Mechanisms: From Analytical Solutions to Multi-field Coupling

Chaojian Ziao

Chongqing Jiaotong University, Nanchang, Jiangxi, 400074, China

Abstract

Tunnel lining deformation prediction is crucial for the safety of underground engineering throughout its entire lifecycle. Unlike purely data-driven approaches, physics-based prediction models elucidate the rock-support interaction (RSI) mechanism through mechanical control equations. This paper reviews the current research status of physical prediction models domestically and internationally. First, it summarizes classical analytical and semi-analytical models, including the convergence-constraint method foundation, Einstein-Schwartz solutions, and angle-conservation transformation techniques. Second, it examines rheological physical models incorporating time effects, analyzing the application of viscoelastic constitutive equations and displacement-based inverse analysis techniques for long-term deformation prediction. Finally, it highlights the integration trends between physical models and emerging technologies, indicating that future research will focus on multi-field coupling under complex geological conditions and intelligent prediction driven by both data and physical principles, providing a theoretical foundation for precise lining deformation control.

Keywords

tunnel lining; deformation prediction; physical model; analytical solution; rheological mechanics; inverse analysis; physical information neural network

基于物理机制的隧道衬砌变形预测模型研究进展：从解析解到多场耦合

焦超舰

重庆交通大学，中国·江西 南昌 400074

摘　要

隧道衬砌变形预测对地下工程全寿命期安全至关重要。与纯数据驱动方法不同，基于物理机制的预测模型通过力学控制方程，揭示了围岩-支护相互作用（RSI）机理。本文综述了国内外物理预测模型的研究现状。首先，梳理了经典解析与半解析模型，涵盖收敛-约束法基础、Einstein-Schwartz解以及保角变换方法。其次，探讨了考虑时间效应的流变物理模型，分析了粘弹性本构方程及基于位移反分析的参数识别技术在长期变形预测中的应用。最后，重点评述了物理模型与新兴技术的融合趋势，并指出未来研究将向复杂地质条件下的多场耦合与“数据-物理”双驱动智能预测方向发展，为实现衬砌变形的精准控制提供理论依据。

关键词

隧道衬砌；变形预测；物理模型；解析解；流变力学；反分析；物理信息神经网络

1 引言

随着全球基础设施建设的推进，隧道与地下工程正向深埋、长距离、高地应力及复杂地质条件发展。在中国，川藏铁路、滇中引水等重大工程进一步加剧了这一趋势。在此类极端环境下，高地应力与软弱围岩耦合作用显著，围岩易产生流变与挤压变形，使围岩—支护结构相互作用机制更加复杂。作为地下结构的关键承载体系，隧道衬砌承担限制围岩变形及长期承受多重荷载的重要功能。然而，衬砌变形过大已成为常见且危害严重的工程病害，严重威胁工程安全，因此建立科学、精准且具备明确物理机制的预测模型尤为关键。

围绕隧道变形预测问题，国内外学者开展了大量研究。早期，Barton、Bieniawski 等基于岩体分级体系（RMR、Q 系统）提出经验预测方法，但该类方法缺乏力学机理且适用性有限。随后，随着计算技术的发展，以有限元法（FEM）和有限差分法（FDM）为代表的数值模拟方法得到广泛应用，能够处理复杂非线性问题，但其计算成本较高且对参数

【作者简介】焦超舰（2001–），男，中国江西南昌人，硕士，从事智能建造研究。

敏感。近年来，基于神经网络的人工智能方法逐渐兴起，虽在拟合精度上表现突出，但存在“黑箱性”及可解释性不足的问题。

相比之下，基于连续介质力学理论的物理预测模型始终占据基础性地位。Panet 提出的收敛—约束法（CCM）系统揭示了围岩应力释放与支护时机之间的关系，成为隧道设计的重要理论工具；Einstein 与 Schwartz 构建的地层—结构模型进一步考虑了围岩与支护的协同作用。此外，基于复变函数的保角变换方法为非圆形断面隧道分析提供了有效途径。物理模型不仅具有机理清晰、计算高效的优势，同时也是位移反分析与参数识别的理论基础。近年来，物理模型与人工智能方法逐步融合，如物理信息神经网络（PINNs），为解决数据驱动模型可解释性问题提供了新思路。

基于此，本文从力学方程演化角度出发，系统梳理隧道衬砌变形物理预测模型的发展脉络，涵盖解析模型、流变模型及多场耦合模型，并探讨其在复杂地质条件下的适用性与发展趋势，以期为隧道工程的精细化设计与安全控制提供理论支撑。

2 隧道衬砌变形预测的物理机制模型与方法

隧道衬砌变形预测的物理机制研究首先建立在严谨的力学解析与半解析理论之上。这一方法体系的核心在于通过平衡方程、几何方程及本构方程构建围岩与支护结构的相互作用（RSI）模型。收敛 - 约束法（CCM）作为其中的经典代表，通过耦合围岩特性曲线（GRC）与衬砌支撑特性曲线（LRC），直观地揭示了地层压力释放与支护介入时机对最终变形的影响。其中，GRC 通常基于 Hoek-Brown 或 Mohr-Coulomb 准则推导，反映了围岩从弹性状态进入塑性软化直至残余强度的完整过程；而 LRC 则依赖于衬砌材料的弹性模量与厚度。二者的交点即为平衡点，该点处的位移就是衬砌的最终变形量。CCM 的突出优势在于将三维掘进效应简化为二维平面应变问题，极大降低了计算复杂度。为了进一步提升预测的精度，Einstein-Schwartz 等学者提出的地层 - 结构模型考虑了围岩与衬砌间的全接触约束条件，使模型能够计算出更为精细的径向位移与弯矩分布。该模型区分了“完全滑动”与“完全粘结”两种极端界面条件，并给出了相应的闭合解。实际工程中，接触面的切向刚度往往介于二者之间，这促使后续学者发展了基于界面弹簧的修正模型。针对实际工程中常见的非圆形断面隧道，研究者们引入了复变函数理论，利用保角变换将复杂的物理域映射为单位圆域，从而获得了马蹄形或矩形隧道在复杂地应力场下的闭合形式解析解。保角变换的核心在于寻找合适的映射函数，将物理平面上的非圆孔口变换为辅助平面上的单位圆。一旦确定了映射函数，即可利用 Muskhelishvili 复势法求解应力函数，进而得到衬砌任意位置处的变形分量。近年来，通过优化映射函数的系数逼近算法，已能够以极高精度模拟直墙拱、三心圆等任意断面形状。这些静态模型为后续考虑时效特性的研究提供了坚实的力学框架。

在建立物理模型时，如何合理简化衬砌结构是一个关键前提。根据衬砌厚度 t 与隧道半径 R 的比值不同，学术界发展出两种经典理论：薄壳理论与厚壁圆筒理论。薄壳理论适用于 t/R < 1/20 的钢板衬砌或薄喷层，其假设径向应力沿厚度均匀分布，变形主要由轴向力和弯矩控制，推导出的预测方程形式简洁。但对于钻爆法施工的模筑混凝土衬砌（通常 t/R > 1/10），薄壳理论会明显高估变形量。厚壁圆筒理论则基于拉梅解，严格考虑内外半径差异，将径向应力和环向应力视为半径 r 的函数。厚壁模型能够精确描述从衬砌外缘高压区到内缘零压区的应力梯度，已被 Einstein-Schwartz 经典解及多数流变模型采纳。选择何种理论直接影响变形预测的精度，工程实践中应根据衬砌实际构造合理选定。

随着研究的深入，针对高地应力环境下软弱围岩表现出的显著时效特征，方法论重心向流变物理模型转移。在物理方程中引入时间维度，是实现隧道长期安全性评估的前提。研究者通过弹簧、粘壶等基本力学元件的串并联组合，构建了如 Burgers 模型及西原模型等流变本构关系，用以定量描述岩体在开挖后的瞬时弹性响应、衰减蠕变及稳态流变阶段。在处理此类含时间导数的偏微分方程时，对应态原理（Correspondence Principle）成为了最为关键的数学工具。该方法通过拉普拉斯变换，将时间域内的复杂粘弹性问题转化为复数域内的等效弹性问题进行求解，最后经逆变换还原为显含时间变量 t 的位移预测公式。这种方法不仅能够解释衬砌压力随时间的增长机理，也揭示了流变效应导致衬砌荷载超过弹性解 1.5 倍以上的物理本质。需要指出的是，拉普拉斯逆变换往往涉及留数定理或数值反演，对于多层衬砌或非均质围岩，近年来学者们开始引入分数阶微积分。分数阶导数模型能够以更少的参数描述宽频带流变特性，是当前物理模型的前沿方向之一。

然而，物理模型的预测效能高度依赖于地质参数的输入精度，而实验室测得的参数往往难以代表复杂的现场环境。为此，位移反分析技术成为了连接理论模型与工程实际的桥梁。该方法将现场监测获取的衬砌位移作为输入约束，将物理预测方程作为正向演化算子，通过最小化理论计算值与实测值之间的残差平方和，反演求取最优的围岩力学参数。在这一过程中，为了克服目标函数的高度非线性与多极值难题，遗传算法（GA）与粒子群优化（PSO）等智能算法被广泛集成于物理方程的寻优流程中。近年来，基于贝叶斯推断的概率反分析方法进一步提升了该技术的鲁棒性，它通过将物理参数视为随机变量，随着隧道掘进过程中监测数据的不断流入，利用马尔可夫链蒙特卡洛（MCMC）采样动态修正参数的后验分布，从而实现了对变形发展趋势的精准“漏斗式”收敛预测。此外，针对多参数耦合导致的可识别性问题，一些学者提出了敏感性分析与参数降维策略，例如通过 Sobol 指数剔除对位移影响微弱的参数，从而保证反演结果的唯一性。

面对深部工程中多场耦合（如水 - 力 - 热）带来的极度非线性挑战，传统解析推导逐渐显现出局限性，促使方法论

向“物理 - 数据”双驱动的融合方向演进。物理信息神经网络（PINNs）作为这一领域的代表性方法，将描述衬砌变形的力学控制方程（如 Navier 位移方程）直接嵌入到神经网络的损失函数中。这种构建方式改变了传统深度学习仅依赖大数据的局限，使得网络在小样本监测数据下，依然能受到物理定律的硬约束，确保预测结果符合能量守恒与变形协调原理。PINNs 不仅保留了物理模型的可解释性，更发挥了神经网络在处理高维非线性映射方面的优势，为复杂地质条件下衬砌变形的实时感知与多场耦合预测提供了全新的技术路径。

3 物理模型与新兴方法的融合及未来展望

展望未来，隧道衬砌变形的物理预测模型将在以下三个维度实现跨越式发展：

第一，从确定性模型向随机物理模型（Stochastic Physical Models）演进。鉴于地质参数固有的空间变异性，未来的预测模型将不再追求单一的“精确解”，而是基于随机微分方程（SDEs）或随机有限元思想，结合卡尔曼滤波（Kalman Filter）等数据同化技术，实时输出变形预测的概率密度函数。这将使得工程决策从“安全系数法”转向更为科学的“可靠度设计”。

第二，构建基于物理内核的数字孪生系统。物理预测模型将成为隧道工程数字孪生体（Digital Twin）的核心算法引擎。通过将解析解的高效计算能力与物联网（IoT）实时监测数据相结合，数字孪生系统能够在虚拟空间中实时映射实体隧道的力学状态，实现变形的毫秒级感知与超前预警，真正打通设计、施工与运维的数据壁垒。

第三，发展全寿命周期的广义流变模型。未来的研究将不再局限于施工期的短期变形，而是将视野拓展至百年尺度的运维期。这需要建立涵盖混凝土碳化、钢筋锈蚀、围岩长期蠕变及地震动力累积损伤的广义物理方程，为老旧隧道的健康诊断与加固延寿提供坚实的理论依据。

4 结论

隧道衬砌变形预测是地下工程领域一项兼具理论深度与工程紧迫性的核心课题。本文系统综述了基于物理机制的隧道衬砌变形预测模型的研究进展，涵盖了从基本的力学控制方程到经典解析解，从时效流变模型到基于反分析的参数识别，直至物理模型与人工智能融合的前沿探索。

通过对大量文献的梳理与分析，本文得出以下主要结论：1. 物理模型的基石地位不可动摇。尽管数值模拟与机器学习发展迅猛，但基于平衡方程、几何方程与本构方程的解析 / 半解析模型，凭借其清晰的机理阐释能力和高效的计算性能，依然是理解围岩 - 支护相互作用（RSI）机理、指导初步设计及进行参数敏感性分析的首选工具。2. 流变特性是长期预测的关键。忽略时间效应的弹性模型无法解释深部软岩隧道的长期大变形与开裂机理。引入 Burgers、西原模型等流变元件，并考虑衬砌混凝土自身的徐变与收缩耦合效应，是实现高精度长期预测的必由之路。3. 反分析是连接理论与工程的桥梁。物理方程的预测精度高度依赖于输入参数。基于物理正演模型的位移反分析技术，特别是结合了贝叶斯推断与智能优化算法的概率反分析，有效解决了岩土参数的不确定性难题，实现了“动态反馈设计”。4. “物理 + 数据”双驱动是未来方向。面对三维效应与多场耦合等复杂挑战，单纯依赖解析推导已显吃力。物理信息神经网络（PINNs）等新兴技术通过将物理方程嵌入深度学习，既保留了物理模型的可解释性，又利用了数据的非线性逼近能力，代表了下一代智能预测模型的发展方向。

综上所述，隧道衬砌变形的物理预测模型研究正处于一个承前启后的关键时期。未来的研究应当在坚守力学机理本源的基础上，积极拥抱数字化与智能化浪潮，构建更加精细、全面、智能的预测理论体系，为人类向深部地球进军提供更可靠的安全保障。

参考文献

[1] C. Carranza-Torres, C. Fairhurst. Application of the Convergence-Confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion, Tunnelling and Underground Space Technology. 15 (2) (2000) 187-213. https://doi.org/10.1016/S0886-7798(00)00047-3.

[2] H.H. Einstein, C.W. Schwartz. Simplified analysis for tunnel supports, Journal of the Geotechnical Engineering Division. 105 (4) (1979) 499-518. https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0000788.

[3] A. Bobet. Analytical solutions for shallow tunnels in saturated ground, Journal of Engineering Mechanics. 127 (12) (2001) 1258-1266. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2001)127:12(1258.

[4] G.E. Exadaktylos, M.C. Stavropoulou. A closed-form elastic solution for stresses and displacements around tunnels, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 39 (7) (2002) 905-916. https://doi.org/10.1016/S1365-1609(02)00079-4.

[5] P. Oreste. Analysis of the structural interaction between the lining and the rock mass, considering the rheological behaviour of the rock, Tunnelling and Underground Space Technology. 18 (4) (2003) 403-418. https://doi.org/10.1016/S0886-7798(03)00006-7.

[6] A.Z. Lu, L.G. Zhang. Analytical solution for circular tunnels in viscoelastic rock mass with a non-circular lining, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 106 (2018) 194-199. https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2018.04.016.

[7] X.T. Feng, B.R. Chen, C. Yang, et al. Identification of visco-elastic models for rocks using genetic programming, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 43 (1) (2006) 8-19. https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2005.04.008.

[8] M. Raissi, P. Perdikaris, G.E. Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, Journal of Computational Physics. 378 (2019) 686-707. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045.