

考虑临界密度的道路网络混合交通流级联失效

路庆昌,任永全,李 静,孟 旭,徐鹏程

(长安大学 电子与控制工程学院,西安 710064)

摘 要:为探究网联自动驾驶车辆(Connected automated vehicle, CAV)引入后道路网络级联失效机理,建立了考虑新型混合交通流道路临界密度的路网级联失效模型。该方法考虑失效后流量重分配的方式,并捕捉混合交通流对道路抵抗拥堵能力的影响。本文以西安市城市道路网络为例,研究了混合交通流级联失效的规律特征。结果表明:CAV 渗透率达到 0.6(临界值)时,最外层节点开始抵御失效,级联失效的传播速度会显著放缓;渗透率超过 0.6 后,最外层节点成功抵御失效,失效总规模下降 91% 左右;攻击流量最大节点时的失效传播速度最快且规模最大,管控流量最大节点是级联失效管控的重点。

关键词:交通信息工程及控制;混合交通流;自动驾驶;渗透率;道路临界密度;级联失效

中图分类号:U491.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2025)10-3200-08

DOI:10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240383

Cascading failures of mixed traffic flows in road networks considering critical density

LU Qing-chang, REN Yong-quan, LI Jing, MENG Xu, XU Peng-cheng

(School of Electronics and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: In order to investigate the road network cascading failures mechanism after the introduction of connected automated vehicles (CAV), a road network cascade failure model considering the critical density of a new type of road with mixed traffic flow is developed. The method considers the way of traffic redistribution after failures and captures the effect of mixed traffic flow on the road's ability to resist congestion. In this paper, the urban road network of Xi'an City is taken as an example to study the regular characteristics of the cascading failures of mixed traffic flow. The results show that when the CAV penetration rate reaches 0.6 (critical value), the outermost nodes start to resist failures, and the propagation of cascading failures slows down significantly; after the penetration rate exceeds 0.6, the outermost nodes successfully resist failures, and the total size of failures decreases by about 91%. Failure propagation is fastest and largest when attacking the largest node of the traffic flow, and controlling the largest node of the traffic flow is the focus of cascade failure.

Key words: traffic information engineering and control; mixed traffic flow; automated driving; penetration; road critical density; cascading failures

收稿日期:2024-04-11.

基金项目:国家自然科学基金重点项目(52232012);国家自然科学基金项目(71971029).

作者简介:路庆昌(1984-),男,教授,博士.研究方向:交通网络建模与分析,交通行为学,交通与环境,气候变化与交通系统,交通大数据挖掘. E-mail: qclu@chd.edu.cn

0 引言

随着汽车保有量的不断增长,城市道路交通拥堵问题日益突出。《2023年北京交通发展年度报告》指出,北京市2022年工作日日平均中度以上拥堵持续时间约为2.33 h^[1]。随着新一轮科技革命的推进,网联自动驾驶车辆(Connected-automated vehicle, CAV)的出现能有效缓解道路交通拥堵^[2,3]。在自动驾驶技术全面普及前,CAV与人类驾驶车辆(Human driven vehicle, HDV)将在一定的时期内共存,形成混合交通流。交通流结构的变化将给城市道路交通运行和管控带来重要影响。由于混合交通流的构成和运行特性与传统交通流不同,现有关于传统交通流特性的研究可能不能适用,混合交通流拥堵的特征尚不清楚,这使得混合交通流成为当前研究的热点。混合交通流拥堵及其失效的传播研究是探索其规律的重要方式之一。

级联失效是在诸多领域被广泛应用的概念,主要反映了复杂网络中一个故障通过网络效应迅速传播,最终导致部分或整个系统崩溃的现象^[4]。级联失效模型主要有耦合映像格子(Coupled map lattices, CML)模型^[5]、负载-容量模型^[6]、沙堆模型^[7]、OPA(ORNL-PSerc-Alaska)模型^[8]等。其中OPA模型侧重电力网络中的级联失效,其在交通网络中的适用性不如另外3个模型。交通网络的级联失效研究包含了拓扑、客流分配、节点抵抗等方面的内容,其中“负载-容量”模型主要分析节点负载与其承载能力的关系,当节点负载超过其容量时将会引发级联失效。与“负载-容量”模型相比,CML模型基于动力学理论,能够处理具有空间结构和时间动态的复杂系统,能够反映出不同节点间的相互影响关系。沙堆模型基于自组织临界性,通常关注大尺度的统计特性,而不是具体的动态过程。相比于沙堆模型,CML模型不仅可以模拟节点间的相互作用,而且可以描述相互作用随着时间的变化,具有较好的时空特性。因此,本文选取CML模型作为研究级联失效的基础模型。

在混合交通流条件下道路网络的级联失效与传统级联失效的区别取决于混合交通流的特点。现有的研究表明:在混合交通流条件下,由于自动驾驶车辆的引入,道路的通行能力与传统交通流条件相比会被提高,道路拥堵状况相比传统交通流条件也将得到改善^[9]。道路通行能力提高很重

要的方法就是在道路达到拥堵状态时单位长度道路上最大车辆密度的提高,即道路临界密度的增大。道路临界密度是标示交通流从自由流状态变为拥堵状态的临界点,能直观体现混合交通流下级联失效演化的过程。道路临界密度越大,道路通行能力越强,道路抵抗拥堵的能力也越强。因此,本文在建立级联失效模型时引入道路临界密度指标。

目前,鲜有文献探究混合交通流条件下拥堵传播过程的规律和网络级联失效的机理,在混合交通流条件下的道路网络级联失效的研究尚处于初步阶段。Wu等^[10]结合混合交通流基本图,建立了混合交通流元胞传输模型,通过实验验证了不同CAV渗透率对道路拥堵的影响,并通过模型分析了网络性能。马庆禄等^[11]通过分析CAV的渗透率和诱导干涉等措施的影响,研究了HDV和CAV混合交通流的偶发拥堵演化机理以及传播规律。其方法应用了混合交通流交通波理论,通过波的变化体现出拥堵的传播过程。石路源^[12]通过建立网络均衡配流模型,采用负载-容量模型研究了传统交通流与混合交通流在级联失效方面的异同。以上研究虽然分析了CAV渗透率对级联失效的影响,但未考虑混合交通流条件下道路抵抗拥堵能力的变化,且只是通过网络性能和整体失效规模衡量了级联失效,在拥堵的传播规模、传播速度等过程解析方面研究不足。

本研究在传统CML模型基础上,在测量混合交通流下道路抵抗拥堵能力的过程中,引入道路交通流临界密度,对未来自动驾驶场景下的新型级联失效,提出了针对混合交通流的改进CML模型(M-CML)。这为研究混合交通流下道路网络级联失效的传播特征和规律,探究混合交通流特征与级联失效的影响关系,提供了理论方法基础。

1 混合交通流下道路网络抵抗拥堵能力分析

1.1 道路交通网建模

本研究基于图论的方法构建道路交通网络模型,将道路交叉口视为节点,路段视为边,构建道路网络 G :

$$G = \{Q, E\} \quad (1)$$

式中: $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ 为节点的集合,其中, q_n 为网络中第 n 个节点; $E = \{e_{ij}\}$, ($i \neq j =$

1, 2, \dots, n) 为边的集合。

1.2 混合交通流下临界密度解析

根据宏观基本图的定义,临界密度反映了道路抵抗拥堵的能力,临界密度越大,即道路达到拥堵状态时的密度越大,表示道路承载拥堵的能力越强。引入自动驾驶车辆之后,车辆之间的运行行为和特性将发生变化,因此,传统的跟驰和换道模型不能适用^[13]。这一特点反映在系统中即道路的交通密度发生变化,而在研究混合交通流系统的级联失效时需要考虑这一变化^[14]。CAV 和 HDV 混合交通流临界密度的理论解可计算为:

$$\rho_c^{-1} = 1 + v_{\max} \sum_{m=0}^{Lr\rho_c} \frac{(1-r)^2 \left(\left\lfloor \frac{m}{\tau+1} \right\rfloor + 1 \right) r^m}{1 - r^{Lr\rho_c+1}} \quad (2)$$

式中: ρ_c 为临界密度; $v_{\max}$ 为路段上车辆的最大速度; L 为路段长度; r 为路段上 CAV 数量的百分比,即 CAV 渗透率; τ 为自动驾驶汽车所能预见的前车数量。现有文献研究表明:同时,考虑道路和 CAV 自身的影响以及所需成本,其最佳值为 $\tau = 5$ ^[14]。

1.3 混合交通流下道路网络抵抗拥堵能力

根据定义, ρ_c 越大,道路抵抗拥堵的能力越强。然而仅凭 ρ_c 的大小来判断级联失效容易忽略节点的作用。在失效传播的过程中,除了将更多的流量分配到临界密度更大的道路上,还应使得更多的车辆按照原定的方向出行,即将更多的流量分配至介数值更大的节点,以此抵抗失效的后果。因此,在评估道路抵抗能力时应考虑相邻节点的介数值。介数值越大,说明越多的车辆需要经过此节点,则应向此节点分配更多流量,从而使通向此节点的道路具有更强的抵抗拥堵的能力。基于此,道路抵抗拥堵指数 λ 可计算为:

$$\lambda_i^\omega = \frac{B_i^\omega}{\sum_{\omega=1}^M B_i^\omega} \rho_c^\omega \quad (3)$$

$$B_i^\omega = \sum_{i \neq j \in V} \frac{\sigma_{ij}^\omega}{\sigma_{ij}} \quad (4)$$

式中: λ_i^ω 为失效节点 i 第 ω 条邻接路段的抵抗拥堵指数,实际上是描述路段抵抗能力的指标; B_i^ω 为失效节点 i 第 ω 个邻接节点的介数值,其中第 ω 条邻接路段即失效节点与其第 ω 个邻接节点连接的路段; M 为失效节点的所有邻接路段数量; ρ_c^ω 为

失效节点 i 第 ω 条邻接路段的临界密度; σ_{ij}^ω 为节点对 i 与 j 间最短路径中通过节点 ω 的数量; σ_{ij} 为节点对 i 与 j 间的最短路径数量。

2 本文模型

2.1 传统的 CML 模型

CML 模型于 1992 年由 Kaneko^[15] 提出,用来描述复杂网络中失效的动态传播与影响。在交通运输领域,CML 模型是一种用于研究交通系统在外部干扰下的复杂行为和演变过程的动态系统模型。模型通过模拟空间上相互耦合的动态单元来描述系统的演化,能够揭示在交通网络中可能发生的级联故障模式及其传播机制。

CML 模型的基本形式如下:

$$x_i(t+1) = \left| (1-\xi) f(x_i(t)) + \xi \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij} f(x_j(t)) / k_i \right| + R \quad (5)$$

$$f(x_i) = 4x_i(1-x_i) \quad (6)$$

式中: i 和 j 均为网络中的节点; t 为时间步; $x_i(t)$ 为节点 i 在 t 时间步的状态, $x_i(t)$ 值越小,表示节点越不容易失效, $x_i(t) \geq 1$ 表示节点失效; ξ 为节点的耦合系数,表示节点间相互影响的程度; $f(x_i)$ 为混沌映射函数; n 为网络中的节点总数; a_{ij} 为邻接矩阵的值,若节点 i 和 j 之间存在连边,则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$; k_i 为节点 i 的度; R 为外部扰动,在 $t-1$ 时间步对节点 i 施加 R , 开始级联失效过程,本文采用随机赋值方法^[16]对 R 进行赋值。

传统的 CML 模型虽然能够描述级联失效的过程,但是没有考虑到引入 CAV 后道路网络特性的变化,忽视了 CAV 渗透率对级联失效传播的影响。

2.2 混合交通流下考虑道路抵抗拥堵能力的 M-CML 模型

为弥补传统 CML 模型在混合交通流条件下的缺陷,本文通过研究混合交通流中 CAV 渗透率对道路网络级联失效的影响,以及道路车辆临界密度对级联失效的影响机理,在式(5)的基础上提出了混合交通流条件下道路网络级联失效的 M-CML 模型。

M-CML 模型的基本假设如下:①节点失效后,与其相连的路段全部失效且不考虑恢复的情

况;②失效的节点和路段无法通行;③失效节点和路段上的流量将被分配至其邻接未失效的节点和路段;④失效后交通流中的 CAV 与 HDV 车辆的路径选择依据相同。

本文构建了考虑交通流量的动态加权网络作为案例网络。本研究假设 CAV 与 HDV 车辆会在失效下采取相同的分配方式,通过基于道路临界密度 ρ_c 的流量重分配原则计算分配权重。当达到拥堵失效时,流量的重分配的原则为:识别出失效节点 i 的所有未失效邻接节点 j ,将节点 j 原本要流向 i 的流量通过加权分配至节点 j 邻接的所有未失效节点 j_j ,分配的具体方式计算如下:

$$q_{j,j_j(k)} = \frac{\rho_c^{j,j_j(k)}}{\sum_k \rho_c^{j,j_j(k)}} q_{j,i} \quad (7)$$

式中: $q_{j,j_j(k)}$ 为节点 j 分配到节点 $j_j(k)$ 的流量; $j_j(k)$ 为节点 j 第 k 个未失效的邻接节点; $\rho_c^{j,j_j(k)}$ 为节点 j 与节点 $j_j(k)$ 连接的路段上的道路临界密度; $q_{j,i}$ 为节点 j 原本要流向 i 的流量,即失效流量。混合交通流下,考虑道路抵抗拥堵指数的 M-CML 模型如下:

$$x_i(t+1) = (1 - \xi) f(x_i(t)) + \left| \xi \left(1 - \sum_{\omega=1}^M \lambda_i^\omega \right) \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij} f(x_j(t)) / k_i \right| + R \quad (8)$$

式中: λ_i^ω 见式(3), $\lambda_i^\omega \in (0, 1)$, $(1 - \sum_{\omega=1}^M \lambda_i^\omega)$ 表示 $x_i(t+1)$ 的值随 λ_i^ω 增大而减小。

相较于传统 CML 模型, M-CML 模型考虑了混合交通流下道路网络抵抗拥堵的能力。当 CAV 渗透率越大时,道路抵抗拥堵指数越大,相应地,节点状态值越小,即节点处于更加不易失效的状态。

2.3 M-CML 模型评价指标

在有关级联失效的研究中,累计失效节点比例和瞬时失效节点比例是衡量级联失效的常用指标^[16,17]。本文采用这两个指标和最终失效节点比例评价混合交通流下的级联失效。

累计失效节点比例表示在网络节点受到干扰开始失效到时间步 t 为止网络中累计失效的节点数量与网络中节点总数之比,表示为:

$$I(t) = n'/n \quad (9)$$

式中: $I(t)$ 为累计失效节点比例; n' 为到时间步 t 为止网络中累计失效的节点数量。

瞬时失效节点比例表示在级联失效过程中,网络在时间步 t 失效的节点数量与网络中节点总

数之比,表示为:

$$P(t) = n(t)/n \quad (10)$$

式中: $P(t)$ 为瞬时失效节点比例; $n(t)$ 为时间步 t 失效的节点数量。

最终失效节点比例表示在失效不再传播时网络中失效节点占网络中所有节点的比例,表示为:

$$F = n^F/n \quad (11)$$

式中: n^F 为在失效不再传播时网络中失效节点的数量。

3 案例分析

根据 M-CML 模型,以西安市中心城区的道路网络为例,开展了混合交通流下道路网络级联失效分析,案例数据及仿真分析结果如下。

3.1 数据获取与场景假设

本研究基于图论和复杂网络理论中的 Space-L 法构建了西安市二环内城市中心区域的道路网络,如图 1 所示。该道路网络共有 91 个节点, 157 条边,能够体现城市道路网络的结构特点,具有一定的代表性。本文假设了 3 种不同的攻击场景,分别为随机攻击、攻击流量最大节点和攻击介数最大节点。其中,流量最大节点指节点连接的所有路段上的流量最大。交通流量数据为西安市某工作日道路流量。

在上述条件下计算得,研究区域内流量最大节点为玉祥门,介数最大节点为安远门(见图 1)。

3.2 级联失效仿真结果及分析

3.2.1 模型验证

考虑到未来 CAV 与 HDV 共存的情况,根据实验结果,0.6 为 CAV 渗透率的临界值,因此,选取渗透率 $r = 0.6$ 的情况进行对比实验^[18]。根据相关研究,道路网络耦合系数取为 0.8^[19]。

外部扰动 R 处于 $[1.2, 2.2]$ 之间时,计算 3 种攻击场景下网络最终失效节点比例,结果如图 2 所示。在初始扰动值 $R = 1.7$ 时,分别在 3 种攻击场景下统计 CML 与 M-CML 两种模型下的 $I(t)$,结果如图 3 所示。

由图 2 分析可知,在外部扰动小于 1.2 时,在 3 种攻击场景下,失效均不会传播。在外部扰动大于 2.2 时,3 种攻击场景下失效均会蔓延至整个网络。在外部扰动处于 $(1.2, 2.2)$ 之间且网络未全盘失效时,传统 CML 模型下的失效规模均大于 M-CML 模型,体现了 M-CML 模型中道路抵

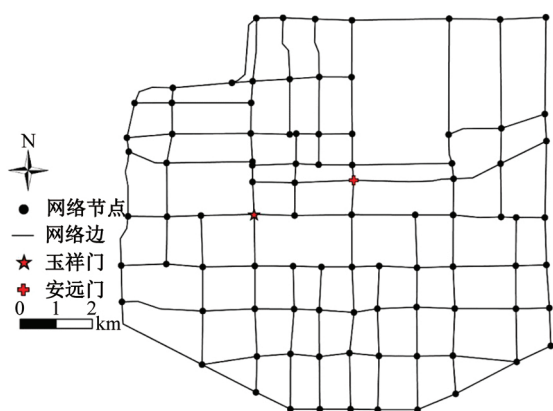


图1 西安市中心城区道路网络拓扑结构

Fig. 1 Topology of road traffic network in Xi'an City center area

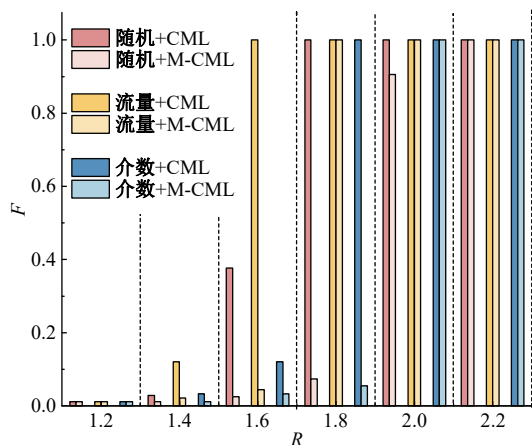


图2 CML与M-CML在3种攻击场景下施加不同外部扰动后的最终失效节点比例

Fig. 2 Proportion of final failed nodes after applying different external perturbations for CML and M-CML under three attack scenarios

抗拥堵能力。

由图3可知,M-CML模型在考虑混入CAV车辆的混合交通流后,各种攻击场景下网络失效情况均有明显改善。3种攻击下网络平均失效规模减小91.83%,仍体现出了M-CML模型道路抵抗拥堵能力。

3.2.2 攻击流量最大节点时不同CAV渗透率下的失效传播

为研究混合交通流下CAV渗透率对道路网络级联失效的影响,分别选取不同 r 值进行实验分析。攻击网络中流量最大的节点,结果如图4和图5所示。

根据图4(a)和(b),相同的失效场景下,CAV渗透率越高,失效规模越小,即网络抵抗拥堵的能力越强。在CAV渗透率由0.6变到0.7时,最终

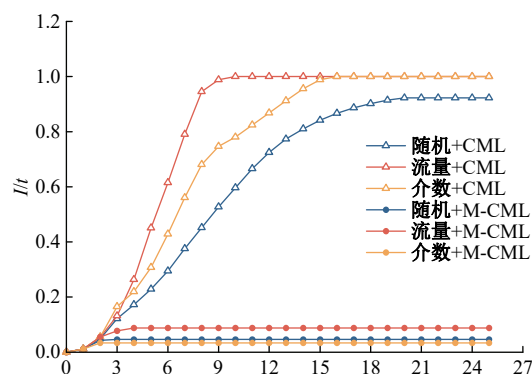
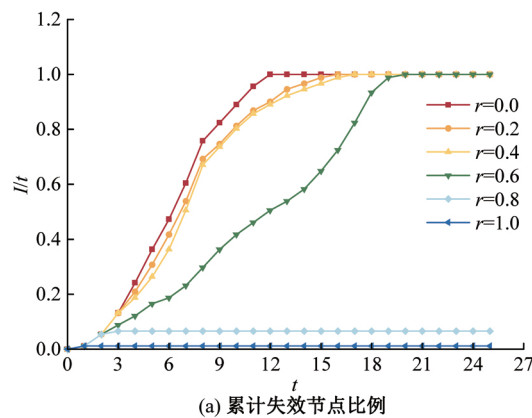
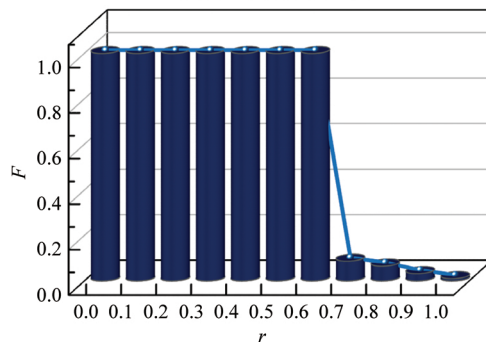


图3 CML与M-CML在3种攻击场景下的级联失效过程

Fig. 3 Cascading failure processes of CML and M-CML under three attack scenarios



(a) 累计失效节点比例



(b) 最终失效节点比例

图4 攻击流量最大节点时不同 r 值的失效节点比例Fig. 4 Ratio of failed nodes with different r values when attacking the most trafficked node

失效节点比例降低了91.21%。这表明在CAV渗透率增大到某一临界值后,混合交通流可以有效阻止路网级联失效大规模传播。

在图5中相同失效场景下,不同CAV渗透率下的失效节点比例基本都与时间步呈正态分布,且在达到峰值前失效蔓延的瞬时速度均相等。这说明CAV渗透率的变化在大多数情况下对级联失效的传播速度影响并不大,但对失效的传播规模却影响显著。

根据图5还可以发现,在导致所有节点全部

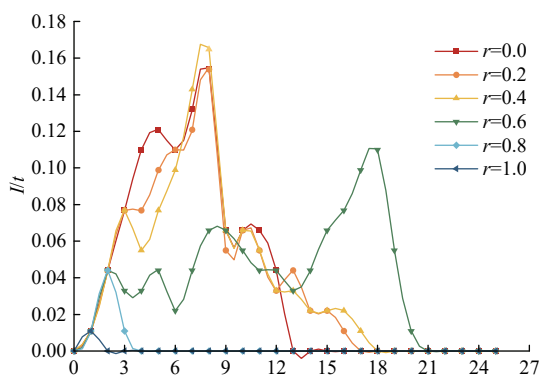
图 5 攻击流量最大节点时不同 r 值的瞬时失效节点比例

Fig. 5 Ratio of instantaneous failed nodes with different r values when attacking node with the largest traffic

失效的最大 CAV 渗透率时,级联失效的传播速度会出现反常波动,如图中的 $r=0.6$ 时。这可能是由于在达到临界渗透率时,大部分道路的抵抗拥堵能力使得相连的节点有效抵抗了前期失效,然而受限于临界渗透率的值,之后的失效还是蔓延

了整个网络。当渗透率继续增大并超过临界值时,失效蔓延至的几个关键路段抵抗住了失效。因此,失效不再继续传播,从而使最终失效规模得以大幅降低。

图 6 展示了在渗透率分别处于临界值前后部分时间步的失效传播过程,由图 6(d)~(f)可知,当 CAV 渗透率超过临界值并达到 0.7 时,失效蔓延到第 5 步,网络中不再有将要失效的节点。这表明在第 5 步时最外层失效节点所连接的路段抵挡住了失效,使得失效不再继续传播。而相同时间步下 CAV 渗透率处于临界值 0.6 时,如图 6(d)~(f)所示,失效仍随时间步逐渐蔓延扩散。

3.2.3 不同攻击场景下不同 CAV 渗透率的失效传播

在 3 种不同攻击场景下,模拟 CAV 渗透率值在 $[0,1]$ 之间 6 种状态下的失效传播,统计累计失效节点比例如图 7(a)~(f)所示,最终节点比例如图 8 所示。

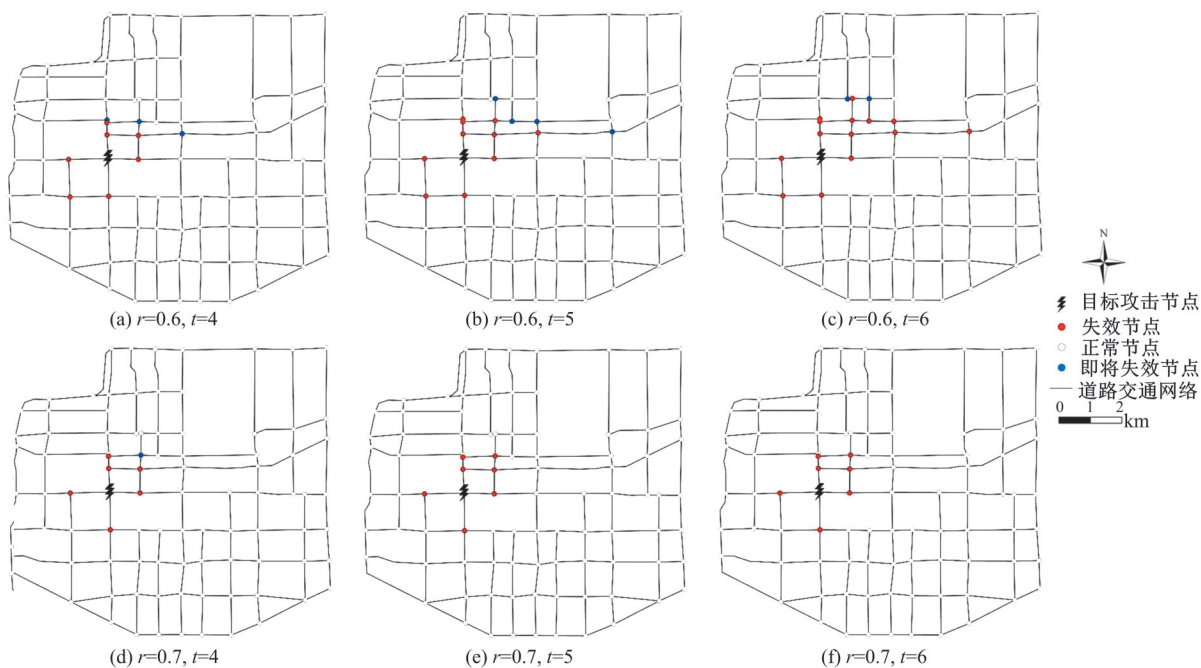


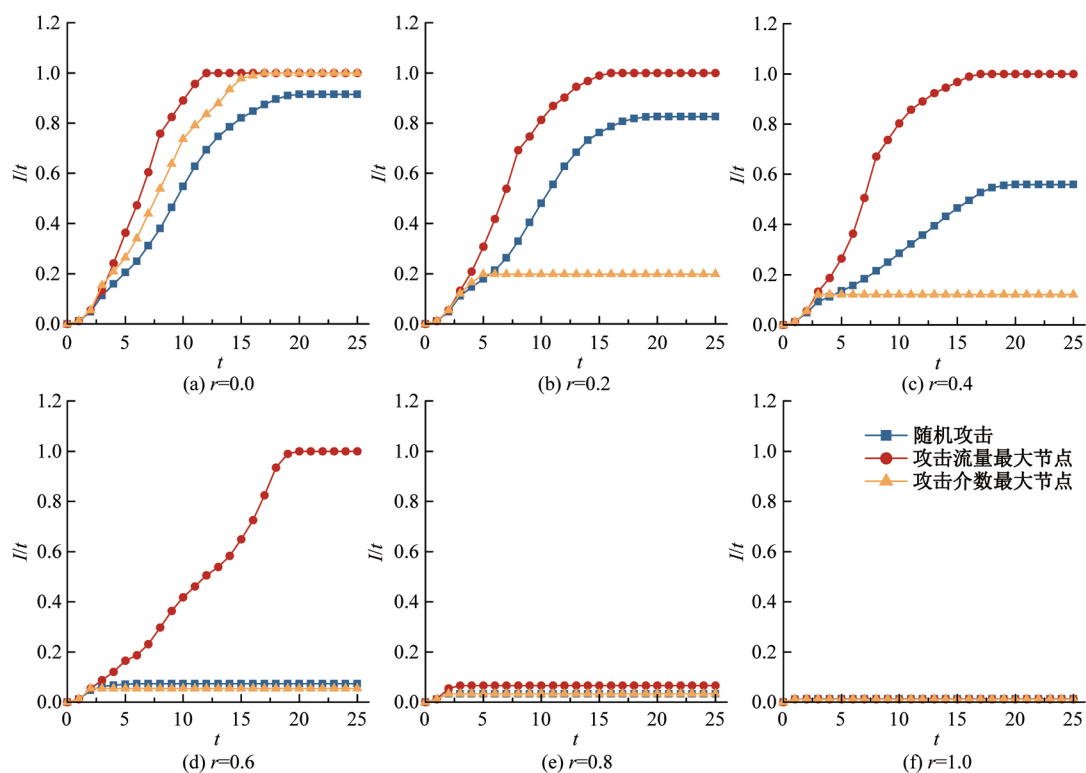
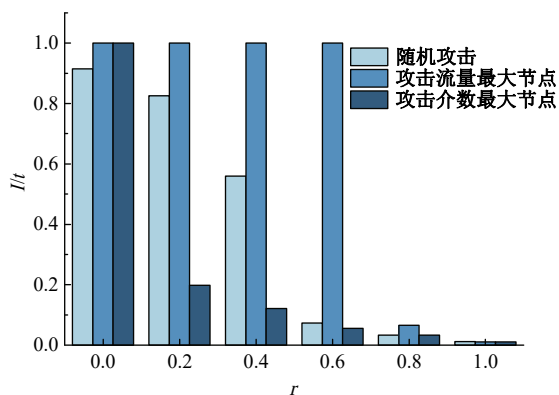
图 6 攻击流量最大节点时临界渗透率前后部分时间步失效传播对比

Fig. 6 Comparison of failure propagation in partial time steps before and after critical permeability

结果表明:相同渗透率下,攻击流量最大节点导致的失效规模最大。这是由于流量最大节点连接的路段上的巨大流量在节点失效后向周围扩散,过程中初始流量的大基数导致失效一直在蔓延。由图 7(d)可知,CAV 渗透率为 0.6 时,攻击流量最大节点仍会导致整个网络失效,而此时另外两种攻击场景最终只造成了网络中不足 10%

的节点失效。

由图 7 还可以看出,在同一种攻击情景下,累计失效节点比例达到最大值之前的斜率不随 CAV 渗透率而变化,累计失效节点比例最大值会随 CAV 渗透率的增大而减小。这再次证明了 CAV 渗透率的变化对级联失效的传播速度影响不大,但是对失效的传播规模影响显著这一结论。

图7 不同攻击场景下不同 r 值的累计失效节点比例Fig. 7 Ratio of cumulative failed nodes with different r values under different attack scenarios图8 不同攻击场景下不同 r 值的最终失效节点比例Fig. 8 Ratio of final failed nodes with different r values under different attack scenarios

此外,在不同CAV渗透率下,级联失效传播速度为:攻击流量最大节点 $\geq$ 攻击介数最大节点 $\geq$ 随机攻击。因此,在对级联失效采取管控措施时,重点保护流量最大节点能够有效降低失效传播的速度,为道路网络的整体调控争取更多时间。

根据图8,在CAV渗透率不等于0或1时,级联失效规模为:攻击流量最大节点 $>$ 随机攻击 $>$ 攻击介数最大节点。在混合交通流条件下,攻击介数最大节点导致的失效规模小于另外两种攻击情景。这是由于介数最大的节点虽然有更多最短

路径经过,但是城市道路网络节点耦合关系十分紧密,且路段长度较短。当此节点失效时,车辆可以绕行至相邻节点,因此,失效容易消散,不会再蔓延至其他节点。

4 结 论

(1)在导致整个网络失效的最大CAV渗透率即临界值处,级联失效的传播速度会显著变缓,但失效最终会蔓延至整个网络。当渗透率超过临界值时,网络最终失效规模会大幅缩小。在CAV渗透率由临界值0.6增大为0.7时,最终失效节点比例降低了91.21%。在可能导致全网络瘫痪的攻击场景下,管控部门需要使管控后的CAV渗透率控制在临界值之上,以缩小级联失效的最终规模。

(2)在相同失效场景下,CAV的渗透率超过临界值越多,交通流临界密度越大,则网络抵抗失效的能力越强,网络失效规模越小。

(3)在混合交通流下,不同攻击导致的失效规模大小依次为:攻击流量最大节点 $>$ 随机攻击 $>$ 攻击介数最大节点;级联失效的传播速度大小为:攻击流量最大节点 $\geq$ 攻击介数最大节点 $\geq$ 随机攻击。攻击流量最大节点时失效规模最大且失效传播速度最快,因此,在道路网络中需重点保护流量

最大节点,使其免于失效。

参考文献:

- [1] 北京交通发展研究院. 2023年北京交通发展年度报告[R]. 北京:北京交通发展研究院, 2023.
- [2] Reddy V H P, Raja A R, Polasi P K, et al. Design and development of traffic light recognition method for autonomous vehicles using V2I communication [C]//The 3rd International Conference on Artificial Intelligence and Signal Processing(AISP), Vijayawada, India, 2023: 1-6.
- [3] Gong Y, Zhu W. Modeling the heterogeneous traffic flow considering the effect of self-stabilizing and autonomous vehicles[J]. Chinese Physics B, 2022, 31(2): No. 024502.
- [4] Lu Q, Zhang L, Xu P, et al. Modeling network vulnerability of urban rail transit under cascading failures: a coupled map lattices approach[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2022, 221: No. 108320.
- [5] Zhang J, Wang Z, Wang S, et al. Vulnerability assessments of weighted urban rail transit networks with integrated coupled map lattices[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2021, 214: No. 107707.
- [6] Shen Y, Ren G, Ran B. Analysis of cascading failure induced by load fluctuation and robust station capacity assignment for metros[J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2022, 18(3): 1401-1419.
- [7] Mikaberidze G, D'Souza R M. Sandpile cascades on oscillator networks: the BTW model meets Kuramoto [J]. Chaos: an Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2022, 32(5): No. 053121.
- [8] Mei S, He F, Zhang X, et al. An improved OPA model and blackout risk assessment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(2): 814-823.
- [9] Elawady A, Abuzwidah M, Zeiada W. The benefits of using connected vehicles system on traffic delay and safety at urban signalized intersections[C]//Advances in Science and Engineering Technology International Conferences (ASET), Dubai, UAE, 2022: 1-6.
- [10] Wu Y, Lin Y, Hu R, et al. Modeling and simulation of traffic congestion for mixed traffic flow with connected automated vehicles: a cell transmission model approach[J]. Journal of Advanced Transportation, 2022, 2022(1): 1-20.
- [11] 马庆禄, 牛圣平, 曾皓威, 等. 网联环境下混合交通流偶发拥堵演化机理研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2022, 22(5): 97-106.
- [12] Ma Qing-lu, Niu Sheng-ping, Zeng Hao-wei, et al. Mechanism of non-recurring congestion evolution under mixed traffic flow with connected and autonomous vehicles[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2022, 22(5): 97-106.
- [13] 石路源. 基于手自一体混合驾驶的道路网络级联失效演变[D]. 重庆: 重庆交通大学交通运输学院, 2020.
- [14] Shi Lu-yuan. Cascade failure evolution of road network based on manual and autonomous mixed driving [D]. Chongqing: College of Traffic and Transportation, Chongqing Jiaotong University, 2020.
- [15] Zhou Z, Li L, Qu X, et al. An autonomous platoon formation strategy to optimize CAV car-following stability under periodic disturbance[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2023, 626: No. 129096.
- [16] Chen B, Sun D, Zhou J, et al. A future intelligent traffic system with mixed autonomous vehicles and human-driven vehicles[J]. Information Sciences, 2020, 529: 59-72.
- [17] Kaneko K. Overview of coupled map lattices[J]. Chaos: an Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 1992, 2(3): 279-282.
- [18] 王秋玲, 朱璋元, 陈红, 等. 基于CML的级联失效下异质多层交通网络节点抵抗特性研究[J]. 中国公路学报, 2022, 35(1): 263-274.
- [19] Wang Qiu-ling, Zhu Zhang-yuan, Chen Hong, et al. Node resistance characteristic of heterogeneous multi-layer transportation networks under cascading failure based on coupled map lattice[J]. China Journal of Highway and Transport, 2022, 35(1): 263-274.
- [20] Xu K, Hong C, Zhang X, et al. Cascades in coupled map lattices with heterogeneous distribution of perturbations[J]. Physica a: Statistical Mechanics and its Applications, 2020, 547: No. 123839.
- [21] Sun D, Jiang T, Zhao H, et al. Quantitative studies on traffic efficiency and safety variation trend of mixed traffic flow with different penetration rates of automated vehicles[C]//The 2nd International Conference on Sustainable Energy, Environment and Information Engineering, Xi'an, China, 2020.
- [22] 张磊. 基于级联失效的城市轨道交通网络脆弱性研究 [D]. 西安: 长安大学电子与控制工程学院, 2022.
- [23] Zhang Lei. Research on network vulnerability of urban rail transit based on cascading failures[D]. Xi'an: College of Electronics and Control Engineering, Chang'an University, 2022.