doi:10.16018/j.cnki.cn32-1650/n.202503012

非饱和土电渗水分迁移研究

金志伟
(合肥市轨道交通集团有限公司,安徽 合肥　230000)

摘要:考虑非饱和土体物理水文参数的非线性变化特性,通过COMSOL对非饱和土电渗方程组进行数值模拟,分析了电渗产生的孔隙水压力及水分迁移规律。结果表明:土体中水分在孔压差作用下由阳极向阴极定向迁移,饱和土电渗比非饱和土产生更大的孔隙水压力;非饱和土中阳极的体积含水率变化量与饱和水力渗透系数与饱和电渗透透系数比值成反比,与土体两端的电压成正比,因此电渗法更适用于细颗粒土的脱水硬化,工程应用中可通过逐级加压的方式提高土体排水效果,以减小电能的消耗;电极板与土体之间产生的界面电阻导致了阳极电势衰减,抑制了水分迁移效果。

关键词:电渗;非饱和土;体积含水率;电势;孔隙水压力
中图分类号:TU416　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1671-5322(2025)03-0072-12

随着我国基础设施的大规模建设,人们对非饱和土水分迁移的研究越来越多,这主要是因为基础设施的地基基础建设均涉及非饱和土,而非饱和土水分含量的变化会导致沉降倾斜、路基融沉、边坡失稳等岩土工程问题,从而影响人们的生命财产安全。因而对非饱和土水分迁移的研究对于工程建设的安全性具有重要意义。

1809年Ruess发现了土体中的电渗现象,此后研究人员对电渗法展开了系列研究。Esrig[1]在假设电场引起的电渗流与水力场引起的渗流线性叠加的基础上,推导出土体电渗一维固结控制方程;苏金强等[2]通过分离变量法对土体的二维电渗固结控制方程求解析解,并对阳极和阴极的排水边界条件进行组合研究;金志伟[3]通过COMSOL模拟了真空电渗联合作用下土体孔隙中水压力的时空分布规律。

上述研究均针对地下水位以下的饱和土体,电渗作用下地下水位以上的土体由饱和状态转化成非饱和状态,土体的性质如水力渗透系数、电力渗透系数、电导率等会产生显著变化。文献[4-5]提出了考虑土体性质变化的水力渗透系数及电渗渗透系数的非线性控制方程;王耀明等[6]通过建立非饱和黏土的一维电渗模型,给出了孔隙水压的解析解。

本文在非饱和土体物理及水文参数非线性变化的基础上,建立非饱和土电渗方程组,通过对COMSOL的PDE模块的二次开发对方程组进行数值求解,并分析了电场作用下非饱和土产生的孔隙水压力及体积含水率的变化规律,为非饱和土电渗设计提供思路。

1　非饱和土电渗方程

1.1　假设条件

1)土体各向均质同性;

2)土体水分水力梯度渗流满足Richard非饱和渗流定律;

3)电场作用下孔隙水的电渗渗流速度与电势梯度呈正比;

4)电场作用下,土体单元单位时间内水分的变化量等于电渗渗流和水力梯度渗流线性叠加。

1.2　电场方程

根据欧姆定律和电荷守恒定律,可得土体电场控制方程[7]为

$$C_{\mathrm{p}}\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\sigma_{\mathrm{e}}(\theta)\nabla^{2}\varphi=0 \tag{1}$$

收稿日期:2025-06-25

作者简介:金志伟(1994—),男,安徽合肥人,工程师,硕士,主要研究方向为岩土工程技术。

式中:C_p为土体的电容系数;$\sigma_e(\theta)$为土体的电导率;θ为土体的体积含水率;φ为土体的电势;$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}$。

1.3　水分场方程

非饱和土中水力梯度渗流满足 Richard 方程[8]:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\nabla\left[k_h(\theta)\nabla\psi(\theta)\right]+\frac{\partial k_h(\theta)}{\partial\theta}\nabla\theta \tag{2}$$

式中:$k_h(\theta)$为土体的非饱和水力渗透系数;$\psi(\theta)$为土体的基质吸力。

根据假设3),可得土体非饱和电渗渗流速度表达式为

$$V_e=k_e(\theta)\nabla\varphi \tag{3}$$

式中:V_e为土体非饱和电渗渗流速度;$k_e(\theta)$为土体非饱和电渗渗透系数。

联立式(2)、式(3),并结合假设4),可得电场作用下水分场方程:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\nabla\left[k_h(\theta)\nabla\psi(\theta)+k_e(\theta)\nabla\varphi\right]+\frac{\partial k_h(\theta)}{\partial\theta}\nabla\theta \tag{4}$$

1.4　基质吸力方程与水力渗透系数方程

基质吸力表示非饱和土中颗粒对水分的吸附能力。依据 Huang 等[4]的研究成果,非饱和土水力渗透系数与基质吸力方程分别为

$$k_h(\theta)=k_{hs}e^{\alpha\psi}, \tag{5}$$

$$\theta=\theta_r+(\theta_s-\theta_r)e^{\alpha\psi} \tag{6}$$

式中:k_{hs}为土体的饱和水力渗透系数;α为土体的减饱和系数;θ_s为土体的饱和体积含水率;θ_r为土体的残余体积含水率,反映了土体持水能力,由水土特征曲线拟合得出。

1.5　电渗渗透系数方程

依据 Wang 等[5]的研究成果,土体的非饱和电渗渗透系数与体积含水率关系为

$$k_e(\theta)=k_{es}e^{\beta\psi} \tag{7}$$

式中:k_{es}为土体的饱和电渗渗透系数;β为土体的电渗渗透率指数。

1.6　电导率方程

根据李瑛等[9]的研究成果,土体的电导率与体积含水率呈近似线性关系,表达式为

$$\sigma_e(\theta)=a\theta+b \tag{8}$$

式中:a、b为土体电导率参数。

1.7　孔压控制方程

依据假设3)、假设4),可得水分排出速度表达式为

$$\begin{cases}V_x=\dfrac{k_h(\theta)}{r_w}\dfrac{\partial u}{\partial x}+k_e(\theta)\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\\[2ex] V_y=\dfrac{k_h(\theta)}{r_w}\dfrac{\partial u}{\partial y}+k_e(\theta)\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}\end{cases} \tag{9}$$

式中:$r_w=p_w\cdot g$为水的容重,p_w为水的密度,g为重力加速度;u为孔隙水压力。

依据流体质量守恒原理,土体的排水量等于土体水分的变化量,可得:

$$\frac{\partial}{\partial x}(p_wV_x)+\frac{\partial}{\partial y}(p_wV_y)=\frac{\partial}{\partial t}(p_w\theta) \tag{10}$$

由式(9)、式(10),可得:

$$\nabla\left(\frac{k_h(\theta)}{r_w}\nabla u+k_e(\theta)\nabla\varphi\right)=\frac{\partial\theta}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial t} \tag{11}$$

忽略电渗过程中非饱和土中孔隙气的变化,则基质吸力即为孔隙水压力[10],即$\psi=u$。对式(6)求导可得:

$$\frac{\partial\theta}{\partial u}=\alpha(\theta_s-\theta_r)e^{\alpha u} \tag{12}$$

由式(11)、式(12)可得渗流场方程为

$$\nabla\left(\frac{k_h(\theta)}{r_w}\nabla u+k_e(\theta)\nabla\varphi\right)=\alpha(\theta_s-\theta_r)e^{\alpha u}\frac{\partial u}{\partial t} \tag{13}$$

1.8　饱和土电渗固结方程

根据苏金强等[2]的研究成果,饱和土渗流场方程为

$$\nabla\left(\frac{k_{hs}}{r_w}\nabla u+k_{es}\nabla\varphi\right)=m_v\frac{\partial u}{\partial t} \tag{14}$$

式中:m_v为土体的体积压缩系数。

2　电渗数值模拟

2.1　非饱和土与饱和土电渗方程组

根据式(1)、式(4)和式(13),可得非饱和土电渗方程组为

$$\begin{cases}C_p\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}-\sigma_e(\theta)\nabla^2\varphi=0\\[2ex] \dfrac{\partial\theta}{\partial t}=\nabla\left[k_h(\theta)\nabla\psi(\theta)+k_e(\theta)\nabla\varphi\right]+\dfrac{\partial k_h(\theta)}{\partial\theta}\nabla\theta\\[2ex] \nabla\left(\dfrac{k_h(\theta)}{r_w}\nabla u+k_e(\theta)\nabla\varphi\right)=\alpha(\theta_s-\theta_r)e^{\alpha u}\dfrac{\partial u}{\partial t}\end{cases} \tag{15}$$

根据式(1)、式(14)可得饱和土电渗方程组为

$$\begin{cases}C_p\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}-\sigma_e(\theta_s)\nabla^2\varphi=0\\[2ex] \nabla\left(\dfrac{k_{hs}}{r_w}\nabla u+k_{es}\nabla\varphi\right)=m_v\dfrac{\partial u}{\partial t}\end{cases} \tag{16}$$

2.2　边界条件及计算参数

建立图1所示宽度为1 m、高度为2 m土体数值计算模型，基于COMSOL的PDE模块对式(15)、(16)进行数值求解。求解时模型边界条件设置如下：土体上边界(y=2 m)为阳极、下边界(y=0)为阴极，土体两端施加电压U；土体电势初始值为0，初始体积含水率为0.4，初始孔隙水压力为0。土体计算参数如表1所示。

2.3　结果分析

2.3.1　饱和土与非饱和土电渗对比分析

基于COMSOL对式(15)、(16)进行数值求解，得到饱和土及非饱和土电渗90 h孔隙水压力分布，分别如图2、图3所示。提取饱和土和非饱和土(0.5，2)处电渗0~90 h的孔隙水压力，绘制饱和土及非饱和土孔隙水压力对比时程曲线，如图4所示。

由图2~3可知，电场作用下土体从阳极到阴极产生梯度分布的负的孔隙水压力。因此饱和土与非饱和土电渗的实质是在外加电场作用下，土体产生负的孔隙水压力，在孔压差的作用下土体水分由阳极向阴极迁移。

饱和土与非饱和土电渗的区别在于饱和土电渗固结方程应用场景为地下水位以下的饱和土体，此时土体物理水文参数恒定，均为饱水状态电渗渗透系数、水力渗透系数及电导率系数；非饱和土电渗固结方程应用场景为地下水位以

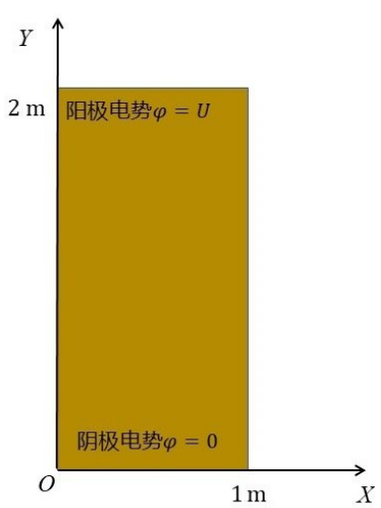


图1　土体计算模型

Fig. 1　Soil calculation model

表1　土体计算参数

Table 1　Soil calculation parameters

参数	参数值
饱和电渗渗透系数k_{es}/$(m^2\cdot(s\cdot V)^{-1})$	5×10^{-9}[10]
饱和水力渗透系数k_{hs}/$(m\cdot s^{-1})$	8×10^{-9}[10]
减饱和系数α	0.02[4]
电渗渗透率指数β	0.016[5]
电导率参数a	0.002 5[9]
电导率参数b	0.02[9]
电容系数C_p	0[7]
饱和体积含水率θ_s	0.5
残余体积含水率θ_r	0.3
电压U/V	100
水的容重r_w/$(N\cdot m^{-3})$	1×10^4
体积压缩系数m_v/Pa^{-1}	1×10^{-6}

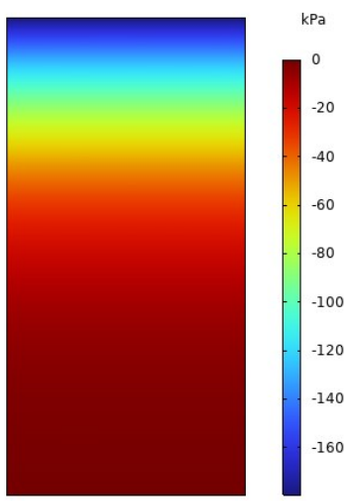


图2　饱和土电渗90 h孔隙水压力分布图

Fig. 2　Distribution map of pore water pressure in saturated soil under electro-osmosis for 90 hours

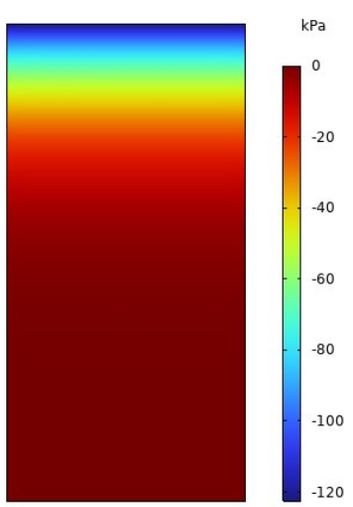


图3　非饱和土电渗90 h孔隙水压力分布图

Fig. 3　Distribution map of pore water pressure in unsaturated soil under electro-osmosis for 90 hours

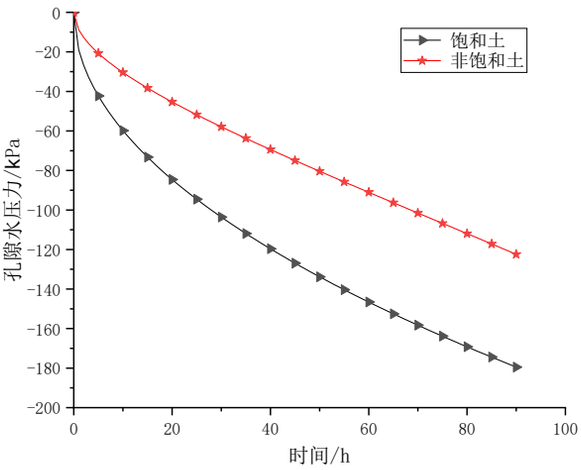


图4　(0.5,2)处孔隙水压力对比时程曲线

Fig. 4　Comparative time history curve of pore water pressure at (0.5,2)

上的非饱和土。由式(5)、式(7)、式(8)可知,非饱和土中土体物理水文参数为体积含水率的函数,且随着电渗过程中体积含水率的减小而折减。从图4可知,在(0.5,2)处的饱和土电渗90 h土体阳极产生的孔隙水压力约为-180 kPa,非饱和土电渗90 h土体阳极产生的孔隙水压力约为-120 kPa。显然,饱和土电渗比非饱和土电渗产生更大的孔隙水压力。

2.3.2　非饱和土水分迁移规律

基于COMSOL的PDE模块对式(15)进行数值求解,得到非饱和土电渗1、10、40、90 h的体积含水率分布,如图5~8所示。图9是在非饱和土电渗过程中提取(0.5,0)、(0.5,0.4)、(0.5,0.8)、(0.5,1.2)、(0.5,1.6)、(0.5,2.0)处6个特上的非饱和土。征点数据绘制的体积含水率时程曲线。

由图5~9可知,在初始时刻,土体为等势体,土体中不存在水分的迁移流动;在电场的作用下,土体中水分逐渐由阳极向阴极迁移,导致阳极附近的体积含水率呈现出加速减小、减速减小及趋于稳定的3个阶段。

由文献[11]可知,黏土水分子根据受静电引力的强弱可分为自由水、渗透结合水及吸附结合水。在电场的作用下,土体阳极体积含水率降低是由于土体中的自由水与渗透结合水产生迁移渗流;在电渗后期,因受强静电引力作用的吸附结合水难以发生迁移,使得土体阳极附近的体积含水率仍然可达30%,而土体阴极由于得到水分的补给,逐渐由非饱和状态达到饱和状态,体积

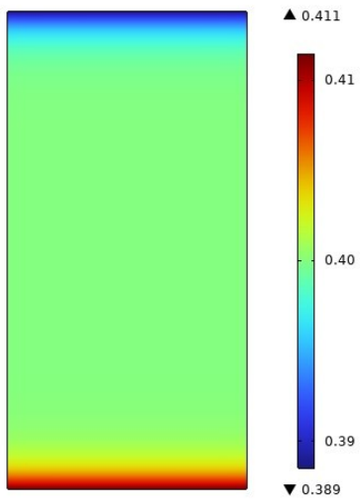


图5　非饱和土电渗1 h体积含水率分布

Fig. 5　Distribution of volumetric water content in unsaturated soil under electro-osmosis for 1 hour

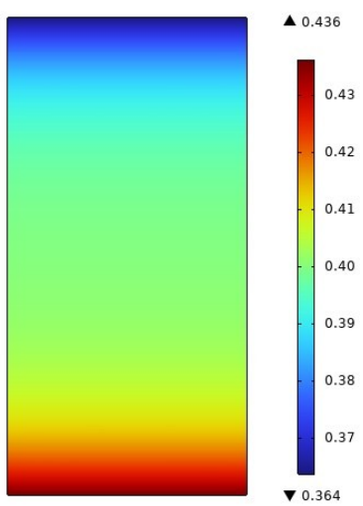


图6　非饱和土电渗10 h体积含水率分布

Fig. 6　Distribution of volumetric water content in unsaturated soil under electro-osmosis for 10 hours

含水率达到50%。

2.3.3　非饱和土中饱和水力渗透系数与饱和电渗渗透系数的比值对水分迁移的影响

由文献[10]可知,土体的饱和电渗渗透系数k_{es}取值范围为1×10^{-10}~1×10^{-9} m^2/(s·V),而土的饱和水力渗透系数k_{hs}能从砂土的1×10^{-6} m/s变化到黏土的1×10^{-11} m/s。因此通过改变土体的k_{hs}/k_{es}值,绘制电场作用下土体阳极的体积含水率时程曲线,可研究土体电渗从细颗粒土到粗颗粒土的排水效果。图10为非饱和土电渗过程中饱和水力渗透系数k_{hs}与饱和电渗渗透系数k_{es}

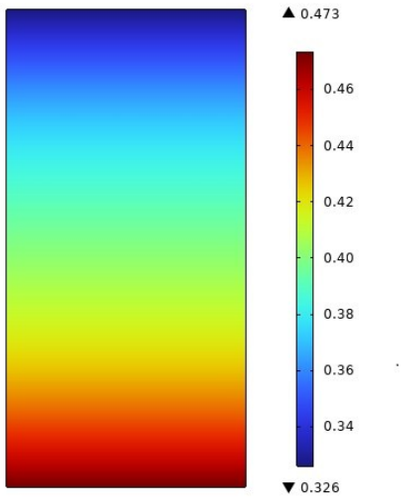


图 7　非饱和土电渗 40 h 体积含水率分布

Fig. 7　Distribution of volumetric water content in unsaturated soil under electro-osmosis for 40 hours

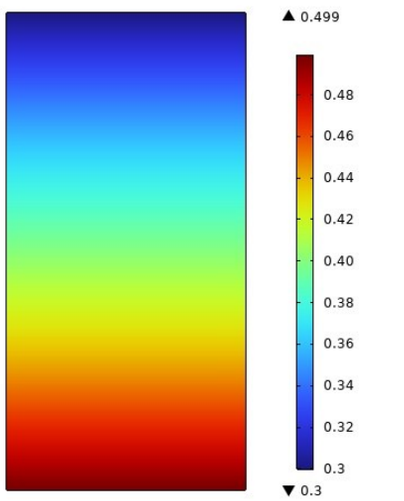


图 8　非饱和土电渗 90 h 体积含水率分布

Fig. 8　Distribution of volumetric water content in unsaturated soil under electro-osmosis for 90 hours

的不同比值对土体阳极体积含水率的影响。

从图 10 可知，k_{hs}/k_{es} 的值越大，土体阳极体积含水率变化量越小，体积含水率趋于稳定的时间越短。当 k_{hs}/k_{es} = 16 时，电渗结束的阳极体积含水率约为 39%；当 k_{hs}/k_{es} = 1.6 时，电渗结束的阳极体积含水率约为 30%。显然，电渗作用对细颗粒水分的迁移效果比粗颗粒更好，因此对粗颗粒土建议使用真空预压法或堆载法进行排水固结。

2.3.4　非饱和土电势衰减对水分迁移的影响

通过改变土体两端的电压，研究增压对阳极

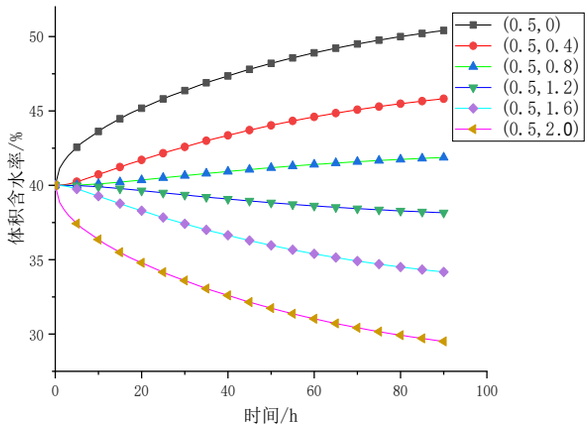


图 9　非饱和土不同位置体积含水率时程曲线

Fig. 9　Time-history curves of volumetric water content at different positions in unsaturated soil

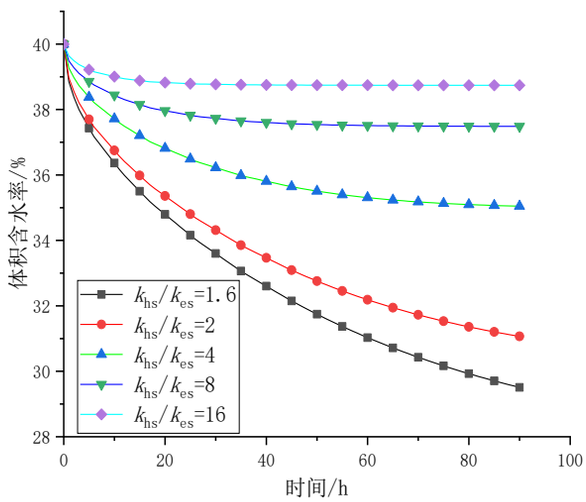


图 10　k_{hs}/k_{es} 比值不同时非饱和土(0.5,2)处体积含水率时程变化曲线

Fig. 10　Time-history curves of volumetric water content at the positions (0.5,2) of unsaturated soil with different k_{hs}/k_{es} ratios

水分迁移效果的影响。图 11 为不同电压下土体电渗过程中阳极体积含水率的变化曲线。由图 11 可知，电压越小，阳极体积含水率变化量越小，体积含水率趋于稳定的时间越快，水分迁移的效果越差。电压为 5 V 时，电渗结束的阳极体积含水率约为 39%；电压为 100 V 时，电渗结束的阳极体积含水率约为 30%，增压对水分迁移的效果影响显著。

考虑土体中的电势并非恒定。在电场作用下土体内部会发生物理化学反应，阳极附近的水分子发生电解反应：

$$H_2O \rightarrow O_2 + H^+ + e^-$$

水在电场作用电解出 H^+ 使阳极的 pH<7，在

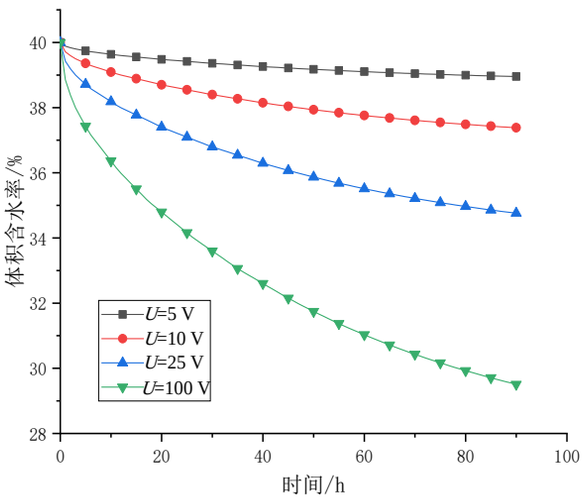


图 11　不同电压作用时非饱和土(0.5,2)处体积含水率的时程曲线

Fig. 11　Time-history curves of volumetric water content at (0.5,2) in unsaturated soil under different voltage conditions

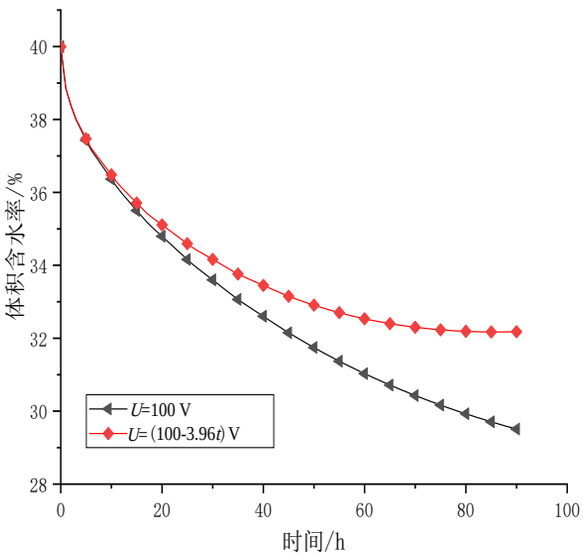


图 12　电势衰减时非饱和土(0.5,2)处体积含水率的时程曲线

Fig. 12　Time-history curve of volumetric water content at position (0.5,2) of unsaturated soil during potential decay

酸性条件下金属电极(如铁、铝)会与水发生化学反应:

$$2Fe + 6H_2O = 2Fe(OH)_3 + 3H_2$$

$$2Al + 6H_2O = 2Al(OH)_3 + 3H_2$$

在阳极产生的 $Al(OH)_3$、$Fe(OH)_3$ 遇水形成胶体,从而在电极板与土体之间产生界面电阻,导致阳极电势衰减,进一步影响水分迁移效果。根据龚明星等[12]的试验结果,阳极有效电势与时间近似呈线性相关,如式(17)所示。

$$\varphi = \varphi_0 - \varepsilon t \tag{17}$$

式中:φ_0 为阳极初始电势;ε 为电势衰减系数,t 表示衰减时间。

假设阳极有效电势衰减的控制方程为

$$\varphi = 100 - 3.96t \tag{18}$$

结合式(15)可模拟电势衰减对水分迁移的影响,如图 12 所示。从图 12 可以看出,前期阳极电势的衰减对阳极水分迁移效果的影响较小,中后期影响较大。在 100 V 电压的作用下,电渗结束的阳极体积含水率约为 30%;考虑电势衰减时,电渗结束的阳极体积含水率约为 32%。因此界面电阻的产生抑制了土体阳极水分的迁移效果。

3　结论

1) 电渗时土体中水分在孔压差作用下由阳极向阴极定向迁移,饱和土电渗比非饱和土产生更大的孔隙水压力。

2) 电渗时阳极附近体积含水率呈现出加速减小、减速减小、趋于稳定 3 个阶段。阴极得到水分的补给,逐渐由非饱和状态达到饱和状态。

3) 土体体积含水率变化量与饱和水力渗透系数与饱和电渗透透系数的比值成反比,电渗法更适用于细颗粒土的排水固结。

4) 土体体积含水率变化量与电压呈正比。工程应用中可通过逐级加压的方式提高土体排水效果,以减小电能的消耗。

5) 电渗过程往往伴随着电化学反应。土体中水分电解生成的氢离子与电极发生化学反应产生界面电阻,导致了阳极电势衰减,抑制了水分迁移效果。

参考文献:

[1] ESRIG M I. Pore pressures, consolidation, and electrokinetics[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, 94(4): 899-921.

[2] 苏金强, 王钊. 电渗的二维固结理论[J]. 岩土力学, 2004, 25(1): 125-131.

[3] 金志伟. 真空-电渗的二维数值分析[J]. 蚌埠学院学报, 2023, 12(2): 85-89.

[4] HUANG R Q, WU L Z. Analytical solutions to 1-D horizontal and vertical water infiltration in saturated/unsaturated soils considering time-varying rainfall[J]. Computers and Geotechnics, 2012, 39: 66-72.
[5] WANG L J, WANG Y M, LIU S H, et al. Analytical solution for one-dimensional vertical electro-osmotic drainage under unsaturated conditions[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 105: 27-36.
[6] 王耀明, 王柳江, 刘斯宏, 等. 非饱和黏土的一维电渗排水解析理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(S2): 3767-3774.
[7] 胡黎明, 吴伟令, 吴辉. 软土地基电渗固结理论分析与数值模拟[J]. 岩土力学, 2010, 31(12): 3977-3983.
[8] 殷宗泽, 钱家欢. 土工原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.
[9] 李瑛, 龚晓南, 郭彪, 等. 电渗软黏土电导率特性及其导电机制研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(S2): 4027-4032.
[10] 吴辉. 软土地基电渗加固方法研究[D]. 北京: 清华大学, 2015.
[11] 金志伟, 阎长虹, 李良伟, 等. 低含水率盾构泥浆的真空-电渗联合泥水分离技术试验研究[J]. 水文地质工程地质, 2020, 47(1): 103-110.
[12] 龚明星, 王档良, 詹贵贵. 考虑有效电势变化的软土一维电渗固结理论[J]. 水文地质工程地质, 2015, 42(4): 61-66.

Research on Electro-osmotic Moisture Migration in Unsaturated Soil

JIN Zhiwei
(Hefei Rail Transit Group Co. Ltd., Hefei Anhui 230000, China)

Abstract: Considering the nonlinear variation characteristics of the physical and hydrological parameters of unsaturated soil, numerical simulations of the electro-osmotic equations for unsaturated soil were conducted using COMSOL, and the pore water pressure generated by electro-osmosis and the laws of moisture migration were analyzed. The results show that the moisture in the soil migrates directionally from the anode to the cathode under the action of pore pressure difference, and the electro-osmosis in saturated soil generates greater pore water pressure than that in unsaturated soil. The variation in volumetric water content of the anode in unsaturated soil is inversely proportional to the ratio of the saturated hydraulic conductivity to the saturated electro-osmotic conductivity, and directly proportional to the voltage across the soil mass. Therefore, the electroosmosis method is more suitable for the dehydration and hardening of fine-grained soils. In engineering applications, the soil drainage effect can be improved by means of stepwise pressure increase to reduce electrical energy consumption. The interface resistance generated between the electrode plate and the soil mass causes the attenuation of the anode potential and inhibits the effect of water migration.

Keywords: electro-osmotic; unsaturated soil; volumetric moisture content; electric potential; pore water pressure

(责任编辑:李华云)