文章编号:1674-2869(2025)06-0683-06

基于小波变换与正则化的梁桥挠度影响线识别方法

李 斌[1],咎建航[2],顾箭峰[*2],杨雨厚[3]
1. 广西壮族自治区贵港公路发展中心,广西 贵港 537100;
2. 武汉工程大学土木工程与建筑学院,湖北 武汉 430074;
3. 广西交科集团有限公司,广西 南宁 530007

摘 要:为准确识别挠度影响线,提出一种基于小波变换与正则化的梁桥挠度影响线识别方法。利用小波变换对跨中挠度数据进行分解、分析及重构,得到梁桥准静态响应,并引入正则化方法弥补理论模型误差。以某预应力混凝土简支梁桥为研究对象,通过车辆荷载试验及数值模拟验证所提方法的准确性和有效性。结果表明:用整体相对误差(ORE)和峰值相对误差(PRE)评估识别精度,本文方法在不同车速下均可实现对挠度影响线的精准识别,且识别误差随车速的增大而降低,ORE和PRE最大值分别为4.03%和3.19%。因此本文方法能有效减小位移影响线识别误差,提高了影响线识别的准确性,并具备工程应用的良好潜力。

关键词:挠度影响线;影响线识别;小波变换;正则化方法
中图分类号:U446 **文献标识码**:A **DOI**:10.19843/j.cnki.CN42-1779/TQ.202408004

Identification method for deflection influence lines of beam bridges based on wavelet transform and regularization

LI Bin[1], *ZAN Jianhang*[2], *GU Jianfeng*[*2], *YANG Yuhou*[3]
1. Guigang Highway Development Center, Guangxi Zhuang Autonomous Region, Guigang 537100, China;
2. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China;
3. Guangxi Transportation Science and Technology Group Co., Ltd, Nanning 530007, China

Abstract: To precisely identify the deflection influence lines (DILs), a displacement influence line identification method based on wavelet transform and regularization theory was proposed in this study. First, mid-span deflection data was decomposed, analyzed, and reconstructed using wavelet transform to extract quasi-static responses. Regularization was then introduced to compensate for potential errors in the theoretical model. The accuracy and effectiveness of the method were validated through vehicle load tests and numerical simulations on a beam bridge simply supported by prestressed concrete. Results evaluated using overall relative error (ORE) and peak relative error (PRE) demonstrated that the proposed method achieved precise DIL identification across different vehicle speeds, with identification errors decreasing as speed increased. The maximum ORE and PRE were 4.03% and 3.19%, respectively. Therefore, this method can effectively reduce displacement influence line identification errors, enhance recognition accuracy, and exhibit significant potential for engineering applications.

Keywords: deflection influence line; influence line identification; wavelet transform; regularization method

收稿日期:2024-08-02
基金项目:贵港市自筹经费科研项目(贵路养函【2023】40号)
作者简介:李 斌,学士,高级工程师。Email:409314961@qq.com
***通信作者**:顾箭峰,博士,副教授。Email:gjfcqucdu@wit.edu.cn
引文格式:李斌,咎建航,顾箭峰,等. 基于小波变换与正则化的梁桥挠度影响线识别方法[J]. 武汉工程大学学报,2025,47(6):683-688.

桥梁影响线是一种描述车辆荷载移动引起桥梁响应变化的重要工具[1]。它可以用来评估桥梁在不同位置和不同荷载条件下的应力和变形情况，对桥梁的设计、维护和安全评估至关重要[2]，被广泛应用于桥梁动态称重[3-4]、损伤识别[5-6]和状态评估[7-8]等领域。因此，获取准确的桥梁影响线是上述研究的基础和前提。

传统的影响线识别方法主要基于静力学原理，通过测量静载作用下的桥梁响应确定影响线[9]，但对动载作用下的桥梁结构影响线识别仍存在局限。Chen等[10]建立影响线识别的数学模型，采用Tikhonov正则化方法求解欠定矩阵以提取桥梁影响线，并通过试验验证了该方法的精确性；许为民等[11]提出双轴车辆作用下中小跨径梁桥挠度影响线的实用提取方法，并通过数值模拟验证所提方法的有效性；Zheng等[12]为实现桥梁影响线的准确识别，使用经验模态分解（empirical mode decomposition，EMD）削减动态波动干扰后，采用B样条正则化识别桥梁影响线，该方法能够在车辆高速行驶情况下准确地识别出桥梁影响线。然而，运营环境下桥梁结构的监测信号常伴有噪声，因而要求一种能够处理噪声和提高信号识别准确率的方法。而小波包变换因其优越的时频分析能力，能够准确分解部分高、低频信号，对桥梁振动信号处理展现出极大潜力[13-14]。茹媛博[15]对准静态位移影响线进行连续小波变换，实现了桥梁结构损伤定量识别；周宇等[16]通过变分模态分解与小波变换法对时程响应进行预处理，剔除车辆多轴效应，再采用正则化方法识别出桥梁的准静态挠度影响线。上述方法通常基于静态或准静态荷载假设，难以有效捕捉实际桥梁承受的动态荷载时变特性，导致识别结果对荷载速度和位置变化敏感，易出现时滞误差或幅值失真。此外，实测挠度信号中不可避免的噪声干扰（如环境振动、传感器误差等）也一定程度地影响识别精度。

本文利用小波变换和正则化方法，提出一种有效的桥梁挠度影响线的识别方法，并通过试验分析车辆行驶速度对挠度影响线提取精度的影响。该方法通过小波包变换中的多尺度分解与自适应频带划分精准提取动态荷载作用下非平稳挠度信号的时频特征以有效剔除噪声成分。同时，引入正则化方法约束解空间的病态性，抑制测量噪声和模型误差。该方法克服了传统方法在动态分析中的固有缺陷，对于桥梁结构健康监测具有重要的实际意义，在提高挠度影响线识别的准确性和可靠性的同时，为桥梁的定期检查与远程监控提供技术支持。

1 基于小波包变换与正则化的梁桥挠度影响线识别方法

1.1 基于阈值法小波包变换的准静态响应提取

依据结构动力学，当梁变形程度较轻微且完全在弹性极限内，简支梁受移动恒定载荷（F_q）影响的振动微分方程为：

$$EI\frac{\partial u^4(x,t)}{\partial t^4}+m\frac{\partial u^2(x,t)}{\partial t^2}+c\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\delta(x-vt)F_q \tag{1}$$

式（1）中：E为简支梁的弹性模量；I为截面惯性矩；m为单位长度质量；c为阻尼系数；δ狄拉克函数。

采用振型叠加法，将结构的原始几何坐标转换为模态坐标，应用Duhamel积分法对振动微分方程求解，得到简支梁位移响应的表达式为：

$$u_q(x,t)=\frac{2F_q}{mL}\sin\frac{n\pi x}{L}\sum_{n=1}^{N}\left\{\left[\frac{1}{\left(1-a_n^2\right)^2\left(2\zeta_n a_n\right)^2}\left(1-a_n^2\right)\sin\Omega_n t-2\zeta_n a_n\cos\Omega_n t\right]-\mathrm{e}^{-\zeta_n\omega_n}\frac{a_n}{1-a_n^2}\sin\omega_{Dn}t\right\} \tag{2}$$

式（2）中：$u_q(x,t)$为简支梁位移响应；F_q为移动恒定荷载；L为桥梁跨度；N为振型阶数；ζ_n为结构第n阶的阻尼比；ω_{Dn}为桥梁的自由振动频率（动态分量）；ω_n为移动荷载引起的扰动频率（静态分量）；$\Omega_n=n\pi v/L$；$a_n=\Omega_n/\omega_n$，为第n阶广义扰动频率。在移动荷载下，频率分量主要由静态分量ω_n和动态分量ω_{Dn}构成。而静态分量ω_n主要集中在低频区域，动态分量ω_{Dn}作为桥梁的固有振动频率，多位于高频区域。因此，可通过频域分析实现桥梁总位移中的动态和静态分量的有效分离。

本文利用小波包分析分解与重构原始动力响应信号，以获得更精确的准静态响应。采用已定义的小波函数和尺度函数，依据二尺度关系定义式（1）所示的递归函数，实现对信号的高效处理。

$$\begin{cases}w_{2n}(t)=\sqrt{2}\sum\limits_{i\in\mathbf{Z}}h_i w_n(2t-i)\\ w_{2n+1}(t)=\sqrt{2}\sum\limits_{i\in\mathbf{Z}}g_i w_n(2t-i)\end{cases} \tag{3}$$

式（3）中：$w_{2n}(t)$和$w_{2n+1}(t)$为小波函数序列；h_i和g_i

分别代表低通和高通滤波器的系数。利用递归公式[式(1)]，可逐步对原始信号u进行分解。通过每一层次的上层信号$u_{l(j,n)}$可进一步分解出下一层的信号，包括细节信号$u_{k(j+1,2n)}$和近似信号$u_{k(j+1,2n+1)}$，具体分解过程可通过式(4)描述，示意图如图1所示。

$$\begin{cases} u_{k(j+1,2n)} = \sum_l h_{1(2l-k)} u_{l(j,n)} \\ u_{k(j+1,2n+1)} = \sum_l g_{1(2l-k)} u_{l(j,n)} \end{cases} \tag{4}$$

式(4)中：j为信号层数；n是信号分解过程中的“位置索引”，用来标记同一层中不同信号单元的位置；对于长度为l的滤波器，$l \in \{0, 1, \cdots, l-1\}$。

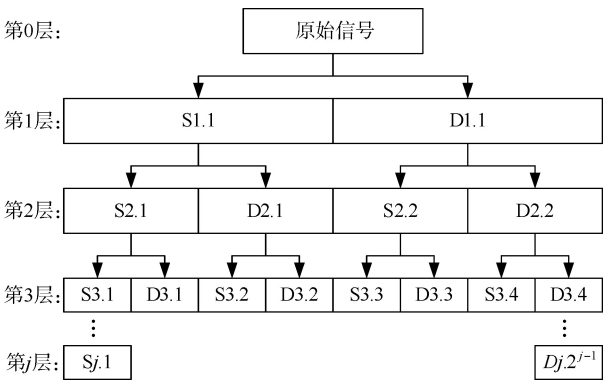

图1　小波包分解流程示意图

Fig. 1　Schematic diagram of wavelet packet decomposition procedure

1.2　移动车辆荷载下的影响线识别数学模型

假设某车辆以速度v通过桥梁，各个车轴对桥梁产生的影响相互独立，因此，移动车辆引起的桥梁响应可视为每个车轴单独作用时产生响应的简单叠加。若车辆由n个轴组成，每个轴重依次记为$m_1, m_2, \cdots, m_n$。通过式(5)建立车辆轴重与影响线之间的数学模型：

$$r(t) = \sum_{i=1}^{n} m_i \varphi_i \tag{5}$$

式(5)中：$r(t)$指在时间t该车辆引起的所关注位置处的桥梁响应，m_i表示第i个轴的轴重，n为轮轴总数，φ_i指第i轴负荷对桥梁反应的影响系数。

为便于计算求解，将影响线识别问题转换为识别桥梁上各个离散节点的影响线因子问题，写为矩阵形式：

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{\Phi} \tag{6}$$

式(6)中：$\boldsymbol{R}$为桥梁响应向量；$\boldsymbol{\Phi}$为影响线因子向量；$\boldsymbol{L}$为加载车辆的信息矩阵，需要根据不同的车桥耦合边界条件进行构造。以车辆行进方向前轴上桥、后轴下桥作为测试时段，据此构建出的车辆信息矩阵$\boldsymbol{L}$可表示为：

$$\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & m_1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ m_2 & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & m_2 & \vdots & \ddots & m_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & m_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}_{m \times n} \tag{7}$$

因此，式(6)的矩阵形式可展开为：

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & m_1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ m_2 & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & m_2 & \vdots & \ddots & m_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & m_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}_{m \times n} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_m \end{pmatrix}_{m \times 1} \tag{8}$$

当车辆驶过桥面，原有的振动信号通过小波包方法剥离动态波动成分，虽然这种做法能去除多数动态效应，但仍有部分动态效应难以完全剔除，由此导致车辆通行引发的动态响应与桥梁静态响应间存在特定的偏差。为此，考虑误差因素对理论模型作出调整：

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_r + e \tag{9}$$

式(9)中：$\boldsymbol{R}_r$代表静力响应，e代表误差成分。

为缩小在解决病态问题时产生的误差，可应用Tikhonov正则化方法，通过调整数学模型，改善式(9)中病态矩阵的求解效果，具体模型如式(10)所示：

$$\phi = \arg\min_{\phi \in R^q} \left[\left\| \boldsymbol{R} - \boldsymbol{L}\phi \right\|_2^2 + \lambda \left\| \boldsymbol{T}\phi \right\|_2^2 \right] \tag{10}$$

式(10)中：argmin[ ]是使目标函数达到最小值而需要确定的变量集合；$\phi \in R^q$表示属于q维向量空间的自变量元素ϕ；$\left\| R - L\phi \right\|_2^2$是响应误差的平方和；$\left\| T\phi \right\|_2^2$是对解进行约束的罚函数；$\lambda$是正则化系数，用于控制罚函数的强度；$\boldsymbol{T}$为正则化矩阵，在Tikhonov正则化中，选择合适的正则化系数λ非常关键。目前，广义交叉验证法和L曲线法是两种主流的正则化参数选取方法。本文使用L曲线法确定λ值。其中正则化矩阵如下：

$$\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & & \\ & 1 & -2 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}_{(n-2) \times n} \tag{11}$$

方程中的最小化问题涉及二次方程求解，通过对式(10)右侧ϕ进行求导并设置导数为0的方式，能够推演出确定影响线的解析式：

$$\phi = \left(\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L} + \lambda^{2}\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}\right)^{-1}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \tag{12}$$

结合桥梁跨中挠度准静态数据，利用移动车辆的数据(如轴重、轴间距和实时位置)，可用于建立载荷矩阵$\boldsymbol{L}$，进而通过正则化方法识别影响线。

2 试验验证

2.1 桥梁概况

以某预应力混凝土简支梁桥为研究对象，该桥跨径20 m，横桥向均布置4片T梁，梁高度为1.50 m，中梁梁宽为2.10 m，边梁梁宽为2.15 m。桥面铺装C50混凝土，并在其上覆设10 cm厚的沥青面层，路面不平整度为B级。

利用ANSYS构建该桥的三维有限元模型，选取板单元SHELL63模拟C50混凝土桥面铺装，以实体单元SOLID65模拟主梁结构。图2展示了构建的有限元模型，通过对该模型进行模态分析，选取了简支梁桥前10阶的模态频率，如表1所示。

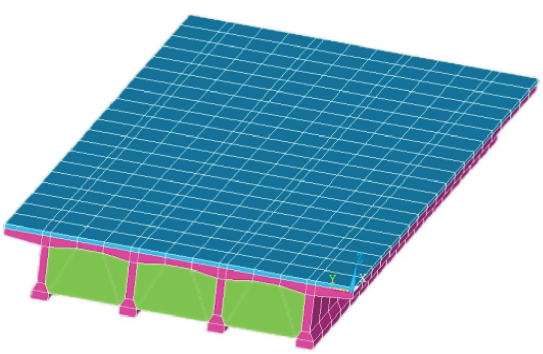

图2 桥梁有限元模型

Fig. 2 Finite element model of bridge

表1 简支梁桥前10阶的自振频率

Table 1 Natural frequency of the first 10 order of a simply-supported beam bridge

模态阶数	频率 / Hz	模态阶数	频率 / Hz
1	6.654 2	6	29.006
2	9.390 5	7	32.808
3	21.407 0	8	33.248
4	24.832 0	9	39.376
5	27.660 0	10	41.854

2.2 位移响应时程分析

选取常用的三轴自卸汽车为研究对象，分析简支梁桥竖向振动响应。车辆模型如图3所示，各参数如表2所示。

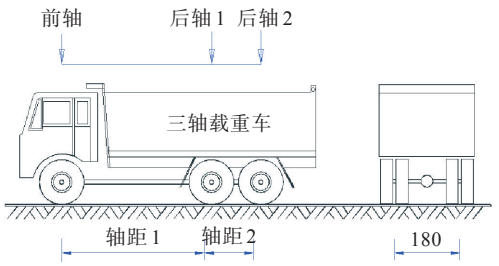

图3 车辆模型示意图(单位：cm)

Fig. 3 Schematic diagram of vehicle model (unit: cm)

表2 车辆模型参数

Table 2 Vehicle model parameters

类别	动力特性参数
前轴质量m_1+m_2 / kg	594
后轮1质量m_3，m_4 / kg	466
后轮2质量m_5，m_6 / kg	466
车身质量m_{hb} / kg	30 542
前轴距质心距离a / m	3.4
中轴距质心距离b / m	0.2
后轴距质心距离c / m	1.4
车身仰俯转动惯量I_{hb} / (kg·m^2)	55 259
车身侧翻转动惯量I_t /(kg·m^2)	6 893
前、中、后轴左右轮间距b / m	1.8

使用MATLAB和ANSYS软件，模拟车辆在桥上分别以10和20 m/s的速度行驶时的桥梁振动反应。记录桥梁中梁跨中的挠度数据，如图4所示。

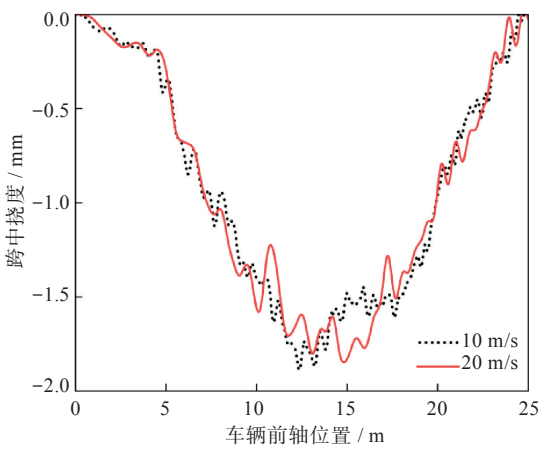

图4 10与20 m/s车速下的中梁跨中挠度时程数据

Fig. 4 Time history data of mid-deflection of middle beam span at speeds of 10 and 20 m/s

2.3 基于小波包变换和正则化的简支梁桥挠度影响线识别结果

由于桥梁在车辆荷载作用下的准静态响应主要集中在整体动力响应的低频区域，为有效捕捉特定的响应特征，本文使用小波包分解方法对动

力响应的时程信号进行分析。

选取多贝西小波函数（Daubechies，db7）为小波基函数，分解层数为j=9，计算步长为0.001 s，每个频带的宽度为：

$$\Delta f = \frac{1}{\Delta t \times 2^{j+1}} \approx 0.977\ \text{Hz} \tag{13}$$

利用小波包将桥梁动挠度信号分解成若干频带对应的信号，并重构各个频带对应的时程信号，从中提取出与交通载荷相关的低频成分，即准静态响应，结果如图5所示。

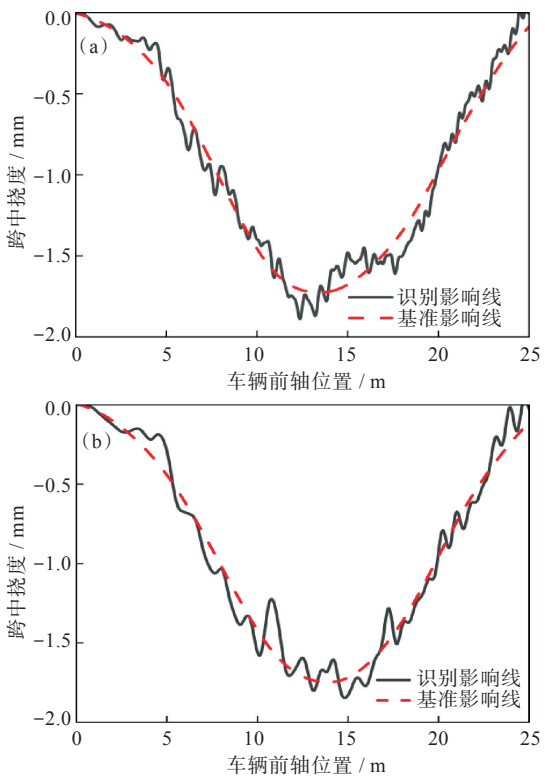

图5　不同行驶速度下桥梁准静态响应识别：（a）10 m/s，（b）20 m/s

Fig. 5　Bridge quasi-static response identification at each speed:（a）10 m/s,（b）20 m/s

由图5可见，车辆行驶速度为10 m/s时，识别影响线虽存在波动，但与基准影响线基本吻合；车辆行驶速度为20 m/s时，识别影响线在跨中部分存在较明显波动，分析其原因可能为桥梁跨中附近挠度较大且存在动力扰动，但总体仍与基准影响线吻合，表明该影响线识别方法具有准确性和鲁棒性。

结合桥梁跨中挠度准静态数据，利用移动车辆的各项参数（如轴重、轴间距和实时位置）建立载荷矩阵$\boldsymbol{L}$，通过正则化方法识别影响线，识别结果如图6所示。

由图6可知，基于小波包变换和正则化识别桥梁的挠度影响线整体吻合度较高。在峰值处，识别出的影响线与基准影响线的吻合度良好，存在的误差较小，表明该方法能够有效识别出桥梁在车辆荷载作用下的挠度影响线。

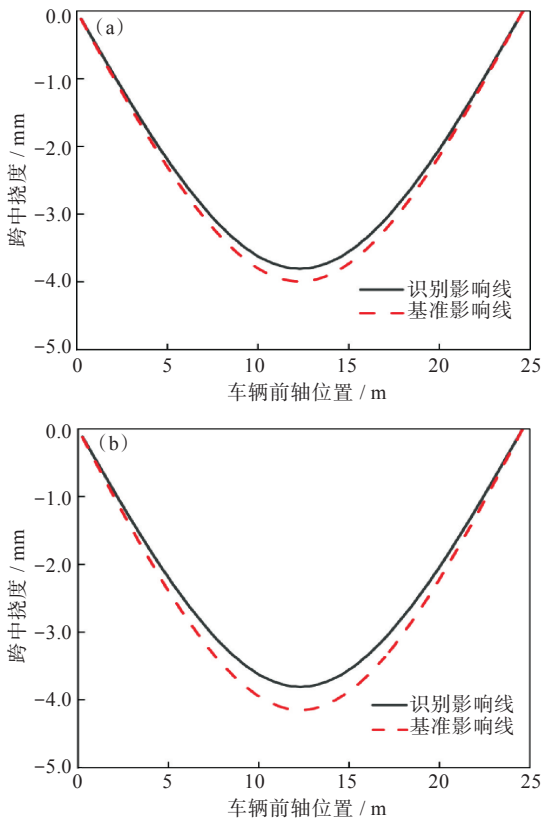

图6　不同行驶速度下跨中挠度影响线识别结果：（a）10 m/s，（b）20 m/s

Fig. 6　Identification result of mid-span deflection influence line at each speed:（a）10 m/s,（b）20 m/s

为评估所提方法的识别性能及其精度，引入整体相对误差（overall relative error，ORE）评价识别出的影响线与准静态影响线的匹配程度。同时，还使用峰值相对误差（peakvalue relative error，PRE）评价所测量数值与实际数值间的最大误差，以此来确定数据的准确性，定义如下：

$$E_{\text{ORE}} = \frac{\left\| \phi_s - \phi_i \right\|_1}{\left\| \phi_i \right\|_1} \tag{14}$$

$$E_{\text{PRE}} = \frac{\left\| \phi_s \right\|_\infty - \left\| \phi_i \right\|_\infty}{\left\| \phi_i \right\|_\infty} \tag{15}$$

式中：ϕ_s为识别影响线，ϕ_i为基准影响线。计算误差结果如表3所示。

结果表明，本文所提方法的识别精度可信度较高，ORE和PRE均控制在5%以内。在不同加载速度下，本文提出的基于小波包变换和正则化识

表3 不同行驶速度下不同误差指标的影响线识别精度

Table 3 The error accuracy of line identification affected by different error indexes at each speed

行驶速度/(m/s)	ORE/%	PRE/%
10	2.68	2.14
20	4.03	3.19

别梁桥挠度影响线的方法可以有效地过滤动载引起的局部波动,使提取到的影响线平滑,且与基准影响线吻合良好,具有较高的准确性,为桥梁结构的安全评估和健康监测提供了有力支持。

3 结 论

(1)基于小波包变换与正则化,利用移动车辆信息与其引起桥梁响应的实测信息,提取和识别桥梁挠度影响线,为桥梁健康监测过程中识别挠度影响线问题提供了一种新的方法。

(2)通过选择合适的小波基函数和分解层数,实现了实测响应中动态和静态分量的有效分离,从而提取出准静态响应,为影响线的准确识别奠定了基础。

(3)结合Tikhonov正则化方法,在优化模型中引入罚函数,平衡了数据处理和模型误差,提高影响线识别的准确性和稳定性。通过简支梁桥的试验,并引入ORE和PRE评估识别的准确性。提出的影响线识别方法在不同车辆行驶速度下识别出的影响线具有较高的识别精度,可有效反映桥梁结构的状况,具备工程应用的潜力。

(4)后续可开展其他类型桥梁的长期实测数据、检测环境(温度、湿度等)等因素对识别结果的影响研究,并开展更全面的实桥试验以验证该方法的鲁棒性。

参考文献

[1] ZHOU Y, ZHOU S, DENG L, et al. Research on moving load identification based on measured acceleration and strain signals [J]. International Journal of Lifecycle Performance Engineering, 2019, 3(3/4):257-288.

[2] OBRIEN E J, QUILLIGAN M J, KAROUMI R. Calculating an influence line from direct measurements [J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Bridge Engineering, 2006, 159(1):31-34.

[3] 李春,杨晓燕,晋智斌,等.基于引桥动态称重的主桥应变影响线识别[J].四川建筑,2020,40(5):238-240,243.

[4] 周赛.基于车辆大数据与区间仿射求逆算法的中小桥梁结构识别[D].长沙:湖南大学,2020.

[5] 唐亮,吴桐,毛若愚,等.桥梁结构损伤定位的曲率影响线面积差方法[J].应用基础与工程科学学报,2022,30(3):541-553.

[6] 王宁波,左晴,李靖,等.基于当前多影响线信息的超静定梁损伤识别方法[J].中南大学学报(自然科学版),2021,52(9):3284-3294.

[7] 王珊珊,张荣凤,亓兴军,等.基于影响线轻荷载试验的桥梁承载力评估方法研究[J].施工技术(中英文),2022,51(12):13-18.

[8] 陈兴权,王莹,杨宏印,等.某重载铁路连续刚构桥梁健康监测方案设计[J].武汉工程大学学报,2021,43(5):557-561.

[9] 周宇,尚稳齐,狄生奎,等.连续梁桥影响线识别与承载能力快速评估试验研究[J].振动与冲击,2024,43(7):334-344.

[10] CHEN Z W, YANG W B, LI J, et al. Bridge influence line identification based on adaptive B-spline basis dictionary and sparse regularization [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2019, 26(6):e2355.

[11] 许为民,高庆飞,孙文波,等.双轴车辆作用下中小跨径梁桥位移影响线的实用提取方法[J].公路交通科技,2021,38(增刊1):53-61.

[12] ZHENG X, YANG D H, YI T H, et al. Bridge influence line identification from structural dynamic responses induced by a high-speed vehicle [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2020, 27(7):e2544.

[13] 刘海平,刁延松.基于小波包分析与BP神经网络的结构损伤检测研究[J].工程建设,2013,45(4):13-16.

[14] 张晓宁,孙丽君.一种改进的小波阈值信号去噪方法[J].电子科技,2012,25(11):15-27,24.

[15] 茹媛博.基于准静态位移影响线小波变换和BP神经网络的损伤识别研究[D].兰州:兰州理工大学,2020.

[16] 周宇,刘润州,狄生奎,等.移动车辆加载下梁桥挠度影响线识别与损伤诊断方法[J].科学技术与工程,2024,24(9):3834-3843.

本文编辑:苗 变