



# 内孤立波条件下垂向运动圆柱水轨迹特性

李宇航<sup>1,2,3</sup>,姚保太<sup>1,3</sup>,侯冬冬<sup>1,3</sup>,秦丽萍<sup>1,3</sup>,张建宇<sup>1,3</sup>,郭磊<sup>1,3</sup>

(1.中国船舶集团有限公司第七一三研究所,河南 郑州 450015;2.郑州大学 机械与动力工程学院,河南 郑州 450001;  
3.河南省水下智能装备重点实验室,河南 郑州 450015)

**摘要:**海洋温盐非均匀分布会诱发强非线性内孤立波,其剪切流场可造成水下航行体姿态偏移。针对圆柱体穿越内孤立波场的入水动力学问题,耦合刚体动力学理论与内孤立波控制方程,构建垂向运动航行体二维弹道耦合计算模型,重点探究内波幅值、初始遭遇相位对航行体水动力载荷及运动响应的作用机制。开展内波造波物理试验,对理论模型开展校验,波幅理论计算值与试验测量值相对误差控制在 5% 以内;圆柱体所受水平力、垂向力的预报结果与试验数据吻合良好,验证了该载荷预报方法与弹道耦合模型的合理性。数值计算结果表明:初始遭遇相位对航行体运动响应幅度影响显著,航行体位于波谷附近时水平位移与偏转角达到峰值,运动形式以横移为主、偏转为辅;内孤立波振幅与航行体运动响应呈正相关;流场流速越高,航行体承受的内孤立波载荷越大,水平位移越显著;流场速度垂向梯度越大,航行体所受波致力矩越大,姿态偏转角越大。总的来说内孤立波姿态影响有限,但对航行体的出水横向位置有明显的影响。该研究揭示了内孤立波环境下垂向航行体的载荷与演化规律,可为水下航行体在内波场中的运动稳定性评估提供理论支撑。

**关键词:**水轨迹;分层流体;内孤立波;理论计算

**中图分类号:**TJ385 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-499X(2026)03-0019-09

## Ballistic Characteristics of Vertically Moving Cylinder Under Internal Solitary Wave Conditions

LI Yuhang<sup>1,2,3</sup>, YAO Baotai<sup>1,3</sup>, HOU Dongdong<sup>1,3</sup>, QIN Liping<sup>1,3</sup>, ZHANG Jianyu<sup>1,3</sup>, GUO Lei<sup>1,3</sup>

(1.The 713 Research Institute of CSSC,Zhengzhou 450015,China;

2.School of Mechanical and Power Engineering,Zhengzhou University,Zhengzhou 450001,China;

3.Henan Key Laboratory of Underwater Intelligence Equipment,Zhengzhou,450015,China)

**Abstract:**The non-uniform distribution of ocean temperature and salinity can induce strongly nonlinear internal solitary waves,and their shear flow field may cause attitude deviation of underwater vehicles. To address the water-entry dynamics of a cylinder propagating through an internal solitary wave field,a two-dimensional coupled trajectory model for vertically moving vehicles was established by coupling rigid-body dynamics theory with the governing equations of internal solitary waves. This study focuses on investigating the mechanisms of internal wave amplitude and initial encounter phase affecting the hydrodynamic loads and motion responses of the vehicle. Physical experiments with internal wave generation were carried out to validate the theoretical model. The relative error between the theoretically calculated wave amplitude and experimental measurements is controlled within 5%. The predicted horizontal and vertical forces acting on the cylinder agree well with experimental data,verifying the rationality of the load prediction method and coupled trajectory model.Numerical results show that the initial encounter phase exerts a

remarkable influence on the magnitude of vehicle motion response. The horizontal displacement and deflection angle reach their peaks when the vehicle is near the wave trough, where the motion is dominated by lateral translation with minor rotation. The amplitude of internal solitary waves is positively correlated with the vehicle motion response. Higher flow velocity leads to larger internal solitary wave loads on the vehicle and more pronounced horizontal displacement. A larger vertical gradient of flow velocity induces greater wave-induced moment and a larger attitude-deflection-angle on the vehicle. Overall, internal solitary waves have a limited effect on vehicle attitude, but impose an obvious impact on the lateral exit position of the vehicle. This study reveals the load characteristics and evolution laws of vertically moving vehicles in internal solitary wave environments, and provides theoretical support for evaluating the motion stability of underwater vehicles in internal wave fields.

**Key words:** water trajectory; stratified fluid; internal solitary wave; theoretical calculation

海洋中盐度、温度分布不均,导致海洋内部在扰动下形成等密面的波动,在一定条件下甚至会形成内孤立波。根据卫星图像统计得到的全球内孤立波区域资料,内孤立波多发于边缘海、海湾和河口等变化地形附近,我国海洋属于内孤立波频发的海域<sup>[1]</sup>。蔡树群等<sup>[2]</sup>在中国附近海域发现具有稳定波峰的内孤立波,这些内孤立波周期长、波高大,有的甚至能达到 100 m,内孤立波在传播过程中会诱导出强海流,对海上结构物和航行体均会产生巨大的冲击载荷。在海洋军事学方面,内孤立波的不稳定和破碎产生的强波致流会影响水下航行体的轨迹,阻碍航行体前进以及声呐的探测等<sup>[3-4]</sup>。水下航行体结构多为细长体,可近似简化为圆柱体,因此,研究内孤立波对竖直圆柱形结构的水轨迹特性的影响有重要意义。

目前,针对水下结构物与内孤立波作用的荷载及运动响应特性研究,仍是海洋工程界面临的挑战性难题。黄文昊等<sup>[5-6]</sup>通过实验和理论研究表明,Korteweg-de Vries (KdV)、extended KdV (eKdV)、modified KdV (mKdV) 和 Miyata-Choi-Camassa (MCC) 型四类内孤立波的理论模型各有其适用性条件,其中 eKdV、mKdV 和 MCC 均为有限振幅内孤立波理论,各自存在一个理论极限振幅,并利用 Morison 公式计算了立柱的动响应,表现出了良好的精度。以往的研究主要是将某一类内孤立波传播理论模型与 Morison 公式结合来研究浮式结构物的荷载动力响应。ERMANYUK 等<sup>[7]</sup>实验研究了密度跃层厚度对水平横置圆柱潜体水平力载荷的影响。吴凯锋<sup>[8]</sup>实验研究了潜深对水平横置圆柱潜体的水平和垂向力载荷的影响。文献[9~10]分别实验研

究了振幅及潜深对水平横置和头部迎波状态下水滴型回转体的水平和垂向力载荷的影响。此外,文献[11~12]进一步研究了过山脊内孤立波的演变对头部迎波状态下水滴型回转体的水平和垂向力载荷的影响。王泽润等<sup>[13]</sup>采用计算流体力学方法研究了大振幅内孤立波作用下固定潜体载荷特性。刘乐等<sup>[14]</sup>进一步研究了在内孤立波作用下悬浮水下航行体的运动响应特性。WANG 等<sup>[15]</sup>通过实验水槽得到了水平回转体不同浪向角下的水平力和垂向力载荷特性。冀珂等<sup>[16]</sup>采用数值模拟集合内孤立波载荷简化模型,获得了内孤立波作用下水平回转体的拖曳力及惯性力系数拟合公式。

针对航行体出水过程波浪力的研究方面,权晓波等<sup>[17]</sup>根据二阶 Stokes 波,利用 CFD 方法对波浪引起的圆柱体出水偏差进行了计算。刘曜<sup>[18]</sup>分析了波浪压力场,对圆柱体出水轨迹参数进行预报。杨继锋等<sup>[19]</sup>分析了圆柱体运动过程压力场、速度场的变化,以及波浪对圆柱体姿态的扰动规律。李治涛等<sup>[20]</sup>研究了圆柱体在波浪条件下入水过程运动姿态及载荷的规律。SUN 等<sup>[21]</sup>对均匀流和风作用下圆柱体入水过程的空泡形态演化及姿态规律进行了研究。刘昌稳<sup>[22]</sup>系统地分析了海流作用下初始倾角、初始速度、水流方向、水流速度对回转体出水过程中运动状态和受力特性的影响。

目前学者针对波浪力作用下水下航行体竖直航行过程的水轨迹开展了大量研究,但相关内孤立波对其水轨迹影响的研究较少,主要集中于内孤立波对固定垂直圆柱体受力或水平航行体影响的分析。在水中运动过程中,若竖直航行的水下航行体遭遇内孤立波,则同样会产生不可预测的、附加的水动力

和力矩,从而影响水下航行体的表面载荷和运动姿态,影响安全性,因此亟需研究内孤立波下圆柱体的水轨迹特性。

## 1 理论模型

### 1.1 内孤立波理论模型

内孤立波在密度分层海洋中的传播和演化,主要受两个基本因素的影响:非线性及色散效应,当二者在某种尺度下达到平衡时,将使内孤立波能够保持波形不变而稳定传播。目前,主要有四类理论模型用于表征分层流体内孤立波的特征,分别为 KdV、eKdV、mKdV 和 MCC 理论。这四类理论模型由于假设条件略有不同,使用场景也略有不同。

假设两层流体系统为无旋且不可压缩的理想流体,同时对上层流体与空气的交界面做刚盖假定,其底部为不可穿透固壁条件。上、下层流体的深度分别为  $h_1$  和  $h_2$ ,密度分别为  $\rho_1$  和  $\rho_2$ 。建立笛卡尔直角坐标系  $oxyz$ ,其中坐标平面  $oxy$  位于流体的分层界面处, $oz$  坐标轴垂直流体分层界面并且以向上为正方向。假设内孤立波的分层界面位移函数为  $\zeta$ ,其传播方向与直角坐标系  $ox$  轴正方向的夹角为  $\alpha$ ,如图 1 所示。对界面位移函数  $\zeta$ ,可以采用 KdV、eKdV 和 MCC 定态解理论进行计算。

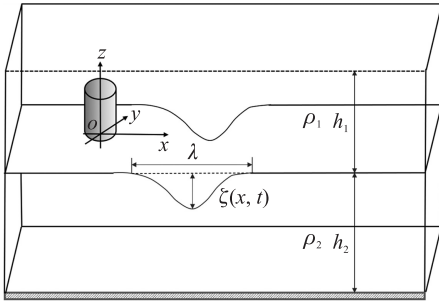


图 1 参考坐标系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of reference coordinate system

利用三类内孤立波理论适用性条件,这三类内孤立波理论的具体使用方法如下:根据上下层流体深度、密度及内孤立波振幅等条件,首先利用 KdV、eKdV 和 MCC 理论解,分别计算相应的内孤立波非线性参数  $\varepsilon$  和色散参数  $\mu$ ,那么对弱非线性和弱色散内孤立波,即  $\varepsilon \leq \mu, \mu < \mu_0$  的情况,则选择 KdV 理论,计算内孤立波诱导速度场及其压力场;对中等非线性和弱色散内孤立波,即  $\mu < \varepsilon \leq \sqrt{\mu}$  和  $\mu < \mu_0$  的情况,则采用 eKdV 理论计算内孤立波诱导速度场及其压力场;对强非线性和弱色散或强色散内孤立波,

即  $\varepsilon > \sqrt{\mu}, \mu < \mu_0$  或  $\mu \geq \mu_0$  的情况,则采用 MCC 理论计算内孤立波诱导速度场及其压力场。

得到内孤立波诱导速度场及其压力场,进一步通过 Morison 公式计算内孤立波对圆柱体的作用力。Morison 方程通常适用于与波长相比较小的结构,一般情况下,内孤立波的特征波长在几百米到几千米之间,水下航行体的特征直径一般小于 20 m。在水下航行体模型  $D_c$  的特征长度远小于波长  $L$  ( $D_c/L < 0.15$ ) 的情况下,入射波场几乎不受模型的干扰,则允许使用 Morison 方程来确定内孤立波对圆柱体的载荷。Morison 方程将波浪力表示为惯性力和拖曳力的总和,即:

$$\frac{dF}{dt} = \rho C_m S \dot{v} + \frac{1}{2} \rho C_d D |v| v \quad (1)$$

式中: $S$  为水下航行体的横截面积, $D$  为水下航行体的等效直径, $\dot{v}$  和  $v$  分别为垂直于圆柱体的水质点瞬时加速度和瞬时水平速度,拖曳力系数  $C_d$  和惯性力系数  $C_m$  由前期的载荷实验结果拟合得到,这里以圆柱形平台为例,拟合公式如下:

$$C_d = 173.3 \exp(-9.171 \times 10^{-3} \times Re) + 0.6265 \quad (2)$$

$$C_m = [95.02 - 21.97(h_1/h_2)^2] KC^{-1.108} \quad (3)$$

式中: $KC$  为无量纲数,描述振荡流场中物体所受的黏性力与惯性力之间的关系。

对于两层流体假设,内孤立波所诱导的水平速度  $v$  被分解为瞬时水平速度  $u_j$  和瞬时垂直速度  $w_j$ ,可由下式确定:

$$u_j(x, z, t) = \bar{u}_j(x, t) + \left[ \frac{\bar{h}_j^2}{6} + \frac{(z + (-1)^j h_j)^2}{2} \right] \frac{d^2 \bar{u}_j(x, t)}{dx^2} \quad (4)$$

$$w_j(x, z, t) = (-1)^{j+1} [h_j + (-1)^j z] \frac{d \bar{u}_j(x, t)}{dx} \quad (5)$$

式中: $\bar{h}_j = h_j + (-1)^j \zeta$ ;  $h_j$  为流体未扰动时的厚度; $j = 1, 2$ ;  $\bar{u}_j$  为每层流体的平均速度。方程(4)有误差  $O(\mu^2)$ ,而方程(5)有误差  $O(\mu)$ 。由此可知,在弱色散条件下,当精确到  $O(\mu)$  阶时,水平速度沿水深二次多项式分布,而当精确到  $O(\sqrt{\mu})$  阶时,垂向速度沿水深线性分布。

$$\bar{u}_1 = -c \frac{\zeta}{h_1 - \zeta}, \bar{u}_2 = c \frac{\zeta}{h_2 + \zeta}$$

式中: $c$  为内孤立波传播的相速度, $\zeta$  为分层界面位移。

在内孤立波中,水下航行体除了受到水平面内

的载荷,还会受到内孤立波产生的垂向载荷。圆柱体的垂向力可以采用上、下表面压差力的方法进行计算,即 Froude-Krylov 力。

$$\mathbf{F}_p = \iint_A p \mathbf{n} ds \quad (6)$$

式中:  $p$  为流场中的动压力,  $A$  为圆柱体上下表面积,  $\mathbf{n}$  为上下表面的单位法向量。动压力  $p$  可由伯努利方程导出:

$$p = -\rho_1 \left[ cu_j + \frac{1}{2}(u_j^2 + w_j^2) \right] \quad (7)$$

## 1.2 水轨迹理论模型

目前,在浪流作用下水下航行体运动响应特性的研究相关理论计算方法被成功应用于工程实际当中。然而,关于垂直运动的圆柱体内孤立波载荷的计算方法较少,致使目前对内孤立波作用下垂直运动的圆柱体运动响应性能的认识尚不十分清楚。

以 1.1 节所建立的内孤立波载荷理论模型为基础,采用时域有限位移运动方程,针对圆柱体在出筒和出水之间的运动过程,建立其在内孤立波强非线性作用下的相关理论模型。

如图 2 所示,为便于描述,记坐标系  $OXYZ$  为空间固定的直角坐标系,其中,当圆柱体处于初始状态时,坐标原点  $O$  位于圆柱体的重心  $G$ ,  $OXY$  平面与静水面平行,  $OZ$  轴以垂直向上为正方向。再建立随体坐标系  $G\xi\eta\delta$ , 该随体坐标系固定在圆柱体上,随圆柱体一起运动。当圆柱体处于初始状态时,固定坐标系  $OXYZ$  与随体坐标系  $G\xi\eta\delta$  是重合的。

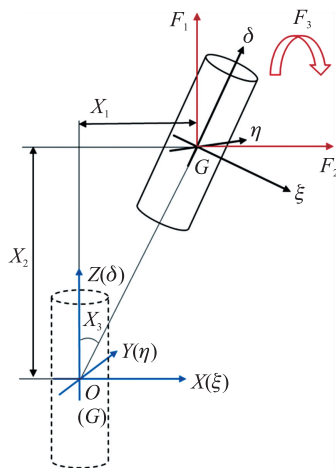


图 2 轨迹坐标系示意图

Fig. 2 Coordinate system schematic

当内孤立波经过时,圆柱体主要运动包含纵向位移、垂向位移和偏转,共 3 个自由度。为便于描述,不妨记  $X_1$  为圆柱体纵向位移,  $X_2$  为圆柱体垂向位移,  $X_3$  为偏转角度。其中,  $X_1$  和  $X_2$  是圆柱体的重心  $G$  在空间固定坐标系  $OXYZ$  中的坐标,  $X_3$  是随体坐标系  $G\xi\eta\delta$  相对于空间固定坐标系  $OXYZ$  的转角。

随体坐标系  $G\xi\eta\delta$  与固定坐标系  $OXYZ$  之间的坐标转换关系为

$$\begin{pmatrix} X \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos X_3 & \sin X_3 \\ -\sin X_3 & \cos X_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \delta \end{pmatrix} \quad (8)$$

圆柱体 3 个自由度的运动方程为

$$\begin{pmatrix} m + \lambda_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m + \lambda_{22} & 0 \\ 0 & 0 & J + \lambda_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \\ \ddot{X}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i) \\ F_2(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i) \\ F_3(X_i, \dot{X}_i, \ddot{X}_i) \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中:  $m$  为圆柱体的质量;  $J$  为圆柱体的转动惯量;  $\lambda_{11}, \lambda_{22}$  分别为纵向和垂向的附加质量;  $\lambda_{66}$  为附加转动惯量;  $F_1$  为圆柱体的水平外载荷;  $F_2$  为圆柱体的垂向外载荷;  $F_3$  为圆柱体的外载荷力矩。

圆柱体外载荷包括:内孤立波动态载荷  $F_w$  及其力矩  $M_w$ , 阻力  $F_f$  及其力矩  $M_f$ , 浮力  $F_B$  及其力矩  $M_B$ , 以及圆柱体自身重力。在依次求得上述各种载荷及力矩之后,圆柱体受到的外载荷矢量  $\mathbf{F}$  可以表示为

$$\mathbf{F} = F_1 \mathbf{i} + F_2 \mathbf{j} = F_w + F_B + F_f - mg \mathbf{k} \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = F_3 \mathbf{e}_3 = M_w + M_B + M_f \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  为固定坐标系  $OXYZ$  的单位矢量;  $\mathbf{e}_3$  为随体坐标系的单位矢量;  $g$  为重力加速度。

首先给出圆柱体内孤立波动态载荷及其力矩的计算方法。为此,假设上、下层流体均不可压缩,且为无旋的理想流体,记  $h_1$  和  $h_2$  分别为流体处于静平衡状态时上、下层流体的深度,则总水深为  $h = h_1 + h_2$ , 同时记  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别为上、下层流体的密度。为便于描述内孤立波参数特性,以静止情况下两层流体的分界面为  $oxy$  平面,垂直向上为  $oz$  轴正方向,建立如图 3 所示的直角坐标系  $oxyz$ , 其中,  $oz$  轴位于内孤立波的波谷处。此坐标系  $oxyz$  与空间固定坐标系  $OXYZ$  之间的坐标转换关系为

$$x = X + x_d, \quad z = Z - h_d \quad (12)$$

式中:  $x_d$  为波谷到圆柱体中心轴的水平距离,  $h_d$  为圆柱体中心到两层流体分界面的垂向距离。

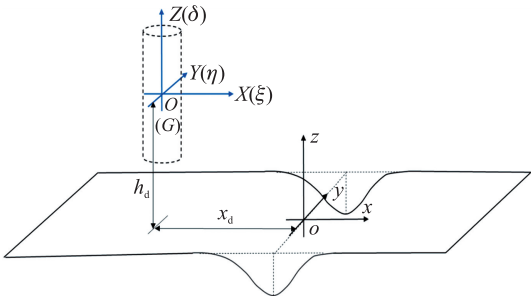


图3 内孤立波坐标系示意图

Fig.3 Schematic diagram of the coordinate system for internal solitary wave

在圆柱体出筒后和出水前之间的这段运动过程中,对其柱形结构的非迎流部分湿表面的内孤立波动态载荷,可以采用式(6)进行计算,而对柱型结构迎流部分侧表面的内孤立波动态载荷,依然包含惯性力和拖曳力两个成分,可采用如下修正的 Morison 公式进行计算:

$$\frac{df_{mn}}{dl} = \rho S \dot{v}_n + \rho C_a S \dot{v}_m + \frac{1}{2} \rho C_d D |v_m| v_m \quad (13)$$

式中:附加质量系数  $C_a = C_m - 1$ ,  $\dot{v}_n$  为水质点加速度垂直于迎流柱型结构侧表面的分量,  $\dot{v}_m$  和  $v_m$  分别为水质点相对于迎流柱型结构的加速度和速度垂直于其侧表面的分量。

记  $df_{Gn}$  为  $df_{mn}$  在随体坐标系中的相应矢量,  $r_{GM}$  为随体坐标中迎流柱型结构中心轴上点  $M$  相对重心  $G$  的位置矢量,那么由柱型结构迎流部分侧表面上内孤立波动态载荷产生的力矩为

$$dM_{mn} = r_{GM} \times df_{Gn} \quad (14)$$

进一步设  $n'_B$  为  $n_B$  在随体坐标中的相应矢量,  $r_{GM2}$  为随体坐标中柱型结构非迎流部分湿表面上点  $M$  相对于重心  $G$  的位置矢量,那么由柱型结构非迎流部分湿表面上内孤立波动态载荷产生的力矩为

$$M_p = \iint_{S_B} p r_{GM2} \times n'_B ds \quad (15)$$

2 模型校验

2.1 内波模型校验

为了验证内波理论的正确性,开展了内波造波试验,并与理论进行了对比,在理论计算中会分别计算相应的内孤立波非线性参数  $\varepsilon$  和色散参数  $\mu$ ,从而选用相应的内波模型。

通常学者利用 CTD 等传感器获得的垂向密度剖面数据,是以整个温跃层中内孤立波引起等温层

波动的幅值作为其振幅的,如图4所示,采用这种内孤立波振幅定义方法,利用CTD探头获得密度扰动信号,经数据处理后获得等密度层波动结果,根据整个密跃层中等密度层波动的幅值,作为其振幅,将其称为密度跃层振幅。内孤立波相速度可以两排探头,采用相关性分析方法得到。

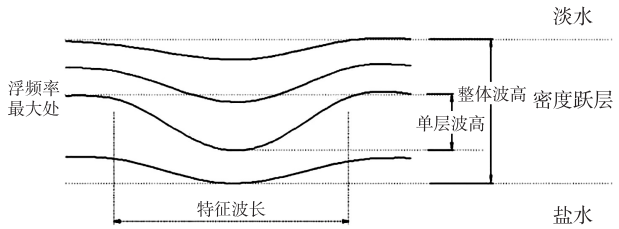


图4 内孤立波振幅确定方法示意图

Fig.4 Schematic diagram of method for determining internal solitary wave amplitude

表1给出了所有实验子样数下内孤立波振幅理论与实验结果。试验分层采用40 cm 淡水+60 cm 盐水分层,波高的误差均在5%以下,满足实验指标要求。

表1 内孤立波理论和实验波高对比

| Table 1 Comparison of experimental wave amplitudes with internal solitary wave theory |           |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------|------|
| 实验波高/m                                                                                | 理论波高/m    | 误差/% |
| 0.036 4                                                                               | 0.037 198 | 2.19 |
| 0.049 3                                                                               | 0.046 9   | 4.87 |
| 0.059 0                                                                               | 0.059 2   | 0.34 |
| 0.086 2                                                                               | 0.086 1   | 0.12 |
| 0.095 8                                                                               | 0.096 2   | 0.42 |
| 0.106 0                                                                               | 0.106     | 0    |
| 0.132 0                                                                               | 0.134     | 1.52 |
| 0.150 0                                                                               | 0.149     | 0.67 |

2.2 圆柱体受力模型校验

在圆柱体的内孤立波载荷计算中,还需确定两个重要的系数:惯性力系数和拖曳力系数。由实验获得的圆柱体内孤立波水平力的测量结果,采用最小二乘法可分别得到圆柱体的拖曳力与惯性力系数,进而研究其随雷诺数  $Re$ , 及上、下层流体深度比  $h_1:h_2$  的变化规律。

图5显示了上层深度下圆柱体上理论计算和实验测量所得的荷载时历特性。两种方法得到的ISW力基本上完全匹配,只是峰值和谷值处的值略有不同,这是计算中没有考虑能量耗散导致的。从图中可以看出,内孤立波诱导力随时间变化,在某一时刻

达到零值后开始向相反方向转变。这可归因于阻力和惯性力的相位差。在这一时刻后,惯性力变得比柱上的阻力稍大,与波传播的方向相反。但最终产生的反方向合力数值小,作用时间短。总体而言,阻力的影响比惯性力要大。

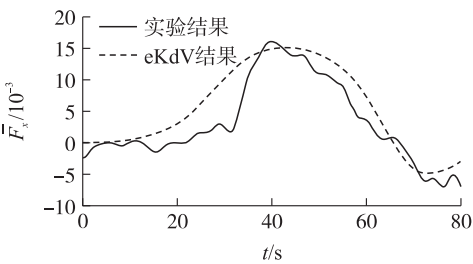


图 5 圆柱体内孤立波水平载荷时历测量结果及理论值对比

Fig. 5 Comparison of measured and theoretical time histories of internal solitary wave horizontal-load in a cylinder

忽略结构对内孤立波特性的影响,内孤立波传播过程中引起的流场动压力变化可由 Froude-Krylov 力计算。图 6 为  $h_1:h_2=40:60$  上层深度下实验测量和理论计算的垂向力时历曲线。在先导孤立子到达模型中心轴之前,垂直力随时间的推移而增大,其峰值出现在内孤立波穿过模型时,然后减小。两种方法的无量纲垂直力随时间的变化趋势基本一致。由于模型始终保持在上层流体中,在上层流体中内孤立波流场引起的水平速度方向与波浪传播方向相同,垂直力是垂直向上的。

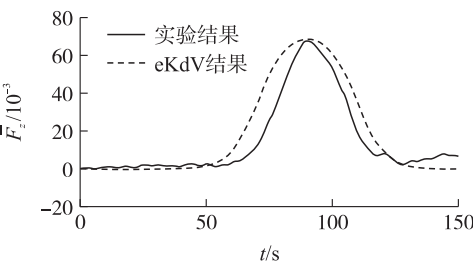


图 6 圆柱体内孤立波垂向载荷时历实验结果及理论计算对比

Fig. 6 Comparison of experimental and theoretical time histories of internal solitary wave vertical-load in a cylinder

Morison 方程可用于分析施加在圆柱体上的内孤立波水平力;而垂向载荷,可用 Froude-Krylov 公式计算。总的来说,内孤立波载荷预报方法是合理可行的。

3 结果分析

3.1 不同位置对内轨迹的影响

水下圆柱体相对于内孤立波不同位置时,其周围流速场也明显不同,本节分析不同位置对水下圆柱体的水轨迹影响。圆柱体长度 1 m,直径取 0.12 m,初始深度取 10 m,初始速度取 20 m/s,质量为 42 kg,转动惯量为  $1.35\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,内波波高为 50 m,初始位置在  $x_1=0, x_2=100\text{ m}, x_3=200\text{ m}, x_4=300\text{ m}, x_5=400\text{ m}, x_6=500\text{ m}$  时,圆柱体发生的位移和偏转角见表 2。计算中上层流体厚度  $h_1=50\text{ m}$ ,密度  $\rho_1=998\text{ kg}/\text{cm}^3$ ,下层流体厚度  $h_2=450\text{ m}$ ,密度  $\rho_2=1\,025\text{ kg}/\text{cm}^3$ ,内孤立波波高为 50 m。

表 2 中的初始位置为圆柱体中心在坐标系  $OXY$  下的初始坐标。由表 2 可知,当初始位置在  $x_1=0$  处,即圆柱体的发射位置在内孤立波波谷的正上方时,相对其他位置,圆柱体发生的偏移和偏转是最大的,因为在该位置附近的流体速度最大,内孤立波产生了较大的作用,致使圆柱体的运动轨迹偏离了原定轨道。图 7 为不同发射位置处的圆柱体运动轨迹。由图 7 亦可观察到同样的结果,在远离内孤立波的位置处( $x_6=500\text{ m}$ ),圆柱体近似垂直向上运动;越靠近内孤立波,圆柱体运动轨迹偏移得越明显。

表 2 不同初始位置发射时圆柱体发生的位移和偏转角

Table 2 Displacement and deflection angle of the cylinder launched at different initial positions

| 初始位置               | 初始深度/m | 水平方向位移/m | 转角/(°)     |
|--------------------|--------|----------|------------|
| $x_1=0$            | 10     | 0.516 5  | 0.005 9    |
| $x_2=100\text{ m}$ |        | 0.449 7  | 0.005 1    |
| $x_3=200\text{ m}$ |        | 0.281 7  | 0.001 7    |
| $x_4=300\text{ m}$ |        | 0.113 3  | -0.001 0   |
| $x_5=400\text{ m}$ |        | 0.029 1  | -0.000 86  |
| $x_6=500\text{ m}$ |        | 0.005 6  | -0.000 239 |

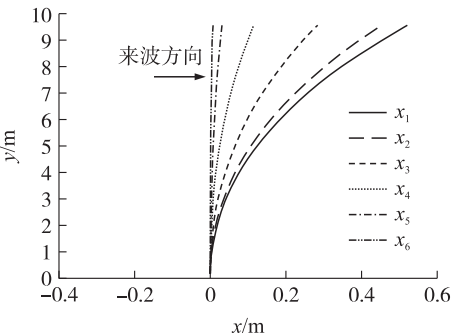


图 7 不同发射位置处的圆柱体运动轨迹

Fig. 7 Cylinder trajectory at different launch positions

图 8 为 6 个工况的偏转角时历曲线。可以观察到,越靠近内孤立波,圆柱体的偏转角越大。图 9 展示了圆柱体所受力矩的时历曲线,当发射位置靠近波谷时,即前两个工况下,圆柱体都是绕形心逆时针转动。远离内孤立波时,内孤立波产生的力矩很小,圆柱体的偏转角很小。远离内孤立波时,偏转角的变化比较特殊,这主要与该位置的流速有关。图 10 给出了  $x_1=0, x_2=100\text{ m}, x_3=200\text{ m}, x_4=300\text{ m}, x_5=400\text{ m}, x_6=500\text{ m}$  这 6 个发射位置处水平速度的垂向分布。 $x_1=0, x_2=100\text{ m}, x_3=200\text{ m}$  这 3 个位置,在内孤立波波长范围内,水质点水平速度沿圆柱轴向升高而减小,圆柱受到逆时针的内孤立波载荷力矩,发生逆时针偏转。 $x_4=300\text{ m}, x_5=400\text{ m}, x_6=500\text{ m}$  这 3 个位置,在内孤立波波长范围外,水质点水平速度沿圆柱轴向升高而增大,圆柱受到顺时针的内孤立波载荷力矩,发生顺时针偏转。

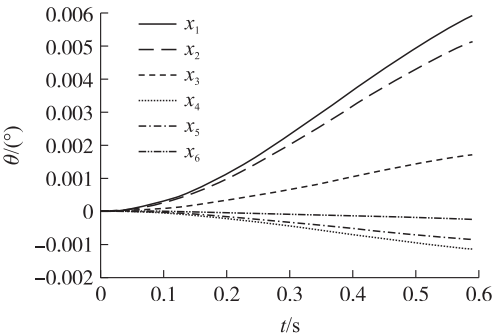


图 8 在不同位置发射的偏转角时历曲线  
Fig. 8 Deflection angle at different launch positions

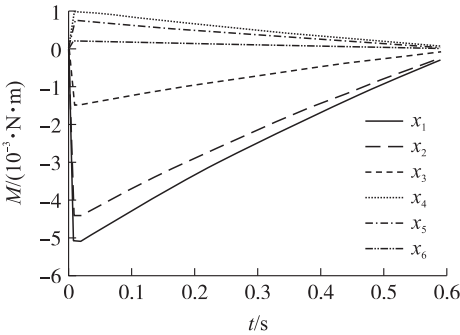


图 9 在不同位置发射的力矩时历曲线  
Fig. 9 Torque at different launch positions

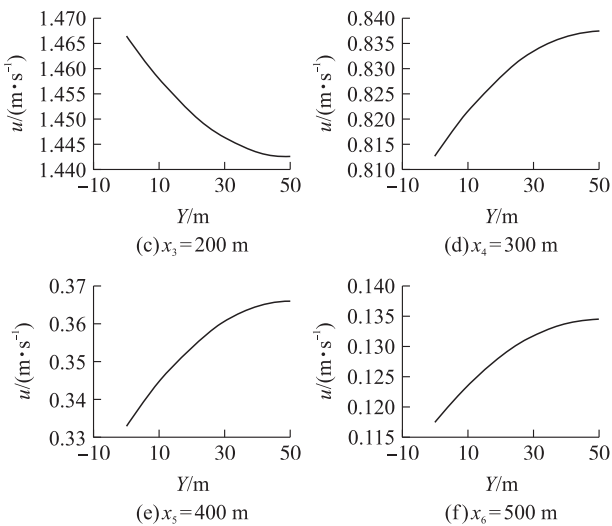
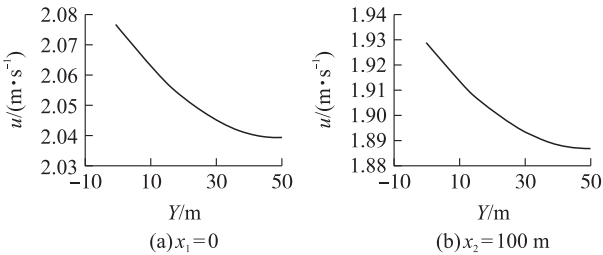


图 10 不同发射处水质点水平速度的垂向分布  
Fig. 10 Vertical profiles of horizontal velocities of water particles at different launch positions

3.2 内孤立波高对水轨迹影响

初始位置在  $x_1=0$ , 初始深度取 10 m, 内波波高为 10 m、30 m、50 m、70 m、90 m 和 100 m 时,圆柱体发生的位移和偏转角见表 3。计算中上层流体厚度  $h_1=50\text{ m}$ , 密度  $\rho_1=998\text{ kg/cm}^3$ , 下层流体厚度  $h_2=450\text{ m}$ , 密度  $\rho_2=1\,025\text{ kg/cm}^3$ , 内孤立波波高为 50 m, 初始位置为 0, 初始深度为 10 m。

表 3 不同波高下发射时圆柱体发生的位移和偏转角  
Table 3 Displacement and deflection angle of the cylinder during launch under varying wave heights

| 内孤立波波高             | 波长/m   | 水平方向位移/m | 转角/(°)    |
|--------------------|--------|----------|-----------|
| $A_1=10\text{ m}$  | 428.02 | 0.046    | 0.000 256 |
| $A_2=30\text{ m}$  | 271.66 | 0.266    | 0.002 880 |
| $A_3=50\text{ m}$  | 237.04 | 0.517    | 0.005 910 |
| $A_4=70\text{ m}$  | 235.65 | 0.740    | 0.006 720 |
| $A_5=90\text{ m}$  | 271.44 | 0.929    | 0.004 270 |
| $A_6=100\text{ m}$ | 338.64 | 1.010    | 0.001 800 |

由表 3 可知,随着波高的增大,圆柱体发生的偏移越大,这是因为随着波高的增大,圆柱体附近的水质点流速增大,内孤立波载荷也增大。然而,偏转角并没有随着波高的增高而增大,这主要与当地流速有关,表 4 和图 13 分别展示了不同波高下发射横向速度垂向分布和圆柱所受力矩。可以看出,随着波高的增大,圆柱体距离波面变远,当波高增大到一定程度时,在远离波面处水质点的流速垂向变化不大,内孤立波载荷力矩变小,所以在波高为 90 m 和 100 m 时圆柱体的偏转角反而变小了。图 11 和图 12 也可观察到同样的结果。

表 4 不同波高下发射横向速度垂向分布

Table 4 Vertical distribution of lateral velocity under different wave heights m/s

|                 | $A_1=10\text{ m}$ | $A_2=30\text{ m}$ | $A_3=50\text{ m}$ | $A_4=70\text{ m}$ | $A_5=90\text{ m}$ | $A_6=100\text{ m}$ |
|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| $d=0$           | 0.620 25          | 1.562 62          | 2.250 06          | 2.770 20          | 3.177 12          | 3.350 66           |
| $d=2\text{ m}$  | 0.620 26          | 1.562 67          | 2.250 14          | 2.770 26          | 3.177 15          | 3.350 68           |
| $d=4\text{ m}$  | 0.620 30          | 1.562 82          | 2.250 35          | 2.770 46          | 3.177 26          | 3.350 72           |
| $d=6\text{ m}$  | 0.620 35          | 1.563 07          | 2.250 71          | 2.770 80          | 3.177 45          | 3.350 80           |
| $d=8\text{ m}$  | 0.620 43          | 1.563 43          | 2.251 22          | 2.771 27          | 3.177 71          | 3.350 90           |
| $d=10\text{ m}$ | 0.620 53          | 1.563 88          | 2.251 87          | 2.771 87          | 3.178 04          | 3.351 03           |

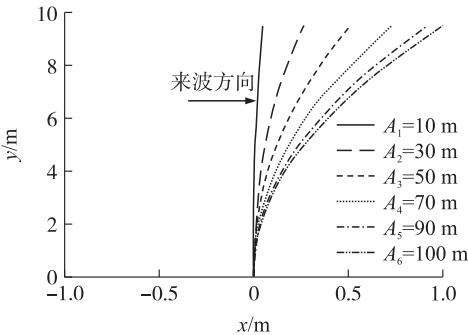


图 11 不同波高下发射的圆柱体运动轨迹

Fig. 11 Trajectory of the cylinder launched under varying wave heights

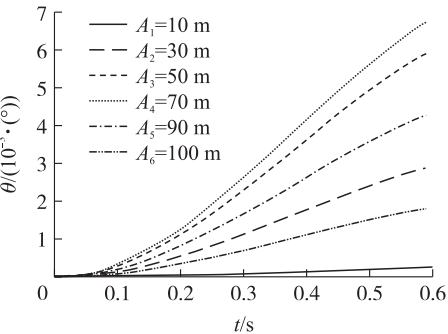


图 12 不同波高下发射圆柱体的偏转角时历曲线

Fig. 12 Deflection angle for a cylinder launched under varying wave heights

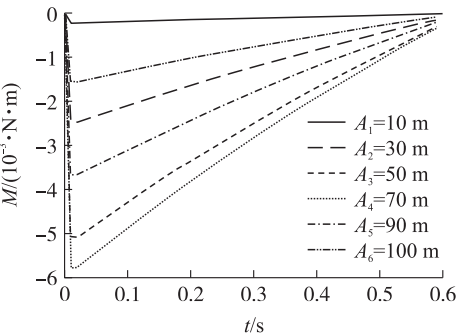


图 13 在不同波高下圆柱体所受力矩时历曲线

Fig. 13 Torque at different launch positions

4 结束语

通过刚体动力学和内孤立波理论,构建了水下圆柱航行体在内孤立波作用下的二维运动模型,并基于该理论模型研究了相对位置以及内孤立波高对垂直运动的圆柱体水轨迹的影响,得到如下主要结论:

①初始位置距离波谷越近,圆柱体运动发生的水平位移和偏转角越大,横移为主要运动,偏转为次要运动。

②内孤立波波高越大,圆柱体运动发生的水平位移越大。

③圆柱体周围流体速度越大,受到的内孤立波载荷、圆柱体运动发生的水平位移越大。圆柱体周围流体速度垂向分布变化越大,受到的内孤立波力矩越大,圆柱体运动发生的偏转角越大。

参考文献

[1] 刘大辉. 极地冰区海上钻井平台发展趋势研究[J]. 水利科学与寒区工程,2019,2(1):66-73.  
LIU Dahui. Study of development trends of drilling platforms in polar ice-fields[J]. Hydro Science and Cold Zone Engineering. 2019,2(1):66-73. (in Chinese)  
[2] 蔡树群,甘子均. 南海北部孤立子内波的研究进展[J]. 地球科学进展,2001,16(2):215-219.  
CAI Shuqun, GAN Zijun. Progress in the study of the internal soliton in the northern south China sea[J]. Advance in Earth Sciences,2001,16(2):215-219. (in Chinese)  
[3] 杜鹏,孙平宇,张森,等. 内孤立波及其与海洋结构物相互作用研究进展[J]. 中国舰船研究,2025,20(2):151-165.  
DU Peng,SUN Pingyu,ZHANG Miao, et al. Advances in the study of internal solitary waves and their interaction with marine structures[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2025, 20(2): 151-165. (in Chinese)  
[4] 蒋国荣,王晓娇,张军,等. 内波研究的国内外发展现状[J]. 海洋预报,2005,22(Z1):176-182.

- JIANG Guorong, WANG Xiaojiao, ZHANG Jun, et al. The development of internal waves research at home and abroad[J]. Marine Forecasts, 2005, 22(Z1): 176–182. (in Chinese)
- [5] 黄文昊, 尤云祥, 王旭, 等. 有限深两层流体中内孤立波造波实验及其理论模型[J]. 物理学报, 2013, 62(8): 346–359.
- HUANG Wenhao, YOU Yunxiang, WANG Xu, et al. Wave-making experiments and theoretical models for internal solitary waves in a two-layer fluid of finite depth[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(8): 346–359. (in Chinese)
- [6] 黄文昊, 尤云祥, 王旭, 等. 圆柱型结构内孤立波载荷实验及其理论模型[J]. 力学学报, 2013, 45(5): 716–728.
- HUANG Wenhao, YOU Yunxiang, WANG Xu, et al. Internal solitary wave loads experiments and its theoretical model for a cylindrical structure[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2013, 45(5): 716–728. (in Chinese)
- [7] ERMANYUK E V, GAVRILOV N V. Experimental study of the dynamic effect of an internal solitary wave on a submerged circular cylinder[J]. Journal of Applied Mechanics & Technical Physics, 2005, 46(6): 800–6.
- [8] 吴凯锋. 横置圆柱体内波作用力试验研究[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2015.
- WU Kaifeng. Experimental study of forces on horizontal cylinders caused by internal waves[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2015. (in Chinese)
- [9] 武军林, 魏岗, 杜辉. 下凹内孤立波流场与横置细长潜体相互作用特性的实验研究[J]. 水动力学研究与进展, 2017, 32(5): 592–599.
- WU Junlin, WEI Gang, DU hui. Experimental study on the flow variation of internal solitary wave and its interaction with a traverse submerged slender body[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2017, 32(5): 592–599. (in Chinese)
- [10] 杜辉. 内孤立波生成与非定态演化及其对细长潜体作用力特性研究[D]. 南京: 解放军理工大学, 2017.
- [11] DU H, WEI G, GU M M, et al. Experimental investigation of the load exerted by nonstationary internal solitary waves on a submerged slender body over a slope[J]. Applied Ocean Research, 2016, 59: 216–223.
- [12] 谷梦梦, 魏岗, 邓冰, 等. 过山脊内孤立波演变及其对细长潜体的作用力特性[J]. 力学学报, 2017, 49(6): 1260–1271.
- GU Mengmeng, WEI Gang, DENG Bing, et al. Experimental investigation on the evolution of internal solitary wave over a ridge and its acting forces on a submerged slender body[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(6): 1260–1271. (in Chinese)
- [13] 王润泽, 郅长红, 尤云祥. 两层流体中内孤立波作用下潜体载荷形成机理数值研究[J/OL]. 上海交通大学学报. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2024.314>.
- WANG Zerun, ZHI Changhong, YOU Yunxiang. Numerical study on the mechanism of load formation on a submerible induced by internal solitary waves in a two-layer fluid[J/OL]. Journal of Shanghai Jiao Tong University. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2024.314>. (in Chinese)
- [14] 刘乐, 姚志崇, 冯康佳, 等. 内孤立波中潜水器纵向运动特性数值仿真研究[J]. 船舶力学, 2024, 28(11): 1633–1642.
- LIU Le, YAO Zhichong, FENG Kangjia, et al. Numerical simulation of longitudinal motion property of submersibles under internal solitary waves[J]. Journal of Ship Mechanics, 2024, 28(11): 1633–1642. (in Chinese)
- [15] WANG Shaodong, WEI Gang, DU Hui, et al. Experimental investigation of the wave-flow structure of an oblique internal solitary wave and its force exerted on a slender body[J]. Ocean Engineering, 2020, 201: 107057.
- [16] 冀珂, 郅长红, 尤云祥. 内孤立波作用下潜体载荷特性数值模拟研究[J]. 江苏科技大学学报(自然科学版), 2025, 39(1): 8–16.
- JI Ke, ZHI Changhong, YOU Yunxiang. Numerical investigation on load characteristics of a submerged body under the action of internal solitary waves[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology, 2025, 39(1): 8–16. (in Chinese)
- [17] 权晓波, 孔德才, 李岩. 波浪模拟及其对水下航行体出水过程影响[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(3): 140–144.
- QUAN Xiaobo, KONG Decai, LI Yan. Wave simulation and its effects on the exceeding water process of the underwater vehicle[J]. Journal of Harbing Institute of Technology, 2011, 43(3): 140–144. (in Chinese)
- [18] 刘曜. 波浪对运载体出水姿态角的影响[J]. 舰船科学技术, 2005, 27(3): 32–34.
- LIU Yao. Wave effect on a submerged missile capsule traveling near-surface[J]. Ship Science and Technology, 2005, 27(3): 32–34. (in Chinese)
- [19] 杨继锋, 陈捷, 刘丙杰, 等. 波浪影响下的潜射导弹出水姿态扰动分析[J]. 兵器装备工程学报, 2020, 41(9): 115–119.
- YANG Jifeng, CHEN Jie, LIU Bingjie, et al. Simulation analysis of attitude perturbation of submarine-launched missile under the influence of sea waves[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2020, 41(9): 115–119. (in Chinese)
- [20] 李治涛, 赵世平, 卢丙举, 等. 高速旋转射弹波浪入水多相流场与轨迹特征数值仿真研究[J]. 振动与冲击, 2022, 41(8): 55–71.
- LI Zhitao, ZHAO Shiping, LU Bingju, et al. Numerical simulation of multiphase flow field and trajectory characteristics of high-speed spinning projectile entry water in wave[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(8): 55–71. (in Chinese)
- [21] SUN Jiayu, SUN Shili, ZHANG Zhaofei, et al. Numerical investigation on entry of an inclined cylinder into water under uniform current and wind[J]. Ocean Engineering, 2023, 287: 115851.
- [22] 刘昌稳. 波流作用下回转体出水动力特性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2024.