doi：10. 12068/j. issn. 1005－3026. 2026. 20250076

# 永磁同步电机转矩波动对电驱动传动系统扭转的影响

李小彭，赵 斌，张 鑫，李雪东
（东北大学 机械工程与自动化学院，辽宁 沈阳 110819）

**摘 要**：针对永磁同步电机转矩波动引发的传动系统扭转问题，提出一种融合机电耦合建模与准比例积分谐振控制的综合解决方案．首先，建立考虑时变啮合刚度、啮合误差及阻尼的斜齿轮扭转模型，基于多体动力学构建6自由度传动系统动力学方程，分析系统固有特性．其次，集成电机电磁模型与传动系统动力学模型，形成双向闭环机电耦合模型，实现电磁转矩激励—传动响应—转速反馈的实时交互．并提出准比例积分谐振(QPIR)控制策略，通过补偿谐波电流，从源头抑制6次、12次谐波转矩．最后通过仿真和试验验证了所建立机电耦合模型和控制策略的有效性．

**关 键 词**：永磁同步电机；转矩波动；动力传动系统；多体动力学；机电耦合
**中图分类号**：TH 113.1；TM 921.5 **文献标志码**：A **文章编号**：1005-3026(2026)05-0046-09

# Influence of Permanent Magnet Synchronous Motor Torque Ripple on Electrically Driven Transmission System Torsion

*LI Xiao-peng*, *ZHAO Bin*, *ZHANG Xin*, *LI Xue-dong*
(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: LI Xiao-peng, E-mail: xpli@me.neu.edu.cn)

**Abstract**: To address the transmission system torsion problem caused by permanent magnet synchronous motor torque ripple, a comprehensive solution integrating electromechanical coupling modeling and quasi-proportional integral resonant control was proposed. Firstly, a helical gear torsional model considering time-varying meshing stiffness, meshing error, and damping was established, and a 6-degree-of-freedom transmission system dynamic equation was constructed based on multibody dynamics to analyze the inherent characteristics of the system. Secondly, the motor electromagnetic model and the transmission system dynamics were integrated to form a bidirectional closed-loop electromechanical coupling model, which realized the real-time interaction of electromagnetic torque excitation, transmission response, and rotational speed feedback. Furthermore, a quasi-proportional integral resonant (QPIR) control strategy was proposed to suppress the 6 th and 12 th-order harmonic torque at the source by compensating for the harmonic currents. Finally, the effectiveness of the established electromechanical coupling model and the control strategy was validated through simulations and experiments.

**Key words**: permanent magnet synchronous motor; torque ripple; power transmission system; multibody dynamics; electromechanical coupling

永磁同步电机因其高功率密度和动态性能广泛应用于电动汽车，但其转矩波动易引发传动系统扭转振动[1]．同时，传动系统中的时变啮合刚度、齿隙等非线性因素进一步影响系统动力学特性．因此，建立综合考虑电机电磁激励与机械非线性耦合的传动系统模型至关重要．

Li等[2]构建了8自由度锥齿轮模型，量化了时变啮合刚度、传动误差与齿隙的协同作用对系

**收稿日期**：2025-06-30
**基金项目**：国家自然科学基金资助项目(52275090)．
**作者简介**：李小彭(1976—)，男，江西宁都人，东北大学教授，博士生导师．
**通信作者**：李小彭，E-mail：xpli@me.neu.edu.cn.

统振动的影响.Hu等[3]提出一个考虑齿隙非线性的齿轮传动系统模型,探究了不同刚度条件对系统动态响应的影响.文献[4-5]建立了一个3行星轮系平移-扭转耦合模型,探究了齿轮弹性形变与啮合刚度时变对系统振动响应的作用机制.Xia等[6]建立了6自由度齿轮系统模型,分析了分形维数和尺度系数对齿轮系统的影响.Sheng等[7]考虑齿面摩擦和热变形对系统的影响,提出了改进的齿轮多自由度模型,阐明了摩擦系数和热变形对齿轮系统的影响.Liu等[8]利用有限元法建立了考虑刚度时变、几何非线性和柔性耦合的齿轮传动系统模型,分析了模型在不同转速下的时域和频域振动.

一些学者还研究了系统内部的机电耦合特性.Hu等[9]建立了电机与传动系统的瞬态耦合模型,采用主动控制策略降低了车辆起步时系统出现的扭振.Jiang等[10-11]建立了考虑永磁同步电机电磁效应和弯扭效应的耦合模型.Mo等[12]建立了电机和两级啮合齿轮的机电耦合传动模型,分析了传动系统在各种故障下的非线性振动特性.Yao等[13]提出了集成电机和齿轮传动系统的机电耦合模型,研究不同控制技术对系统动力学的影响.然而,现有研究很少同时考虑电机谐波转矩与传动系统非线性激励的耦合效应;缺乏针对谐波转矩源头的主动抑制策略在传动系统中的应用.

本文提出一种机电耦合建模与QPIR谐波抑制协同的解决方案.首先通过分析时变刚度特性、啮合误差及啮合阻尼等因素对齿轮传动系统的影响,建立了斜齿轮副啮合的纯扭转动力学模型.并基于多体动力学,构建了6自由度传动系统模型,解析了其固有特性;集成QPIR控制策略与双向闭环机电耦合框架,通过抑制5,7,11,13次谐波电流,阻断了6次和12次转矩波动向机械系统的传递路径,并通过试验验证了所建模型的有效性.

## 1　圆柱斜齿轮动力学模型

### 1.1　齿轮副啮合力模型

在动力学建模过程中,基于以下假设条件构建纯扭转振动分析模型.

1)忽略轴承支承刚度的各向异性及齿轮副的轴向/径向振动位移分量;

2)忽略热弹性变形引起的时变侧隙与摩擦激励的交互作用;

3)考虑时变啮合刚度的周期波动特性、啮合阻尼和啮合误差.

一级齿轮副切线方向啮合力表达式为

$$F_{my1}=\left[c_{m1}(r_1\dot{\theta}_1-r_2\dot{\theta}_2-e_1)+ k_{m1}(r_1\theta_1-r_2\theta_2-e_1)\right]\cos\beta_{b1}^2. \tag{1}$$

式中:$c_{m1}$为啮合阻尼;$k_{m1}$为平均啮合刚度;$r_1$为主动齿轮半径;$r_2$为从动齿轮半径;$\theta_1$为主动齿轮角位移;$\theta_2$为从动齿轮角位移;$\dot{\theta}_1$为主动齿轮角速度;$\dot{\theta}_2$为从动齿轮角速度;$e_1$为啮合误差;$\beta_{b1}$为基圆螺旋角.

齿轮副的扭转振动模型为

$$\left.\begin{aligned} J_1\ddot{\theta}_1&=T_1-F_{my1}r_1,\\ J_2\ddot{\theta}_2&=-T_2+F_{my1}r_2. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中:$J_1$为主动齿轮转动惯量;$J_2$为从动齿轮转动惯量;$\ddot{\theta}_1$为主动齿轮角加速度;$\ddot{\theta}_2$为从动齿轮角加速度;$T_1$为主动齿轮输入转矩;$T_2$为从动齿轮负载转矩.

### 1.2　齿轮副啮合非线性

1)时变啮合刚度.多齿对啮合状态的动态切换会导致啮合刚度的周期性波动,称为时变啮合刚度.斜齿轮的时变啮合刚度$k_{mn}$可根据重合度条件分段计算,具体表达式见文献[14].总啮合刚度$k_m$为各齿对刚度之和,即

$$k_m=\sum_{n=1}^{\mathrm{ceil}(\varepsilon_\gamma)}k_{mn}. \tag{3}$$

式中,ceil($\varepsilon_\gamma$)为参与啮合的最大齿对数.

表1为减速器齿轮副的参数,同理通过改变参数可得二级齿轮副的啮合刚度计算公式.时变啮合刚度$k_m(t)$呈现周期性波动,一级齿轮波动幅度为$0.8\times10^8$ N/m,二级齿轮波动幅度为$1.1\times10^8$ N/m.

**表1　减速器齿轮副参数**

Table 1　Reducer gear pair parameters

| 参数 | 一级主动齿轮 | 一级从动齿轮 | 二级主动齿轮 | 二级从动齿轮 |
|---|---|---|---|---|
| 齿数 | 35 | 56 | 25 | 95 |
| 法向模数/mm | 1.79 | 1.79 | 2.41 | 2.41 |
| 法向压力角/(°) | 18.5 | 18.5 | 19.0 | 19.0 |
| 螺旋角/(°) | 23.5 | 23.5 | 19.0 | 19.0 |
| 齿宽/mm | 60 | 60 | 100 | 100 |

2)啮合误差.齿轮啮合误差激励也是齿轮传动的重要影响因素之一,齿轮啮合误差的数学表达式为[15]

$$e = e_c + e_f \sin(Z_1\theta_1 + \chi). \tag{4}$$

式中：$e_c$为啮合误差的常值；$e_f$为啮合误差的幅值；$Z_1$为主动齿轮齿数；$\chi$为啮合误差初相位.

3）啮合阻尼.齿轮传动过程中，轮齿间存在阻尼作用.齿轮副的啮合阻尼为

$$c_m = 2\zeta_n \sqrt{\bar{k}_m \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}. \tag{5}$$

式中：$\zeta_n$为啮合阻尼比；$\bar{k}_m$为两齿轮的平均啮合刚度；$m_i$($i$=1，2)为齿轮质量.

## 2 动力传动系统模型

### 2.1 传动系统扭转振动模型

内置式永磁同步电机的输出轴与传动系统的输入轴通过花键实现同轴刚性连接.传动系统设计为两级斜齿轮减速机构.电机输出转矩经两级齿轮减速后，通过差速器分配至两个车轮.各轴被视为考虑刚度和阻尼特性的弹性轴，驱动电机、齿轮及差速器被等效为具备转动惯量的集中质量单元.同时结合齿轮啮合原理，建立了如图1所示的动力传动系统的纯扭转动力学模型.模型主要参数如表2所示.

基于牛顿第二定律，建立两级斜齿轮传动系统的6自由度纯扭转动力学模型：

$$\left.\begin{aligned}
J_m\ddot{\theta}_m + c_1(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_1) + k_1(\theta_m - \theta_1) - T_e = 0,\\
J_1\ddot{\theta}_1 - c_1(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_1) - k_1(\theta_m - \theta_1) + r_1 F_{my1} = 0,\\
J_2\ddot{\theta}_2 - c_2(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) - k_2(\theta_3 - \theta_2) - r_2 F_{my1} = 0,\\
J_3\ddot{\theta}_3 - c_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) - k_2(\theta_2 - \theta_3) + r_3 F_{my2} = 0,\\
J_4\ddot{\theta}_4 - c_3(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}_4) - k_3(\theta_d - \theta_4) - r_4 F_{my2} = 0,\\
J_d\ddot{\theta}_d + c_3(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}_4) + k_3(\theta_d - \theta_4) + T_L = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中：下标代表不同部件：m为电机轴；1和2分别为一级齿轮副的主动轮与从动轮；3和4分别为二级齿轮副的主动轮与从动轮；d为差速器；$T_L$表示外界施加的负载转矩；$T_e$为电磁转矩；$F_{my2}$为二级齿轮副的切线方向啮合力；$r_3$和$r_4$分别为二级齿轮副主动轮与从动轮半径；$\theta_m$，$\theta_1$，$\theta_2$，$\theta_3$，$\theta_d$分别为对应齿轮的角位移分量；$\dot{\theta}_m$，$\dot{\theta}_1$，$\dot{\theta}_2$，$\dot{\theta}_3$，$\dot{\theta}_d$分别为对应齿轮的角速度分量；$\ddot{\theta}_m$，$\ddot{\theta}_1$，$\ddot{\theta}_2$，$\ddot{\theta}_3$，$\ddot{\theta}_d$分别为对应齿轮的角加速度分量.

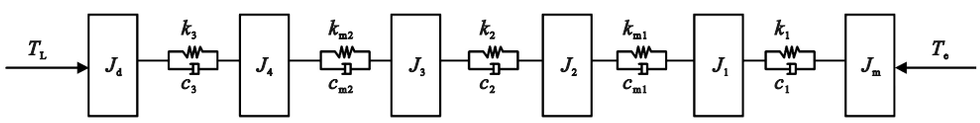



图1 传动系统扭转模型

Fig. 1 Transmission system torsional model

表2 模型参数

Table 2 Model parameters

| 参数 | 符号 | 取值 |
|---|---|---|
| 电机等效转动惯量/(kg·m²) | $J_m$ | 0.040 00 |
| 主动齿轮等效转动惯量/(kg·m²) | $J_1$ | 0.000 19 |
| 从动齿轮等效转动惯量/(kg·m²) | $J_2$ | 0.001 75 |
| 主动齿轮等效转动惯量/(kg·m²) | $J_3$ | 0.000 31 |
| 从动齿轮等效转动惯量/(kg·m²) | $J_4$ | 0.007 00 |
| 主/差动齿轮等效转动惯量/(kg·m²) | $J_d$ | 0.105 00 |
| 输入轴刚度/(N·m·rad⁻¹) | $k_1$ | 60 000 |
| 中间轴刚度/(N·m·rad⁻¹) | $k_2$ | 200 000 |
| 输出轴刚度/(N·m·rad⁻¹) | $k_3$ | 200 000 |
| 一级齿轮平均啮合刚度/(N·m⁻¹) | $k_{m1}$ | $3.7\times10^8$ |
| 二级齿轮平均啮合刚度/(N·m⁻¹) | $k_{m2}$ | $8.0\times10^8$ |
| 输入轴阻尼/(N·m·s·rad⁻¹) | $c_1$ | 4 |
| 中间轴阻尼/(N·m·s·rad⁻¹) | $c_2$ | 4 |
| 输出轴阻尼/(N·m·s·rad⁻¹) | $c_3$ | 4 |
| 一级齿轮啮合阻尼/(N/(m·s⁻¹)) | $c_{m1}$ | 800 |
| 二级齿轮啮合阻尼/(N/(m·s⁻¹)) | $c_{m2}$ | 1 200 |

### 2.2 系统固有特性分析

在式(6)的基础上，传动系统扭振模型的运动方程用矩阵形式如式(7)所示.

$$\boldsymbol{J}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{T}. \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{J}$为转动惯量；$\boldsymbol{C}$为阻尼系数；$\boldsymbol{\theta}$为系统角位移；$\boldsymbol{K}$为扭转刚度；$\boldsymbol{T}$为系统外部扭矩.

设传动系统外部激励为$\boldsymbol{0}$，忽略阻尼和内部非线性影响，系统无阻尼自由振动方程为

$$\boldsymbol{J}\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{0}. \tag{8}$$

式中，各个参数表示如下：

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_m \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_d]^T, \tag{9}$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = [\dot{\theta}_m \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4 \quad \dot{\theta}_d]^T, \tag{10}$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = [\ddot{\theta}_m \quad \ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{\theta}_3 \quad \ddot{\theta}_4 \quad \ddot{\theta}_d]^T, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} J_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_d \end{bmatrix}. \tag{12}$$

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_{m1}r_1^2\cos\beta_{b1}^2 & -k_{m1}r_1r_2\cos\beta_{b1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2-k_{m1}r_1r_2\cos\beta_{b1}^2 & k_{m1}r_2^2\cos\beta_{b1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_2+k_{m2}r_3^2\cos\beta_{b2}^2 & -k_{m2}r_3r_4\cos\beta_{b2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{m2}r_3r_4\cos\beta_{b2}^2 & k_3+k_{m2}r_4^2\cos\beta_{b2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

式中,$\beta_{b2}$为二级齿轮副的基圆螺旋角.

系统固有角频率由下式计算:

$$\boldsymbol{K\theta}=\omega_n^2\boldsymbol{J\theta}. \tag{14}$$

求解上式,解得特征值$\omega_n^2$的平方根即为系统的无阻尼固有角频率$\omega_n$.

系统各阶固有频率的计算公式如下:

$$f_n=\frac{\omega_n}{2\pi}. \tag{15}$$

根据无阻尼自由振动方程求解得到各阶固有角频率和固有频率如表3所示.

表3　动力传动系统固有频率

Table 3　Natural frequency of power transmission system　　Hz

| 阶次 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 固有角频率 | 276 | 712 | 14 203 | 15 097 | 48 707 | 65 040 |
| 固有频率 | 44 | 113 | 2 261 | 2 403 | 7 752 | 10 351 |

对该无阻尼半正定系统的模态分析表明:电机扭振主要分布于低频段,在1,2阶固有频率下尤为显著;第一、二级齿轮副的显著扭振频率分别为2 261与2 403 Hz,2 261与7 752 Hz;主齿轮与差速齿轮则在113 Hz处呈现明显扭振,其振动能量主要分布于低频.

## 3　准比例积分谐振控制器设计

本文将准比例谐振(quasi proportional resonance, QPR)控制器与PI(proportional-integral)控制器并联构建QPIR控制器,其传递函数如式(16)所示:

$$G_{\mathrm{QPIR}}(s)=K_{\mathrm{P}}+\frac{K_{\mathrm{I}}}{s}+\frac{2K_{\mathrm{R}}\omega_{\mathrm{c}}s}{s^2+2\omega_{\mathrm{c}}s+\omega_0^2}. \tag{16}$$

式中:$K_{\mathrm{P}}$为比例增益系数;$K_{\mathrm{I}}$为积分增益系数;$s$为连续域复频域变量;$K_{\mathrm{R}}$为谐振增益;$\omega_{\mathrm{c}}$为截止频率;$\omega_0$为谐振中心频率.

基于电磁转矩谐波分析结果,永磁同步电机转矩波动主要包含6的倍数阶次特征谐波分量.为消除此类谐波影响,需在电流控制环中注入与转矩谐波同频的反向谐波电流分量.根据频域能量守恒原理,注入电流的指令信号频率应严格匹配目标谐波阶次.鉴于单谐振控制器仅能在单一频率处构建增益峰值的局限性,本文在$dq$坐标系上建立多频段并联谐振控制器.图2为$q$轴QPIR控制器,$d$轴同理.

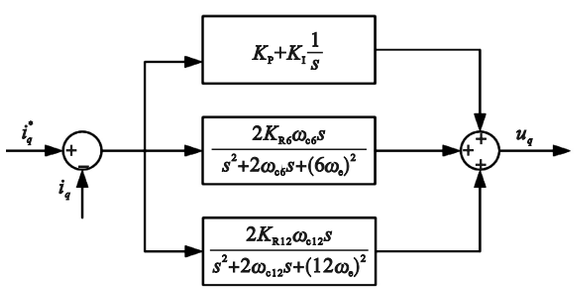



图2　QPIR控制器结构框图

Fig. 2　QPIR controller structure block diagram

在正交$q$轴QPIR复合控制架构中,参数整定包含$q$轴电流给定值$i_q^*$,$q$轴电流实际值$i_q$,控制器输出电压指令$u_q$,比例增益系数$K_{\mathrm{P}}$,积分增益$K_{\mathrm{I}}$,6次谐振增益$K_{\mathrm{R6}}$,12次谐振增益$K_{\mathrm{R12}}$,电网基波角频率$\omega_{\mathrm{e}}$及其对应的带宽调节因子$\omega_{\mathrm{c6}}$,$\omega_{\mathrm{c12}}$.基于频域灵敏度与时域鲁棒性协同优化准则,为了获得合适带宽与相位裕度,$\omega_{\mathrm{c6}}$,$\omega_{\mathrm{c12}}$设为$\omega_0$的2%,其余参数由参考式(17)得[16]

$$K_{\mathrm{P}}=\frac{L_q}{4\xi^2T_{\mathrm{b}}},K_{\mathrm{I}}=\frac{K_{\mathrm{P}}R}{L_q}=K_{\mathrm{R6}}=K_{\mathrm{R12}}. \tag{17}$$

式中:$L_q$为$q$轴电感;$\xi$为阻尼比;$T_{\mathrm{b}}$为电流环带宽对应的等效时间常数;$R$为定子电阻;$T_{\mathrm{b}}$=1.5$T_{\mathrm{s}}$,$T_{\mathrm{s}}$为控制系统的采样周期;$\xi$=0.8;$q$轴的QPIR控制器参数$K_{\mathrm{P}}$取值为31.25;$K_{\mathrm{I}}$,$K_{\mathrm{R6}}$,$K_{\mathrm{R12}}$取值都设为2 495.

在数字信号处理器平台实现图2所示的多谐振控制架构时,连续域谐振调节器向离散域映射需解决频谱折叠效应抑制与频率特性保真度问题.本文采用具有频率响应继承特性的双线性变换法(Tustin法)进行离散化处理,能够有效保持代数稳定性和抑制频率畸变.其变换公式为

$$s=\frac{2}{T_{\mathrm{c}}}\frac{z-1}{z+1}. \tag{18}$$

式中:$T_{\mathrm{c}}$为系统采样周期;$z$为离散域复频域变量.

将Tustin变换代入谐振控制器传递函数,可得离散域表达式:

$$G_{\mathrm{QPR}}(z)=\frac{a_0+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}}. \tag{19}$$

式中:$a_0$,$a_1$,$a_2$为分子系数;$b_0$,$b_1$,$b_2$为分母系数.

系数具体取值如式(20)所示.

$$\left.\begin{aligned}
a_0&=\frac{\left(4+4\omega_cT_r+\omega_0^2T_r^2\right)K_P+4\omega_cT_rK_R}{4+4\omega_cT_r+T_r^2},\\
a_1&=\frac{\left(2\omega_0^2T_r^2-8\right)K_P}{4+4\omega_cT_r+T_r^2},\\
a_2&=\frac{\left(4-4\omega_cT_r+\omega_0^2T_r^2\right)K_P-4\omega_cT_rK_R}{4+4\omega_cT_r+T_r^2},\\
b_0&=1,\\
b_1&=\frac{2\omega_0^2T_r^2-8}{4+4\omega_cT_r+T_r^2},\\
b_2&=\frac{4-4\omega_cT_r+\omega_0^2T_r^2}{4+4\omega_cT_r+T_r^2}.
\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

式中,$T_r$为系统采样周期.

将式(19)转化为数字信号处理器可执行的指令为

$$y(k)+b_1y(k-1)+b_2y(k-2)=a_0u(k)+a_1u(k-1)+a_2u(k-2). \tag{21}$$

式中:$y(k)$为$k$时刻控制器输出值;$u(k)$为$k$时刻控制器输入值;$k$为采样时间.

该控制方法采用QPIR复合控制器抑制电流谐波.系统以转子位置与转速为输入,通过转速环PI控制器与MTPA-FWC(最大转矩电流比与弱磁控制)策略生成$dq$轴参考电流指令.QPIR控制器在$dq$坐标系下,利用PI模块跟踪基波分量,并辅以并联的谐振支路直接抑制6,12次特征谐波,配合前馈解耦以消除交叉耦合干扰.此结构能够直接跟踪并抑制特定次数的电流谐波分量,无需额外的谐波提取坐标变换环节,可以直接跟踪抑制交流谐波电流,进而从源头抑制转矩波动.

图3为基于QPIR谐波抑制的电机控制模型框图.

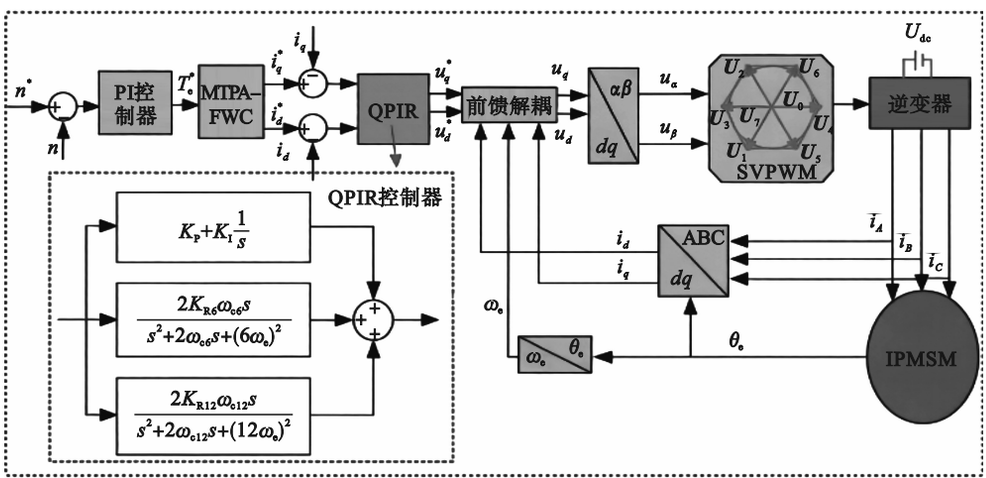



图3 基于QPIR谐波抑制的电机控制框图

Fig. 3 Motor control block diagram based on QPIR harmonic suppression

图3中:$n^*$为转速给定值;$n$为转速反馈值;$T_e^*$为电磁转矩指令;$i_d$为$d$轴电流反馈值;$i_d^*$为$d$轴电流指令;$u_d$和$u_q$分别为$d$轴和$q$轴电压指令;$u_d^*$和$u_q^*$分别为QPIR控制器输出的$d$轴和$q$轴电压指令;$u_\alpha$和$u_\beta$分别为$\alpha$,$\beta$轴系下的电压指令;$\theta_e$为转子电角度;A,B,C为定子的三相绕组;$\boldsymbol{U}_0$至$\boldsymbol{U}_7$代表空间矢量脉宽调制(SVPWM)算法所使用的8个基本电压空间矢量;$\boldsymbol{U}_1$至$\boldsymbol{U}_6$为6个非零基本矢量;$\boldsymbol{U}_0$和$\boldsymbol{U}_7$为2个零矢量;$U_{dc}$为直流母线电压;IPMSM为内置式永磁同步机.

## 4 机电耦合特性分析

### 4.1 电机传动系统耦合模型

所建立的机电耦合仿真模型整合了传动系统非线性动力学与永磁同步电机电磁模型,用于揭示电驱动系统的振动机理.参考机电耦合建模方法[17],模型采用双向交互机制:电磁转矩作为核心激励输入传动系统;同时,输出轴转速经解算后反馈至电机控制模块,构成强耦合闭环系统.集成于电流环的QPIR控制器通过补偿谐波电流,有效抑制了转矩波动,从而显著减弱传动系统振动.

利用MATLAB/Simulink平台,研究匀速工况下电机转矩波动激励对传动系统响应特性的影响.仿真条件:负载为120 N·m,运行转速为1 000 r/min,步长为$1\times10^{-6}$ s,采用四阶Runge-Kutta算法.

图4为机电耦合模型结构框图.

### 4.2 谐波补偿策略对转矩和电流的影响

如图5和表4所示,谐波补偿后,电磁转矩的6

次和12次谐波幅值分别从3.108和0.374 N·m降至0.036和0.014 N·m,降幅超过96%.三相电流的5,7,11,13次特征谐波幅值分别从1.532,1.079,0.284,0.203 A降至0.071,0.034,0.031,0.019 A,降幅分别为95.4%,96.8%,89.1%与90.6%.

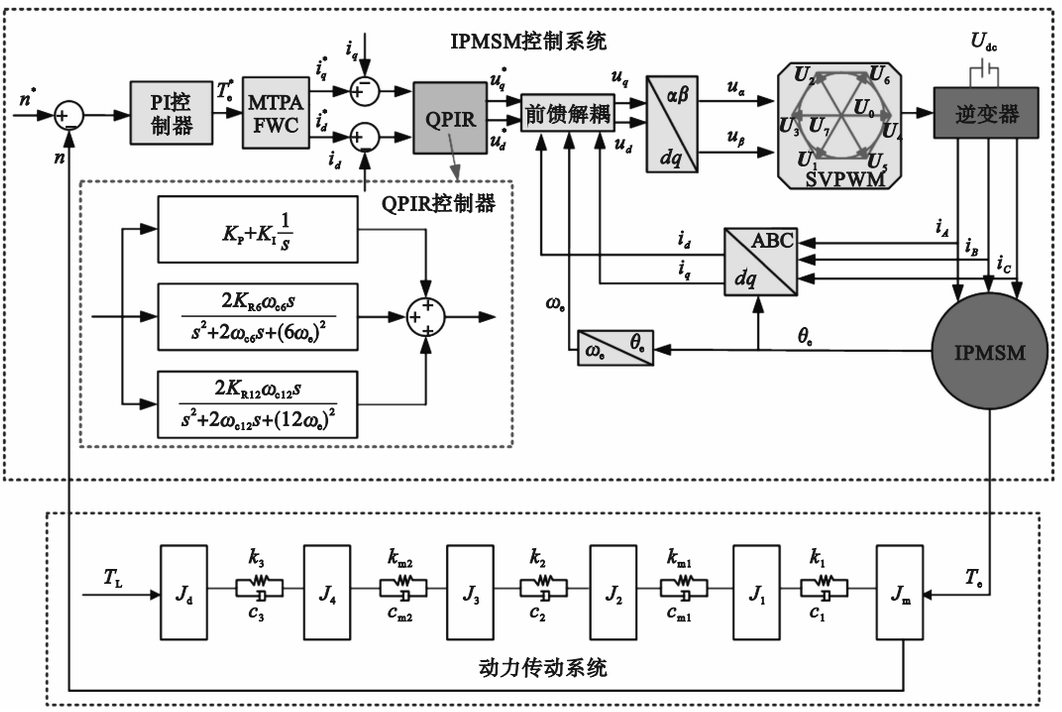



图4　基于转矩波动抑制的机电耦合模型

Fig. 4　Electromechanical coupling model based on torque ripple suppression

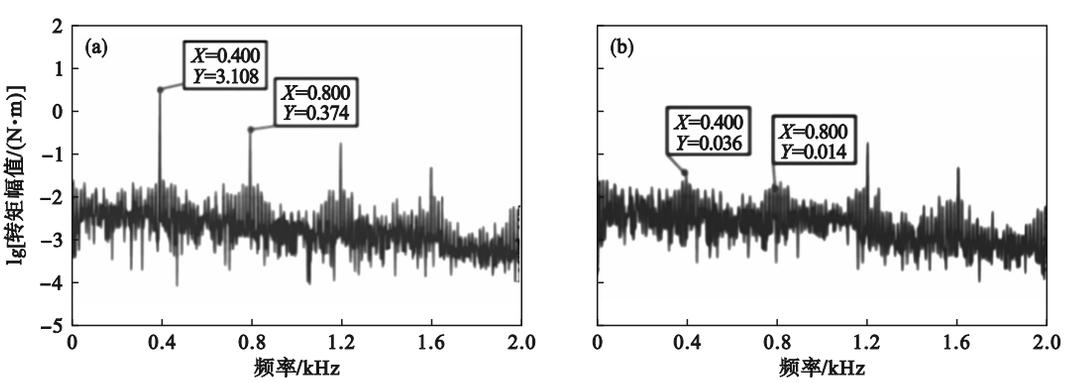



图5　电磁转矩频谱

Fig. 5　Electromagnetic torque spectrum

(a)—谐波抑制前;(b)—谐波抑制后.

### 4.3　谐波补偿策略对轴转速的影响

如图6和表4所示,谐波补偿前,电机轴与中间轴转速频谱中显著存在6次、12次谐波,同时包含一级、二级齿轮副啮合频率$f_{g1}$和$f_{g2}$,表明电气谐波耦合至机械系统.谐波补偿后,电机轴转速的6次和12次谐波幅值分别从0.504和0.087 r/min衰减至0.012和0.003 r/min,降幅超过96.6%.中间轴转速的6次和12次谐波引起的转速振幅分别从0.317和0.058 r/min衰减至0.009和0.002 r/min,降幅超过96.6%.

### 4.4　谐波补偿策略对动态载荷的影响

如图7和表4所示,谐波补偿前,一级齿轮副啮合力、中间轴及输出轴转矩的频谱中均包含一级、二级齿轮副啮合频率$f_{g1}$和$f_{g2}$及其6次和12次谐波转矩频率.谐波补偿后,一级齿轮副啮合力6次和12次谐波幅值从42.810和5.170 N衰减至0.910和0.160 N,降幅超过96.9%.中间轴转矩6次和12次谐波幅值从0.760 N·m和0.150 N·m衰减至0.014 N·m和0.009 N·m,降幅超过94.0%.输出轴转矩6次和12次谐波幅值从1.270 N·m和

0.210 N·m抑制至0.019和0.007 N·m,降幅超过 96.7%.

表4 谐波补偿策略的影响对比

Table 4 Influence comparison of harmonic compensation strategy

| 参数 | 谐波补偿前 | 谐波补偿后 | 降幅百分比/% |
|---|---|---|---|
| 三相电流5次谐波幅值/A | 1.532 | 0.071 | 95.4 |
| 三相电流7次谐波幅值/A | 1.079 | 0.034 | 96.8 |
| 三相电流11次谐波幅值/A | 0.284 | 0.031 | 89.1 |
| 三相电流13次谐波幅值/A | 0.203 | 0.019 | 90.6 |
| 电磁转矩6次谐波幅值/(N·m) | 3.108 | 0.036 | 98.8 |
| 电磁转矩12次谐波幅值/(N·m) | 0.374 | 0.014 | 96.3 |
| 电机轴转速6次谐波幅值/(r·min) | 0.504 | 0.012 | 97.6 |
| 电机轴转速12次谐波幅值/(r·min) | 0.087 | 0.003 | 96.6 |
| 中间轴转速6次谐波幅值/(r·min) | 0.317 | 0.009 | 97.2 |
| 中间轴转速12次谐波幅值/(r·min) | 0.058 | 0.002 | 96.6 |
| 啮合力6次谐波幅值/N | 42.810 | 0.910 | 97.9 |
| 啮合力12次谐波幅值/N | 5.170 | 0.160 | 96.9 |
| 中间轴转矩6次谐波幅值/(N·m) | 0.760 | 0.014 | 98.2 |
| 中间轴转矩12次谐波幅值/(N·m) | 0.150 | 0.009 | 94.0 |
| 输出轴转矩6次谐波幅值/(N·m) | 1.270 | 0.019 | 98.5 |
| 输出轴转矩12次谐波幅值/(N·m) | 0.210 | 0.007 | 96.7 |

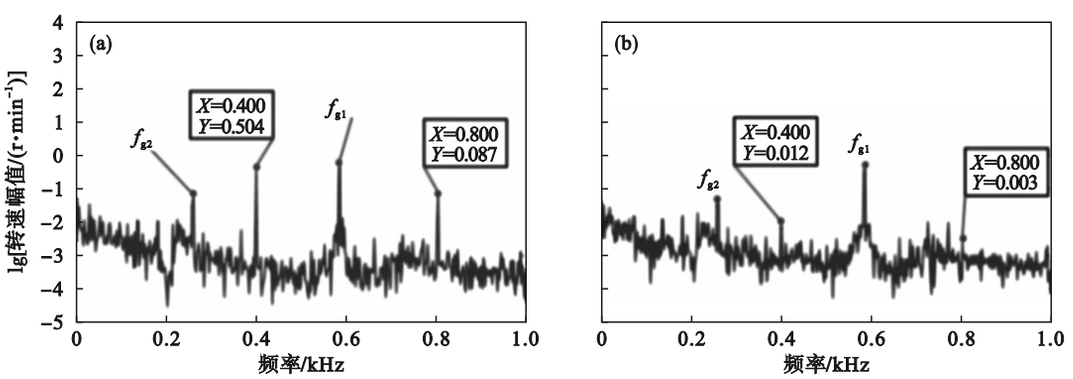



图6 电机轴转速频谱

Fig. 6 Motor shaft's rotational speed spectrum

(a)—谐波抑制前;(b)—谐波抑制后.

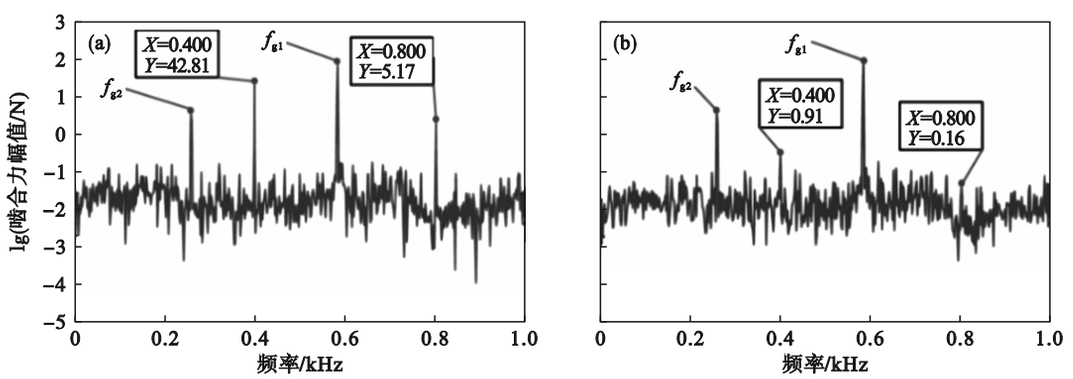



图7 一级齿轮副啮合力频谱

Fig. 7 Primary gear pair's meshing force spectrum

(a)—谐波抑制前;(b)—谐波抑制后.

仿真结果表明,本文提出的QPIR控制策略显著削弱了5,7,11及13次特征谐波电流分量,从而抑制了电机6次和12次谐波转矩.该策略显著削弱了转矩波动向机械系统的传递,使系统转

速波动与动态载荷谐波幅值降幅超过94%,从而提升了电驱动系统运行的平稳性与可靠性.

谐波补偿后电驱动系统的仿真数据汇总如表4所示.

## 5　模型验证

本节利用电驱动试验台架进行试验,以验证前文所建立机电耦合模型的正确性.试验台架如图8所示,其中齿轮传动系统中的齿轮齿数分别为35,56,25,95.加速度传感器位于一级齿轮附近,通过动态信号分析系统采集加速度传感器记录的振动加速度信号.动态扭转转速传感器可以实时检测输出轴的转速,并通过扭矩转速功率仪显示数据.试验工况:输出轴转速分别设定为150和250 r/min,负载转矩通过磁粉制动器来模拟,输出端负载设定为8 N·m.

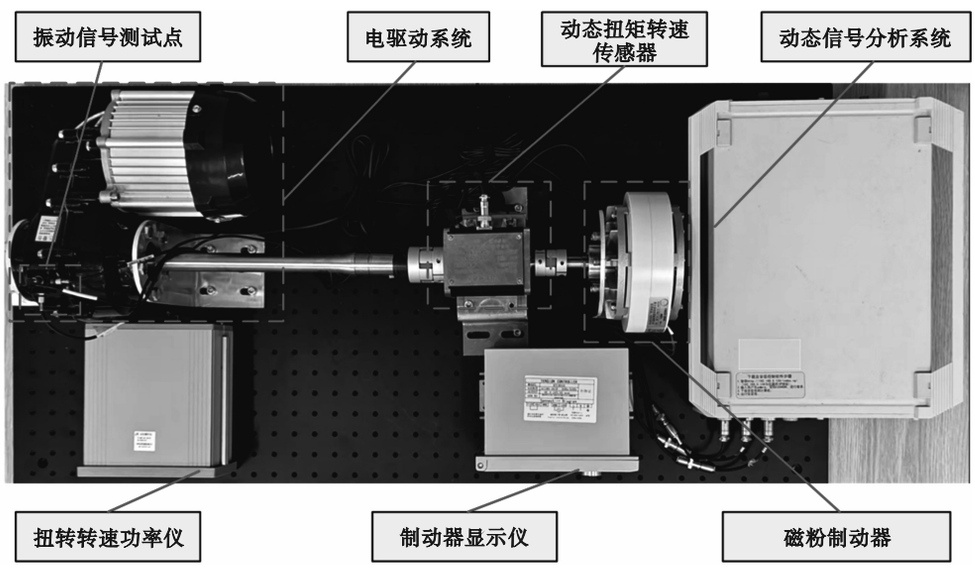



图8　电驱动试验台架

Fig. 8　Electrically driven test bench

仿真与试验所得的振动信号如下图所示,图9和图10分别表示转速为150和250 r/min时的振动响应信号.

齿轮啮合频率的计算公式如式(22)所示.

$$f_g = n_s Z/60. \tag{22}$$

式中:$f_g$为齿轮啮合频率;$n_s$为齿轮所在轴转速;$Z$为齿轮齿数.

试验结果中的主要频率成分为一级齿轮副啮合频率$f_{g1}$及其倍频$2f_{g1}$,$3f_{g1}$和二级齿轮副啮合频率$f_{g2}$.试验结果与理论计算的仿真结果基本吻合,验证了所建立模型的准确性.

但实际运行中,由于轴承支承阻尼及传感器安装间隙的影响,试验结果的振动幅值略大于仿真结果,且其频域中含有一些噪声成分.

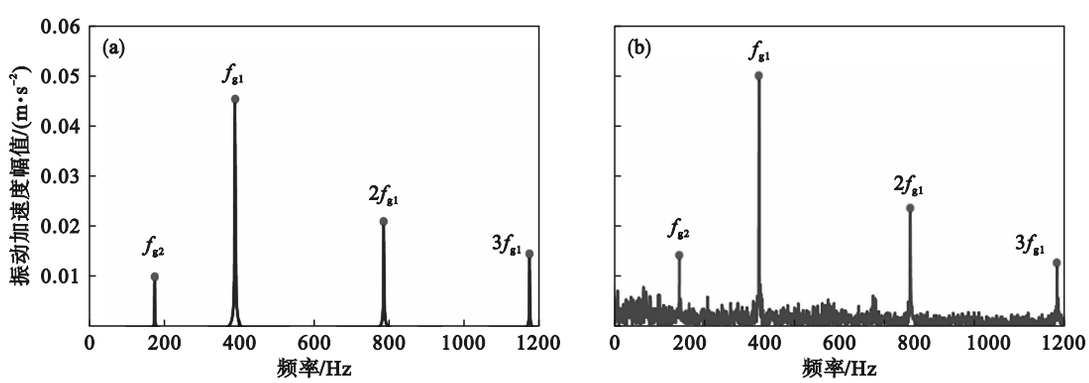



图9　转速为150 r/min下的频域响应

Fig. 9　Frequency domain response at rotational speed of 150 r/min

(a)—仿真结果;(b)—实验结果.

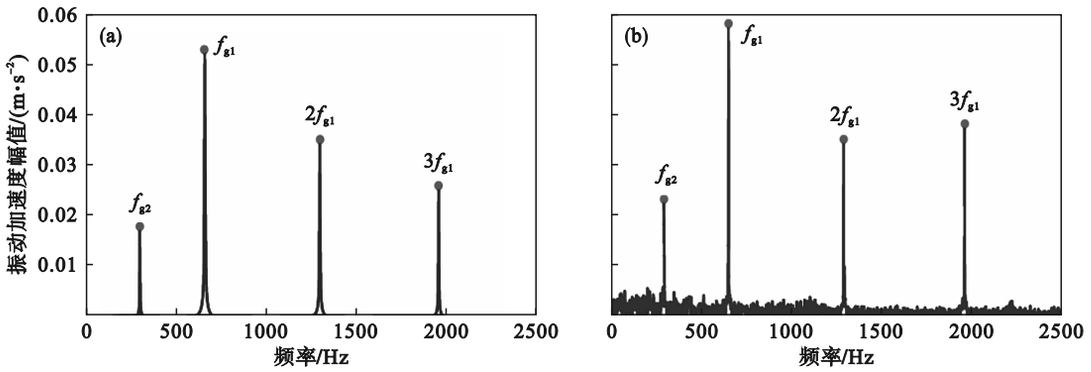



图 10 转速为 250 r/min 下的频域响应

Fig. 10 Frequency domain response at rotational speed of 250 r/min

(a)—仿真结果;(b)—实验结果.

## 6 结 论

1) 构建的 6 自由度传动系统模型能有效表征电机谐波转矩与齿轮非线性激励(时变刚度、啮合误差)的耦合效应,试验表明仿真与实测振动频谱的主峰误差<5%,证实模型可精准预测系统动态响应.

2) 基于 QPIR 的谐波补偿策略使 5,7,11,13 次谐波电流幅值降低 89.1%~96.8%,从源头削弱电磁转矩 6 次和 12 次谐波分量,阻断电气扰动向机械系统的传递路径.

3) 谐波抑制后,传动部件动态载荷衰减>94%,电机轴 6 次谐波转速波动降低 97.6%,一级齿轮副啮合力 6 次谐波分量下降 97.9%,显著提升电驱动系统的噪声、振动与声振粗糙度(NVH)性能与可靠性.

**参考文献:**


[1] 陈星, 苑士华, 陈凯, 等. 考虑电磁激励的车用永磁同步电机转子扭振特性[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2016, 37(7): 1008-1012, 1021.
(Chen Xing, Yuan Shi-hua, Chen Kai, et al. Torsional vibration characteristics of PMsM for HEV considering the electronagnetic excitation [J]. *Journal of Northeastern University* (*Natural Science*), 2016, 37(7): 1008-1012, 1021.)

[2] Li Y N, Li G Y, Zheng L. Influence of asymmetric mesh stiffness on dynamics of spiral bevel gear transmission system[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2010, 2010: 124148.

[3] Hu Z H, Tang J Y, Chen S Y, et al. Effect of mesh stiffness on the dynamic response of face gear transmission system [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2013, 135(7): 071005.

[4] Dong H M, Zhang K, Wang D L, et al. Dynamic modeling of planetary gear train for vibration characteristic analysis [C]//Mechanisms, Transmissions and Applications. Cham: Springer, 2015: 187-195.

[5] Li W, Sun J D, Yu J P. Analysis of dynamic characteristics of a multi-stage gear transmission system [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2019, 25(10): 1653-1662.

[6] Xia H, Meng F S, Zhang X, et al. Nonlinear dynamics analysis of gear system considering time-varying meshing stiffness and backlash with fractal characteristics [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2023, 111(16): 14851-14877.

[7] Sheng L C, Xu M C, Sun Q, et al. Nonlinear dynamics analysis of gear transmission system considering tooth surface friction and thermal deformation[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2023, 237(2): 220-235.

[8] Liu J, Li X B, Pang R K, et al. Dynamic modeling and vibration analysis of a flexible gear transmission system[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 197: 110367.

[9] Hu J J, Peng T, Jia M X, et al. Study on electromechanical coupling characteristics of an integrated electric drive system for electric vehicle [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 166493-166508.

[10] Jiang S, Li W, Wang Y Q, et al. Study on electromechanical coupling torsional resonance characteristics of gear system driven by PMSM: a case on shearer semi-direct drive cutting transmission system [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 104(2): 1205-1225.

[11] Jiang S, Li W, Lu E, et al. Analysis of electromechanical coupling modal and dynamic response characteristics of permanent magnet gear transmission system considering variable load condition [J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2024, 52(10): 7445-7470.

[12] Mo S, Liu W B, Wang Z, et al. Nonlinear dynamics of fault electromechanical coupling transmission system in electrical vehicles [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2024, 112(17): 14879-14905.

[13] Yao Z Y, Lin T L, Ren H L, et al. Electromechanical coupling dynamic responses of motor-gear system under different motor control methods [J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2025, 44(2): 1020-1038.

[14] 彭桃. 纯电动汽车一体化电驱动系统机电耦合特性研究及控制策略优化[D]. 重庆: 重庆大学, 2020.
(Peng Tao. Study on electromechanical coupling characteristics and control strategy optimization of an integrated electric drive system for pure electric vehicle[D]. Chongqing: Chongqing University, 2020.)

[15] Yi Y Y, Qin D T, Liu C Z. Investigation of electromechanical coupling vibration characteristics of an electric drive multistage gear system [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 121: 446-459.

[16] Ye T, Dai N Y, Lam C S, et al. Analysis, design, and implementation of a quasi-proportional-resonant controller for a multifunctional capacitive-coupling grid-connected inverter [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2016, 52(5): 4269-4280.

[17] 李小彭, 王浩哲, 尹猛, 等. 含有柔性负载的电驱动系统建模与控制策略[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2024, 45(3): 346-353, 371.
(Li Xiao-peng, Wang Hao-zhe, Yin Meng, et al. Modeling and control strategy of electric drive system with flexible load [J]. *Journal of Northeastern University* (*Natural Science*), 2024, 45(3): 346-353, 371.)