•水利与土木工程•

DOI:10.12454/j.jsuese.202500806

本刊网刊

考虑非线性和拉索局部振动的斜拉桥地震响应分析

王　渠[1,2],刘俊杰[1],蔡丁锡[3],吴应雄[1],吴庆雄[1,4*],蔡志超[1]

(1.福州大学 土木工程学院,福建 福州 350108;2.福建省土木工程多灾害防治重点实验室,福建 福州 350108;
3.福州双福高速公路有限责任公司,福建 福州 350011;4.工程结构福建省高校重点实验室,福建 福州 350108)

摘　要:斜拉桥材料非线性所引起的梁–柱效应以及拉索局部振动会增大斜拉桥地震响应,影响桥梁安全。为探究材料非线性和拉索局部振动的影响,本文以某跨径布置为(115+165) m的单塔单索面不对称斜拉桥为背景工程,基于自编程序NL_Beam_3D,采用纤维梁单元模拟主梁和主塔的材料非线性,以分段索单元模拟拉索的垂度效应及局部振动,建立整体分析法(MECS)有限元模型,与采用等效弹性模量的近似分析法(OECS)模型进行对比分析,并研究中震与强震作用下主梁、主塔和斜拉索的动力响应特征。结果表明:MECS模型与OECS模型计算得到的主梁–主塔主要振型固有频率差异不超过1.2%,部分斜拉索在强震作用下出现显著局部振动,对主梁与主塔的变形与内力分布均产生明显影响,且差异随地震强度增大而增大;强震作用下,M15斜拉索竖向的振幅较中震作用增大了173.78%(反方向为143.52%),索力差值也从中震时的6.49%扩大到强震时的13.76%;2P–3P跨中截面采用MECS模型与OECS模型计算得到的主梁位移极值差值由中震下的9.34%增大至强震下的18.23%。因此,强震作用下应充分考虑拉索局部振动对主梁动力响应的影响。本文提出的拉索非线性振动整体分析方法,充分考虑了拉索与主梁–主塔之间的相互作用,可更加准确分析斜拉桥地震响应,可为斜拉桥抗震设计与安全评估提供技术支撑。

关键词:桥梁工程;斜拉索;整体分析法;材料非线性;几何非线性

中图分类号:U448.27　　**文献标志码:**A　　**文章编号:**2096-3246(2026)06-0244-15

斜拉桥在中国的应用范围广,建设数量大。作为生命线工程,其在服役期间难免会受到地震灾害等强力作用,一旦发生破坏,将带来严重的经济和社会影响[1–2]。斜拉桥的振动分为主梁–主塔的振动和斜拉索的振动,斜拉索局部振动与主梁振型耦合时,会产生“振动放大”效应,导致主梁的地震响应增大,影响桥梁安全。因此,在斜拉桥的动力分析中要考虑斜拉索的振动[3–4]。

国内外学者在进行斜拉桥整体动力特性研究时,主要针对拉索的局部振动和非线性振动。在斜拉索非线性振动分析方面,Caetano等[5]采用拉索分段模拟的全桥模型对拉索的基本动力特性、拉索与桥梁结构之间的相互作用进行分析,并通过振动试验证明拉索局部振动会改变主梁和主塔的结构响应。Wu[6]、吴庆雄[7–8]等提出了考虑斜拉索非线性振动的斜拉桥整体分析方法,为考虑斜拉索的非线性振动和主梁–主塔–斜拉索之间的相互作用提供了分析计算模型,并通过索梁结构试验进行验证,结果表明,该方法能较正确地模拟索梁结构中拉索参数振动。詹远辉[9]通过大尺寸索梁结构模型试验,验证了整体分析法的正确性,并讨论了周期荷载作用下索梁结构的非线性振动特性;管永乐等[10]通过超细长弹性杆力学模型,对大跨度斜拉桥拉索的面内非线性振动问题开展研究,结果表明,控制激励幅值是减小拉索振动的有效方法;Zheng等[11]基于纤维框架单元建立桥梁非线性振动模型,提出一种新的非线性模型建模方法,用于拉索非线性振动研究,并以人行斜拉桥的缩尺模型振动试验证明了所提非线性建模和模型修正方法的准确性和有效性;陈柯帆等[12]基于多点弹性支承主梁的集中质量参数体系离散方法对斜拉桥结构多重内共振进行研究,结果表明:当多根斜拉索与结构某阶整体模态

收稿日期:2025 – 10 – 20　　**修回日期:**2025 – 11 – 27　　**网络出版日期:**2025 – 12 – 02

基金项目:国家自然科学基金项目(52578183);福建省自然科学基金项目(2024J01356);福建省交通运输科技计划项目(JC202320)

作者简介:王　渠(1989—),男,高级实验师,博士. 研究方向:桥梁工程. E-mail:wangqu1989@fzu.edu.cn

* **通信作者:**吴庆雄,研究员,E-mail:wuqingx@fzu.edu.cn

发生1∶1内共振时，索–梁–索耦合效应将影响拉索的动力特性；姚彻等[13]通过理论推导、数值计算与模型验证的方式，分析索–梁组合体系的模态正交性对其非线性振动的影响，研究结果表明，索–梁整体法模态不正交时对结构非线性动力学行为影响显著。

在强震作用对斜拉桥影响方面，周岱等[14]分析了塔柱–拉索–空间结构协同作用对拉索大幅振动的影响，结果表明，塔柱、拉索和空间结构三者之间的频率比对拉索自由振动特性影响显著；布占宇等[15]在分析拉索局部振动时，编制了三维有限元程序，结果表明，拉索局部振动对主梁和桥塔的加速度、位移和内力影响显著；王波等[16]开展了拉索局部振动对斜拉桥地震响应影响研究，得出强震作用下斜拉桥的主梁、主塔等可能进入材料非线性的结论。Yi等[17]研究了近断层地震动脉冲作用对既有斜拉桥非线性振动和抗震性能的影响，结果表明，脉冲周期通过影响结构多阶模态影响结构的损伤过程。黄学漾等[18]基于隐式分析模型分析了行波效应和索塔梁耦合振动对独塔斜拉桥的影响，结果表明，当考虑斜拉桥索塔梁耦合振动时，主塔塔顶纵桥向相对位移响应较不考虑时增大了12%～50%。

综上所述，目前同时考虑拉索材料非线性和拉索局部振动对拉索与主梁–主塔之间相互作用影响的分析研究不足。在地震作用下，斜拉索材料非线性所引起的梁–柱效应以及拉索局部振动会增大斜拉桥地震响应，进而增大拉索–主梁–主塔之间的相互作用，影响桥梁安全。因此，本文通过自编的计算机软件程序NL_Beam_3D，以某独塔斜拉桥为工程背景，考虑材料非线性和拉索局部振动的影响，用整体分析法建立有限元模型，并将其与传统的近似分析法进行地震响应对比分析，量化了地震强度增大对耦合效应的影响程度，得到拉索非线性振动对主梁–主塔主要振型的影响机制。研究结果可以为斜拉索振动分析计算提供参考。

1　基本理论概述

1.1　双重非线性理论和有限元模型

斜拉桥是一种缆索支撑体系，其非线性主要包括几何非线性和材料非线性[19–20]：

1）几何非线性：斜拉索属于柔性构件，受自重和轴力影响时，其线形为悬链线形态。其刚度随垂度变化，而垂度又取决于拉索张力。故斜拉索轴力与变形呈非线性关系。

2）材料非线性：斜拉索的索力作用使得主梁和索塔不仅承受弯矩，而且还将产生很大的轴向力，在主梁和主塔的变形过程中，轴力会产生附加的弯矩，附加的弯矩又会使结构产生变形，由此产生梁–柱效应。同时，混凝土的应力应变关系是非线性的，钢筋的应力应变在进入线性阶段之后，尤其是进入屈服阶段之后，会使整个斜拉桥结构表现出非线性行为。

1.2　材料非线性分析

纤维计算模型中，反复荷载作用下钢筋的应力–应变曲线，如图1所示。图1中，O、A、B、C、D、E、F分别代表曲线上的变化特征点，σ、ε分别为普通钢筋的应力和应变，σ_y、ε_y为普通钢筋的屈服应力和屈服应变，σ_{max}、ε_{max}为普通钢筋的极限应力和极限应变，E_0为钢筋初始弹性模量，E_y为钢筋屈服后弹性模量。钢筋的本构关系呈现多阶段滞回特性：在初始阶段（OA段）呈现初始弹性模量E_0的线弹性特征；进入塑性阶段（AB段）后，弹性模量调整为E_y。当发生反向加载时（即卸载），钢筋以初始弹性模量E_0达到反向屈服点（BC段），随后再次进入塑性阶段（CE段）并保持弹性模量E_y。在负轴屈服状态下受到正向加载时（EF段），钢筋重新呈现初始线弹性特征直至恢复正轴屈服强度。

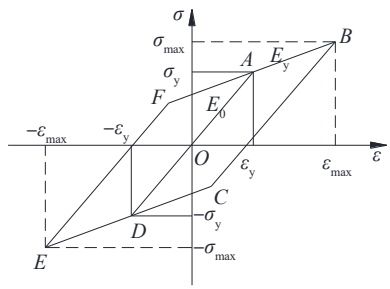


图1　反复荷载作用下钢筋的应力–应变曲线

Fig. 1　Stress–strain curves of steel bar under cyclic loading

混凝土采用Ristic强化准则[21]，反复荷载作用下混凝土的应力–应变曲线如图2所示。

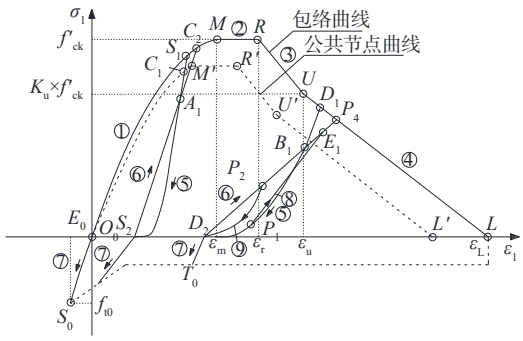


图2　反复荷载作用下混凝土的应力–应变曲线

Fig. 2　Stress–strain curves of concrete under cyclic loading

图2中，O_0、M、R、U、L、S、C_1、E_1、C_2、P_4、A_1、B_1、S_0、T_0、P_1、P_2、M'、R'、U'、L'为曲线的变化特征点，ε_m、ε_r、ε_μ、ε_L分别为混凝土应力–应变包络曲线上特征点M、R、U、L对应的应变值，S_1、S_2、D_1、D_2为应力–应变路径的特征控制点，σ_1、ε_1分别为混凝土的应力与应变，f'_{ck}为混凝土峰值压应力，$K_u \times f'_{ck}$为混凝土的特定屈服应力水平，

K_u为混凝土屈服应力的折减系数，f_{t0}为混凝土的抗拉强度，E_c为混凝土的初始弹性模量。该准则模型能反映约束和非约束混凝土纤维单元的应力－应变关系，其中，混凝土约束水平、拉应力、受拉破坏、塑性应变、混凝土压碎、受压破坏以及刚度退化等现象均通过9种路径进行描述，如图2中的①～⑨所示。其中，5种路径取决于之前的路径历史。当结构受到的压应力未达到f'_{ck}，结构的应力与应变的关系曲线为O_0M段；当压应力超过f'_{ck}后，结构变形进入屈服阶段（MR段）；压应力达到峰值f'_{ck}后（R点），应力–应变关系曲线随后进入下降段（RU段及UL段）；此外，当发生反向加载及S_1–S_2区间再加载时，其受力路径遵循路径曲线⑤变形；当从S_2加载和C_1–P_4间再加载时，按路径曲线⑥变形；当混凝土尚未拉伸破坏时，按路径曲线⑦变形；当在路径曲线⑤和⑨受到反向荷载作用时，按路径曲线⑧变形；当在第⑥和⑧规则受到反向荷载作用时，按路径曲线⑨变形。

因此，为考虑钢筋和混凝土的应力–应变关系的作用，采用基于纤维模型的梁单元模拟材料非线性，将钢筋混凝土截面划分为有限个混凝土纤维和钢纤维。通过截面数值积分方法求截面刚度，进而求梁单元的刚度，各截面条的应变、应力状态用其中心点的值来近似。基本假设包括：主梁截面符合平截面假定；不考虑剪切应变的非线性；钢筋与混凝土之间无滑移现象。因此，基于纤维模型的梁单元静力平衡方程为：

$$\boldsymbol{K}^{e}\Delta\boldsymbol{X}^{e}=\Delta\boldsymbol{P}^{e} \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{K}^{e}$为空间纤维梁单元的刚度矩阵，$\Delta\boldsymbol{X}^{e}$为空间纤维梁单元沿坐标轴3个方向的位移增量，$\Delta\boldsymbol{P}^{e}$为空间纤维梁单元的内力增量。

考虑初期轴力的单元刚度矩阵$\boldsymbol{K}_N^{e}$[7,22]为：

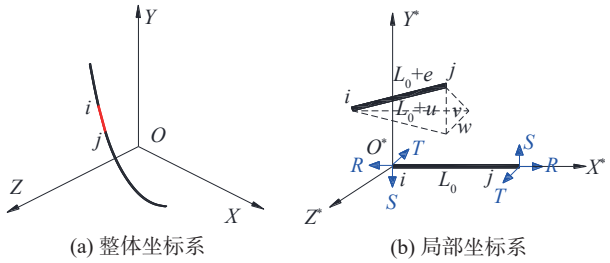
$$\boldsymbol{K}_N^{e}=\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & \frac{6}{5L_u}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10}P_0 & 0 & \frac{-6}{5}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10}P_0\\
0 & 0 & \frac{6}{5L_u}P_0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{5}P_0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0 & 0\\
0 & 0 & 0 & \frac{2L_u}{15}P_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2L_u}{15}P_0 & 0 & 0\\
0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0 & 0 & \frac{2L_u}{15}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10}P_0 & 0 & \frac{-L_u}{30}P_0 & 0\\
0 & \frac{1}{10}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2L_u}{15}P_0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-L_u}{30}P_0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & \frac{-6}{5}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0 & 0 & \frac{6}{5L_u}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0\\
0 & 0 & \frac{-6}{5}P_0 & 0 & \frac{1}{10}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5L_u}P_0 & 0 & \frac{1}{10}P_0 & 0\\
0 & 0 & 0 & -\frac{2L_u}{15}P_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2L_u}{15}P_0 & 0 & 0\\
0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0 & 0 & \frac{-L_u}{30}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10}P_0 & 0 & \frac{2L_u}{15}P_0 & 0\\
0 & \frac{1}{10}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-L_u}{30}P_0 & 0 & \frac{-1}{10}P_0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2L_u}{15}P_0
\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中，P_0为梁单元初始轴力，L_u为单元长度。故考虑材料非线性和初始轴力的梁单元的单元刚度矩阵$\boldsymbol{K}$为：

$$\boldsymbol{K}=\boldsymbol{K}^{e}+\boldsymbol{K}_N^{e} \tag{3}$$

1.3 拉索局部振动分析

索单元的整体和局部坐标系如图3所示。图3(a)中，整体坐标系（$O-XYZ$）下索的一个单元$i-j$（图中为红色），其中，i为索单元起始节点，j为索单元终止节点。在单元局部坐标系（$O^*-X^*Y^*Z^*$）下的几何参数见图3(b)，其中，R为索单元沿局部坐标轴X^*的内力分量，S为索单元沿局部坐标轴Y^*的内力分量，T为索单元沿局部坐标轴Z^*的内力分量，L_0为索单元初始长度，e为索单元伸缩量，u为索单元轴向位移，v为索单元竖向位移，w为索单



(a) 整体坐标系　(b) 局部坐标系

图3 索单元的整体和局部坐标系

Fig. 3 Global and local coordinate systems of the cable element

元横向位移。

采用整体坐标时，索结构在惯性力和阻尼两个影响因素下的运动方程如式(4)所示：

$$\boldsymbol{M}\cdot\ddot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}}+\boldsymbol{C}\cdot\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}}+\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}=F_{\mathrm{t}}+F_{\mathrm{g}} \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{M}$为质量矩阵，$\boldsymbol{C}$为阻尼矩阵，$\ddot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}}$为加速度向量，$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}}$为速度向量，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}$为外力荷载和自重荷载形成的恢复力，$F_{\mathrm{t}}$为外力荷载，$F_{\mathrm{g}}$为自重荷载。

$\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}$包含自重和外荷载所产生的恢复力，然而，拉索的垂度是由自重产生的，若在动力计算时考虑自重荷载，不仅会导致计算烦琐，还会导致计算结果偏差较大[23]。因此，将自重剥离，得到局部坐标系中去除自重的单元恢复力后$(\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{g}})^{\mathrm{e}}$的表达式为：

$$\left(\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{g}}\right)^{\mathrm{e}}=\left[-P\frac{L_0+u}{L_0+e}+P_0\quad -P\frac{v}{L_0+e}\quad -P\frac{w}{L_0+e}\quad P\frac{L_0+u}{L_0+e}-P_0\quad P\frac{v}{L_0+e}\quad P\frac{w}{L_0+e}\right]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

式中：$(\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{g}})$为整体坐标系下不计入自重时的恢复力，可通过局部坐标系中索单元的恢复力$(\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{g}})^{\mathrm{e}}$进行集成；$\boldsymbol{R}_{\mathrm{g}}$为自重荷载形成的恢复力；$P$为索单元轴力。

将式(5)的单元恢复力通过坐标转换到整体坐标上，并集成到式(6)，就可以得到去除自重的恢复力$(\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{g}})$，即：

$$\boldsymbol{M}\cdot\ddot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}}+\boldsymbol{C}\cdot\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{t}}+\left(\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{g}}\right)=F_{\mathrm{t}} \tag{6}$$

采用直接积分的方法求解运动方程式(6)，使用Newmark-β法进行时程分析。同时，从式(5)可以看出，去除自重后的单元恢复力与节点位移和单元轴力有关，故需要进行迭代计算(如采用Newton法)，此时需要将增量形式的单元刚度矩阵$\boldsymbol{K}^{\mathrm{e}}$(式(7))应用于迭代过程。

$$\boldsymbol{K}^{\mathrm{e}}=\frac{E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}}{L_0\left(L_0+e\right)^2}\begin{bmatrix}(L_0+u)^2 & (L_0+u)v & (L_0+u)w & -(L_0+u)^2 & -(L_0+u)v & -(L_0+u)w\\ (L_0+u)v & v^2 & vw & -(L_0+u)v & -v^2 & -vw\\ (L_0+u)w & vw & w^2 & -(L_0+u)w & -vw & -w^2\\ -(L_0+u)^2 & -(L_0+u)v & -(L_0+u)w & (L_0+u)^2 & (L_0+u)v & (L_0+u)w\\ -(L_0+u)v & -v^2 & -vw & (L_0+u)v & v^2 & vw\\ -(L_0+u)w & -vw & -w^2 & L_0+u & vw & w^2\end{bmatrix}+$$

$$\frac{P}{\left(L_0+e\right)^3}\begin{bmatrix}v^2+w^2 & -(L_0+u)v & -(L_0+u)w & -v^2-w^2 & (L_0+u)v & (L_0+u)w\\ -\left(L_0+u\right)v & (L_0+u)^2+w^2 & -vw & (L_0+u)v & -(L_0+u)^2-w^2 & vw\\ -\left(L_0+u\right)w & -vw & (L_0+u)^2+v^2 & (L_0+u)w & vw & -(L_0+u)^2-v^2\\ -v^2-w^2 & (L_0+u)v & (L_0+u)w & v^2+w^2 & -(L_0+u)v & -(L_0+u)w\\ (L_0+u)v & -(L_0+u)^2-w^2 & vw & -(L_0+u)v & (L_0+u)^2+w^2 & -vw\\ (L_0+u)w & vw & -(L_0+u)^2-v^2 & -(L_0+u)w & -vw & (L_0+u)^2+v^2\end{bmatrix} \tag{7}$$

式中，E_{c}为拉索的弹性模量，A_{c}为拉索的横截面面积。

1.4　NL_Beam_3D程序的建立

斜拉索在有限元建模时一般采用近似分析法(OECS)[3]，即将每根斜拉索以一个单元来模拟，并以等效弹性模量考虑拉索垂度带来的非线性影响。为同时对主梁、塔和斜拉索局部振动进行计算，本文将每根斜拉索通过多单元分段建模，即整体分析法(MECS)。采用Fortran编译软件将第1.3节中的索单元和非线性计算方法编成子程序，添加到自编的计算机软件程序NL_Beam_3D的相关部分，使该程序可使用的单元类型除了“梁单元”之外，还有“索单元”，从而进行考虑拉索非线性振动的索结构桥梁非线性振动分析[8,24]。该程序分3个模块，能考虑斜拉桥各主要构件的材料非线性以及初期轴力对斜拉桥整体振动的影响。

前处理模块主要构建结构的杆系模型，并且能够把表述整个模型的数据传输给分析计算模块。在单元定义模块中可以直接通过组成材料的应力–应变关系来评价纤维单元刚度的变化以及是否发生塑性变形，能同时考虑包括索单元拉索参数振动在内的非线性振动和斜拉索与主梁–主塔之间的相互作用；在荷载信息中添加了不同强度的地震波，从而进行斜拉桥整体非线性地震响应分析。在分析计算模块中，对每根斜拉索均采用多个单元分段模拟，并对其进行线性静力、非线性静力分析，以及特征值、振型叠加法和直接积分法的动力分析。其中，在模态分析中添加了动力凝聚的特征值方法，从而有效地从斜拉桥众多模态中获得主梁–主塔的固有模态；在斜拉桥整体动力分析的阻尼设置中，添加了考虑单元Rayleigh阻尼的扩大阻尼矩阵。后处理模块则以图形形式输出结构变形。

2 背景工程与有限元模型的建立

2.1 背景工程

某跨径布置为(115+165) m的单塔单索面不对称斜拉桥，采用塔、梁、墩固结体系，跨径内设置辅助墩。荷载设计等级为城市A级，设计行车速度为40 km/h，按Ⅵ度抗震设防。总体布置如图4所示。主梁为单箱5室箱型等截面混凝土结构，中心处梁高2.8 m，主梁标准断面图如图5所示。图4中，斜拉索的编号从左到右编号依次为：边跨侧S17～S1，主跨侧M1～M17，0P、1P、2P、3P、4P分别为0#台、1#、2#、3#、4#墩的位置。主塔为矩形空心截面的带钢护壁劲性骨架混凝土结构，桥面以上塔高为64.50 m。上塔柱采用钢锚箱结构进行斜拉索锚固，同高程锚点的拉索间采用横向钢梁进行空间连接。该钢梁体系架设于塔壁内钢牛腿上，锚固区塔壁内侧配置钢护壁，其与混凝土结构通过外置的剪力连接件形成协同受力机制。主塔为矩形空心截面的带钢护壁劲性骨架混凝土结构，桥面以上塔高为64.50 m。主塔上塔柱横截面和下塔柱横截面见图6。塔柱共设34对（即68根）斜拉索，采用横桥向对称的双排索面扇形密索布置，主梁上主跨索距为6.00 m，边跨索距为5.20 m，塔上索距为1.80 m。

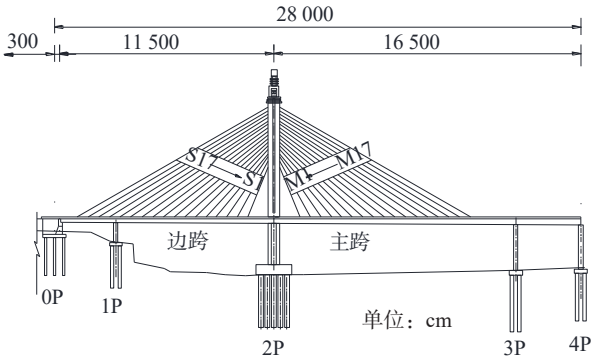
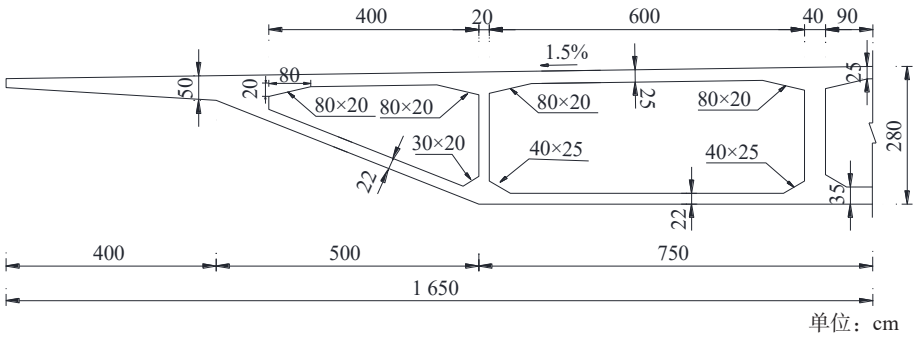


图4 总体布置图

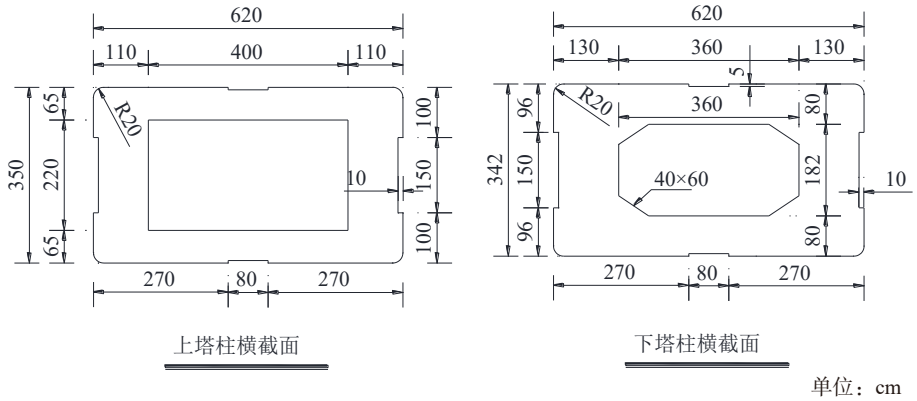
Fig. 4 General arrangement plan



注：80×20表示倒角尺寸（水平退让80 cm，垂直退让20 cm），40×25、30×20类似；1.5%为横向坡度。

图5 主梁标准断面图（横截面一半）

Fig. 5 Main girder standard cross-section drawing (half of the cross-section)



注：R20表示半径为20 cm的圆角。

图6 主塔横截面图

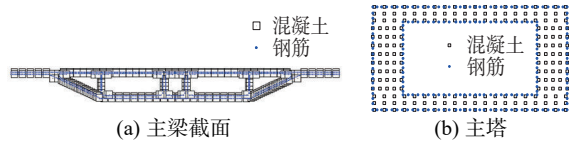
Fig. 6 Main tower cross-section drawing

2.2 有限元模型的建立与验证

2.2.1 MECS建模

在MECS模型（图7）中，基于纤维模型的梁单元共397个，普通梁单元8个，其中，主梁沿纵桥向划分259个单元，主塔沿高度方向划分55个单元，2#墩沿高度方向划分11个单元，1#墩沿高度方向划分21个单元，3#墩沿高度方向划分11个单元，4#墩沿高度方向划分39个单元。主梁截面（图7(a)）共划分为1 134个纤维单元，包括298个混凝土单元和836个钢筋单元。主塔截面（图7(b)）共划分为400个纤维单

元，包括200个混凝土纤维单元和200个钢筋纤维单元。为考虑索的垂度效应，采用索单元直接模拟斜拉索，将每根斜拉索分割成8段，每段以一个索单元模拟，其弹性模量采用实值，共有索单元544个。桥梁各构件之间采用刚臂单元进行连接，共计215个。0#台、1#～4#墩底部三向固结；主梁在0#台、1#、3#以及4#墩上、下游位置处约束竖向平动，在中间位置处约束竖向与横桥向平动；主梁在主塔、主梁与主墩连接处三向固结。大桥各主要构件的材料特性见表1。为了简化主梁截面形式，采用等效荷载法[25–26]，将预应力齿块自重、斜拉索锚固区锚块自重、永久压重、横隔梁自重及二期恒载等在模型中仅通过集中质量将其质量分布于主梁各节点的相应位置，而横梁为刚性构件，只起到传递力的作用，对主梁刚度的影响忽略不计。



(a) 主梁截面　　(b) 主塔

图7　MECS模型

Fig. 7　MECS Model

表1　大桥各主要构件材料特性

Tab. 1　Material properties of major components of the bridge

构造	材料	弹性模量 E'/GPa	泊松比 υ	屈服应力 σ_v/MPa	抗拉强度 f_{tk}/MPa	密度 ρ/(t·m^{-3})
主梁	C55	35.5	0.2	28.4	2.74	2.600
主塔	C50	34.5	0.2	25.9	2.65	2.600
1#、3#、4#墩	C40	32.5	0.2	21.4	2.40	2.600
2#墩	C30	30.0	0.2	16.1	2.01	2.600
钢筋	HRB335	200.0	0.3	251.0	335.00	7.850
斜拉索	Ø7镀锌钢丝	205.0	0.3	—	1 470.00	7.850

通过以上纤维模型的划分方式，将主梁混凝土分割成一条条纤细的单元块，然后进行截面特性换算，使得求出的每个单元块的截面特性值都是相对于主梁中性轴的，基于纤维模型的主梁和主塔截面特性如表2所示。由表2可以看出，纤维模型计算得到的截面特性值比实际截面特性大，主要是由于纤维模型在进行主梁截面特性计算时考虑了普通钢筋造成的，如扣除普通钢筋的截面特性则与两者之差在2%之内。因此，在进行斜拉桥整体振动分析时，采用纤维模型来模拟斜拉桥的主梁、主塔和桥墩，能正确地考虑斜拉桥各主要构件的截面特性。

表2　基于纤维模型的主梁和主塔截面特性

Tab. 2　Sectional characteristics of main girder and main tower based on fiber model

截面位置	实际截面特性（不考虑钢筋）				纤维模型截面特性			
	A_t/m^2	J/m^4	I_y/m^4	I_z/m^4	A_t/m^2	J/m^4	I_y/m^4	I_z/m^4
主梁1	22	67	24	1 460	25	67	29	1 680
主梁2	19	57	19	1 350	23	57	24	1 630
主梁3	20	58	20	1 390	23	58	24	1 680
主塔1	13	43	18	55	14	43	21	64
主塔2	20	54	22	66	22	54	25	75
主塔3	15	35	13	55	17	35	15	64

注：A_t为截面面积，J为截面抗扭惯性矩，I_y为截面y轴惯性矩，I_z为截面z轴惯性矩。

2.2.2　OECS建模

OECS模型中共有688个单元，其中，纤维单元397个，索单元68个，普通梁单元8个，刚臂单元215个，截面纤维单元划分与MECS模型一致。根据《公路斜拉桥设计规范》（JTG/T 3365-01—2020）[27]，采用Ernst[28]提出的换算弹性模量法来确定其值：

$$E_h = E_c/(1+\frac{G^2 A_c \cos^2\beta E_c}{3N^3}) \tag{8}$$

式中，E_h为换算后斜拉索弹性模量，G为索的总重量，N为索力，β为索倾斜角。

2.2.3　有限元模型的验证

为验证自编的计算机软件程序NL_Beam_3D的准确性，采用通用程序MIDAS/Civil建立该桥的有限元模型，并同有限元模型的结构线形与动力特性进行对比验证。模型总共有473个单元，627个节点，其中，主梁、主塔和桥墩采用空间梁单元，斜拉索采用桁架单元，斜拉索与主梁、主塔之间采用刚性连接。同时，以文献[29]中索梁结构模型试验为基础，建立相应的MECS模型，以验证MECS模型动力响应计算的正确性，索梁结构模型如图8所示。该模型试验由不锈钢钢丝绳和开口槽钢梁组成，并在钢梁与拉索上施加均布质量以调整其自身频率，其中，索的计算长度L_c=2.08 m，倾角θ=29°，轴向刚度E_cA_c=35 077.6 N，梁长度L=2 m，计算长度X_c=1.99 m，截面积A_B=3.81 cm^2，面外抗弯惯矩I_h=21.4 cm^4，面内抗弯惯矩I_g=2.43 cm^4。通过开展自由振动试验得出，当将一定频率的正弦荷载作用于悬臂梁时，拉索将发生局部振动。因此，为分析拉索局部振动，试验中将正弦荷载施加于主梁端头进行分析。不同频率的正弦荷载横向作用下，索梁结构的最大振动位移试验值与有限元对比如图9所示。

由图 9 可知，有限元结果与试验结果接近，当横向加载频率在 9.11 Hz 和 9.88 Hz 附近时，斜拉索和主梁产生了较大振幅的横向振动，充分验证了本文方法的准确性。

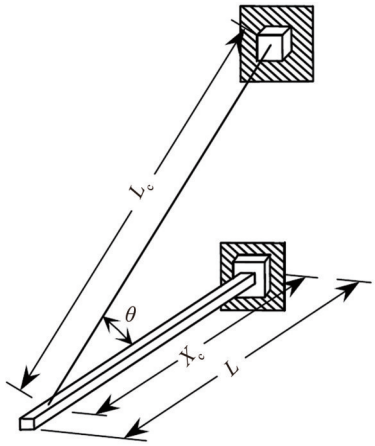
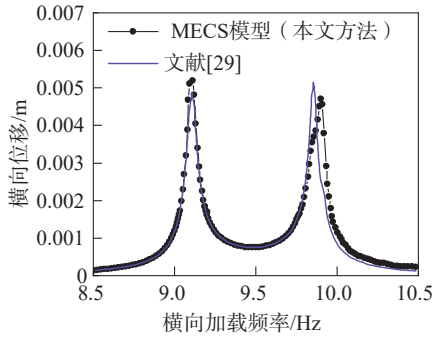
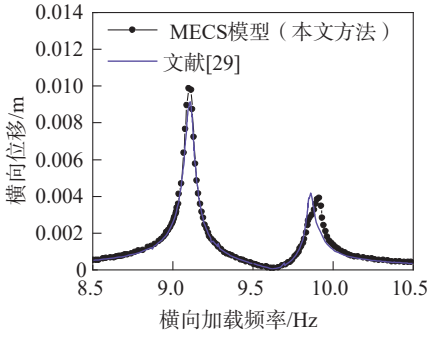


图 8 索梁结构模型

Fig. 8 Cable-beam structure model



(a) 拉索



(b) 钢梁

图 9 索梁结构试验与有限元对比

Fig. 9 Cable beam structure test and finite element comparison

2.3 计算参数

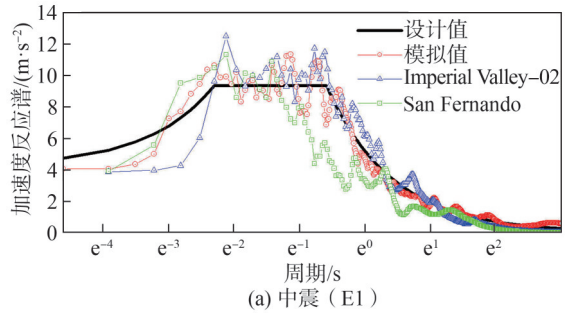
2.3.1 输入地震波

背景工程桥址基本烈度为 6 度，为保证安全按照 8 度设防计算，根据《公路桥梁抗震设计规范》(JTG/T 2231-01—2020)[30]，水平向设计基本地震动加速度峰值 A_s=0.4g(g为重力加速度)。竖向地震动峰值加速度与水平向地震动峰值加速度比值为 1。中震(E1)、强震(E2)作用下，其抗震重要性系数 C_i 分别为 1.0 和 1.7；I类场地系数 C_s=0.9，C_d=1.18。因此，水平与竖向设计加速度反应谱 S_g 如式(9)所示：

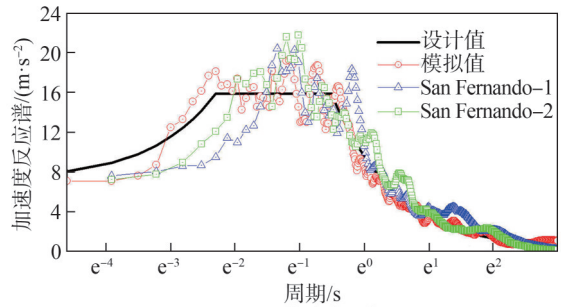
$$S_g=\begin{cases}S_{max}\left(5.5T_s+0.45\right), T_s<0.1\ \text{s};\\ S_{max}, 0.1\ \text{s}\le T_s\le T_g;\\ S_{max}\left(T_g/T_s\right), T_s>T_g\end{cases} \tag{9}$$

式中：S_{max} 为水平向设计加速度反应谱最大值，T_g 为特征周期，T_s 为结构自振周期。中震(即 50 a 设计基准期内超越概率为 10% 的地震)作用下，T_g=0.55 s，S_{max}=2.25$C_iC_sC_dA_s$=0.956g；强震(即 50 a 设计基准期内超越概率为 2% 的地震)作用下，T_g=0.60 s，S_{max}=2.25$C_iC_sC_dA_s$=1.625g。

为开展结构动力时程分析，分别针对 E1 和 E2 地震作用选取两条天然地震波，并依据相应的设计加速度反应谱合成人工地震波[31]。选取天然波时，通过太平洋地震工程研究中心(PEER)强震数据库，筛选出与目标设计反应谱吻合度较高的地震记录。其中，E1 地震作用选取 Imperial Valley–02 和 San Fernando 地震波，E2 地震作用选取 San Fernando–1 和 San Fernando–2 地震波。不同地震水准下设计加速度反应谱与所选地震波计算反应谱的对比如图 10 所示。由图 10 可知，人工地震波的计算反应谱与相应设计反应谱总体吻合较好。各地震波的加速度时程如图 11 所示。地震动采用三向同时输入的方式，分别沿顺桥向 X、竖向 Y 和面外方向 Z 施加地震加速度，X、Y、Z 方向的加速度幅值系数分别为 1.0、0.5 和 1.0。



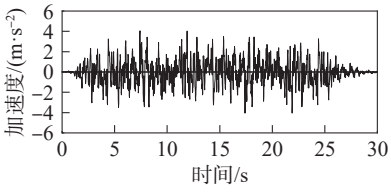
(a) 中震（E1）



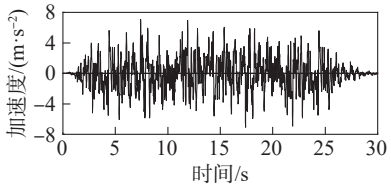
(b) 强震（E2）

图 10 加速度反应谱

Fig. 10 Acceleration response spectrum



(a) 中震（E1）



(b) 强震（E2）

图11　输入地震波

Fig. 11　Input seismic wave

2.3.2　阻尼

混凝土主塔和主梁的阻尼比在0.030左右，斜拉索的阻尼比仅为0.001，对于两种相差较大的不同材料，为了同时正确地考虑主要构成结构的阻尼，采用扩大Rayleigh阻尼矩阵$\boldsymbol{C}$[8]，如式(10)所示，其组成为各单元Rayleigh阻尼[32]的叠加。

$$\boldsymbol{C}=\sum_{k=1}^{K}\left(\alpha_k\boldsymbol{M}_k+\beta_k\boldsymbol{K}_k\right) \tag{10}$$

式中，$\boldsymbol{M}_k$和$\boldsymbol{K}_k$为第k个单元的质量和刚度矩阵，α_k和β_k为第k个单元的系数，K为单元数。

系数α_k和β_k的计算公式为：

$$\begin{cases}\alpha_k=\dfrac{4\pi\cdot f_i^{\,k}f_j^{\,k}\left(h_i^{\,k}f_j^{\,k}-h_j^{\,k}f_i^{\,k}\right)}{\left(f_j^{\,k}\right)^2-\left(f_i^{\,k}\right)^2},\\ \beta_k=\dfrac{h_j^{\,k}f_j^{\,k}-h_i^{\,k}f_i^{\,k}}{\pi\left(\left(f_j^{\,k}\right)^2-\left(f_i^{\,k}\right)^2\right)}\end{cases} \tag{11}$$

式中，f_i^k、f_j^k分别为第k个单元i、j阶振型的频率，h_i、h_j分别为第k个单元i、j阶振型的阻尼。

2.3.3　其他参数

本文在进行结构运动方程的数值求解时，采用基于增量法的Newmark–β法和Newton迭代法。其中，β为Newmark积分常数，β=1/4，时间步长Δt=0.01 s、时间t=30 s。主要针对主梁、主塔、桥墩和斜拉索4个构件进行分析。斜拉桥的主梁、主塔和桥墩在结构自重、预应力以及混凝土收缩徐变等作用下会产生较大的初始轴力，在振动分析中要考虑桥梁的初期条件。因此，主梁关键截面的初始轴力如表3所示。

表3　主梁关键截面预应力荷载产生的初期轴力

Tab. 3　Initial axial force induce by prestressing load at critical sections of the main girder

kN

0P截面	0P – 1P截面	1P截面	1P – 2P截面	2P截面	2P – 3P截面	3P截面	3P – 4P截面	4P截面
−123 975	−129 970	−139 642	−58 662	−53 872	−98 244	−175 646	−144 268	−137 233

注：0P、1P、2P、3P、4P为沿纵桥向桥梁支座处的截面代号，下同；0P – 1P为0P、1P中间截面代号，其余同；负值表示截面纵桥向压力。

2.4　固有振动分析

首先，比较预应力等产生的初期轴力的作用。采用MIDAS/Civil模型和OECS模型分别计算背景桥梁基本动力特性，结果如表4所示。表4中，频率差Δf计算方法如下所示：

$$\Delta f=\frac{f_{\mathrm{OE}}-f_{\mathrm{MI}}}{f_{\mathrm{MI}}} \tag{12}$$

式中，f_{OE}为OECS模型频率，f_{MI}为MIDAS/Civil模型频率。

由表4可知前9阶中OECS模型得到的频率与MIDAS/Civil模型计算的结果相比差别不大，除了OECS模型得到的第1阶频率比MIDAS/Civil模型计算的结果大7.80%以外，从第2阶开始，两种计算模型得到的频率基本上一致，且初期轴力对低阶频率的影响较大。因此，

表4　基本动力特性计算结果

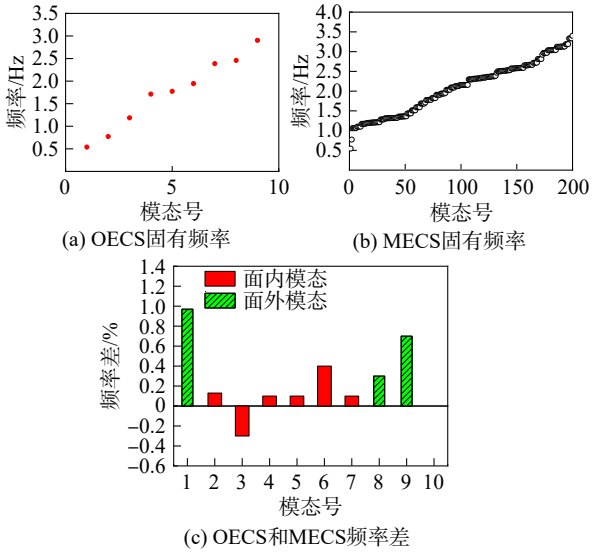
Tab. 4　Calculation results of basic dynamic characteristics

模态	f_{MI}	MIDAS/Civil模型			模态	f_{OE}	OECS模型			Δf/%
		T_{mx}/t	T_{my}/t	T_{mz}/t			T_{mx}/t	T_{my}/t	T_{mz}/t	
1	0.500	0	0.00	1 832.11	1	0.539	0.00	0.00	1 884.20	7.80
2	0.778	2 901.08	3 174.15	0	2	0.772	3 446.03	3 154.37	0	−0.77
3	1.204	17 330.17	2 636.52	0	3	1.186	17 269.90	2 641.93	0	−1.50
4	1.666	4 152.22	4 927.57	0	4	1.713	3 567.54	4 997.73	0	2.82
5	1.784	481.92	0.00	0	5	1.774	490.24	0.00	0	−0.56
6	1.901	1 277.54	212.5	0	6	1.945	1 356.14	157.54	0	2.31
8	2.397	1 238.31	0	0	7	2.387	1 257.67	0	0	−0.42
10	2.935	0	0	7 573.71	9	2.903	0	0	6 287.59	−1.09

注：表中，T_{mx}、T_{my}、T_{mz}为模态有效质量，模态为剔除横向模态的前9阶竖向模态。

本工程的成桥内力状态与设计值基本一致，也验证了自编的计算机软件程序NL_Beam_3D的正确性。

其次，比较斜拉索振动对斜拉桥基本动力特性的影响（如图 12 所示）。图 12（a）为采用OECS模型得到的固有频率，图 12（b）为MECS模型中，采用子空间迭代法[33]求解得到的固有频率。由图 12 可以看出，在3.5 Hz频率范围内，OECS模型仅识别出9阶模态；而MECS模型由于包含了拉索局部振动，即便计算至第200阶模态，其频率仍未超过3.5 Hz。说明当考虑拉索的局部振动时，在MECS模型获得的固有模态中，不仅包含了主梁-主塔下的模态振动，还包含了斜拉索局部振动下的模态[2]。通过对各阶固有模态的有效质量及振型特征进行逐个分析，从200阶模态里筛选出OECS前9阶属于主梁-主塔的固有振动模态。如图 12（c）所示，除了面内2阶振型外，其他各阶振型在考虑拉索的局部非线性振动时频率略有增大，但两种方法的面内竖弯模态的固有频率计算结果差值小于0.4%；面外侧弯模态固有频率计算结果差值小于1.2%。因此，斜拉索振动对背景工程基本动力特性的影响不大。



（a）OECS固有频率　（b）MECS固有频率　（c）OECS和MECS频率差

图 12　OECS模型与MECS模型固有频率对比

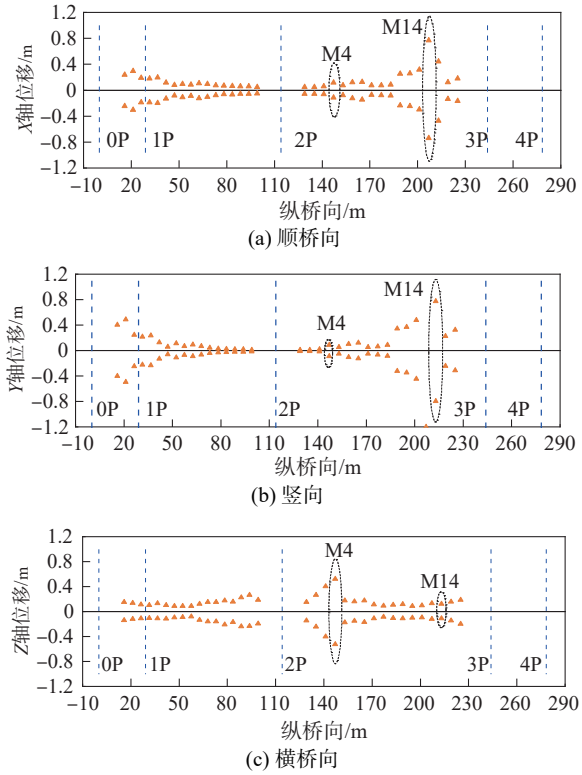
Fig. 12　Comparison of natural frequencies between OECS and MECS models

3　考虑双重非线性的斜拉桥地震分析

3.1　E1地震作用下斜拉桥的地震响应分析

3.1.1　斜拉索动力响应

E1地震作用下全桥斜拉索中点位移最大值的分布如图 13 所示，随着地震激励的作用，全部斜拉索的位移均在增大。其中，M4 和 M14 号斜拉索的位移增大较为显著，发生了拉索局部振动现象。M14斜拉索沿顺桥向的振幅为-0.739 m（0.771 m），沿竖向的振幅为-1.201 m（1.256 m），括号内为对应反方向的物理量，其振幅是没有发生局部振动的斜拉索振幅的2～3倍。E1地震作用下采用MECS和OECS模型得到斜拉索的轴力最大响应值如图 14 所示。与OECS模型相比，MECS模型计算得到斜拉索轴力均增大，其中，M4 和 M14 斜拉索增大最多，分别为4.42%和6.49%，主要是由于拉索发生的局部振动，使得斜拉索索力增大。由此说明，拉索的非线性振动对斜拉索自身位移和轴力有不同程度的影响。



（a）顺桥向　（b）竖向　（c）横桥向

图 13　MECS模型的斜拉索中点位移最大值（E1）

Fig. 13　Maximum mid-span displacement of the stay cables in the MECS model (E1)

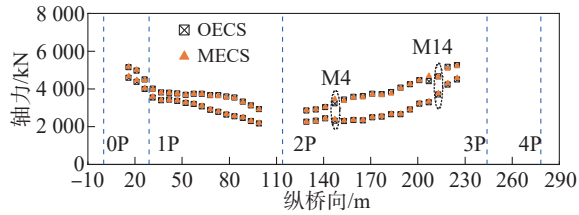


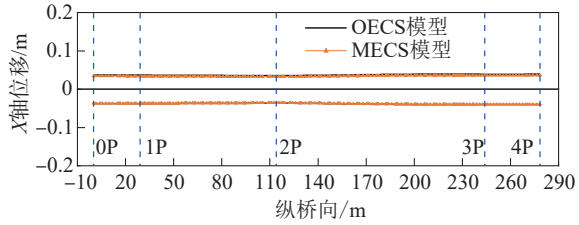
图 14　斜拉索轴力最大响应值（E1）

Fig. 14　Maximum axial force response of cable-stayed bridge (E1)

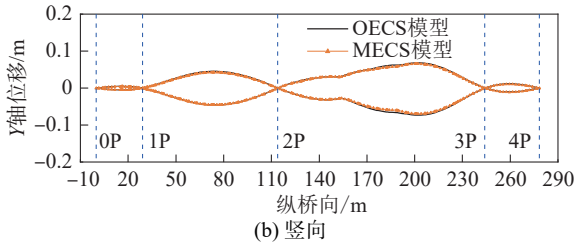
3.1.2　主梁动力响应

E1地震作用下采用MECS模型和OECS模型获得的主梁顺桥向、竖桥向和横桥向位移最大响应值如图 15 所示，两种方法得到的主梁顺桥向和横桥向的位移最大响应值相差较小，竖桥向位移最大响应值相差较为显著。在2P-3P截面，MECS模型与OECS

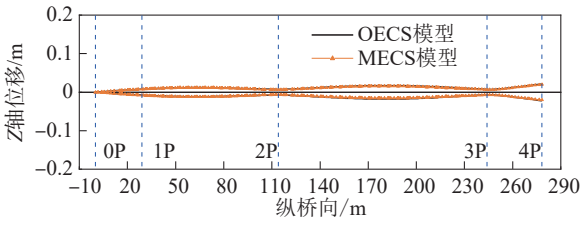
模型求得的主梁最大位移响应值分别为−0.057 m（0.055）m、−0.063 m（0.059 m），两者相差 9.34%（5.62%）；1P－2P 截面的最大位移响应值分别为−0.045 m（0.043 m）、−0.046 m（0.045 m），两者相差不到 5%；而对于刚度比较大的边跨而言，两者求得的竖向位移最大响应值基本相同。



(a) 顺桥向



(b) 竖向



(c) 横桥向

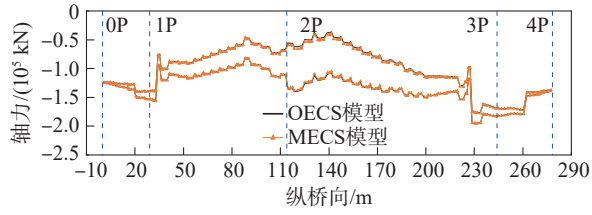
图 15　主梁位移的最大响应值（E1）

Fig. 15　Maximum response value of the main beam displacement (E1)

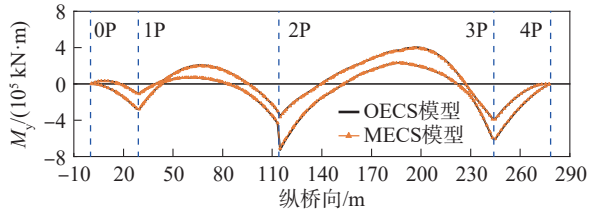
主梁的内力最大响应值如图 16 所示，两种模型计算的主梁轴力和面内弯矩的响应值基本一致，但主梁的面外弯矩最大响应值差异比较显著。特别是在 2P–3P 跨中截面，两者得到的面外弯矩最大响应值分别为−445 192 m（428 772 m）、−481 348 m（493 659 m），两者差值为 7.51%（13.14%）。

3.1.3　主塔动力响应

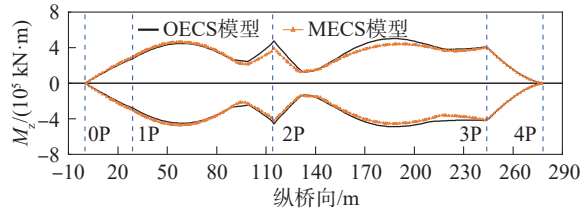
E1 地震作用下采用 MECS 模型和 OECS 模型获得的主塔顺桥向和横桥向位移的最大响应值如图 17 所示，MECS 模型与 OECS 模型得到的拉索锚固区最大位移处主塔的位移最大响应值分别为−0.062 m（0.056）m、−0.064 m（0.061 m），两者相差 3.29%（8.06%）。两种方法对主塔的竖向位移和横桥向位移响应基本上一致，而对主塔的顺桥向位移响应影响差异较为显著。同时，在主塔中间部分（拉索锚固区）两种模型计算的结果相差最大，这是由于在拉索非线性振动影响下，主塔也相应产生了复杂的振动响应。



(a) 轴力



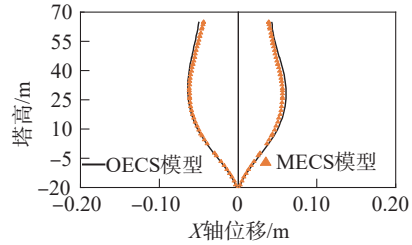
(b) 面内弯矩M_y



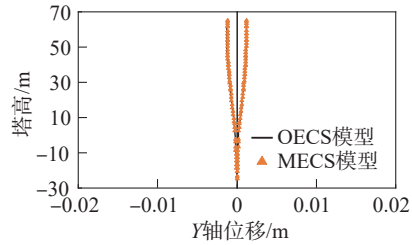
(c) 面外弯矩M_z

图 16　主梁内力的最大响应值（E1）

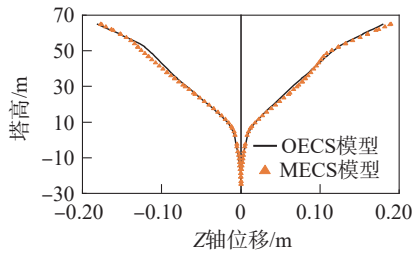
Fig. 16　Maximum response value of internal forces in main beam (E1)



(a) 顺桥向



(b) 竖向



(c) 横桥向

图 17　主塔位移最大响应值（E1）

Fig. 17　Maximum response value of main tower displacement (E1)

E1 地震作用下主塔内力的最大响应值如图 18 所示。由图 18 可看出，两种方法计算得到的整个主塔截面的内力响应值较为接近，MECS 模型与 OECS 模型得到的轴力的差别均在 1.30% 以内，面内弯矩响应值相差最大为 8.64%，面外弯矩响应值相差最大为 6.99%。同时，两种方法得到的主墩内力响应值相差较大，尤其是面内弯矩，两者最大相差 10.65%。由此可见，斜拉索的非线性振动对主塔内力的影响较主梁小。

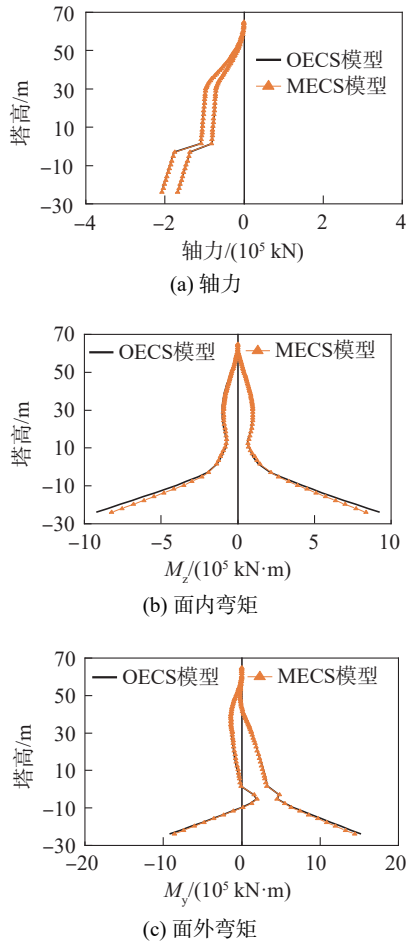


图 18　主塔内力的最大响应值（E1）

Fig. 18　Maximum response value of internal forces in main tower (E1)

3.2　E2 地震作用下斜拉桥的地震响应分析

3.2.1　斜拉索动力响应

图 19 为 E1、E2 地震作用下 MECS 模型斜拉索中点位移最大值对比。由图 19 可知，E2 地震作用下全部斜拉索的位移最大响应值都在增大，增大幅度也比 E1 地震作用下大，其中，S16、M14 和 M15 斜拉索的位移增大较为显著，出现了拉索局部振动现象，M15 斜拉索沿顺桥向的振幅为 −1.158 m（1.299 m），相较于 E1 增大了 191.53%（147.44%），沿竖向的振幅为 −1.936 m（2.130 m），相较于 E1 增大了 173.78%（143.52%），其振幅是没有发生局部振动的斜拉索振幅的 2～3 倍。

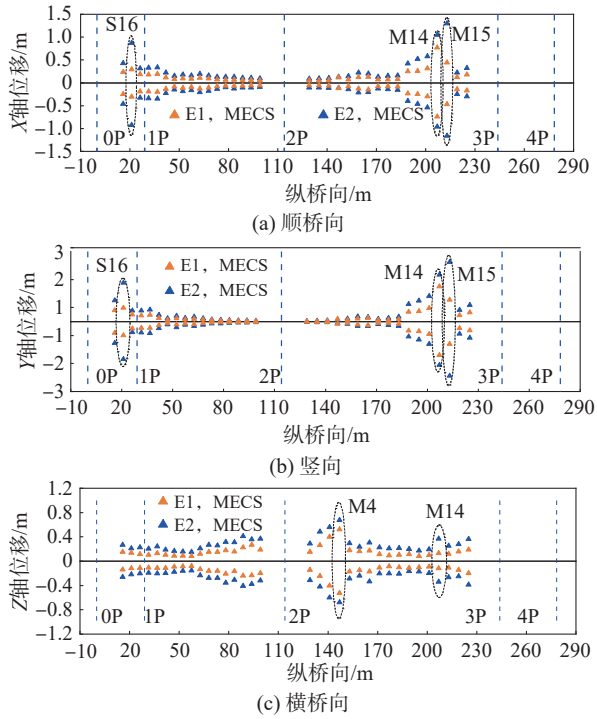


图 19　斜拉索中点位移最大值（E1、E2）

Fig. 19　Maximum displacement of cable midpoint (E1, E2)

图 20 为 E1、E2 地震作用下斜拉索的轴力最大响应值，MECS 模型与 OECS 模型相比，得到的斜拉索轴力最大响应值更大，其中，S16、M14 和 M15 斜拉索相差较大，主要是由于发生拉索非线性振动，使得斜拉索轴力增大。与 OECS 模型相比，MECS 模型计算得到的 M14 索最大索力增大了 13.76%。该增幅约为 E1 地震作用下两模型 M14 索最大索力响应差值（6.49%）的 2 倍。

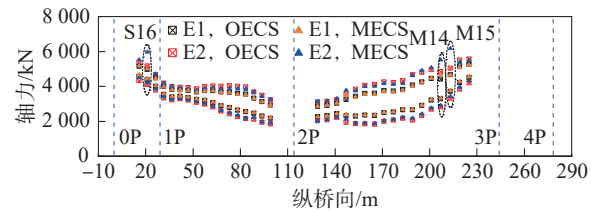


图 20　斜拉索轴力最大响应值（E1、E2）

Fig. 20　Maximum axial force response of cable-stayed bridge (E1, E2)

3.2.2　主梁动力响应

E2 地震作用下采用 MECS 模型和 OECS 模型获得的主梁顺桥向、竖向和横桥向位移最大响应值如图 21 所示，对于 2P–3P 跨中截面，采用 MECS 模型与 OECS 模型求得的主梁位移最大响应值分别为 −0.094 m（0.102 m）、−0.115 m（0.108 m），两者相差 18.23%（5.39%），而 E1 地震作用两种模型下得到的主梁位移最大响应值的差值为 9.34%（5.62%），约为前者 18.23% 的一半；对于 1P–2P 跨中截面，两种模型得到的位移最大响应值分别为 −0.082 m（−0.084 m）、0.079 m（0.083 m），相差 2.43%（5.06%）。

E2 地震作用下主梁相应的内力最大响应与 E1 地震作用下的规律相同，主梁面外弯矩响应值差异比较显著。特别是在 2P–3P 跨中截面，MECS 模型与 OECS 模型得到的面外弯矩最大响应值分别为−753 733 kN·m（697 734 kN·m）、−804 012 kN·m（828 302 kN·m），相差 6.25%（15.76%）。

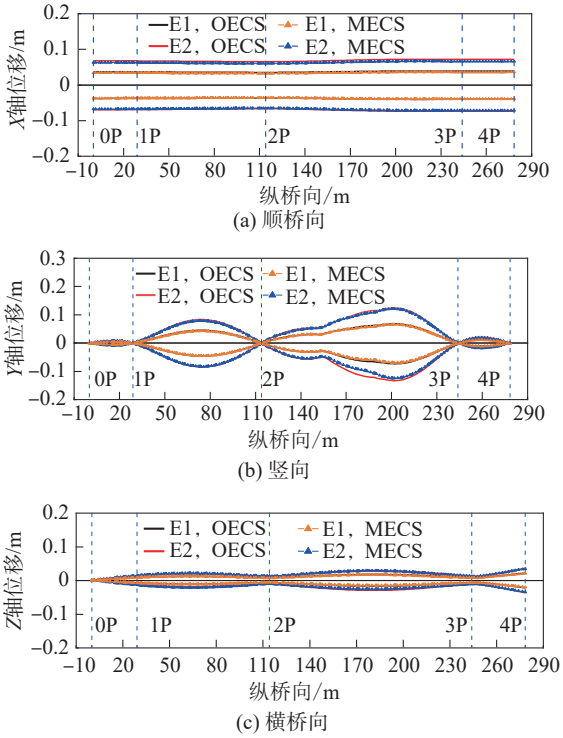


图 21　主梁位移的最大响应值（E1、E2）

Fig. 21　Maximum response values of main beam displacement（E1, E2）

3.2.3　主塔动力响应

E1、E2 地震作用下采用 MECS 模型和 OECS 模型获得的主塔顺桥向和横桥向的位移最大响应值如图 22 所示，采用 MECS 模型与 OECS 模型得到的拉索锚固区顺桥向最大位移分别为 −0.113 m（0.104 m）、−0.117 m（0.112 m），相差 3.09%（7.50%），约为 E1 地震作用下最大位移的 2 倍。主塔 3 个方向的位移响应值受拉索局部振动影响的规律与 E1 地震作用下的规律相似，但随着地震波强度的增大，主塔位移增大，此外，拉索非线性振动对主塔位移的影响程度较对主梁的影响小。

E2 与 E1 地震作用下主塔的内力最大响应规律及影响程度基本相同。其中，E2 地震作用下两种方法所得到的主塔轴力响应值最大相差 2.82%，面内弯矩响应值最大相差 2.56%，面外弯矩响应值最大相差 5.50%，主墩面内弯矩响应值最大相差 6.73%。由此可见，随着地震强度的增加，主塔的内力也在增大，但拉索的非线性振动对主塔内力响应值的影响基本一致。

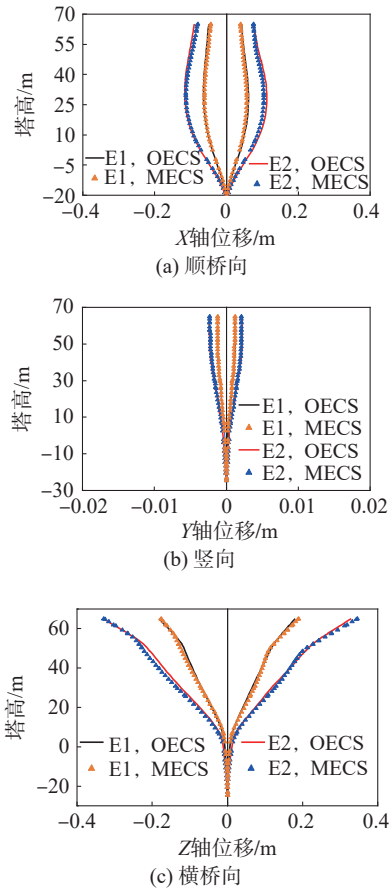


图 22　主塔位移最大响应值（E1、E2）

Fig. 22　Maximum response values of main tower displacement（E1, E2）

4　结　论

1）采用自编的计算程序 NL_Beam_3D 建立考虑材料非线性和拉索局部振动的 MECS 模型，计算结果与传统 OECS 模型计算得到的关键频率相差不超过 1.2%。在中震和强震作用下，斜拉桥的某些斜拉索会产生大振幅的非线性振动，对主梁和主塔有一定的影响。

2）考虑双重非线性拉索非线性振动时，在强震作用下，斜拉桥尾索出现了显著的局部振动。其中，M15 斜拉索竖向的振幅为−1.936 m（2.130 m），相较于中震增大了 173.78%（143.52%），索力差值从中震时的 6.49% 扩大到强震时的 13.76%，说明地震强度的增大对拉索局部振动影响较大。

3）随着地震动强度提升，拉索非线性振动对主梁和主塔的影响程度普遍增加，尤其是对主梁的影响变得更为显著。特别是在 2P–3P 跨中截面，MECS 模型与 OECS 模型的主梁位移差值从中震下的约 9.34% 增大至强震下的 18.23%。

4）为了更准确地考虑拉索与主梁–主塔之间的相互作用，在斜拉桥地震响应分析中建议采用考虑拉索

非线性振动的斜拉桥整体分析方法。

参考文献：

[1] Zhou Xuhong, Zhang Xigang. Thoughts on the development of bridge technology in China[J].Engineering,2019,5(6):1120–1130.

[2] Wang Tao,Bai Lunhua,Wang Lu,et al.Sudden cable breakage and train-bridge coupled vibration characteristics of a rail-road cable-stayed bridge [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering,2026,26(9):175–190.[王涛,白伦华,王路,等.公铁两用斜拉桥突发断索及列车-桥梁耦合振动特性[J].交通运输工程学报,2026,26(9):175–190.]

[3] Liang Dong,Xia Hongda,Liu Jing.Analysis of the effects of local cable vibration on dynamic response of the cable-stayed bridge[J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting,2019,41(1):96–103.[梁栋,夏宏达,刘菁.斜拉索局部振动对斜拉桥动力响应的影响分析[J].工程抗震与加固改造,2019,41(1):96–103.]

[4] Wang Zhiqian.Study on dynamic characteristics and nonlinear characteristics of multi-cable single beam coupled structures[J].Journal of Dynamics and Control,2023,21(4):41–47.[王志搴.多索-单梁耦合结构的动力学建模及非线性特性研究[J].动力学与控制学报,2023,21(4):41–47.]

[5] Caetano E,Cunha A,Taylor C A.Investigation of dynamic cable-deck interaction in a physical model of a cable-stayed bridge.Part I:Modal analysis[J].Earthquake Engineering & Structural Dynamics,2000,29(4):481–498.

[6] Wu Qingxiong,Takahashi K,Chen Baochun.Dynamic characteristics of cable vibrations in a steel cable-stayed bridge using nonlinear enhanced MECS approach[J].Structural Engineering and Mechanics,2008,30(1):37–66.

[7] Wu Qingxiong,Chen Baochun,Wei Jiangang.A geometric nonlinear finite element analysis for 3d framed structures[J].Engineering Mechanics,2007,24(12):19–24.[吴庆雄,陈宝春,韦建刚.三维杆系结构的几何非线性有限元分析[J].工程力学,2007,24(12):19–24.]

[8] Wu Qingxiong,Wang Wenping,Chen Baochun.Finite element analysis for nonlinear vibration of cable-beam structure[J].Engineering Mechanics,2013,30(3):347–354.[吴庆雄,王文平,陈宝春.索梁结构非线性振动有限元分析[J].工程力学,2013,30(3):347–354.]

[9] Zhan Yuanhui. Experimental and Theoretical Study on Nonlinear Vibration of Cable-Stayed Structures[D]. Fuzhou:Fuzhou University,2010.[詹远辉.索梁结构非线性振动试验和理论研究[D].福州:福州大学,2010.]

[10] Guan Yongle,Wang Peng,Liu Baiqiang.Parametric vibration analysis of stay cables using a super-thin elastic rod model[J].Journal of Dynamics and Control,2024,22(9):37–44.[管永乐,王鹏,刘百强.基于超细长弹性杆模型的斜拉索参数振动分析[J].动力学与控制学报,2024,22(9):37–44.]

[11] Zheng Y,Xu Y L,Gu Q.Nonlinear model updating of a reinforced concrete pedestrian cable-stayed bridge[J].Structural Control and Health Monitoring,2020,27(3):e2487.

[12] Chen Kefan,Li Yuan,He Shuanhai,et al.Numerical analysis of the cable-beam-cable coupled effect under the in-plane multiple internal resonances in cable-stayed bridges[J].Engineering Mechanics,2024,41(3):199–213.[陈柯帆,李源,贺拴海,等.斜拉桥面内多重内共振下索-梁-索耦合效应的数值研究[J].工程力学,2024,41(3):199–213.]

[13] Yao Che, Kang Houjun. Research of orthogonalities of modes and nonlinear vibration in cable-beam models[J].Journal of Central South University (Science and Technology),2021,52(10):3605–3612.[姚彻,康厚军.索-梁结构的模态正交性和非线性振动研究[J].中南大学学报(自然科学版),2021,52(10):3605–3612.]

[14] Zhou Dai,Liu Jie,Guo Junhui,et al.Vibration response of cables in cable-stayed spatial structures under axial excitation[J].Engineering Mechanics,2007,24(3):34–41.[周岱,柳杰,郭军慧,等.轴向激励下斜拉索大幅振动分析[J].工程力学,2007,24(3):34–41.]

[15] Bu Zhanyu,Xie Xu,Gou Changhuan.Effects of local cable vibration on the seismic response of cable-stayed bridges[J].Engineering Mechanics,2006,23(9):157–166.[布占宇,谢旭,苟昌焕.拉索局部振动对斜拉桥地震响应的影响研究[J].工程力学,2006,23(9):157–166.]

[16] Wang Bo, Zhang Hailong, Xu Feng. Seismic time-history response analysis of cable-stayed bridge with local cable vibration[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2008,43(4):441–446.[王波,张海龙,徐丰.考虑拉索局部振动的斜拉桥地震时程响应分析[J].西南交通大学学报,2008,43(4):441–446.]

[17] Yi Jiang, Yu Deen. Longitudinal damage of cable-stayed bridges subjected to near-fault ground motion pulses[J]. Advances in Bridge Engineering,2021,2:12.

[18] Huang Xueyang,Zong Zhouhong,Xia Jian,et al.Nonlinear dynamic response analysis of cable-stayed bridge with single tower under strong earthquake excitations[J].Journal of Southeast University(Natural Science Edition),2015,45(2):354–359.[黄学漾,宗周红,夏坚,等.强震作用下独塔斜拉桥模型的非线性动力响应分析[J].东南大学学报(自然科学版),2015,45(2):354–359.]

[19] 邵长宇.现代斜拉桥[M].北京:人民交通出版社,2024.

[20] Li Qiao. State–process correlation principle of structures[J].Bridge Construction,2020,50(5):22–29.[李乔.结构的状态–过程相关性原理[J].桥梁建设,2020,50(5):22–29.]

[21] Ristic D,Yamada Y,Iemura H.Stress-strain based modeling of hysteretic structures under earthquake induced bending

and varying axial loads[D].Kyoto:Kyoto University,1986.

[22] Wu Qingxiong, Chen Baochun, Wei Jiangang. A finite element method for analyzing material nonlinearity of concrete-filled steel tubular structures[J].Engineering Mechanics,2008,25(6):68–74.[吴庆雄,陈宝春,韦建刚.钢管混凝土结构材料非线性的一种有限元分析方法[J].工程力学,2008,25(6):68–74.]

[23] Irvine H M. Cable Structures[M]. Cambridge: The Massachusetts Institute of Technology Press,1981:87–134.

[24] 吴庆雄,陈康明,袁辉辉,等.考虑几何与材料双重非线性的三维梁单元NL_Beam_3D进行结构非线性计算软件V1.0:2023SR1519983[P].2023–11–28.

[25] Shi Yan, Li Jun, Qin Hongguo, et al. Internal force state of long-span continuous rigid-frame bridge with high-rise piers and its effect on seismic response[J].Journal of Traffic and Transportation Engineering,2022,22(1):70–81.[石岩,李军,秦洪果,等.大跨高墩连续刚构桥内力状态及其对地震反应的影响[J].交通运输工程学报,2022,22(1):70–81.]

[26] Xu Lihan,Xu Lueqin,Yuan Maojun,et al.Influence of arching process on the peak seismie response position of long-span CFST arch bridge[J/OL]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition),2025–02–10.http://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20241046.[徐粒寒,徐略勤,袁茂均,等.成拱过程对大跨CFST拱桥峰值地震响应位置的影响[J/OL].吉林大学学报(工学版),2025–02–10.http://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20241046.]

[27] 中华人民共和国交通运输部,公路斜拉桥设计规范[S].北京:人民交通出版社,2020.

[28] Ernst H J.Der E-modul von seilen unter berücksichtigung des durchhanges[J].Der Bauingenieur,1965,40(2):52–55.

[29] Fujino Y, Warnitchai P, Pacheco B M. An experimental and analytical study of auto parametric resonance in a 3DOF model of cable-stayed-beam [J]. Nonlinear Dynamics, 1993, 4: 111–138.

[30] 中华人民共和国交通运输部,公路桥梁抗震设计规范[S].北京:人民交通出版社:2020.

[31] Chen Yongqi, Liu Xihui, Gong Sili. The artificial earthquake ground motions compatible with standard response spectra[J].Journal of Building Structures,1981,2(4):34–43.[陈永祁,刘锡荟,龚思礼.拟合标准反应谱的人工地震波[J].建筑结构学报,1981,2(4):34–43.]

[32] Caughey T K. Classical normal modes in damped linear dynamic systems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1960, 27(2):269–271.

[33] Bhatt P.Programming the Dynamic Analysis of Structures [M].Abingdon:Taylor & Francis,2002.

Seismic Response Analysis of Cable-stayed Bridges Considering Material Nonlinearity and Local Cable Vibrations

WANG Qu[1,2], *LIU Junjie*[1], *CAI Dingxi*[3], *WU Yingxiong*[1], *WU Qingxiong*[1,4*], *CAI Zhichao*[1]

(1.College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;

2.Fujian Provincial Key Laboratory on Multi-disasters Prevention and Mitigation in Civil Engineering, Fuzhou 350108, China;

3.Fuzhou Shuangfu Expressway Co., Ltd., Fuzhou 350011, China;

4.Key Laboratory of Civil Engineering, Fujian Province University, Fuzhou 350108, China)

Abstract:

Objective A cable-stayed bridge is a structure in which the deck is supported by cables extending directly from one or more towers to the deck. Nonlinear material behavior and local vibrations of the stay cables may amplify the bridge's seismic response, potentially compromising structural safety and causing significant economic and social consequences. In this study, we quantify the effects of nonlinear cable vibrations on the dynamic response and principal vibration modes of the main girder–tower system by accounting for the interactions among cable material nonlinearity, local cable vibrations, and the nonlinear dynamics of the girder–tower system.

Methods Nonlinearity in structural analysis generally refers to geometric nonlinearity and material nonlinearity. To account for the stress–strain relationships of steel and concrete in reinforced concrete (RC) sections, we model the RC cross sections using fiber-based beam elements. Each section is divided into multiple concrete and steel fibers, allowing material nonlinearity to be captured. In contrast, stay cables are flexible components that adopt a catenary shape under self-weight and axial force. Cable sag due to self-weight affects the cable stiffness. Including self-weight in dynamic analyses increases computational complexity and may introduce substantial errors. Therefore, self-weight is excluded from the local vibration analysis of the cables, such that the element restoring force depends only on nodal displacements and the element axial force. Traditionally, the one-element cable system (OECS) has been used to model stay cables in finite-element analyses, with each cable represented by a single element and its sag-induced nonlinearity approximated using an equivalent elastic modulus. However, to simulate the simultaneous local vibrations of the main girder, tower, and stay cables, we adopt a multi-element cable system (MECS), in which each stay cable is discretized into multiple elements. Using a (115+165) m single-tower, single-cable, plane-asymmetric cable-stayed bridge as a case study, we develop a finite-element model using our in-house program NL_Beam_3D. The model incorporates cable segmentation and material nonlinearity, and its results

are compared with those obtained using a conventional approximate method. Finally, we investigate the dynamic responses of the main girder, tower, and stay cables under moderate and strong earthquake excitations, accounting for both geometric and material nonlinearities.

Results and Discussions Compared with the MIDAS Civil model, the key frequencies of the first nine modes calculated using the OECS model agree closely with those obtained from MIDAS Civil, except for the first mode. The initial axial force significantly influences the lower-order frequencies. We then developed a MECS model using our in-house program NL_Beam_3D to account for material nonlinearity and local cable vibrations. The differences in key frequencies between the MECS and conventional OECS models are less than 1.2%. Under moderate and strong earthquake excitations, certain stay cables exhibit large-amplitude nonlinear vibrations that affect the main girder and tower. For example, under moderate earthquake excitation, cables M4 and M14 exhibit noticeable local vibrations, with vertical amplitudes of −1.201 and 1.256 m, respectively, approximately two to three times those of the corresponding cables modeled without local vibration. Correspondingly, the axial force in cable M14 predicted by the MECS model is 6.49% higher than that predicted by the OECS model, indicating that local cable vibrations can substantially increase cable forces. Under strong earthquake excitation, nonlinear cable vibrations become more pronounced, with cables S16, M14, and M15 all exhibiting large-amplitude vibrations. The vertical amplitudes of cable M15 cable reach −1.936 and 2.130 m, representing increases of approximately 173.78% and 143.52%, respectively, relative to the corresponding amplitudes under moderate earthquake excitation. Meanwhile, the difference in the force of cable M14 increases from 6.49% under moderate earthquake excitation to 13.76% under strong earthquake excitation. These results indicate that increasing seismic intensity amplifies local cable vibrations and their effects on cable forces. The influence of nonlinear cable vibrations on the displacement and internal force responses of the main girder increases with seismic intensity. Under moderate earthquake excitation, the difference in vertical displacement at the midspan (2P–3P) girder section between the MECS and OECS models is approximately 9.34%. Under strong earthquake excitation, this difference increases to 18.23%, indicating that local cable vibrations have a greater influence on girder deformation under stronger seismic excitation. Regarding the internal forces in the main girder, the out-of-plane bending moment is the most affected by local cable vibrations. At the 2P−3P midspan section, the difference in out-of-plane bending moment between the MECS and OECS models reaches 15.76% under strong earthquake excitation, substantially exceeding the corresponding differences in axial force and in-plane bending moment. In contrast, the influence of nonlinear cable vibrations on the main tower response is relatively limited. Under moderate and strong earthquake excitation, the differences in longitudinal displacement at the tower's cable-anchorage zone between the MECS and OECS models range from 3.29% to 8.06% and from 3.09% to 7.50%, respectively. Regarding the internal forces in the main tower, the differences in axial force and in-plane bending moment remain within approximately 10%. These results indicate that, although local cable vibrations have a limited influence on the overall mechanical response of the tower, they still affect its local dynamic response.

Conclusions The proposed MECS method, which discretizes stay cables into multiple elements and incorporates material nonlinearity, enables a more accurate analysis of the dynamic coupling between the stay cables and the main girder–tower system. Neglecting local nonlinear cable vibrations in seismic analyses may lead to substantial underestimation of critical response quantities, including cable forces, girder displacements, and out-of-plane bending moments, particularly under strong earthquake excitation. Therefore, the MECS method is recommended for the seismic design and safety assessment of cable-stayed bridges..

Key words: bridge engineering; stay cable; global analysis method; material nonlinearity; geometric nonlinearity

（编辑　吴芝明）

引用格式: Wang Qu, Liu Junjie, Cai Dingxi, et al. Seismic response analysis of cable-stayed bridges considering material nonlinearity and local cable vibrations[J]. Advanced Engineering Sciences, 2026, 58(6): 244–258. [王渠, 刘俊杰, 蔡丁锡, 等. 考虑非线性和拉索局部振动的斜拉桥地震响应分析[J]. 工程科学与技术, 2026, 58(6): 244–258.]