文章编号:1674-2974(2026)02-0109-13 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2026161

弹性模量-温度效应对POM齿轮副啮合刚度的影响

胡波[1,2,3],邓启峰[1],董建雄[1,2†],汪红兵[1,2,3],尹来容[1,2]
(1. 长沙理工大学 机械与运载工程学院,湖南 长沙 410014;
2. 长沙理工大学 工程车辆安全性设计与可靠性技术湖南省重点实验室,湖南 长沙 410114;
3. 机械工业机器人中小型关节重点实验室,广东德晟智能科技有限公司,广东 佛山 528051)

摘 要:随着高强度工程塑料的出现,塑料齿轮开始广泛应用于动力传动,但其力学性能参数对温度非常敏感.为准确评估不同温度下聚甲醛(polyoxymethylene,POM)齿轮副的啮合刚度,提出了引入弹性模量-温度效应的塑料齿轮副时变啮合刚度计算方法.首先,结合齿轮脂润滑与对流换热理论,计算了齿轮的摩擦热流密度及对流换热系数,并通过温控拉伸试验获取了POM材料的弹性模量-温度曲线.随后,基于有限单元法构建了含弹性模量-温度效应的齿轮热弹接触模型,并与Blok闪温理论计算的温度对比,验证了其准确性.最后,基于该模型研究了POM圆柱直齿轮副啮合过程的温度场、应力场以及环境温度、转矩、转速对啮合刚度的影响.结果表明:弹性模量-温度效应对塑料齿轮副的稳态温度场影响甚小;但低温时可强化塑料齿轮的啮合刚度,高温也会明显弱化啮合刚度.因此,评估塑料齿轮刚度时,应当考虑温升及模量-温度效应的影响,以避免高估齿轮啮合刚度带来的设计风险.

关键词:弹性模量-温度效应;时变啮合刚度;热弹接触模型;POM齿轮
中图分类号:TH132.4 **文献标志码**:A

Influence of Young's modulus-temperature effect on mesh stiffness of POM spur gear pair

HU Bo[1,2,3],DENG Qifeng[1],DONG Jianxiong[1,2†],WANG Hongbing[1,2,3],YIN Lairong[1,2]
(1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410014, China;
2. Hunan Provincial Key Laboratory of Safety Design and Reliability Technology for Engineering Vehicle, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410014, China;
3. Mechanical Industry Key Laboratory of Medium and Small Sized Joints in Robots, Guangdong Desheng Intelligent Technology Co., Ltd., Foshan 528051, China)

Abstract: With the emergence of high-strength engineering plastics, plastic gears have begun to be widely adopted in power transmission. However, their mechanical properties exhibit significant temperature sensitivity. To

* **收稿日期**:2025-01-10
基金项目:国家自然科学基金资助项目(52375038,52405053,52205049),National Natural Science Foundation of China(52375038,52405053,52205049);湖南省科技创新计划资助项目(2024RC3168,2024RC1054),Science and Technology Innovation Program of Hunan Province(2024RC3168,2024RC1054);湖南省自然科学基金资助项目(2025JJ50320,2023JJ40034),Natural Science Foundation of Hunan Province(2025JJ50320,2023JJ40034)
作者简介:胡波(1989—),男,湖南汨罗人,长沙理工大学副教授,博士,博士生导师
† 通信联系人,E-mail:jxdong@csust.edu.cn

accurately evaluate the meshing stiffness of polyoxymethylene (POM) gear pairs under varying temperatures, this paper proposes a calculation method for the time-varying meshing stiffness of plastic gear pairs that incorporates the Young's modulus-temperature effect. Firstly, combined with the theories of gear grease lubrication and convective heat transfer, the frictional heat flux density and convective heat transfer coefficient of the gears were calculated, and the Young's modulus-temperature curve of the POM material was obtained through a temperature-controlled tensile test. Subsequently, a thermoelastic contact model of the gear considering the Young's modulus-temperature effect was constructed based on the finite element, and then verified by the Blok flash temperature theory. Finally, based on this model, the temperature field and stress field during the meshing process of the POM spur gear pair, as well as the influences of ambient temperature, torque, and rotational speed on the meshing stiffness, were studied. The research results show that the Young's modulus-temperature effect has a negligible impact on the steady-state temperature field of plastic gear pairs. However, it can enhance the meshing stiffness of plastic gears at low temperatures, while it will also significantly weaken the meshing stiffness above room temperature. Therefore, when evaluating the meshing stiffness of plastic gears, the influences of temperature rise and modulus-temperature effect should be taken into account to avoid the design risks caused by overestimating the gear meshing stiffness.

Key words: Young's modulus-temperature effect; time-varying meshing stiffness; thermoelastic contact model; POM gears

近年来,高强度工程塑料的出现使塑料齿轮的功能应用从运动传递拓宽至动力传动[1].POM具有较好的强度、耐磨性与经济性,广泛应用于塑料齿轮传动.POM是一种热塑性材料,其力学性能对温度非常敏感,如弹性模量会随温度的升高而显著降低[2].因此,在POM齿轮的啮合刚度计算中有必要考虑温度的影响.

时变啮合刚度是齿轮传动系统的重要内部激励,对其振动特性有很大影响.如何准确计算时变啮合刚度是齿轮系统动力学研究的关键[3].目前,关于其计算方法的研究已经得到了许多国内外学者的关注,并逐步发展了解析法、有限元法和实验法等[4].解析法因其效率高而得到广泛的应用,特别是准确性较高的势能法.Yang和Lin[5]从弹性变形势能的角度,综合考虑接触势能、压缩势能与弯曲势能,导出了齿轮的时变啮合刚度计算式.Tian[6]通过进一步引入轮齿的剪切势能,提高了势能法计算啮合刚度的准确性.孟宗等[7]将轮齿简化为悬臂梁,采用势能法计算了考虑齿轮基体变形的齿轮时变啮合刚度.侯静玉等[8]将势能法应用到故障齿轮副,研究了不同点蚀程度对齿轮时变啮合刚度的影响.林腾蛟等[9]将势能法拓展至含齿廓修形的人字齿轮副啮合刚度计算.随着有限元法的兴起,其被广泛应用在复杂齿形的啮合刚度计算和验证中,如人字齿轮[10]、双渐开线齿轮[11]等.利用光弹性技术和应变片获取啮合刚度的实验法[12-13]具有测试精度高的特点,但需要设计与制造相关的实验台架,其测试周期长、成本高.

一些学者开始注意到温度与齿轮啮合特性的相关性.苟向峰等[14]基于Blok闪温理论计算了齿面接触温度以及由温度变化导致的齿廓变形,然后根据Hertz接触理论,推导出随齿面接触温度变化的啮合刚度的表达式.林腾蛟等[15]针对斜齿轮,考虑齿面接触温度变化引起的齿廓形变,提出了考虑温度效应的斜齿轮啮合刚度解析算法,并通过有限元法验证了算法的准确性.Gou等[16]通过叠加热变形至势能法各项变形中,获得了齿面接触温度对齿轮啮合刚度产生的影响.Pan等[17]基于Blok的闪温理论和线性热膨胀理论,计算出了齿面温度引起的齿廓变形,由此导出了含温度的时变啮合刚度计算模型.Hu等[18]基于热网络理论建立了直齿轮在润滑失效条件下的稳态非均匀温度场,并建立了齿面磨损和热变形协同下的时变啮合刚度计算模型.郭桓等[19]基于Workbench建立了齿轮温度场和传动误差有限元分析模型,分析了不同转速和温度下的齿轮传动误差.上述文献主要针对金属制齿轮中温度对啮合刚度的影响研究,其材料性能参数随温度的变化并不像塑料那

么显著.塑料齿轮的刚度计算方面,Klein Meuleman等[20]使用准静态的有限元法得到了塑料齿轮的啮合刚度和传动误差.Liu等[21]针对塑料斜齿轮金属蜗杆传动提出了点接触斜齿轮蜗杆传动的等效矩形面积法,推导了其啮合刚度的理论模型,并通过有限元法进行了验证.然而,上述文献并未考虑温度变化对塑料齿轮刚度的影响.Xu等[22]考虑了塑料齿轮的啮合变形和热效应,构建了PA6-G塑料齿轮副啮合刚度计算模型,证实了温度对塑料齿轮副的啮合刚度有显著影响.

塑料齿轮导热性弱于金属齿轮,其材料性能参数对温度非常敏感,特别是弹性模量会随着温度升高而显著减小,这对塑料齿轮的啮合刚度有较大影响.因此,本文以POM圆柱直齿轮为研究对象,通过实验测试不同温度下POM材料的弹性模量,获取两者之间的关联规律;以此建立POM齿轮副的热弹接触模型,计算不同温度下POM齿轮副的时变啮合刚度.本研究旨在提供一种基于热弹接触的塑料齿轮啮合刚度计算方法,探索温度对塑料齿轮啮合刚度的影响规律,为塑料齿轮的参数设计、振动分析等研究提供理论依据.

1　热弹接触模型

基于热弹接触的POM齿轮时变啮合刚度计算流程见图1所示.主要通过实验测得POM材料的温度-弹性模量关联规律;随后通过脂润滑分析计算摩擦系数及热流密度;并计算各边界的对流换热系数,建立POM齿轮副的热弹接触有限元模型;计算有无负载下齿轮副的传递误差,进而导出考虑弹性模量-温度效应(弹性模量随温度显著变化的现象)的啮合刚度计算.

1.1　摩擦热流密度

齿面摩擦生热是啮合过程中重要的热量来源,准确计算啮合面的摩擦热流密度对于齿轮温度场的分析至关重要,而摩擦系数则是影响摩擦热流密度大小的一个重要因素.为此,本文采用脂润滑理论方程对齿面摩擦系数进行计算.

本文研究的POM齿轮为标准圆柱直齿轮,因此其接触轨迹为一条沿齿宽方向的直线,可以将齿轮线接触等效为两个当量圆柱体的接触,如图2所示为两圆柱线接触弹流润滑模型,图中h_0为刚体中心

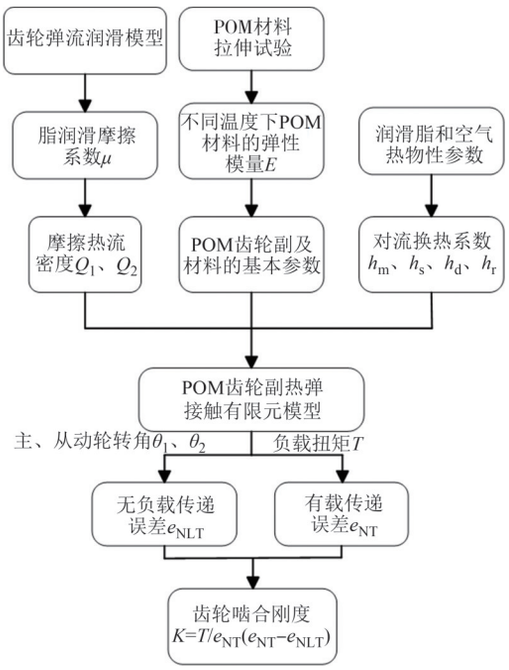


图1　POM齿轮啮合刚度计算流程图

Fig.1　Flow chart for calculating the meshing stiffness of POM gears

膜厚,h为接触区间内任意一点的膜厚,R_p、R_g分别为主动轮、从动轮的曲率半径,ω_p为主动轮的角速度.

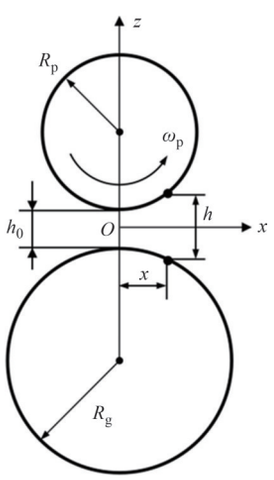


图2　两圆柱线接触弹流润滑模型

Fig.2　Elastohydrodynamic lubrication model for line contact between two cylinders

润滑脂在工业上广泛应用Ostwald流变模型,其本构方程为:

$$\tau = \phi\dot{\gamma}^n \tag{1}$$

式中:τ为剪应力;ϕ为塑性黏度;$\dot{\gamma}$为剪应变率;n为流变指数.

基于Ostwald流变模型的脂润滑雷诺方程数学模型为:

$$\frac{n}{2n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{n}}\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\rho h^{\frac{2n+1}{n}}\left(\frac{1}{\phi}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right)^{\frac{1}{n}}\right]\right\}=u_{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}(\rho h)}{\mathrm{d}x} \tag{2}$$

式中:p为油膜压力;u_{s}为卷吸速度;ρ为润滑剂密度;x为水平方向上的坐标.

润滑脂在齿轮传动过程中会填充于两接触表面,形成的油膜厚度由初始间隙和弹性变形组成,可以表示为:

$$h(x)=h_0+\frac{x^2}{2R}-\frac{2}{\pi E}\int_{x_0}^{x_{\mathrm{e}}}p(s)\ln(x-s^2)\mathrm{d}s \tag{3}$$

式中:R为啮合点处的等效曲率半径;E为等效弹性模量;s为任一线载荷受力点与坐标原点的距离;$p(s)$为线载荷分布函数.

齿间润滑脂形成的油膜承受啮合齿间的接触力,油膜承载总力与齿轮接触力平衡,其方程可表示为:

$$F_{\mathrm{n}}=B\int_{x_0}^{x_{\mathrm{e}}}p(s)\mathrm{d}s \tag{4}$$

式中:F_{n}为齿轮承受的法向接触力;B为齿轮齿宽.

随后将剪应力在x轴方向上进行积分,进而可由下式求得齿轮齿面的摩擦系数:

$$\mu=B\int_{x_0}^{x_{\mathrm{e}}}\tau\mathrm{d}x/F_{\mathrm{n}} \tag{5}$$

主、从动轮任一啮合点摩擦热流密度[19]分别为:

$$Q_1=\beta\gamma\mu VP\left(\frac{2a_{\mathrm{H}}}{v_1}\frac{60}{n_1}\right) \tag{6}$$

$$Q_2=(1-\beta)\gamma\mu VP\left(\frac{2a_{\mathrm{H}}}{v_2}\frac{60}{n_2}\right) \tag{7}$$

式中:β为齿轮啮合时的热分配系数;γ为齿轮的热能转换系数,根据文献[23]可知其一般为0.9~0.95,本文取0.95;V为主、从动轮在任意一啮合点的相对滑动速度(mm/s);P为齿面上任一啮合点处的Hertz平均接触压力(MPa);a_{H}为Hertz接触半宽(mm);v_1、v_2分别为主、从动轮啮合面上任一啮合点的切向速度(mm/s);n_1、n_2分别为主、从动轮的转速(r/min).

根据Hertz接触理论可知,渐开线齿轮齿面的平均接触应力P和齿面接触半宽a_{H}可由以下表达式求得:

$$P=\sqrt{\frac{F_{\mathrm{n}}E}{\pi BR}} \tag{8}$$

$$a_{\mathrm{H}}=\sqrt{\frac{4F_{\mathrm{n}}R}{\pi BE}} \tag{9}$$

1.2 对流换热系数

对流换热系数是影响齿轮温度场大小和分布规律的重要因素,它与换热过程中流体介质的物理性质、换热表面的几何形状以及流体的流动速度等均有密切关系,因此轮齿各表面的对流换热系数不尽相同.轮齿各边界面如图3所示.图中m代表齿轮啮合面、s代表齿轮端面、d代表齿顶圆周面、r代表齿根面及非啮合面,其中j为齿轮截面,主要参与热传导,不参与对流换热.

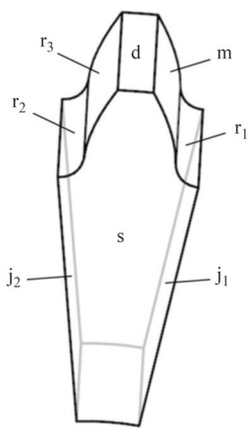


图3 轮齿边界面示意图

Fig.3 Schematic diagram of gear tooth boundary surface

1.2.1 齿轮端面

齿轮端面的对流换热是在润滑油和空气的混合作用下进行的,可以将其简化为一个旋转圆盘的对流换热问题,润滑油会随着半径的减小而减少,从而会影响流体介质即油气混合物的物理性质.因此为了准确计算出对流换热系数,需要计算出油气混合物的各种物理参数,可写成以下表达式[24]:

$$\xi_{\mathrm{mix}}=\alpha_{\mathrm{mix}}d\xi_{\mathrm{air}}+(1-\alpha_{\mathrm{mix}}d)\xi_{\mathrm{oil}} \tag{10}$$

$$d=\frac{r}{r_{\mathrm{a}}} \tag{11}$$

式中:ξ指代物理性质运动黏度υ_{f}、导热系数k_{f}、普朗特数Pr,下标mix、air、oil分别代表油气混合物、空气和润滑脂;α_{mix}为空气在油气混合物中所占比例;d则为任意点的半径r与齿顶圆半径r_{a}之比.α_{mix}的具体数值应通过实验获得,同时也要考虑油气混合物所处工况,如温度和齿轮的转速等.

流体介质在齿轮端面的流动状态根据雷诺数的大小分为层流、过渡层和紊流,需要根据不同的流动状态来计算齿轮端面的对流换热系数.雷诺数可由以下表达式求得:

$$Re = \frac{\omega r^2}{\upsilon_{\mathrm{fmix}}} \tag{12}$$

式中:ω为角速度(rad/s);υ_{fmix}为流体介质的运动黏度(m^2/s).

根据式(12)的计算,在研究的工况范围内,雷诺数$Re<2\times10^5$,因此齿轮上的流体介质处于层流状态,此时齿轮端面的对流换热系数与半径r无关,可以通过以下表达式求得:

$$h_{\mathrm{s}} = 0.308k_{\mathrm{mix}}\left(m_{\mathrm{D}}+2\right)^2 Pr_{\mathrm{mix}}\left(\frac{\omega}{\upsilon_{\mathrm{fmix}}}\right)^{0.5} \tag{13}$$

式中:m_{D}指一般指数常数,用于定义表面温度沿径向的分布,根据文献[25]可知$m_{\mathrm{D}}=2$;Pr_{mix}为流体介质的普朗特数,可由式(14)求得.

$$Pr_{\mathrm{mix}} = \frac{\upsilon_{\mathrm{fmix}}\rho_{\mathrm{fmix}}c_{\mathrm{fmix}}}{k_{\mathrm{fmix}}} \tag{14}$$

式中:ρ_{fmix}为流体介质的密度(kg/m^3);c_{fmix}为流体介质的比热容(J/kg·℃);k_{fmix}为流体介质的导热系数(W/m·℃).

1.2.2　齿顶圆周面

齿顶圆周面的对流换热系数取齿轮端面对流换热系数的最大值[26],即

$$h_{\mathrm{d}} = \max\left(h_{\mathrm{s}}\right) \tag{15}$$

1.2.3　齿根面及非啮合面

边界面r的对流换热系数为边界面s的对流换热系数的$\frac{1}{3}$~$\frac{1}{2}$,由于本文采用的是脂润滑,散热性能较弱,因此取$\frac{1}{3}$,即

$$h_{\mathrm{r}} = \frac{1}{3}h_{\mathrm{s}} \tag{16}$$

1.2.4　齿轮啮合面

齿轮啮合面的对流换热系数可以表示为

$$h_{\mathrm{m}} = \frac{0.228Re^{0.731}Pr_{\mathrm{mix}}k_{\mathrm{fmix}}}{L} \tag{17}$$

式中:L为齿轮分度圆的直径(mm).

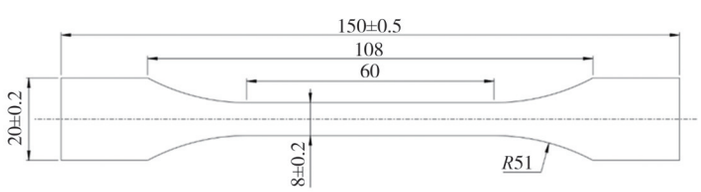
1.3　POM材料性能参数测试

POM材料为热敏性材料,其材料性能会随着温度的变化而变化.参照塑料拉伸试验相关标准,测量在不同温度下POM材料的弹性模量,根据POM材料的特性,在温度范围-40~120 ℃内等分为9组不同温度,每个温度下进行3次有效拉伸实验.本实验采用日本岛津AG-IS型可控温拉伸试验机,其样件及尺寸如图4所示,图中样件尺寸单位为mm.

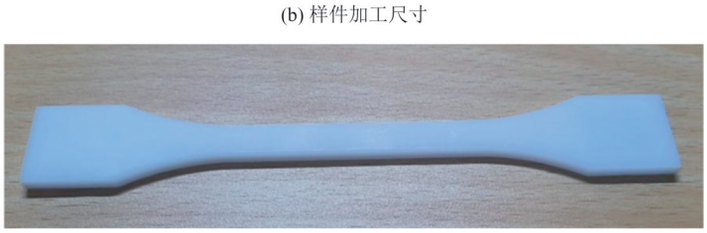
对各组温度下进行的3次实验所测量求得的弹性模量取算术平均值,记为相应温度下POM材料的弹性模量,如表1所示.为了能更直观地表现出POM材料弹性模量随温度的变化规律,将表中的数据拟合成如图5所示的曲线.



(a) 岛津AG-IS型拉伸机



(b) 样件加工尺寸



(c) 拉伸试验样件

图4　拉伸试验机及样件形状

Fig.4　The shape of tensile testing machines and test specimen

表1　不同温度下POM材料的弹性模量

Tab.1　The Young's modulus of POM materials at different temperatures

温度/℃	-40	-20	0	20	40	60	80	100	120
弹性模量/MPa	3 310.46	3 095.03	2 971.55	2 954.54	2 837.57	2 359.42	1 421.52	762.1	609.7

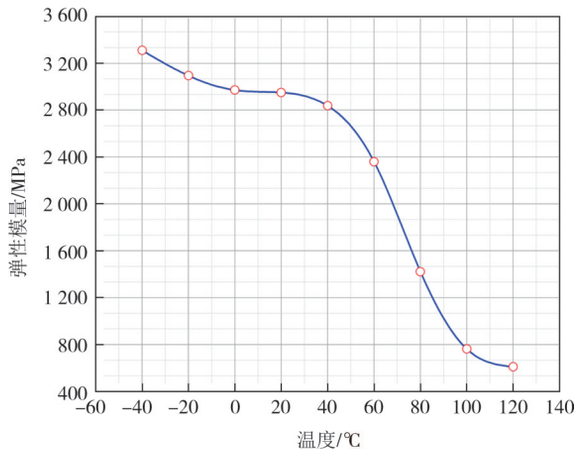


图5 POM材料弹性模量随温度变化曲线

Fig.5 The curve of the Young's modulus of POM materials varying with temperature

从图5可以看出,当温度在-40~40 ℃之间变化时,弹性模量的变化较为平缓.当温度超过40℃时,POM材料分子链之间热运动加剧,分子链间的氢键和范德瓦耳斯力遭到破坏.材料性能逐渐由刚性转变为黏弹性,导致弹性模量急剧下降.而当温度升至100 ℃以后,分子链运动趋于稳定,黏性开始占据主导,使得弹性模量随温度下降的速率明显减缓.POM材料的弹性模量受温度影响明显,弹性模量的急剧下降易引发齿轮变形加剧,导致齿轮传动精度受损、加快疲劳断裂.因此,在齿轮动力学研究中需要考虑弹性模量-温度效应对POM圆柱直齿轮副时变啮合刚度的影响.

1.4 有限元热接触模型

本文选用的POM齿轮材料为Delrin, POM 100P,齿轮副及材料的基本参数见表2.借助有限元法建立的POM齿轮副热弹接触模型如图6所示.主、从动轮网格单元类型均设置为C3D8T,并在材料的参数设置中输入了不同温度所对应的弹性模量.在主、从动轮内孔面与其对应旋转轴线上的参考点之间建立刚性耦合约束,设置好上述计算的对流换热系数及摩擦热流密度,并预设环境温度.

1.5 啮合刚度计算

齿轮的啮合刚度主要考虑的是力与轮齿综合变形间的关系,综合变形可以根据热弹接触模型计算的传递误差进行衡量,如下式.

$$e = r_{b1}\left(\theta_1 - \frac{z_2}{z_1}\theta_2\right) \tag{18}$$

式中:r_{b1}为主动轮的基圆半径;θ_1、θ_2分别为主、从动轮角位移;z_1、z_2分别为主、从动轮齿数.尽管式(18)

表2 POM齿轮副及材料的基本参数表

Tab.2 Basic parameter table of POM gear pairs and materials

参数	数值	参数	数值
模数m/mm	0.8	弹性模量E/MPa	2 950
齿数z_1/z_2	25/40	泊松比υ	0.35
齿宽B/mm	2	导热系数k/[W·(m·℃)$^{-1}$]	0.22
压力角α/(°)	20	密度ρ/(kg·m^{-3})	1 410
顶隙系数c*	0.25	比热容c/[J·(kg·℃)$^{-1}$]	1 470
齿顶高系数h_a^*	1	热膨胀系数λ/[(℃)$^{-1}$]	1.1×10^{-5}

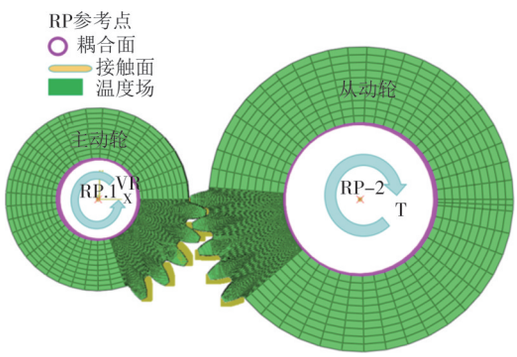


图6 POM齿轮副热弹接触模型

Fig.6 Thermoelastic contact model of POM gear pairs

反映了轮齿变形产生的综合传递误差,但也包含装配和几何误差产生的静态传递误差,这部分传递误差与受载变形无关.为了排除静态传递误差对啮合刚度计算的影响,本文进行了有/无负载两次传递误差计算,分别求得了无负载情况下的静态传递误差e_{NLT}和受载情况下的综合传递误差e_{LT}.然后用综合传递误差减去静态传递误差,即可得到仅与受力相关的轮齿变形.基于热弹接触模型的齿轮啮合刚度计算式可表示为:

$$K = \frac{T}{r_{b1}\left(e_{LT} - e_{NLT}\right)} \tag{19}$$

2 结果与讨论

为了对比分析本文提出的POM齿轮啮合刚度计算中考虑弹性模量-温度效应的必要性,本文设置了两个对比模型,编号模型#2和模型#3,具体说明见表3.

2.1 温度场

温度与塑料齿轮的啮合刚度是密切相关的,为此有必要对POM齿轮副的温度场进行计算和分析,本文对POM齿轮副在不同转速和不同转矩的工况下的稳态温度场进行计算和分析.由于齿轮传动达

表 3　热弹接触模型及对比模型释义

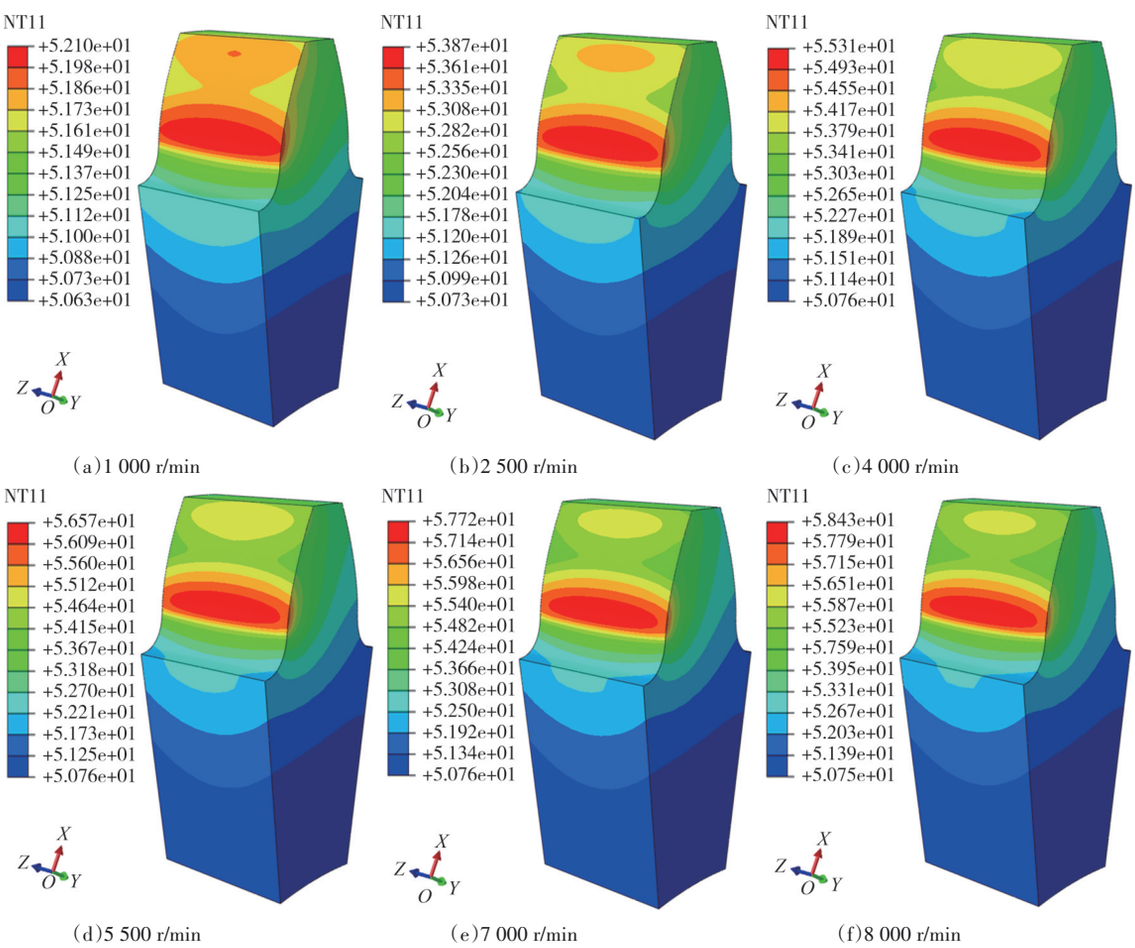
Tab.3　Thermoelastic contact model and the interpretation of the comparison model

模型编号	释义
模型#1	考虑本文提出的弹性模量-温度效应(模量随温度的变化)
模型#2	仅考虑温度场，不考虑弹性模量-温度效应
模型#3	温度场和弹性模量-温度效应均不考虑

到热平衡后，齿轮副的每个轮齿上的温度场分布规律基本一致，因此截取单个轮齿进行温度场分析.

2.1.1　不同转速下的稳态温度场

对POM齿轮副在不同转速下的稳态温度场进行分析时，由于本文研究的是齿轮箱内部的POM齿轮副，在常用工况下环境温度通常为20~60 ℃，本文设定的环境温度为50 ℃，施加在从动轮上的负载扭矩为80 N·mm，主动轮的转速分别取1 000 r/min、2 500 r/min、4 000 r/min、5 500 r/min、7 000 r/min、8 000 r/min共6组，随后分别对模型#1、模型#2在6组不同转速下的齿轮温度场进行仿真计算.模型#1是在模型#2的基础上考虑了弹性模量-温度效应，通过计算可知，模型#1和模型#2预测所得温度场的大小和分布规律基本一致，因此本文只展示模型#1的温度场仿真结果.如图7所示为齿轮在不同转速下的温度分布云图.



(a)1 000 r/min　(b)2 500 r/min　(c)4 000 r/min

(d)5 500 r/min　(e)7 000 r/min　(f)8 000 r/min

图 7　模型#1在不同转速下的温度分布云图

Fig.7　Contour maps of temperature distribution of Model #1 at different rotational speeds

由图7可知，POM齿轮副主动轮齿面温度的分布规律为：在齿宽方向上呈对称分布，且温度由齿宽中部向两端面逐渐降低，这是因为齿轮端面无热量输入且端面散热性好；在齿廓方向上，由于齿根和齿顶附近的摩擦热流密度较大，因此其温度较高；且主动轮齿根与从动轮齿顶啮合时的滑动速率最大，因此，温度峰值位于主动轮的齿根附近和从动轮的齿顶附近.节圆处啮合运动为纯滚动，摩擦热流量极小，温度相对较低.随着主动轮转速的上升，齿面摩擦热流密度增加，导致齿面温升逐渐增大；齿顶面的对流换热系数也随着转速的上升而增大，从而使齿顶面散热性增强，因此齿顶附近高温区域的面积在

逐渐减小.为了验证温度场仿真的准确性,将上述有限元结果与基于Blok闪温理论计算的齿面温度峰值进行对比,见表4.

由表4可看出,随着转速的升高,齿面温度峰值逐渐增大;但齿轮各边界面的对流换热系数也随之增大,各齿面散热性增强,导致齿面温度峰值增速逐渐降低.有限元仿真和Blok闪温理论所计算出的不同转速下的齿面温度峰值之间的相对误差约为3%,验证了本文建立的有限元仿真模型的准确性;模型#1和#2的对比结果表明,是否考虑弹性模量-温度效应并不影响塑料齿轮副在不同转速下稳态温度场的分布.

表4 有限元法和基于Blok闪温理论计算的不同转速下齿面温度峰值

Tab.4 The peak values of tooth surface temperature at different rotational speeds predicted by finite element method and Blok flash temperature

转速/(r·min^{-1})	齿面温度峰值			相对误差/%
	模型#1	模型#2	Blok闪温理论	
1 000	52.10	52.10	53.54	2.68
2 500	53.87	53.87	55.59	3.09
4 000	55.31	55.31	57.08	3.10
5 500	56.57	56.57	58.30	2.96
7 000	57.72	57.72	59.36	2.76
8 000	58.43	58.43	60.01	2.63

2.1.2 不同转矩下的稳态温度场

对POM齿轮副在不同转矩下的稳态温度场进行分析时,设定环境温度为50 ℃,主动轮的转速设置为4 000 r/min,施加在从动轮上的负载扭矩分别为40 N·mm、80 N·mm、120 N·mm、160 N·mm、200 N·mm与240 N·mm共6组,随后分别对模型#1与模型#2计算的主动轮温度场进行对比分析,如图8所示为齿轮在不同转矩下的温度分布云图.

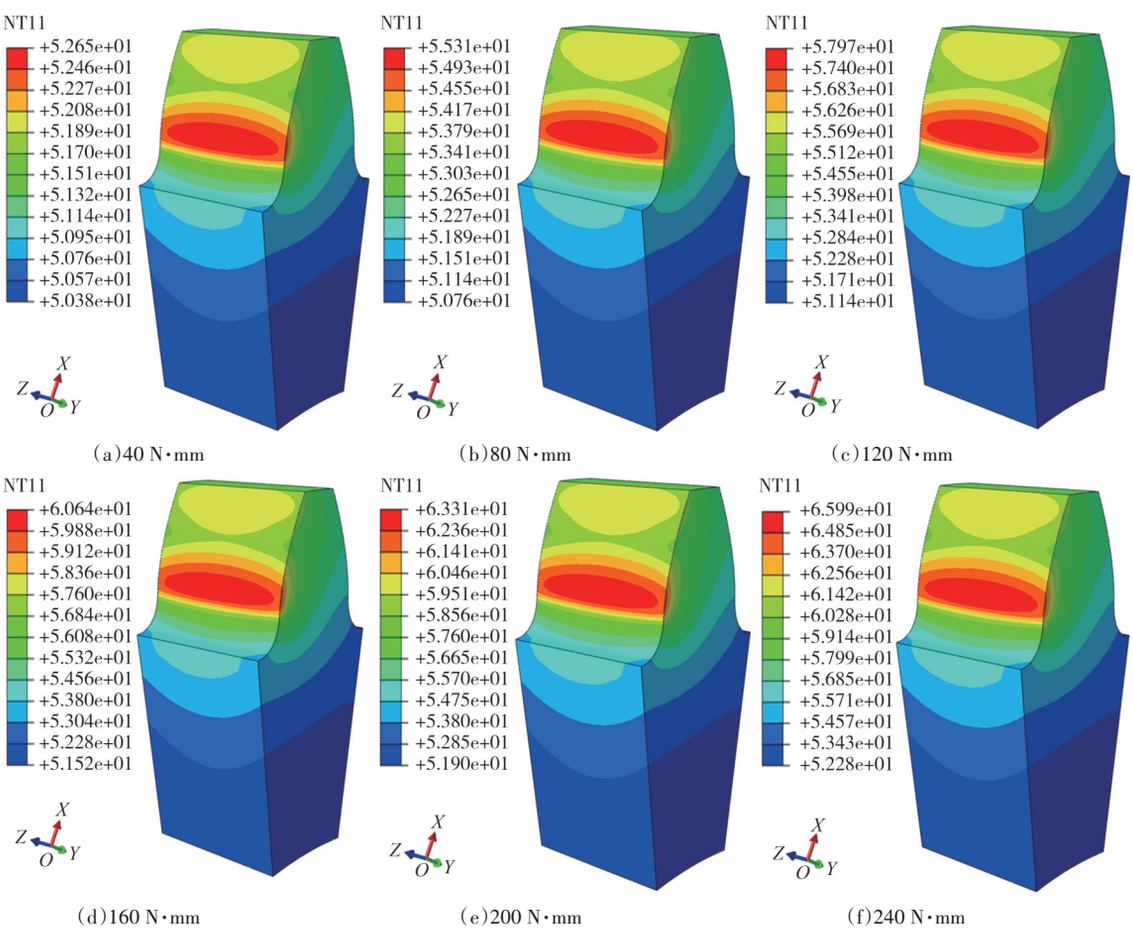


图8 模型#1在不同转矩下的温度分布云图

Fig.8 Contour maps of temperature distribution of Model #1 under different torques

由图8可知,随着齿轮转矩的增大,齿面摩擦热流密度会增大,从而导致齿面的温升也逐渐增加;而齿轮各齿面的对流换热系数并不受转矩影响,齿面温度的分布规律并未改变.将上述通过有限元仿真计算所得的不同转矩下的齿轮温度峰值与基于Blok闪温理论计算结果进行对比,其结果见表5.

表5　有限元法和基于Blok闪温理论计算的不同转矩下齿面温度峰值

Tab.5　The peak values of tooth surface temperature under different torques obtained by finite element method and Blok flash temperature

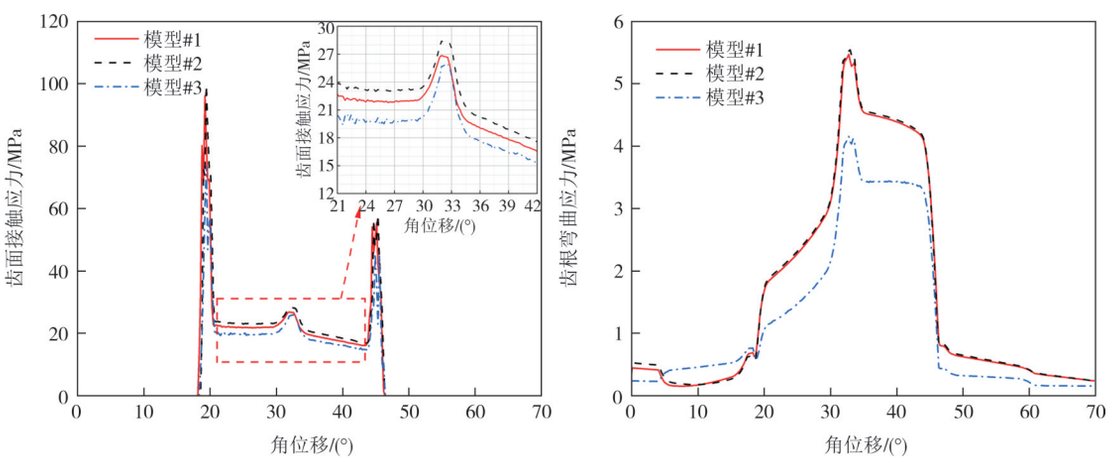
转矩/(N·mm^{-1})	齿面温度峰值			相对误差/%
	模型#1	模型#2	Blok闪温理论	
40	52.65	52.65	54.21	2.87
80	55.31	55.31	57.08	3.1
120	57.97	57.97	59.59	2.71
160	60.64	60.64	61.91	2.05
200	63.31	63.31	64.08	1.2
240	65.99	65.99	66.14	0.23

由表5可看出，本文建立的有限元模型和Blok闪温理论计算出的多个转矩下的齿面温度峰值的相对误差均小于4%，验证了有限元模型预测不同转矩下齿轮温度的准确性.通过对比模型#1、模型#2可知，是否考虑弹性模量-温度效应并不影响塑料齿轮副在不同转矩下稳态温度场的分布.综合表4和表5的结果可知，不同转速下和转矩下，模型#1和#2的计算结果完全一致，其结果表明若仅计算塑料齿轮副的温度场，可以不用考虑塑料的弹性模量-温度效应.

2.2　应力场和传递误差

为了研究齿轮传动过程中温度对齿面接触和齿根弯曲应力的影响，对模型#1、#2、#3在相同工况下的接触应力和齿根弯曲应力进行仿真计算.设定主动轮转速为4 000 r/min，从动轮转矩为80 N·mm，环境温度设为50 ℃，计算结果如图9所示.

由图9可看出，模型#1与#2的齿面接触应力和齿根弯曲应力均大于模型#3的预测结果，特别是弯曲应力.这是由于在考虑温度的变化时，齿轮啮合过程中啮合面摩擦生热，导致齿轮出现热变形，产生额外的热应力，因此在计算齿面接触应力和齿根弯曲应力过程中必须考虑到温度的变化.同时，通过对比模型#1、模型#2的应力情况，发现两者预测的接触应力与弯曲应力几乎相同.综上，计算塑料齿轮副应力场时需要考虑温度的影响，但塑料的弹性模量-温度效应可以忽略，以简化有限元仿真模型.



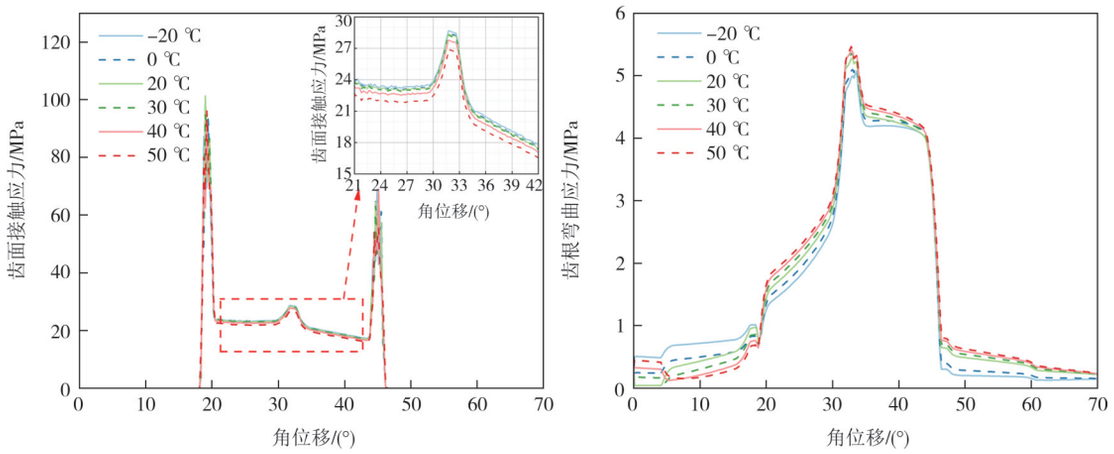
(a)齿面接触应力　　(b)齿根弯曲应力

图9　不同模型预测的齿面接触应力和齿根弯曲应力

Fig.9　Contact stress and bending stress predicted by the different models

为了进一步探究环境温度变化对POM齿轮接触应力和弯曲应力的影响，本文对模型#2在不同环境温度下的接触应力和弯曲应力进行了计算，结果如图10所示.由图10可知，随着环境温度的升高，POM齿轮的齿面接触应力在逐渐减小；相反，其齿根弯曲应力在增大.这与Hertz接触理论是相呼应的.但在-20~50 ℃范围内，环境温度对齿面接触应力与齿根弯曲应力的影响非常有限.若环境温度变化不大，则利用有限元进行应力场的分析时，可以忽略环境温度的影响.

除此之外，为了方便后续齿轮啮合刚度的计算以及探讨温度和弹性模量-温度效应对齿轮传递误差的影响，本节根据式(18)分别对模型#1和模型#2在-20~50 ℃范围内的齿轮动态传递误差进行了计算和分析，结果如图11所示.模型#1计算的动态传递误差随着温度的升高逐渐增大，且当温度超过30 ℃时，变化愈加显著；而模型#2的动态传递误差随温度的升高几乎不变.通过对比模型#1和模型#2

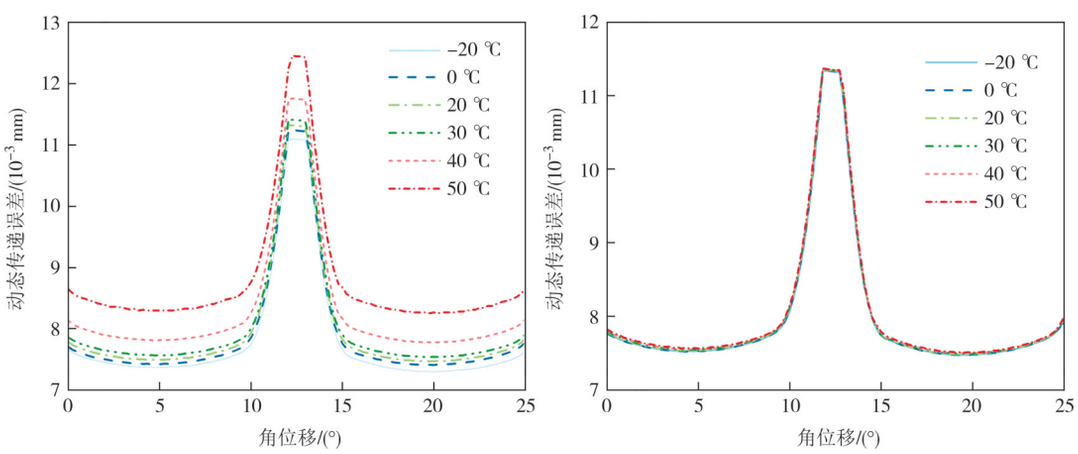


(a)齿面接触应力 (b)齿根弯曲应力

图 10 不同环境温度下的齿面接触应力和齿根弯曲应力

Fig.10 The contact stress and bending stress of gear under different ambient temperatures

的计算结果可以得出,在齿轮副工作温度变化时,弹性模量−温度效应会显著影响 POM 齿轮副的动态传递误差.因此,在 POM 齿轮副刚度计算与动力学分析中应当考虑弹性模量−温度效应.



(a)模型#1 (b)模型#2

图 11 不同环境温度下的 POM 齿轮副的动态传递误差

Fig.11 The dynamic transmission error of POM gear pair under different ambient temperatures

2.3 啮合刚度

2.3.1 环境温度的影响

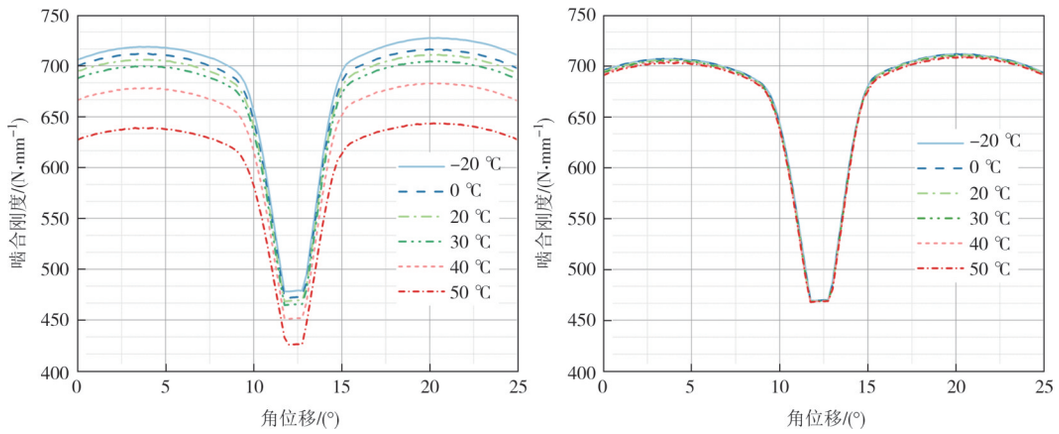
为了厘清 POM 齿轮副啮合刚度受环境温度影响下的变化规律,本文分别对模型#1 和模型#2 在不同环境温度下的齿轮啮合刚度进行仿真计算,主动轮转速为 4 000 r/min,加载在从动轮上的负载扭矩为 80 N·mm,得到不同环境温度下齿轮啮合刚度的计算结果,如图 12 所示.

由图 12 可知,随着环境温度的升高,模型#1 预测的塑料齿轮副啮合刚度在显著减小,当温度超过 30 ℃时,温度对啮合刚度的弱化现象非常明显,这是因为 POM 材料弹性模量随温度的升高明显降低,见图 5;而模型#2 预测的结果几乎不受环境温度的影响,这与塑料齿轮的实际结果不符.通过对比模型#1 和模型#2 的计算结果可知,利用有限元模型进行时变啮合刚度与传递误差预测时,需要同时考虑温升的影响及塑料齿轮材料的弹性模量−温度效应.

2.3.2 转矩的影响

为了探索转矩对 POM 齿轮副啮合刚度的影响及本文模型与通用有限元刚度计算模型的差异,对不同转矩下模型#1 和模型#3 预测的齿轮啮合刚度进行了对比分析.主动轮转速为 4 000 r/min,环境温度为 50 ℃,对比结果如图 13 所示.

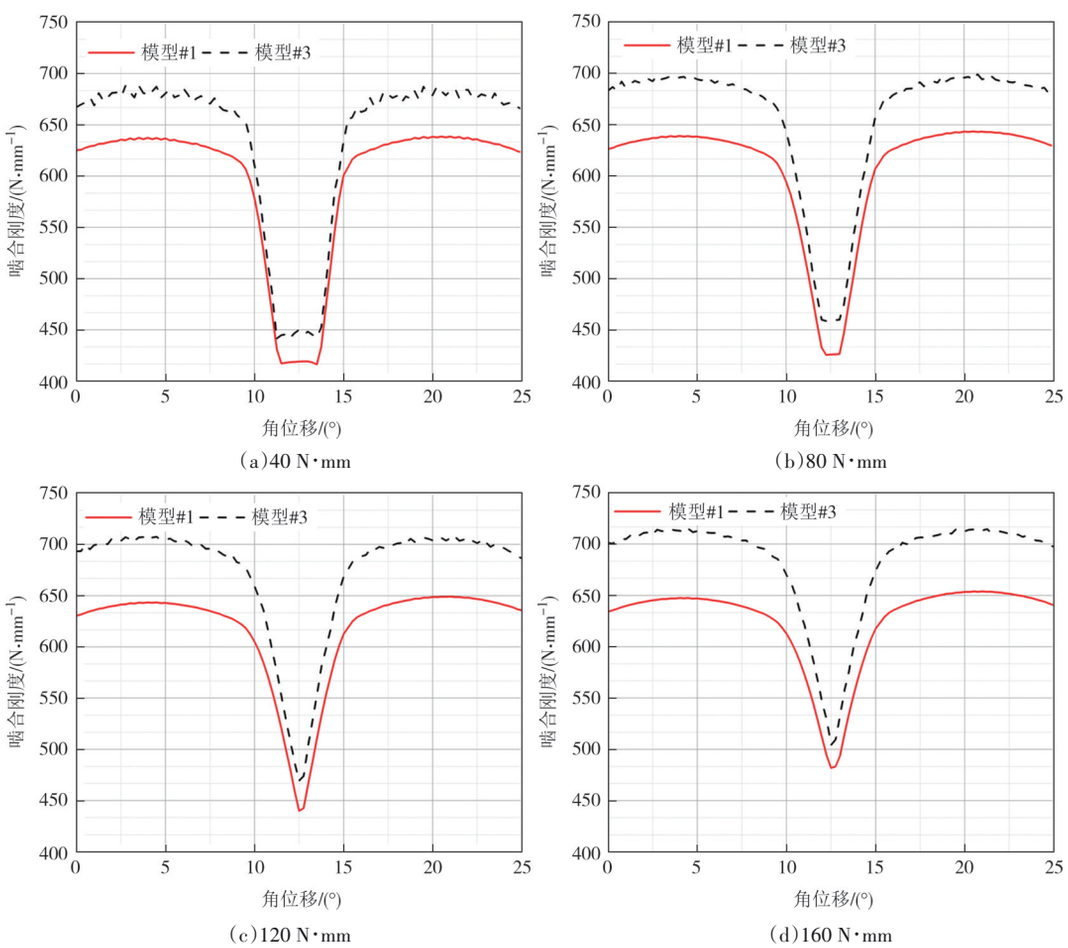
由图 13 可知,随着负载转矩的上升,模型#1 与模型#3 预测的 POM 齿轮副啮合刚度均出现了较小幅度的增大;但两者预测 POM 齿轮副啮合刚度的差异非



(a)模型#1　　(b)模型#2

图 12　不同环境温度下的POM齿轮副的啮合刚度

Fig.12　The meshing stiffness of POM gear pair under different ambient temperatures



(a)40 N·mm　　(b)80 N·mm

(c)120 N·mm　　(d)160 N·mm

图 13　不同转矩下的POM齿轮副的啮合刚度

Fig.13　The meshing stiffness of POM gear pair under different torques

常明显,且差异随着负载转矩的上升而逐渐增大,见表6.模型#3因为未考虑温度场的影响及POM材料的弹性模量–温度效应,使得预测的啮合刚度明显偏大;且该计算误差随负载的上升明显增加,本例160 N·mm负载时的计算误差接近10%.因此,负载越大的塑料齿轮副啮合刚度预测时更应该考虑弹性模量–温度效应.此外,随着负载转矩的上升,POM齿轮副的啮合刚度增大比例极小.例如,转矩由40 N·mm变为160 N·mm(转矩增大3倍),但啮合刚度仅上升2.39%.因此,在一定范围内,转矩对啮合刚度的影响可以忽略.

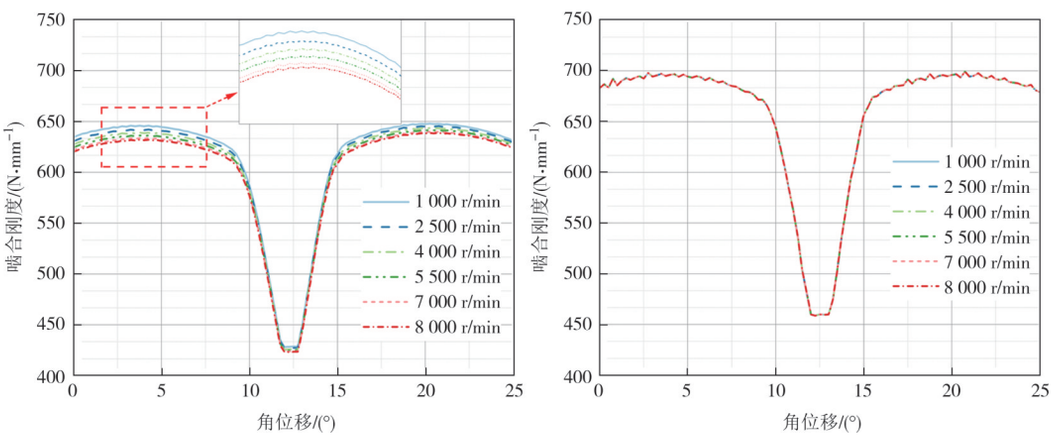
表 6 不同转矩下模型#1与模型#3计算啮合刚度的误差

Tab.6 The error in calculating the meshing stiffness of Model #1 and Model #3 under different torques

转矩/(N·mm^{-1})	啮合刚度/(N·mm^{-1})		误差/%
	模型#1	模型#3	
40	638.64	688.12	7.75
80	643.48	699.35	8.68
120	649.02	707.97	9.08
160	653.88	714.93	9.34

2.3.3 转速的影响

为研究转速对塑料齿轮副啮合刚度的影响,本文利用模型#1和模型#3计算了不同转速下的啮合刚度,如图14所示.其中环境温度为50 ℃,负载转矩为 80 N·mm.由图14(a)可知,随着齿轮旋转速度的上升,模型#1计算的啮合刚度会随之减小.这是因为齿轮的摩擦热流密度随转速上升而增加,温升增大,POM材料的弹性模量变小,使得啮合刚度有所减小,但减幅较小,在分析的转速范围内几乎可以忽略.然而,模型#3未考虑温度及弹性模量-温度效应的影响,其计算的啮合刚度值与转速无关.由于模型#3未考虑这些影响,会高估齿轮的啮合刚度,增大了塑料齿轮副的设计风险.



(a)模型#1 (b)模型#3

图 14 模型#1、模型#3在不同转速下的齿轮啮合刚度

Fig.14 The gear meshing stiffness of Model #1 and Model #3 at different rotational speeds

3 结 论

针对塑料的热敏性特征,本文借助有限元法,通过引入弹性模量-温度效应的影响,构建了基于热弹接触的POM齿轮副啮合刚度计算模型.通过与Blok闪温理论计算的温度对比,验证了热弹接触模型的正确性.随后,研究了POM齿轮副啮合过程的温度场、应力场、传递误差以及环境温度、转矩、转速对啮合刚度的影响.主要结论如下:

1)塑料齿轮副的稳态温度场不受其弹性模量-温度效应的影响.对比不考虑弹性模量-温度效应的齿轮接触有限元模型,发现不同转速和转矩情况下,两者计算的塑料齿轮副温度分布几乎一致.因此,利用有限元法仿真塑料齿轮副啮合的稳态温度场时,可以不用考虑弹性模量-温度效应.

2)温升对塑料齿轮副的应力场有显著影响,但弹性模量-温度效应及环境温度的小范围变动对应力场的影响较小.计算塑料齿轮副应力场时需考虑温升的影响,但可忽略其弹性模量-温度效应,以简化有限元建模.

3)塑料齿轮的温升及材料的弹性模量-温度效应对啮合刚度有显著影响.随着温度升高,齿轮传递误差显著提高,齿轮啮合刚度则随着温度升高显著降低;且温升越大,弹性模量-温度效应对塑料齿轮啮合刚度的弱化效果愈加显著.不考虑材料的模量-温度效应会高估塑料齿轮副的啮合刚度,增大塑料齿轮副的设计风险.

参考文献

[1] 余国达, 刘怀举, 卢泽华, 等. 脂润滑条件下塑料齿轮稳态温度场仿真与试验研究[J]. 中国机械工程, 2022, 33(8): 890-898.
YU G D, LIU H J, LU Z H, et al. Simulation and experimental study of steady-state temperature field of plastic gears under grease lubrication conditions[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(8): 890-898.(in Chinese)

[2] 石照耀,辛栋. 塑料齿轮研究的进展和方向[J/OL]. 北京航空航天大学学报, 2024: 1-18.(2024-01-16)[2025-01-10].

https://link.cnki.net/doi/10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0788.
SHI Z Y, XIN D. A review on plastic gear's research progress and direction[J/OL]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2024:1-18.(2024-01-16)[2025-01-10].https://link.cnki.net/doi/10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0788.(in Chinese)

[3] 朱丽莎，王奇斌，栾晓刚，等. 基于切片耦合理论的斜齿轮时变啮合刚度分析[J]. 振动与冲击，2022，41(10)：66-71.
ZHU L S, WANG Q B, LUAN X G, et al. Time varying meshing stiffness analysis on helical gears based on the coupled slice theory [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(10): 66-71. (in Chinese)

[4] 胡波，安锦运，尹来容，等. 小模数齿轮传动的时变啮合刚度计算方法[J]. 中国机械工程，2024，35(1)：74-82.
HU B, AN J Y, YIN L R, et al. Calculation method of time-varying meshing stiffness of small module gear transmissions[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(1): 74-82. (in Chinese)

[5] YANG D C H, LIN J Y. Hertzian damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics [J]. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1987, 109(2): 189-196.

[6] TIAN X H. Dynamic simulation for system response of gearbox including localized gear faults [D]. Edmonton: University of Alberta, 2004.

[7] 孟宗，石桂霞，王福林，等. 基于时变啮合刚度的裂纹故障齿轮振动特征分析[J]. 机械工程学报，2020，56(17)：108-115.
MENG Z, SHI G X, WANG F L, et al. Vibration characteristic analysis of cracked gear based on time-varying meshing stiffness [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(17): 108-115. (in Chinese)

[8] 侯静玉，杨绍普，刘永强. 含齿面点蚀的直齿圆柱齿轮副时变啮合刚度的计算及振动响应分析[J]. 振动与冲击，2024，43(16)：278-286.
HOU J Y, YANG S P, LIU Y Q. Mesh stiffness calculation and vibration response analysis of a spur gear pair with tooth pitting [J]. Journal of Vibration and Shock, 2024, 43(16): 278-286. (in Chinese)

[9] 林腾蛟，陈梦寒，杨金. 齿廓修形人字齿轮副时变啮合刚度计算方法[J]. 振动与冲击，2021，40(9)：175-183.
LIN T J, CHEN M H, YANG J. Calculation method of time-varying meshing stiffness of herringbone gear pair with tooth profile modification [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(9): 175-183. (in Chinese)

[10] 邹浩然，王三民，何前进，等. 修形人字齿轮副时变啮合刚度的解析算法[J]. 西北工业大学学报，2022，40(3)：538-548.
ZOU H R, WANG S M, HE Q J, et al. Analytical algorithm for time-varying meshing stiffness of modified herringbone gear pair [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2022, 40(3): 538-548. (in Chinese)

[11] 陈亮，樊智敏，尹兆明，等. 基于分形齿面粗糙度的双渐开线齿轮时变啮合刚度研究[J]. 摩擦学学报，2023，43(4)：358-367.
CHEN L, FAN Z M, YIN Z M, et al. Fractal model of double involute gears time-varying meshing stiffness considering friction factors[J]. Tribology, 2023, 43(4): 358-367. (in Chinese)

[12] RAGHUWANSHI N K, PAREY A. Mesh stiffness measurement of cracked spur gear by photoelasticity technique [J]. Measurement, 2015, 73: 439-452.

[13] RAGHUWANSHI N K, PAREY A. Experimental measurement of gear mesh stiffness of cracked spur gear by strain gauge technique [J]. Measurement, 2016, 86: 266-275.

[14] 苟向锋，祁常君，朱凌云. 含齿面温度的二级直齿轮系统动力学模型及其动态特性分析[J]. 振动工程学报，2015，28(5)：762-769.
GOU X F, QI C J, ZHU L Y. Nonlinear dynamic modelling and analysis of two-stage gear system with tooth contact surface temperature[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28(5): 762-769. (in Chinese)

[15] 林腾蛟，赵子瑞，江飞洋，等. 考虑温度效应的斜齿轮时变啮合刚度解析算法[J]. 湖南大学学报(自然科学版)，2020，47(2)：6-13.
LIN T J, ZHAO Z R, JIANG F Y, et al. An analytic algorithm of time-varying mesh stiffness of helical gears considering temperature effect [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2020, 47(2): 6-13. (in Chinese)

[16] GOU X F, ZHU L Y, QI C J. Nonlinear dynamic model of a gear-rotor-bearing system considering the flash temperature [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 410: 187-208.

[17] PAN W J, LI X P, WANG L L, et al. Nonlinear response analysis of gear-shaft-bearing system considering tooth contact temperature and random excitations [J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 68: 113-136.

[18] HU B, ZHOU C J, WANG H B, et al. Nonlinear tribo-dynamic model and experimental verification of a spur gear drive under loss-of-lubrication condition[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 153: 107509.

[19] 郭恒，刘卓婷，孙玉玖，等. 基于Workbench的齿轮稳态温度场和传动误差分析[J]. 机械传动，2023，47(5)：98-104.
GUO H, LIU Z T, SUN Y J, et al. Analysis of gear bulk temperature field and transmission errors based on workbench[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2023, 47(5): 98-104. (in Chinese)

[20] KLEIN MEULEMAN P, WALTON D, DEARN K D, et al. Minimization of transmission errors in highly loaded plastic gear trains[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2007, 221(9): 1117-1129.

[21] LIU F, CHEN Y H, XIE H P, et al. Study on the meshing stiffness of plastic helical gear meshing with metal worm via point-contact [J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 176: 105040.

[22] XU Z L, YU W N, SHAO Y M. A refined analytical model for the mesh stiffness calculation of plastic gear pairs [J]. Applied Mathematical Modelling, 2021, 98: 71-89.

[23] 张千喜，肖正明，周川，等. 混合润滑下齿轮啮合温度场仿真及其参数影响规律分析[J]. 摩擦学学报(中英文)，2024，44(12)：1752-1763.
ZHANG Q X, XIAO Z M, ZHOU C, et al. Simulation of gear meshing temperature field under mixed lubrication and analysis of parameter influence law [J]. Tribology, 2024, 44(12): 1752-1763. (in Chinese)

[24] FERNANDES C M C G, ROCHA D M P, MARTINS R C, et al. Finite element method model to predict bulk and flash temperatures on polymer gears[J]. Tribology International, 2018, 120: 255-268.

[25] ZHANG Q X, XIAO Z M, XIANG Z Y. Analysis of steady-state temperature field of planetary gears considering load distribution and mixed oil-air medium[J]. Tribology International, 2024, 200: 110062.

[26] ZHOU C J, XING M C, WANG H B, et al. A novel thermal network model for predicting the contact temperature of spur gears [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2021, 161: 106703.