

四旋翼吊运系统滑模抗摆控制方法

文 斌^{1,2}, 吕文丹², 梅启程², 魏雅慧³, 吴 凯²

(1. 梯级水电站运行与控制湖北省重点实验室(三峡大学), 湖北 宜昌 443002; 2. 三峡大学 电气与新能源学院, 湖北 宜昌 443002; 3. 三峡大学 创新创业学院(大学生素质教育中心), 湖北 宜昌 443002)

摘 要: 针对四旋翼吊运系统在运输任务中因负载摆动导致轨迹跟踪性能下降的问题, 提出了一种基于非线性扩张状态观测器的非奇异快速滑模抗摆控制方案。通过 Lagrange-Euler 方程建立四旋翼吊运系统的动力学模型, 并将系统分解为位置控制、姿态控制和摆角抑制 3 个子系统。针对各子系统分别设计非奇异快速滑模控制器, 结合 NESO 对模型不确定性、外部扰动及传感器噪声进行实时估计与补偿。仿真结果表明: 相较于无摆角抑制的控制方案, 本文方法使负载摆角最大幅度减少约 30%, 摆动持续时间和负载振荡次数都大大降低, 同时位置与姿态子系统的轨迹跟踪精度显著提升。该方案通过动态解耦与协同控制设计兼顾了系统鲁棒性与计算效率, 为四旋翼吊运系统的工程应用提供了有效解决方案。

关键词: 导航制导与控制; 四旋翼吊运系统; 非奇异快速终端滑模; 非线性扩张状态观测器; 摆动抑制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2026)07-1798-13

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20241340

Sliding mode anti-sway control methods for quadrotor transportation systems

WEN Bin^{1,2}, LV Wen-dan², MEI Qi-cheng², WEI Ya-hui³, WU Kai²

(1. Hubei Provincial Key Laboratory for Operation and Control of Cascaded Hydropower Station (China Three Gorges University), Yichang 443002, China; 2. College of Electrical Engineering & New Energy, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 3. Innovation and Entrepreneurship College (Undergraduate Quality Education Center), China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: A control scheme using non-singular fast sliding mode control and a Nonlinear Extended State Observer (NESO) is proposed to solve the problem of reduced trajectory tracking performance caused by load swinging during transport in quadrotor load transportation systems. First, the dynamic model of the quadrotor system is built using Lagrange-Euler equations. The system is divided into three parts: position control, attitude control, and swing angle suppression. Controllers are designed for each part. NESO is used

收稿日期: 2024-12-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62273200); 湖北省输电线路工程技术研究中心研究基金项目(2022KXL03); 湖北省自然科学基金联合基金项目(2024AFD409).

作者简介: 文斌(1985-), 男, 讲师, 博士. 研究方向: 鲁棒控制理论, 非线性系统理论. E-mail: wenbin_08@126.com

通信作者: 魏雅慧(1990-), 女, 讲师, 硕士. 研究方向: 非线性系统控制, 无人机飞行器控制.

E-mail: weiyahui@ctgu.edu.cn

to estimate and compensate for uncertainties, disturbances, and noise in real time. Simulations show that this method reduces the maximum load swing angle by about 30%, and significantly cuts swing duration and load oscillation times compared to methods without swing control. It also improves the trajectory tracking accuracy of position and attitude controls. This scheme balances robustness and efficiency through decoupled and coordinated control, offering a practical solution for quadrotor transportation systems.

Key words: navigation, guidance, and control; quadrotor transportation system; non-singular fast terminal sliding mode; nonlinear extended state observer; swing suppression

0 引言

四旋翼吊运系统不仅体积小,无须特殊起降平台,而且灵活性高,非常适合城市高楼间的运输任务,性价比远超传统直升机运输。然而,四旋翼吊运系统在执行运输任务过程中,吊运负载的惯性往往导致不可避免的摆动,这不仅影响了系统的轨迹跟踪性能,还带来了安全隐患。因此,探索四旋翼吊运系统的有效抗摆控制策略,已成为当前研究的重要课题^[1-4]。

为了应对四旋翼吊运系统在抗摆控制上的挑战,国内外学者进行了大量研究。文献[5]通过非线性反摆动控制实现摆角抑制,但未考虑负载质量突变或外部风扰引起的模型参数摄动,导致实际场景中鲁棒性不足;文献[6]设计了自适应控制器以应对不同负载质量,但其参数更新依赖于精确的负载动力学方程,在复杂扰动下易出现收敛延迟;文献[7]提出了一种基于事件驱动的在线自适应轨迹规划策略,通过事件驱动机制降低计算负担,优化了吊运过程中负载摆动的轨迹,这种方法的负载摆动快速抑制效果较弱;文献[8]采用自适应神经网络容错控制,需在线更新网络权重以应对海洋风场扰动,导致计算资源占用率高,难以满足四旋翼吊运系统对毫秒级响应的实时性需求;文献[9]基于强化学习的轨迹规划方法需反复迭代求解最优策略,虽能逼近最优状态值函数,但训练过程耗时,难以直接部署于嵌入式飞控平台;文献[10]在缺乏负载速度测量和电缆长度信息的情况下设计了轨迹跟踪控制器,但未将摆角动力学与无人机位姿控制解耦,导致系统在快速机动或突发扰动时可能出现稳定性恶化。

针对上述方法出现的模型依赖性强、计算复杂、耦合效应未解决等问题,本文提出了一种结合非线性扩张状态观测器(Nonlinear extended state observer, NESO)的非奇异快速终端滑模(Non-

singular fast terminal sliding mode, NFTSM)抗摆控制方案。

本文的主要贡献有:①引入NESO,将模型不确定性、外部风扰及传感器噪声统一视为“总和扰动”进行实时估计,并通过前馈补偿将其消除,相较于文献[5-7]依赖精确模型的假设,本文方法显著提升了系统的鲁棒性;②利用NFTSM和幂次趋近律的特性,提高轨迹跟踪和负载摆角的收敛速度;③与文献[1]的单一子系统控制相比,本文通过位置、姿态、摆角子系统的协同设计,实现了全局稳定性,将系统分解为完全驱动位置、姿态子系统与欠驱动摆角子系统,分别设计独立控制器,并通过虚拟力矩实现动态解耦;④相较于文献[8, 9]的智能算法,本文方案仅需线性计算复杂度,更适合工程应用。

1 模型建模与问题描述

1.1 四旋翼吊运系统的结构

四旋翼吊运系统主要由两部分构成:一部分是提供动力的四旋翼无人机主体;另一部分是通过吊挂绳与主体相连的负载。四旋翼吊运系统通过位于四角的旋翼转动来提供系统动力,当系统开始运动时,系统的运行速度、加速度、运行方向、吊运负载的质量以及吊挂绳的长度等因素共同影响负载的摆动特性。采用图1所示的四旋翼吊运系统结构进行系统动力学建模。表1为系统建模过程中重要参数的说明。

无人机机体坐标系是以“十字”形结构为基础建立的,而惯性坐标系 (x_e, y_e, z_e) 和机体坐标轴 (x_b, y_b, z_b) 的方向以及旋转的正方向都遵循右手定则。

四旋翼无人机4个旋翼转速 $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ 与机体所受升力 u_1 和绕机体坐标轴 x_b, y_b, z_b 的转动角速度 $u_{\phi, \theta, \psi}$ 的关系式如式(1)所示。

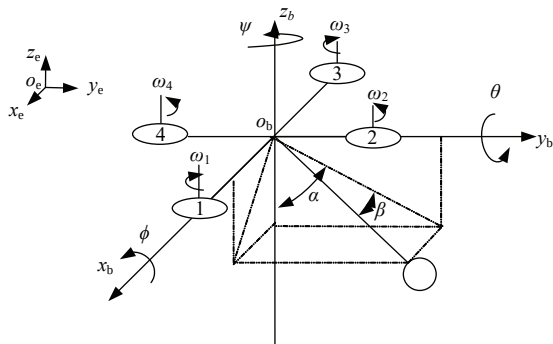


图 1 四旋翼吊运系统结构示意图

Fig. 1 Diagram illustrating the structure of the quadrotor suspension system

表 1 建立模型所用变量解释

Table 1 Explanation of variables used in model construction

符号	意 义
x, y, z	四旋翼质心的位置在惯性坐标系的位置坐标
M	无人机的质量
α	吊挂绳在 yoz 平面的投影与 z 轴的夹角
ω_{1-4}	4 个旋翼的转速
l	四旋翼的轴距
ϕ, θ, ψ	绕机体坐标系 x_b, y_b, z_b 三轴逆时针转动的角度
m	负载的质量
β	吊挂绳与 yoz 平面的夹角
g	重力加速度
L	吊挂绳的长度

$$\begin{cases} u_1 = c_T(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ u_\phi = lc_T(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ u_\theta = lc_T(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ u_\psi = c_M(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (1)$$

式中: c_T 为升力系数; c_M 为反扭矩系数; l 为旋翼中心到无人机质心的距离。

1.2 四旋翼吊运系统动力学模型的建立

为简化系统的动力学模型,做出以下假设:①四旋翼无人机是对称且刚性的;②负载通过绳索连接在四旋翼无人机的质心部分,且绳索无质量,非弹性,始终处于张紧的状态;③负载可以视作质点,始终位于无人机的下方;④忽略空气阻力。

基于 Euler-Lagrange 方程,建立动力学模型,具体建模过程如下^[11,12]:

首先,基于上述假设,以惯性坐标系为基准,建立位置摆角动力学模型,四旋翼无人机质心位置表示为 (x, y, z) , 负载位置 (x_p, y_p, z_p) 可以表示为:

$$\begin{cases} x_p = x + L\sin(\beta) \\ y_p = y + L\cos(\beta)\sin(\alpha) \\ z_p = z - L\cos(\beta)\cos(\alpha) \end{cases} \quad (2)$$

整个四旋翼吊运系统的动能主要分为两个部分四旋翼无人机的动能 K_p 和负载的动能 K_u , 各部分动能可以表示为:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{1}{2} M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \\ K_u &= \frac{1}{2} m (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2) \end{aligned} \quad (3)$$

将地平面当作零势能面,得到系统的重力势能 V 为:

$$V = Mgz + mgz_p \quad (4)$$

定义 Lagrange 函数为:

$$F = K_p + K_u - V \quad (5)$$

应用 Lagrange 方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial F}{\partial q} = f \quad (6)$$

q 为广义坐标系,包含 x, y, z, α, β 这 5 个状态变量, f 为系统的广义力,将式 (2)~(5) 代入式 (6),整理后得到位置摆角系统动力学模型:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = bu_1 \quad (7)$$

式中: q 为系统的状态变量; u_1 为四旋翼的升力; $M(q)$ 为系统惯性矩阵; $C(q, \dot{q})$ 为向心力矩阵; $G(q)$ 为重力向量矩阵; b 为机体坐标系到惯性坐标系的坐标转换矩阵。

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & m_{15} \\ 0 & m_{22} & 0 & m_{24} & m_{25} \\ 0 & 0 & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ 0 & m_{42} & m_{43} & m_{44} & 0 \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & 0 & m_{55} \end{bmatrix};$$

$$C(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c_{15} \\ 0 & 0 & 0 & c_{24} & c_{25} \\ 0 & 0 & 0 & c_{34} & c_{35} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54} & 0 \end{bmatrix};$$

$$G(q) = [0 \quad 0 \quad g \quad \sin(\alpha)g \quad \cos(\alpha)\sin(\beta)g]^T$$

$$b = [b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad 0 \quad 0]^T$$

$M(q)$ 矩阵的参数为:

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = M + m;$$

$$m_{15} = mL\cos(\beta); m_{24} = mL\cos(\beta)\cos(\alpha);$$

$$m_{25} = -mL\sin(\beta)\sin(\alpha);$$

$$m_{34} = mL\cos(\beta)\sin(\alpha); m_{35} = mL\sin(\beta)\cos(\alpha);$$

$$m_{42} = \cos(\alpha); m_{43} = \sin(\alpha); m_{44} = \cos(\beta);$$

$$m_{51} = \cos(\beta); m_{52} = -\sin(\beta)\sin(\alpha);$$

$$m_{53} = \sin(\beta)\cos(\alpha); m_{55} = L.$$

$C(q, \dot{q})$ 矩阵的参数为:

$$c_{15} = -mL\sin(\beta)\dot{\beta};$$

$$c_{24} = -mL\cos(\beta)\sin(\alpha)\dot{\alpha} - 2mL\dot{\beta}\sin(\beta)\cos(\alpha);$$

$$c_{25} = -mL\cos(\beta)\sin(\alpha)\dot{\beta};$$

$$c_{34} = mL\cos(\beta)\cos(\alpha)\dot{\alpha} - 2mL\dot{\beta}\sin(\beta)\sin(\alpha);$$

$$c_{35} = mL\cos(\beta)\cos(\alpha)\dot{\beta};$$

$$c_{44} = -2L\sin(\beta)\dot{\beta}, c_{54} = L\sin(\beta)\cos(\beta)\dot{\alpha};$$

b 矩阵的参数为:

$$b_1 = \cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi);$$

$$b_2 = \cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi);$$

$$b_3 = \cos(\phi)\cos(\theta).$$

将式(7)作部分整理可以得到:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{b_1}{M+m}u_1 - \frac{m_{15}\ddot{\beta} + c_{15}\dot{\beta}}{M+m} + d_x \\ \ddot{y} = \frac{b_2}{M+m}u_1 - \frac{m_{24}\ddot{\alpha} + m_{25}\ddot{\beta} + c_{24}\dot{\alpha} + c_{25}\dot{\beta}}{M+m} + d_y \\ \ddot{z} = \frac{b_3}{M+m}u_1 - \frac{m_{34}\ddot{\alpha} + m_{35}\ddot{\beta} + c_{34}\dot{\alpha} + c_{35}\dot{\beta}}{M+m} - g + d_z \\ \ddot{\alpha} = -\frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)}\ddot{y} - \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\beta)}\ddot{z} + 2L\tan(\beta)\dot{\beta}\dot{\alpha} - \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\beta)}g \\ \ddot{\beta} = -\frac{\cos(\beta)}{L}\ddot{x} + \frac{\sin(\beta)\sin(\alpha)}{L}\ddot{y} - \frac{\sin(\beta)\cos(\alpha)}{L}\ddot{z} - \sin(\beta)\cos(\beta)\dot{\alpha}^2 - \frac{\sin(\beta)\cos(\alpha)g}{L} \end{cases} \quad (8)$$

然后,通过欧拉方程可以解算出四旋翼吊运系统姿态动力学模型^[13]:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{lu_{\phi} + \dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z)}{I_x} + d_{\phi} \\ \ddot{\theta} = \frac{lu_{\theta} + \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x)}{I_y} + d_{\theta} \\ \ddot{\psi} = \frac{lu_{\psi} + \dot{\phi}\dot{\theta}(I_x - I_y)}{I_z} + d_{\psi} \end{cases} \quad (9)$$

式中: I_x, I_y, I_z 分别为无人机绕 x_b, y_b, z_b 轴旋转的转动惯量。

1.3 控制问题的分解

为实现对位置摆角子系统与姿态子系统的有

效分离,结合式(8)(9)中得到的系统模型,引入3个虚拟力矩 u_x, u_y, u_z :

$$\begin{cases} u_x = \frac{b_1}{M+m}u_1 \\ u_y = \frac{b_2}{M+m}u_1 \\ u_z = \frac{b_3}{M+m}u_1 \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)可以解得虚拟控制力矩 $u_{x,y,z}$ 与期望姿态角 ϕ_d, θ_d 以及系统的总升力 u_1 的转化关系:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{(M+m)u_z}{\cos(\phi_d)\cos(\theta_d)} \\ \phi_d = \arctan\left(\frac{\cos(\theta_d)(\sin(\phi_d)u_x - \cos(\phi_d)u_y)}{u_z}\right) \\ \theta_d = \arctan\left(\frac{\cos(\phi_d)u_x + \sin(\phi_d)u_y}{u_z}\right) \end{cases} \quad (11)$$

式中: ϕ_d, θ_d 分别为横滚角与俯仰角的期望轨迹,由此可以得到位置摆角子系统与姿态子系统的转化公式。

由式(8)~(10)可知,此时位置摆角子系统具有5个输出 x, y, z, α, β 和3个输入 $u_{x,y,z}$,姿态子系统具有3个输出 ϕ, θ, ψ 和3个输入 $u_{\phi, \theta, \psi}$ 。由此可以将整个动力学模型分为完全驱动和欠驱动两部分,分别定义完全驱动状态变量 $P = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ 和欠驱动状态变量 $\Omega = [\alpha, \beta]^T$,系统输入 $T_u = [u_x, u_y, u_z, u_{\phi}, u_{\theta}, u_{\psi}]^T$,通过 P, Ω 和 T_u 可以将模型式(8)(9)的完全驱动部分表示为:

$$\ddot{P} = f(P) + g(P)T_u + d_p \quad (12)$$

式中: $g(P)$ 为 $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ 子系统系统输入的系数向量; $f(P)$ 为除系统输入的那一项外的其他参数向量; d_p 为模型建立过程中各子系统的相互扰动和不确定干扰量。

由系统特性可知,系统欠驱动变量 Ω 中的 β 与 u_x 关联最深, α 与 u_y 的关联最深。结合式(8)(10)得到:

$$\begin{cases} \ddot{\beta} = f(\beta) + g(\beta)u_x + d_{\beta} \\ \ddot{\alpha} = f(\alpha) + g(\alpha)u_y + d_{\alpha} \end{cases} \quad (13)$$

式中: $f(\beta), g(\beta)$ 和 $f(\alpha), g(\alpha)$ 分别为 β, α 子系统的模型参数。

为了保证摆角子系统的平衡点归零, d_{α}, d_{β} 为

摆角子系统受到位置子系统的扰动。结合式(8), d_α, d_β 可以表示为:

$$\begin{cases} d_\alpha = \frac{(M+m)\cos(\alpha)}{ML\cos(\beta)}d_y + \frac{(M+m)\sin(\alpha)}{ML\cos(\beta)}d_z \\ d_\beta = \frac{(M+m)\cos(\beta)}{ML}d_x + \frac{(M+m)\sin(\beta)\sin(\alpha)}{ML}d_y + \frac{(M+m)\sin(\beta)\cos(\alpha)}{ML}d_z \end{cases} \quad (14)$$

由式(12)(13)可知,吊运负载的两个摆角变量无法直接控制,只能通过位置控制信号间接控制。令 x, β, y, α 子系统的控制器输出为 $u_{x1}, u_{x2}, u_{y1}, u_{y2}$, 有:

$$\begin{cases} u_x = u_{x1} + u_{x2} \\ u_y = u_{y1} + u_{y2} \end{cases} \quad (15)$$

1.4 扰动来源与约束分析

1.4.1 扰动来源分析

(1) 外部环境扰动

风扰:无人机在户外执行任务时,风速变化及局部气流不稳定会导致位置和姿态的偏差。

温度与湿度变化:可能影响传感器精度或电机推力特性。

(2) 系统参数不确定性

负载质量变化:运输过程中负载质量可能因装卸或部分脱落发生突变。

吊绳长度不精确:实际吊绳长度可能与标称值存在偏差(例如因拉伸或收缩)。

惯性参数摄动:无人机或负载的质心偏移、转动惯量变化未被精确建模。

(3) 传感器噪声

位姿测量误差:GPS、IMU(惯性测量单元)的噪声导致位置、姿态角估计偏差。

摆角检测误差:视觉或编码器测量负载摆角时的量化噪声。

(4) 未建模动力学

电缆弹性振动:假设吊绳为刚性无质量,但实际中可能因负载摆动引发高频振动。

空气阻力残余影响:原模型忽略空气阻力,但在高速运动或大负载场景下,其影响不可忽视。

1.4.2 扰动约束条件

为保障控制器的稳定性与鲁棒性,需对扰动进行数学约束:

(1) 有界性约束。假设所有扰动信号的能量

有限,即满足: $\|d(t)\| \leq D (D > 0)$, 其中, D 为扰动幅度的上界,例如风扰的最大瞬时风速对应的等效力。

(2) 动态变化速率约束。扰动信号的时变速率受物理规律限制,满足 Lipschitz 连续性:

$$\|d(t_1) - d(t_2)\| \leq H \|t_1 - t_2\| (H > 0)$$

该条件确保扰动不会发生突变。

(3) 频域约束。低频扰动:如风扰或负载质量缓慢变化,频率范围通常低于系统控制带宽。

高频噪声:如传感器量化误差,需通过滤波器抑制其影响。

1.4.3 扰动对控制系统的影响

不同扰动类型对系统的威胁程度存在差异。

低频大范围扰动(如风扰):直接影响无人机位姿跟踪精度,需通过前馈补偿或高增益反馈抑制;高频小幅度噪声(如传感器误差):可能引发控制器抖振,需结合滤波算法(如低通滤波)平滑信号;参数不确定性(如吊绳长度偏差):导致模型失配,需通过观测器在线估计。

1.4.4 与控制器设计的关联性

(1) NESO 的作用。将总扰动作为扩张状态进行实时估计,无需依赖精确扰动模型;通过误差反馈机制,确保估计值快速收敛至真实扰动。

(2) 滑模控制的鲁棒性增强。在控制律中引入扰动补偿项抵消扰动对系统的影响;结合趋近律设计,抑制扰动引起的抖振。

2 非线性扩张状态观测器的设计

上述扰动会严重影响控制器的控制性能,为提高系统的鲁棒性,需要对扰动进行估计并补偿到控制系统中。常用的扰动估计方法有扩张状态观测器(ESO)与扰动观测器(Disturbance observer, DOB)。ESO 能将系统内外扰动统一视为扩张状态进行估计,而 DOB 需依赖精确的逆模型,逆模型误差会直接导致扰动估计失真。

相比较而言,ESO 更适合多扰动、强耦合、模型不确定性高的系统;DOB 则适用于模型相对准确、扰动频率较低的场合。结合四旋翼吊运系统多扰动、强耦合的特性,本文选择 ESO 作为核心设计,结合非线性反馈机制,在式(12)(13)的基础上设计 NESO 估计各个子系统的扰动。

在构建非线性扩张状态观测器时,使用符号 η_i 代表系统的状态输出变量,令 $\eta_i = [x, y, z, \phi, \theta,$

ψ^T , $d_\eta = [d_x, d_y, d_z, d_\phi, d_\theta, d_\psi]^T$ 。假设 d_η 都有一阶微分并满足 Lipschitz 条件,且都有界。

将系统扰动 d_η 作为系统的扩张状态,令 $\dot{d}_\eta = h$,由式(12)(13)得到被观测系统的状态空间表达式:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 = \eta_3 + f(\eta) + g(\eta)T_u \\ \dot{\eta}_3 = h \end{cases} \quad (16)$$

令 ϵ 为观测误差,引入非线性反馈函数 $g_n(\epsilon)$:

$$g_n(\epsilon) = |\epsilon|^{\frac{1}{2(n-1)}} \text{sign}(\epsilon) \quad (17)$$

式中: $\text{sign}()$ 为标准符号函数; n 为系统阶数。

NESO 可以设计为:

$$\begin{cases} \epsilon = \eta_1 - \hat{\eta}_1 \\ \dot{\hat{\eta}}_1 = \hat{\eta}_2 + \mu_1 g_1(\epsilon) \\ \dot{\hat{\eta}}_2 = \hat{\eta}_3 + f(\eta) + g(\eta)T_u + \mu_2 g_2(\epsilon) \\ \dot{\hat{\eta}}_3 = \mu_3 g_3(\epsilon) \end{cases} \quad (18)$$

式中: $\hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2, \hat{\eta}_3$ 分别为 η_1, η_2, η_3 的观测值; μ_1, μ_2, μ_3 为 NESO 的误差反馈增益。

3 滑模控制器的设计

非奇异快速终端滑模(Nonsingular fast terminal sliding mode, NFTSM)是一种结合了非奇异性和快速收敛特性的滑模控制方法。它在传统终端滑模控制的基础上,通过引入非线性项和快速收敛项,解决了传统终端滑模控制中的奇异性问题,并提高了系统的收敛速度。

本文为实现四旋翼吊运负载运动时的快速抗摆控制,以式(12)(13)为研究对象,采用非奇异快速终端滑模控制算法对四旋翼吊运系统进行控制器的设计,如图2所示。

本文提出的非奇异快速终端滑模控制方案与传统终端滑模的区别在于:①非奇异性设计:通过引入非线性项,本文的控制器设计避免了传统终端滑模控制中的奇异性问题。这使得控制信号在整个操作范围内保持连续性,显著提高了系统的稳定性和可靠性。②快速收敛特性:结合快速收敛项,本文的控制器能在短时间内将系统状态驱动到滑模面上,并保持在滑模面上,从而实现快速的轨迹跟踪和摆角抑制。③结合非线性扩张状态观测器(NESO):本文将非奇异快速终端滑模控制与 NESO 相结合,通过估计和补偿系统中的扰动和不确定

性参数,进一步增强了控制系统的鲁棒性。

3.1 位置姿态控制器的设计

由式(12)为基础设计位置姿态子系统的控制器,以高度 z 子系统为例,根据控制目标 $e_z \rightarrow 0$,设计如下的非奇异快速终端滑模面:

$$s_z = a_z e_z + \dot{e}_z + c_z \dot{e}_z^\gamma \quad (19)$$

式中: $a_z > 0, c_z > 0, 1 < \gamma < 2$ 且 $\gamma - 1$ 的分子为偶数。

非奇异快速终端滑模控制器的设计需要尽量避免出现输出抖振。结合幂次项,趋近律可以设计为如下形式:

$$\dot{s}_z = -k_{1z} s_z - k_{2z} |s_z|^\gamma \text{sign}(s_z) \quad (20)$$

式中: $k_{1z} > 0, k_{2z} > 0$ 。

控制律 u_z 可以设计为:

$$u_z = \frac{a_z \dot{e}_z - \dot{s}_z}{g(z) + c_z \gamma \dot{e}_z^{\gamma-1} g(z)} + \frac{\ddot{z}_d - f(z) - \hat{d}_z}{g(z)} \quad (21)$$

式中: $\hat{d}_z$ 为观测器估计的扰动。

同理可得, x, y, ϕ, θ, ψ 子系统控制器:

$$\begin{cases} u_{x1} = \frac{a_x \dot{e}_x - \dot{s}_x}{g(x) + c_x \gamma \dot{e}_x^{\gamma-1} g(x)} + \frac{\ddot{x}_d - f(x) - \hat{d}_x}{g(x)} \\ u_{y1} = \frac{a_y \dot{e}_y - \dot{s}_y}{g(y) + c_y \gamma \dot{e}_y^{\gamma-1} g(y)} + \frac{\ddot{y}_d - f(y) - \hat{d}_y}{g(y)} \\ u_\phi = \frac{a_\phi \dot{e}_\phi + \dot{s}_\phi}{g(\phi) + c_\phi \gamma \dot{e}_\phi^{\gamma-1} g(\phi)} + \frac{\ddot{\phi}_d - f(\phi) - \hat{d}_\phi}{g(\phi)} \\ u_\theta = \frac{a_\theta \dot{e}_\theta + \dot{s}_\theta}{g(\theta) + c_\theta \gamma \dot{e}_\theta^{\gamma-1} g(\theta)} + \frac{\ddot{\theta}_d - f(\theta) - \hat{d}_\theta}{g(\theta)} \\ u_\psi = \frac{a_\psi \dot{e}_\psi + \dot{s}_\psi}{g(\psi) + c_\psi \gamma \dot{e}_\psi^{\gamma-1} g(\psi)} + \frac{\ddot{\psi}_d - f(\psi) - \hat{d}_\psi}{g(\psi)} \end{cases} \quad (22)$$

式中: u_{x1}, u_{y1} 为使得 x, y 子系统满足 $e_{x,y} \rightarrow 0$ 控制目标的控制律; $\hat{d}_{x,y,\phi,\theta,\psi}$ 为观测器估计的扰动。

3.2 摆角控制器的设计

由式(12)为基础设计摆角子系统的控制器,根据控制目标 $\alpha, \beta \rightarrow 0$,设计如下的非奇异快速终端滑模面:

$$\begin{cases} s_\alpha = a_\alpha \alpha + \dot{\alpha} + c_\alpha \dot{\alpha}^\gamma \\ s_\beta = a_\beta \beta + \dot{\beta} + c_\beta \dot{\beta}^\gamma \end{cases} \quad (23)$$

趋近律设计为:

$$\begin{cases} \dot{s}_\alpha = -k_{1\alpha} s_\alpha - k_{2\alpha} |s_\alpha|^\gamma \text{sign}(s_\alpha) \\ \dot{s}_\beta = -k_{1\beta} s_\beta - k_{2\beta} |s_\beta|^\gamma \text{sign}(s_\beta) \end{cases} \quad (24)$$

对应的满足控制目标的位置信号的控制律可以设计为:

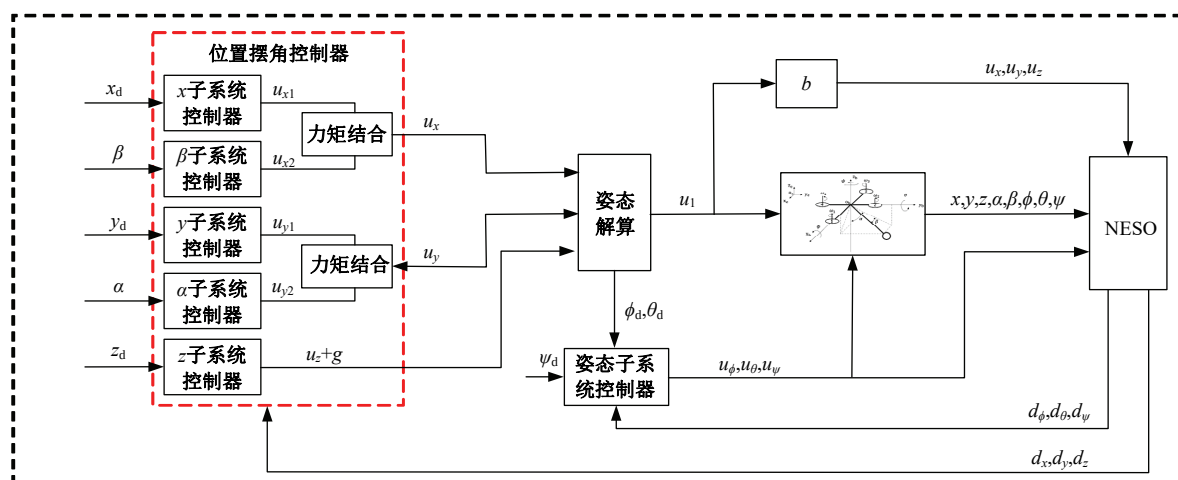


图2 控制系统结构图

Fig. 2 Structure diagram of the control system

$$\begin{cases} u_{x2} = -\frac{a_\beta \dot{\beta} - \dot{s}_\beta}{g(\beta) + c_\beta \gamma \dot{\beta}^{\gamma-1} g(\beta)} - \frac{f(\beta)}{g(\beta)} \\ u_{y2} = -\frac{a_\alpha \dot{\alpha} - \dot{s}_\alpha}{g(\alpha) + c_\alpha \gamma \dot{\alpha}^{\gamma-1} g(\alpha)} - \frac{f(\alpha)}{g(\alpha)} \end{cases} \quad (25)$$

由式(22)(25)得到的分别满足 $e_{x,y} \rightarrow 0$ 、 $\alpha, \beta \rightarrow 0$ 控制目标的控制律, 四旋翼吊运系统位置系统的控制律可以表示为:

$$\begin{cases} u_x = u_{x1} + u_{x2} \\ u_y = u_{y1} + u_{y2} \end{cases} \quad (26)$$

4 稳定性分析

4.1 NESO 稳定性分析

沿用本文第二部分非线性扩张状态观测器设计中的参数设定, 令各阶状态变量的观测误差为:

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \eta_1 - \hat{\eta}_1 \\ \epsilon_2 = \eta_2 - \hat{\eta}_2 \\ \epsilon_3 = \eta_3 - \hat{\eta}_3 \end{cases} \quad (27)$$

将式(16)与式(18)相减, 得到被观测系统与观测器系统的误差方程:

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_2 - \mu_1 g_1(\epsilon_1) \\ \dot{\epsilon}_2 = \epsilon_3 - \mu_2 g_2(\epsilon_1) \\ \dot{\epsilon}_3 = h - \mu_3 g_3(\epsilon_1) \end{cases} \quad (28)$$

由式(28)可知, 当 $h=0$, 误差方程的平衡点为 0, 误差方程的系数矩阵 A_e 为:

$$A_e = \begin{bmatrix} -\mu_1 \frac{g_1(\epsilon_1)}{\epsilon_1} & 1 & 0 \\ -\mu_2 \frac{g_2(\epsilon_1)}{\epsilon_1} & 0 & 1 \\ -\mu_3 \frac{g_3(\epsilon_1)}{\epsilon_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

当 $\mu_1 \mu_2 - \mu_3 > 0$ 时, 存在一个反对称矩阵 A 使得矩阵 AA_e 对称且正定^[14], 即可以得到 NESO 在零解处是渐近稳定的。

当误差系统达到稳态时, 式(28)可以等效为:

$$h - \mu_3 g_3(\epsilon_1) = \epsilon_3 - \mu_2 g_2(\epsilon_1) = \epsilon_2 - \mu_1 g_1(\epsilon_1) = 0 \quad (30)$$

由此 NESO 的静态误差为:

$$\epsilon_1 = \left(\frac{h}{\mu_3}\right)^4, \epsilon_2 = \mu_1 \epsilon_1 = \mu_1 \left(\frac{h}{\mu_3}\right)^4, \epsilon_3 = \mu_2 \left(\frac{h}{\mu_3}\right)^2 \quad (31)$$

综上所述, 当 μ_3 远大于 h 向量中的各个元素, 且 $\mu_1 \mu_2 - \mu_3 > 0$, 就可以得到 $\epsilon_3 = d_\eta - \hat{d}_\eta \rightarrow 0$ 。

4.2 滑模控制器稳定性分析

为了便于证明系统的有限时间稳定性, 以 z 子系统为例, 给出下列定理。

引理 1^[15]: 假设存在连续可微函数 $V(z)$, 且 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, 0 < \gamma < 1$ 并使得其满足下列条件:

- (1) $V(z)$ 为正定函数;
- (2) $V(z) \leq -\lambda_1 V(z) - \lambda_2 V^\gamma(z)$;

系统的初始状态为 z_0 , 状态变量 z 将在有限时间 t_s 内收敛到稳定点, 其收敛时间 t_s 为:

$$t_s \leq \frac{1}{\lambda_1(1-\gamma)} \ln \left(\frac{\lambda_1 V^{1-\gamma}(z_0) + \lambda_2}{\lambda_2} \right) \quad (32)$$

对所设计的设计控制器 u_z , 设计 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} s_z^2 > 0 \quad (33)$$

对式(30)求导, 并将式(19)~(21)代入得:

$$\dot{V} = s_z \dot{s}_z = s_z (\hat{d}_z - d_z - k_{1z} s_z - k_{2z} |s_z|^\gamma \text{sign}(s_z)) \quad (34)$$

因为 $k_{1z}, k_{2z} > 0$, 由于观测器的作用, $\hat{d}_z - d_z \rightarrow 0$, 所以可以得到:

$$\dot{V} \leq -2k_{1z} V - \sqrt{2} k_{2z} V^{\frac{\gamma+1}{2}} \quad (35)$$

由引理 1 即可以证明系统是有限时间稳定的, 其稳定时间为:

$$t_s \leq \frac{1}{k_{1z}(1-\gamma)} \ln \left(\frac{2k_{1z} V^{\frac{1-\gamma}{2}}(z_0) + \sqrt{2} k_{2z}}{\sqrt{2} k_{2z}} \right) \quad (36)$$

基于以上分析, 所选取的 u_z 能够保证 z 子系统在有限时间 t_s 内快速收敛至平衡点。

类似的其他子系统的滑模面和趋近律形式与 z 子系统相近, 同理可以得到位置运动控制器和姿态运动控制器都可以保证各自子系统是有限时间稳定的。

5 仿真实验

5.1 仿真设置

为验证本文中解耦控制和非奇异快速滑模控制器的有效性和可行性, 在 Simulink 环境中建立四旋翼吊运系统的动力学模型, 并利用 MATLAB Function 模块构建各个子系统的控制器的模型, 步长选择 $1e-3$, 系统动力学模型参数如表 2 所示。

表 2 四旋翼吊运系统模型参数

Table 2 Parameters of the quadrotor transportation system model

符号	参数	符号	参数
M	2.00 kg	m	0.40 kg
l	0.20 m	L	0.30 m
I_x, I_y	1.25 Ns ² /rad	I_z	2.5 Ns ² /rad

5.2 控制器参数与扰动设计

滑模控制器参数如表 3 所示, 三阶非线性扩张状态观测器参数如表 4 所示。

在进行仿真实验时, 系统初始状态皆为零, 设置仿真时间为 20 s。为了验证系统运动时本控制

表 3 滑模控制器参数

Table 3 Sliding mode controller parameters

符号	参数	符号	参数
$a_{x,y,z}$	0.8	$c_{x,y,z}$	0.5
$k_{1(x,y,z)}$	1	$k_{2(x,y,z)}$	1
$a_{\phi,\theta,\psi,a,\beta}$	5	$c_{\phi,\theta,\psi,a,\beta}$	1
$k_{1(\phi,\theta,\psi,a,\beta)}$	2	$k_{2(\phi,\theta,\psi,a,\beta)}$	2

表 4 三阶扩张状态观测器参数

Table 4 Parameters of the third-order extended state observer

符号	参数	符号	参数
$\mu_{1(x,y,z)}$	100	$\mu_{1(\phi,\theta,\psi)}$	50
$\mu_{2(x,y,z)}$	50	$\mu_{2(\phi,\theta,\psi)}$	10
$\mu_{3(x,y,z)}$	20	$\mu_{3(\phi,\theta,\psi)}$	10

方案对期望位置有优异的跟踪性能以及对摆角有良好的抑制性能, 期望轨迹设计为:

$$\begin{cases} x_d = 5 \\ y_d = \sin(t) + 5 \\ z_d = 10 + t \\ \psi_d = \pi/6 \end{cases} \quad (37)$$

各子系统扰动可以假设为:

$$\begin{cases} d_x = 0.2 \sin(t) \\ d_y = 0.2 \cos(t) \\ d_z = 0.5 \sin(t) \\ d_\phi = \cos(t) \\ d_\theta = \sin(t) \\ d_\psi = 1 \end{cases} \quad (38)$$

5.3 轨迹跟踪与摆角抑制效果

在式(37)的期望轨迹和式(38)的扰动的作用下, 将本控制方案作用下的摆角 β, α 的变化情况和无摆角抑制的控制系统做对比, 负载摆角抑制效果如图 3 所示: 图 3 中仿真结果验证了本文提出控制方案的在 x, y 方向上的轨迹跟踪和抗摆性能。在本文设计的期望轨迹下, 四旋翼吊运系统在 x, y 方向上由初始位置到期望位置的调节时间分别为 7.5 s 和 8 s, 对比没有摆角控制器的情况, 负载摆角最大幅度减少了 30%, 摆动持续时间基本上约等于位置运动停止时间。

为提升结论可靠度, 将实验重复 5 次, 以吊挂绳与 yoz 平面的夹角 β 为例, 最大摆动幅度、摆动持续时间 ($\beta < 0.01$ rad 时视为摆动停止) 为性能指标, 负载质量 m 在 0.2~0.6 kg 范围内均匀变化, 最大摆动幅度、摆动持续时间有摆角抑制和无摆角抑制的变化情况如表 5 所示 (保留 3 位小数)。

5.4 姿态与高度跟踪性能

为进一步提高系统稳定性, 在控制系统中的姿态解算后添加滤波限幅模块。对姿态解算出的姿态角期望值进行滤波处理, 使用四阶巴特沃斯 (Butterworth) 低通滤波器, 设置边缘滤波频率为 30 rad/s, 过滤掉高频信号。为了飞行安全, 可以

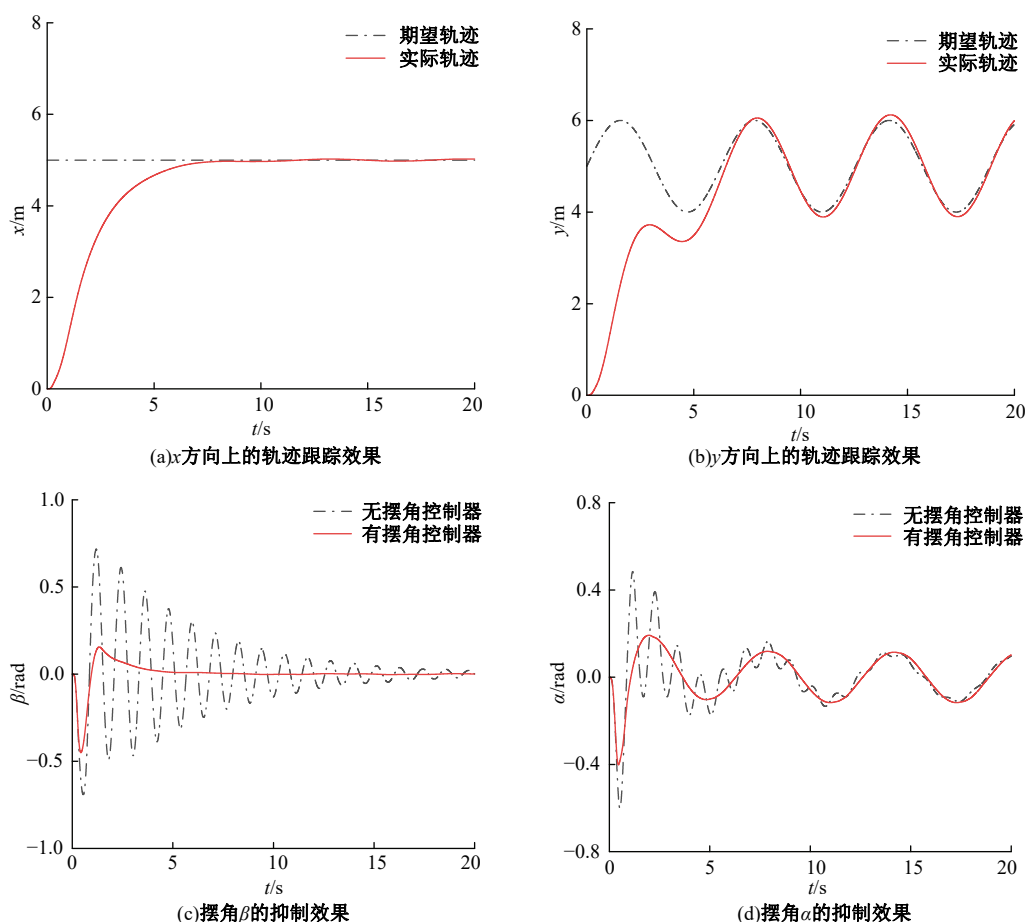


图 3 x 、 y 方向上的轨迹跟踪和摆角抑制效果

Fig. 3 Trajectory tracking and swing angle suppression effect in x and y directions

表 5 重复实验结果

Table 5 Results of repetitive experiments

负载质量/kg	最大摆动幅度/rad		摆动持续时间/s	
	有抑制	无抑制	有抑制	无抑制
0.2	0.456	0.742	5.006	>20
0.3	0.456	0.744	5.018	>20
0.4	0.456	0.744	5.022	>20
0.5	0.455	0.732	5.032	>20
0.6	0.454	0.707	5.040	>20

在姿态解算的输出中添加限幅器,设置边缘幅值为 0.3,使无人机的期望姿态角不会超过 20° 。姿态解算系统仿真结构如图 4 所示。

四旋翼吊运系统位置控制信号进行姿态解算之后得到的姿态角期望值,经过限幅滤波之后的

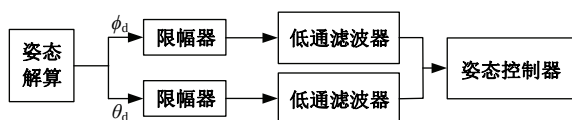


图 4 姿态解算系统仿真结构

Fig. 4 Simulation structure of the attitude calculation system

效果如图 5 所示。

当姿态角期望信号完成限幅滤波后,由图 6 (a)(b)(c)所示,设计的控制器可以很好地跟踪经过滤波之后的姿态角期望值。如图 6(d)还展示了高度控制器轨迹跟踪效果。

5.5 扰动估计与抖振抑制分析

本文对 x 、 y 、 z 、 ϕ 、 θ 、 ψ 这六个子系统分别设计非线性扩张状态观测器,较为精确地估计了各子系统的干扰量,其扰动估计效果如图 7 所示,本文所使用的非线性扩张状态观测器的扰动估计效果显著,基本上都可以在 2 s 时间内估算出扰动值,

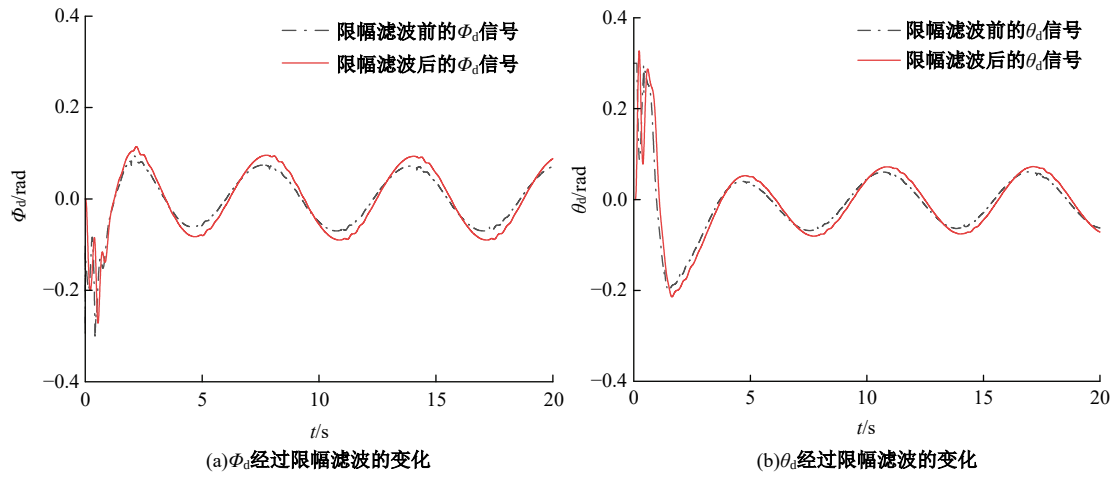


图 5 限幅滤波效果对比

Fig. 5 Comparison of amplitude limiting filtering effects

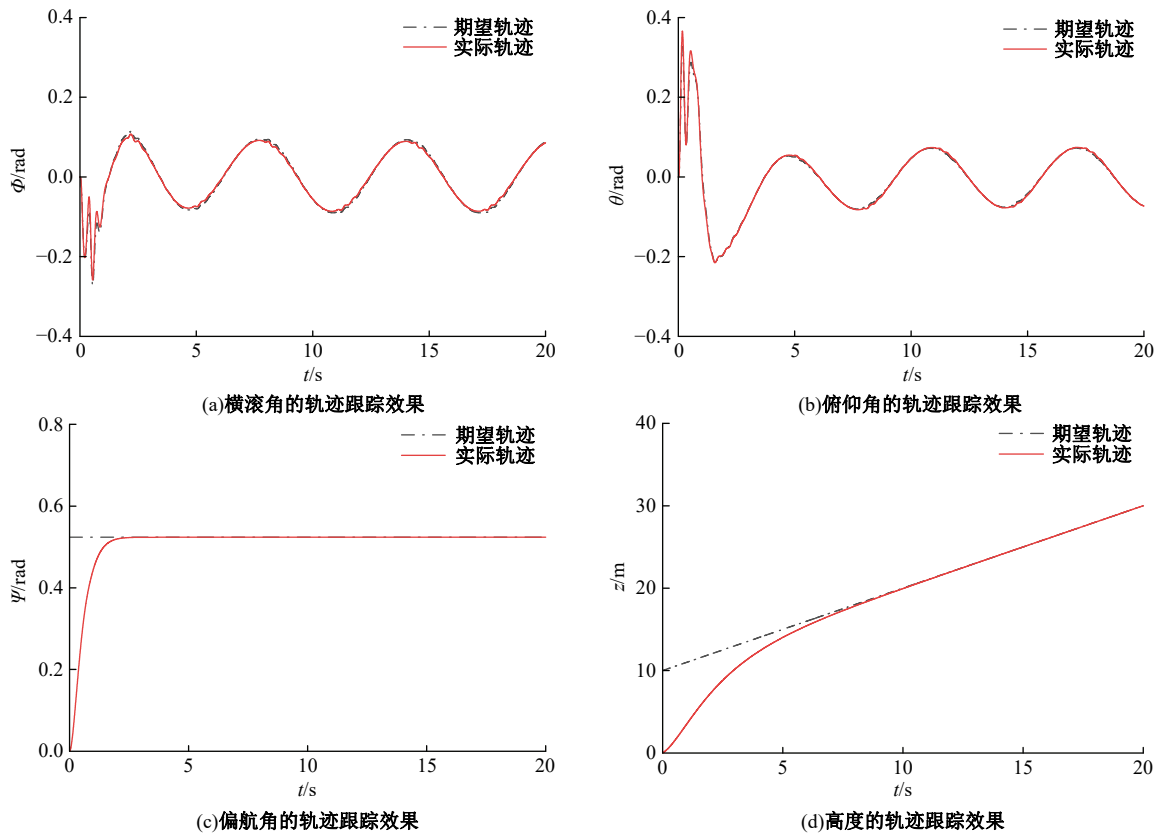


图 6 姿态角与高度信号跟踪效果

Fig. 6 Tracking effect of attitude angles and altitude signals

且在跟踪变化的扰动信号时,长时间跟踪误差都将控制在 5% 以内。

符号函数在滑模控制中用于实现快速切换,但其不连续性会导致控制信号的高频抖动。这种抖动不仅会增加系统的能耗,还可能对执行器造成损害。因此,如何削弱符号函数引入的抖振现象是滑模控制中的一个重要问题。本文通过引入幂次项的趋近律、应用非线性扩张状态观测器(NESO)以

及添加滤波限幅模块有效抑制了系统的抖振。

由图 8 所示,本文使用的结合幂次项的趋近律,对比指数趋近律 $\dot{s} = -k_1 s - k_2 \text{sign}(s)$,控制器 u_x 、 u_y 的输出抖振得到了有效抑制。

5.6 对比实验

为进一步验证所提控制方案的优越性,将本文提出的控制方案的摆角抑制效果与 ADRC^[16]和基于 BPNN 参数整定的 ADRC^[17]控制方法的

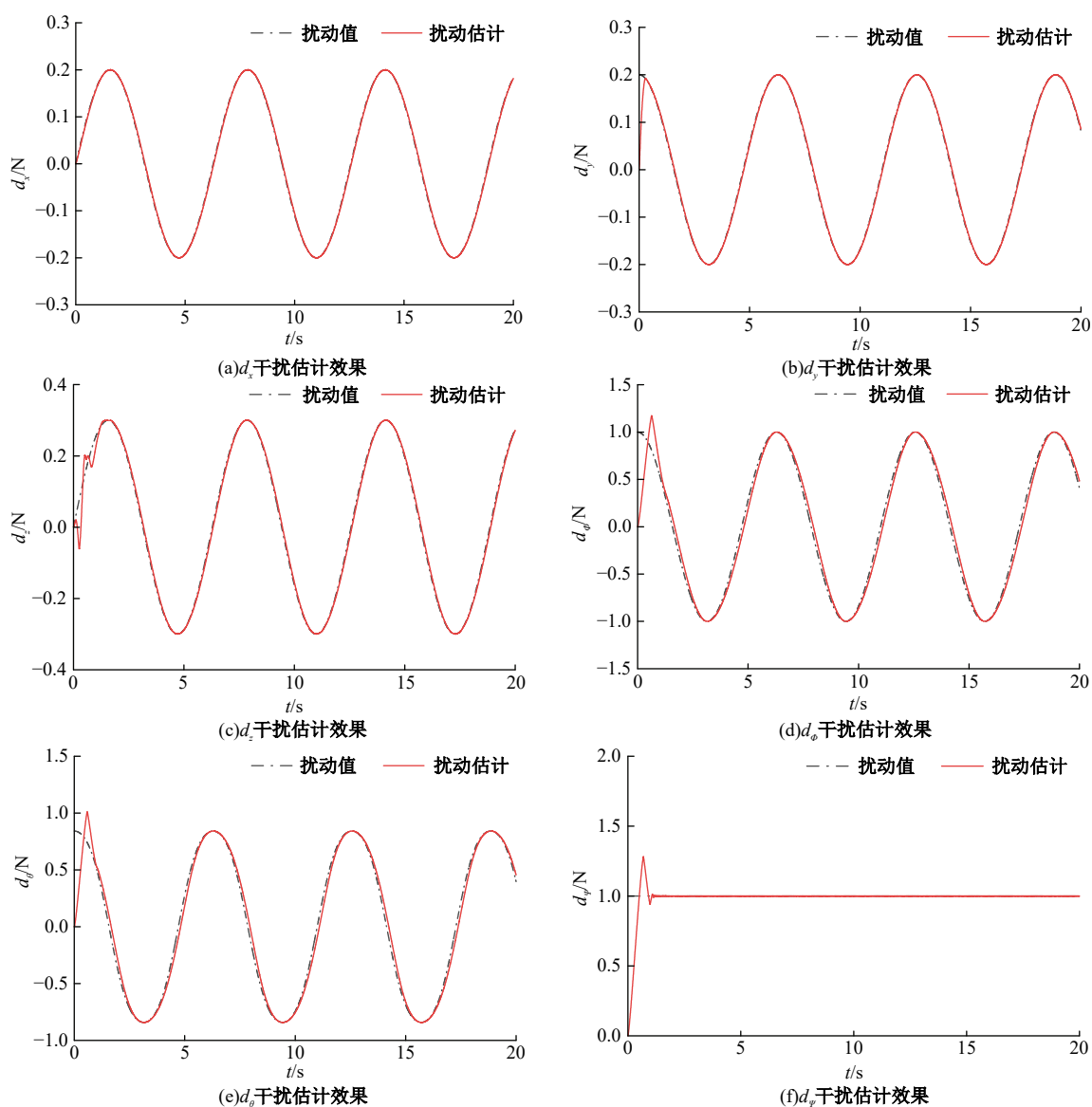


图 7 各子系统扰动估计效果

Fig. 7 Estimation effect of disturbances in each subsystem

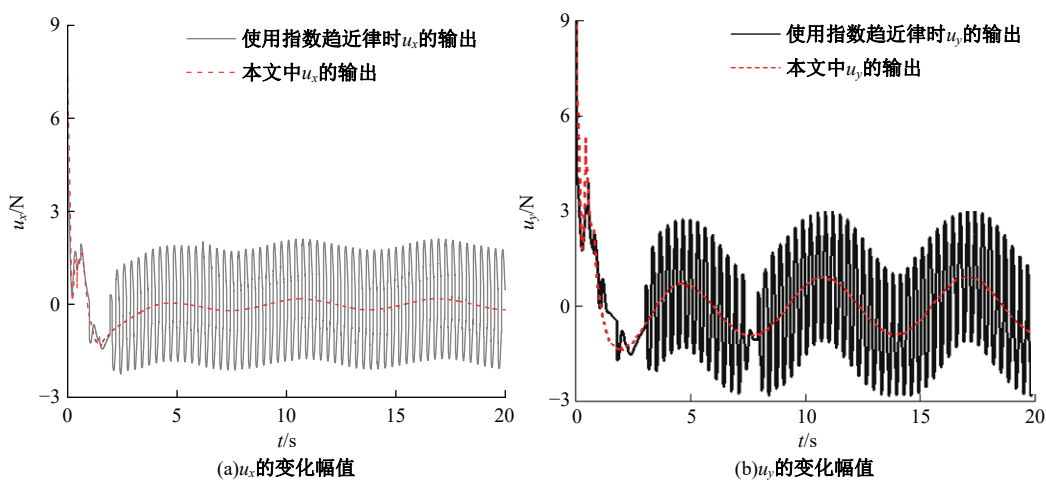


图 8 选择不同趋近律的控制器抖振情况对比

Fig. 8 Comparison of controller chattering with different reaching laws selected

效果进行对比,如图 9 所示。

以吊挂绳与 yoz 平面的夹角 β 为例,最大摆动幅度、摆动持续时间($\beta < 0.01$ rad 时视为摆动停止)和振荡次数为控制性能指标作对比,分析本文所提出控制方案对比 ADRC^[16] 与 BPNN-ADRC^[17] 的优势,具体对比结果如表 6 所示(最大摆动幅度和摆动持续时间结果保留 3 位小数)。

通过分析图 9 和表 6 可以得出,与文献[16, 17]的控制方法相比,本文提出的控制方案在负载

摆动持续时间、负载最大摆动幅度和摆动振荡次数方面的指标都更加优越。

6 结 论

(1)模型解耦与鲁棒性增强:通过将系统分解为位置、姿态和摆角子系统,并引入虚拟力矩实现动态解耦,结合 NESO 对总和扰动进行实时估计与补偿,显著提升了系统对参数摄动和外部扰动的鲁棒性。

(2)快速收敛与抖振抑制:采用 NFTSM 控制算法,通过幂次趋近律设计,在避免传统滑模奇异性问题同时,加快了轨迹跟踪和摆角抑制的收敛速度,并通过滤波限幅模块有效抑制了控制器输出抖振。

(3)仿真验证与性能优势:仿真结果表明,本文方案使负载摆角最大幅度降低约 30%,摆动持续时间和负载振荡次数都大大降低,且摆角抑制能力显著优于传统 ADRC 及 BPNN-ADRC 方法,验证了其在高动态场景下的有效性。

参考文献:

[1] 赵振华,肖亮,姜斌,等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2201-2210.
Zhao Zhen-hua, Xiao Liang, Jiang Bin, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers[J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2201-2210.

[2] Duan D Y, Leng G, Gao J, et al. Load distribution strategy for multi-lift system with helicopters based on power consumption and robust adaptive game control[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2023, 36(4): 268-285.

[3] Ren Y, Liu Z J, Zhao Z J, et al. Adaptive active anti-vibration control for a 3-D helicopter flexible slung-load system with input saturations and backlash[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2024, 60(1): 320-333.

[4] 张思洁,吴怀宇,郑秀娟. 具有执行器故障的四旋翼无人机有限时间容错控制[J]. 控制理论与应用, 2023, 40(7): 1270-1276.
Zhang Si-jie, Wu Huai-yu, Zheng Xiu-juan. Finite-time fault tolerant control of quadrotor UAV with ac-

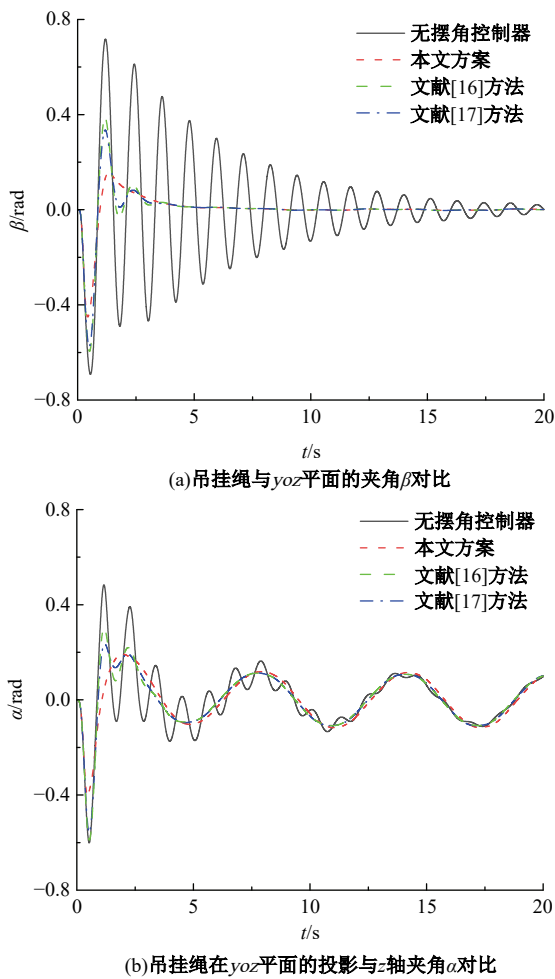


图 9 在不同方法下四旋翼吊运系统负载摆角控制效果对比

Fig. 9 Comparison of load swing angle control effects of a quadrotor suspension system using different methods

表 6 控制性能对比			
Table 6 Comparison of control performance			
指 标	本文方法	ADRC ^[16]	BPNN-ADRC ^[17]
最大摆动幅度/rad	0.451	0.595	0.574
摆动持续时间/s	5.022	5.285	5.101
振荡次数/次	1	3	2

- tuator faults[J]. Control Theory & Applications, 2023, 40(7): 1270-1276.
- [5] Yang S, Xian B, Cai J M, et al. Finite-time convergence control for a quadrotor unmanned aerial vehicle with a slung load[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2024, 20(1): 605-614.
- [6] Yu G, Xie W, Cabecinhas D, et al. Adaptive control with unknown mass estimation for a quadrotor-slung-load system[J]. ISA Transactions, 2023, 133: 412-423.
- [7] 蔡佳明, 鲜斌. 基于事件驱动的无人机吊挂系统在线自适应轨迹规划[J]. 控制理论与应用, 2024, 41(5): 817-828.
- Cai Jia-ming, Xian Bin. Event-driven based online adaptive trajectory planning for the UAV slung-payload transportation system[J]. Control Theory & Applications, 2024, 41(5): 817-828.
- [8] Li B, Li Y X, Yang P C, et al. Adaptive neural network-based fault-tolerant control for quadrotor-slung-load system under marine scene[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024, 9(1): 681-691.
- [9] 鲜斌, 张诗婧, 韩晓薇, 等. 基于强化学习的无人机吊挂负载系统轨迹规划[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2021, 51(6): 2259-2267.
- Xian Bin, Zhang Shi-jing, Han Xiao-wei, et al. Trajectory planning for unmanned aerial vehicle slung-payload aerial transportation system based on reinforcement learning[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2021, 51(6): 2259-2267.
- [10] Zhang Z M, Peng X H, Zhang A C. Trajectory tracking control for quadrotor slung load system with unknown loads linear velocity and cable length[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024, 9(1): 2576-2587.
- [11] 范云生, 陈欣宇, 赵永生, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼吊挂飞行系统非线性控制[J]. 自动化学报, 2023, 49(8): 1758-1770.
- Fan Yun-sheng, Chen Xin-yu, Zhao Yong-sheng, et al. Nonlinear control of quadrotor suspension system based on extended state observer[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2023, 49(8): 1758-1770.
- [12] 胡钰斌. 四旋翼吊挂系统拉格朗日建模及非线性控制研究[D]. 青岛: 青岛理工大学信息与控制工程学院, 2023.
- Hu Yu-bin. Research on Lagrange modeling and non-linear control of quadrotor hanging system[D]. Qingdao: School of Information and Control Engineering, Qingdao Technological University, 2023.
- [13] 时晓宇. 无人机飞控系统的故障诊断与容错控制技术研究[D]. 成都: 电子科技大学自动化工程学院, 2021.
- Shi Xiao-yu. Research on fault diagnosis and fault-tolerant control technology of UAV flight control system[D]. Cheng du: School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, 2021: 23-29.
- [14] 赵希梅, 孙文浩, 金鸿雁. 基于扩张状态观测器的永磁直线同步电机改进模型预测电流控制[J]. 电机与控制学报, 2024, 28(7): 34-42.
- Zhao Xi-mei, Sun Wen-hao, Jin Hong-yan. Improved model predictive current control based on extended state observer for permanent magnet linear synchronous motor[J]. Electric Machines and Control, 2024, 28(7): 34-42.
- [15] Khoo S Y, Xie L H, Zhao S K, et al. Multi-surface sliding control for fast finite-time leader-follower consensus with high order SISO uncertain nonlinear agents[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24: 2388-2404.
- [16] 马伟杰, 郭玉英. 基于视觉伺服的四旋翼吊挂抗摆控制方法[J]. 兵器装备工程学报, 2024, 45(4): 268-277.
- Ma Wei-jie, Guo Yu-ying. Visual servo based anti-swing control method for quadrotor UAV with a cable-suspended load[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2024, 45(4): 268-277.
- [17] 杨小强, 郭玉英. 基于BPNN参数整定的四旋翼吊挂自抗扰飞行控制[J]. 飞行力学, 2023, 41(3): 47-53, 60.
- Yang Xiao-qiang, Guo Yu-ying. ADRC flight control of quadrotor with cable-suspended load by BPNN-based parameters turning[J]. Flight Dynamics, 2023, 41(3): 47-53, 60.