

引文格式:姜海鹏,苏珈,江晓东,等. 电力系统交流可行负荷域的完整刻画方法研究[J]. 太原理工大学学报, 2026, 57(2): 219-228.

JIANG Haipeng, SU Jia, CHIANG Haiao-Dong, et al. Complete characterization method of AC feasible loadability region in power systems[J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2026, 57(2): 219-228.

电力系统交流可行负荷域的完整刻画方法研究

姜海鹏¹, 苏珈¹, 江晓东², 杜欣慧¹, 张文轩¹, 常堃¹, 张日新¹

(1. 太原理工大学 电气与动力工程学院, 山西 太原; 2. 天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津)

摘要:【目的】静态安全域表示电力系统满足运行约束的可行功率注入的集合。为充分研究和表征电力系统负荷需求的灵活性, 将静态安全域投影到负荷需求空间上, 定义了交流可行负荷域。【方法】首先, 采用非线性交流潮流模型对系统的交流可行负荷域进行完整刻画。同时, 为探讨负荷特性对交流可行负荷域的影响, 在负荷域模型中引入了描述非线性负荷特性的多项式负荷模型(ZIP负荷模型)。最后, 通过数值计算结果, 验证了所提刻画方法在完整准确刻画负荷域的优势。【结果】文章通过在IEEE 30节点、IEEE 57节点和IEEE 118节点系统上将该方法与现有的几种方法进行对比, 结果表明本文所得刻画结果更精准, 验证了所提方法的准确性和优越性。

关键词:交流可行负荷域; 交流潮流模型; 完整刻画; 非线性动力系统; ZIP负荷模型

中图分类号:TM711 **文献标识码:**A

DOI: 10.16355/j.tyut.1007-9432.20240461

文章编号: 1007-9432(2026)02-0219-10

Complete Characterization Method of AC Feasible Loadability Region in Power Systems

JIANG Haipeng¹, SU Jia¹, CHIANG Haiao-Dong², DU Xinhui¹, ZHANG Wenxuan¹,
CHANG Kun¹, ZHANG Rixin¹

(1. College of Electrical and Power Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi, China;

2. School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin, China)

Abstract: 【Purposes】The steady-state security region represents the set of AC feasible power injections that satisfy operational constraints in the power system. To fully explore and characterize the flexibility of power system load demand, the steady-state security region is projected onto the load demand space and an AC feasible loadability region is defined. 【Methods】First, a nonlinear AC power flow model was used to completely characterize the AC feasible loadability region of the system. At the same time, to explore the impact of load characteristics on AC feasible loadability region, a polynomial load model (ZIP load model) describing nonlinear load characteristics was introduced into the load domain model. Finally, the advantages of the proposed characterization method in fully and accurately characterizing the loadability region were verified through numerical calculations. 【Results】By comparing the proposed method with existing methods on the IEEE 30-bus, IEEE 57-bus, and IEEE 118-bus systems, the results demonstrate that the characterization obtained in this paper is

收稿日期: 2024-06-06; 修回日期: 2024-09-27

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(52307130)

第一作者: 姜海鹏, 硕士研究生, (E-mail) jhp0228@163.com

通信作者: 苏珈, 博士, 讲师, 主要从事电力系统稳定与控制研究, (E-mail) sujia9939@163.com

more precise, validating the accuracy and superiority of the proposed method.

Keywords: AC feasible loadability region; AC power flow model; complete characterization; nonlinear dynamical system; ZIP load model

电力系统安全域是电力系统中提高电网安全性的重要工具,能够监测电力系统的安全性,直观地评估系统的安全状态,通过提供安全裕度等信息实现系统的安全预警,保障电网的安全可靠运行^[1]。

当采用“逐点法”对电力系统的安全性进行检测时,该方法只能判断各个点是否可行,并不能反应电网运行点与安全域边界的关系,无法提供安全裕度信息^[2]。为解决这一问题,在 20 世纪 70 年代中期,文献[3-5]首次提出了电力系统安全域的概念。自此,安全域受到了广泛的关注和研究。

目前,人们已经针对安全域的应用和刻画问题提出了许多研究方法。部分文章使用拓展法来刻画最大安全域^[6]。在此基础上,文献[7]利用一种扩展方法扩大刻画结果的上下限来讨论安全域在电力系统中的应用问题,但是最终的安全域刻画结果并没有达到预期的效果。此外,还有一种抽样拟合方法来刻画近似安全域,该方法利用具有一定近似值的交流潮流模型,通过将复杂功率注入空间中几个超平面的并集来表示近似安全域,并应用于大型电力系统模型^[8,9]。为了发挥安全域可以为电力系统提供安全评估作用的优势,可以采用搭建直流静态安全域模型的方法,引入安全距离的概念,计算系统运行点的可变化裕度^[10,11]。但是,近似的静态安全域可能大于精确的静态安全域。文献[12]对交流潮流模型进行了一些简化,构造了静态安全域的内凸包估计。但是,内凸包估计是精确静态安全域的子集,而且刻画结果可能偏差过大。对于电网结构参数发生变化的情况,文献[13]实现了对有功静态安全域的快速构建,但缺少了安全域中对于无功功率的刻画部分。

上述文章中,对安全域的刻画主要集中在电力系统的功率注入,但是当电力系统考虑负荷侧时,需求响应的灵活性也会对系统的安全运行造成影响。这时,对负荷侧安全域进行研究的重要性日渐凸显,因此,有越来越多的文章展开对负荷安全域的探索。

对于可行负荷域的应用以及刻画,已经取得了

显著成果。对于新能源在并网时引起的无功补偿过高的问题,负荷安全域理论可以提出一些针对性措施和方法^[14]。针对线路的负荷安全域,文献[15]对线路模型进行了简化,刻画出了可行负荷域,验证了对负荷侧刻画安全域这一思路的可行性,但是约束条件主要为电压约束,没有考虑功率等约束条件。文献[16]提出了一种迭代 QV 模态分析方法,可以确定电网中的最大和最小负荷情况,但是该方法仅针对以风能为主的电力系统,而且刻画范围过大,其中存在着不可行负荷的情况。文献[17]中分析了负荷域的几何特性,然而,没有对 PV 节点进行建模,这可能会导致负荷域的刻画结果不准确。

综上所述,当下文章所提出方法多数仅能达成负荷域的近似刻画,尚未给出准确且具有鲁棒性的负荷域刻画结果。针对该问题,本文提出了交流可行负荷域的完整刻画方法。相较于上述文献中的方法,本文提出的完整刻画方法具备如下优势:

1) 本文基于精确的交流潮流模型构建了负荷域模型,并未对模型进行近似和简化处理,从模型层面保障了刻画结果的精确性。

2) 为充分挖掘负荷特性对负荷域刻画结果的影响,本文采用了能够描述非线性负荷特性的多项式负荷模型(ZIP 负荷模型)。

3) 提出了基于非线性动力学系统的负荷域完整刻画方法,并据此进一步提出了边界点搜索技术提高刻画效率,解决了以往安全域刻画方法表征结果不完整或过于保守的问题。

本文通过将所提方法在 IEEE 30 节点、IEEE 57 节点和 IEEE 118 节点系统的刻画结果与以往研究中的代表性结果进行分析比较,验证了所提出方法的准确性。

1 考虑 ZIP 负荷的交流负荷域模型

在本节中,考虑了包含 $G=\{0, \dots, N_G\}$ 个发电机节点, $L=\{N_G+1, \dots, N\}$ 个负荷节点和 N_L 条支路的电力系统,考虑的约束集包括:

$$\begin{cases} P_{Gi} - P_{Li} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0 \\ Q_{Gi} - Q_{Li} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \end{cases} \quad i \in \{1, \dots, N\}. \quad (1)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad i \in \{N_G + 1, \dots, N\}. \quad (2)$$

$$\begin{cases} P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max} \\ Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max} \end{cases} \quad i \in \{0, \dots, N_G\}. \quad (3)$$

$$\begin{cases} |S_l| \leq S_l^{\max} \\ |S_f| \leq S_l^{\max} \end{cases} \quad l \in \{1, \dots, N_L\}. \quad (4)$$

$$\begin{aligned} P_{Li} &= P_{L0}(1 + \lambda), \\ Q_{Li} &= Q_{L0}(1 + \lambda). \end{aligned} \quad (5)$$

其中, G_{ij} 为节点 i 到节点 j 的支路电导, B_{ij} 为节点 i 到节点 j 的支路电纳; θ_i 为节点 i 的电压相角, $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$; P_{Gi} 和 Q_{Gi} 分别为发电机组的有功功率和无功功率输出; $V_i^{\min}$ 和 $V_i^{\max}$ 分别为节点电压幅值的上下限; $P_{Gi}^{\min}$ 和 $P_{Gi}^{\max}$ 分别为有功输出的上限和下限, $Q_{Gi}^{\min}$ 和 $Q_{Gi}^{\max}$ 分别为无功输出的上限和下限; S_l 和 S_f 分别为支路的送端功率和受端功率, $S_l^{\max}$ 为线路允许通过的最大视在功率; P_{Li} 和 Q_{Li} 分别为额定电压下的额定有功负荷和无功负荷需求, P_{L0} 和 Q_{L0} 分别为实际负荷有功和无功需求, λ 为实际负荷需求的浮动系数。

$$\begin{cases} C_E(u, y(u)) = 0, & u = [u_1, u_2]^T, u_1 \in \mathbb{R}^{2N-2N_G}, u_2 \in \mathbb{R}^{N_G+1} \\ C_I(u, y(u)) \leq 0, & y(u) = y(u_1, u_2) \in \mathbb{R}^{2N+2} \end{cases}$$

其中 C_E 为等式约束, C_I 为不等式约束。系统中变量可分为控制变量 (u) 和状态变量 (y)。其中控制变量包括负荷功率需求 u_1 (有功负荷和无功负荷) 和发电机实际出力 u_2 , 状态变量为各节点的电压幅值和

等式(1)~(5)定义了一组可行的功率注入, 其中, 式(1)为交流潮流等式约束, 安全运行约束包括: 电压幅值约束(2)、发电机出力约束(3)、支路热极限约束(4)和负荷增长模型约束(5)。

在 ZIP 负荷模型约束(5)中负荷功率不再是一组固定常数, 而是将有功功率负荷 P_{L0} 和无功功率负荷 Q_{L0} 视为电压幅值 V 的函数, 其表达式如式(6)所示:

$$\begin{aligned} P_{L0} &= P_0 \left[A_p + B_p \left(\frac{V}{V_0} \right) + C_p \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 \right], \\ Q_{L0} &= Q_0 \left[A_q + B_q \left(\frac{V}{V_0} \right) + C_q \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: V_0 为额定电压; P_0 、 Q_0 为额定电压下的有功功率和无功功率; A_p 和 A_q 为对应恒功率分量的比例系数; B_p 和 B_q 为对应恒流分量的比例系数; C_p 和 C_q 为对应恒阻抗分量的比例系数, 并且满足如下关系:

$$\begin{aligned} A_p + B_p + C_p &= 1, \\ A_q + B_q + C_q &= 1. \end{aligned}$$

为方便后续分析, 式(1)~(6)可以简洁表示为:

相角。通过改变控制变量可实现状态变量的调整。

通过引入松弛变量, 不等式约束可转换为如式(7)所示的等式约束:

$$\begin{aligned} H(x) &= \begin{bmatrix} C_E(u, y(u)) \\ C_I(u, y(u)) + \hat{S}^2 \end{bmatrix} = 0, \\ u &= [u_1, u_2]^T, u_1 \in \mathbb{R}^{2N-2N_G}, u_2 \in \mathbb{R}^{N_G+1}, \\ x &= (u, y(u), s(u, y(u))) \in \mathbb{R}^{8N-N_G+2N_L+7}, y(u_1, u_2) \in \mathbb{R}^{2N+2}, \\ \hat{S}^2 &= [s_1^2, \dots, s_{4N+2N_L+4}^2]^T. \end{aligned} \quad (7)$$

静态安全域可定义为: 满足约束集(7)的发电机节点允许的有功功率注入及负荷节点可行的功率注入集合, 即

$$\begin{aligned} \text{SSR} &= \{u \in \mathbb{R}^{2N-N_G+1} : H(x) = \\ &H(u, y(u), s(u, y(u))) = 0\}. \end{aligned}$$

而交流可行负荷域 FLR 指静态安全域 SSR 在负荷功率需求空间 U_2 上的投影。

静态安全域定义在发电机有功功率和负荷有功及无功功率需求空间中。将静态安全域投影到有功和无功负荷需求空间上, 可得到交流可行负荷域。而考虑固定负荷需求的静态安全域概念被定义为满足潮流方程和安全运行约束的发电机有功功率注入的集合^[18]。因此, 具有固定负荷需求的安

全域是静态安全域的子集。

接下来, 将通过数值算例来区分静态安全域、交流可行负荷域以及考虑固定负荷需求的静态安全域的区别。考虑了4节点测试系统(如图1), 其中节点1为平衡节点, 节点2为负荷节点, 节点3为发电机节点。在场景a中, 设置节点4是发电机节点; 在场景b中, 设置节点4是负荷节点。

该测试系统的静态安全域、交流可行负荷域和考虑固定负荷需求的静态安全域如图2所示。静态安全域中的每个点代表一组满足约束(1)~(6)的可行功率注入。通过将静态安全域投影到负荷需求空间 PL_2 空间(场景a, 如图2(a)所示)和 $PL_2 \times PL_4$ 空间(场景b, 如图2(b)所示), 可得到交流可行

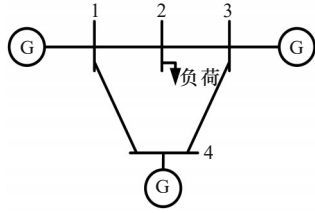
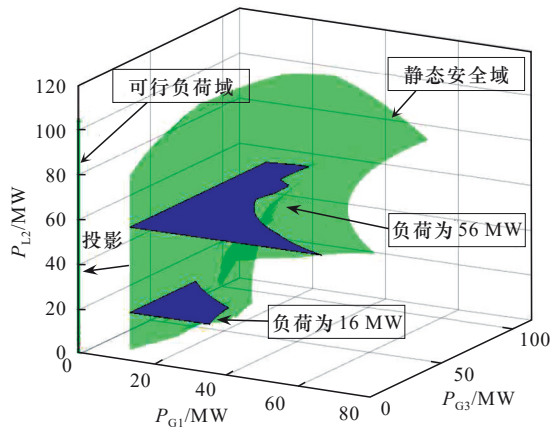


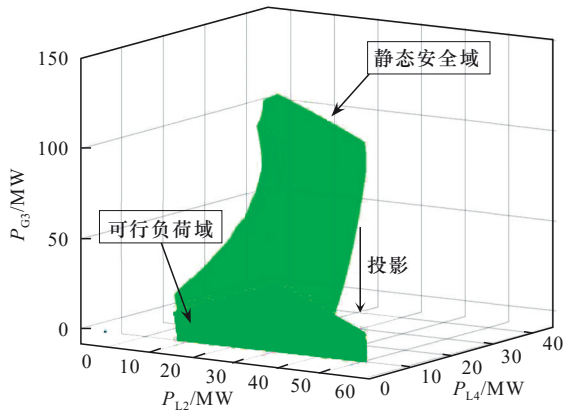
图1 4节点测试系统

Fig.1 Four-bus test system

负荷域。交流可行负荷域表示在满足等式和不等式约束的条件下,可行的负荷需求变化范围。固定负荷需求的安全域为静态安全域的截面,如图2(a)蓝色截面所示,它是静态安全域的一个子集,该截面上的每个点都代表一组满足潮流方程、安全约束和固定负荷需求的可行功率注入。



(a)场景 a



(b)场景 b

图2 静态安全域在不同空间上的投影

Fig.2 Projections of AC steady-state security region in different spaces

2 基于动力学系统的交流可行负荷域刻画方法

为实现交流可行负荷域的完整刻画,本文建立了一类非线性动力学系统,并探索其稳态与交流可行负荷域(FLR)的关系。构建以下与约束集(7)相关的非线性动力学系统:

$$\dot{x} = Q_H(x) = -D(H(x))^T H(x). \quad (8)$$

其中 $D(H(x))$ 是 $H(x)$ 的雅可比矩阵。动力学系统(8)称为商梯度动力学系统(Quotient Gradient System, QGS),是一个非线性、非双曲的动力学系统。由于其约束数目和变量数目不同,其稳态并不是由平衡点组成,而是由平衡流形组成。

常规稳定平衡流行定义为: $\sum_s$ 是商梯度动力学系统的稳定平衡流形,如果满足条件 $H(\sum_s) = 0$, 则 $\sum_s$ 被称为常规稳定平衡流形(Regular Stable Equilibrium Manifold, RSEM);反之,如果满足以下条件 $H(\sum_s) \neq 0, D^T(H(\sum_s))H(\sum_s) = 0$, 那么 $\sum_s$ 被称为退化稳定平衡流形(Degenerate Stable Equilibrium Manifold, DSEM)。

本文在之前研究的基础上更加深入^[19],增加了非线性的有功和无功负荷需求等控制变量。通过引入额外的控制变量,能够更好地反映实际负荷的非线性特征。在后续本文将基于交流潮流模型构造与之相对应的非线性动力学系统,并进行严格的理论推导及证明,最终给出了计及ZIP负荷模型的负荷域完整准确刻画方法。

定理1:(交流可行负荷域的完整刻画)

交流可行负荷域是由一系列路径连通集 FLR_i 组成。则路径连通集 FLR_i 是电力系统的一个可行负荷分量,当且仅当它是对应商梯度系统(8)的一个常规稳定平衡流形,即:

$$FLR_i = \sum_i^r, i = 1, \dots, n$$

此外,电力系统的交流可行负荷域等于电力系统模型(7)对应的商梯度动力学系统(8)的常规稳定平衡流形的并集,即:

$$UFLR_i = \bigcup \sum_i^r, i = 1, \dots, n$$

其中, $\sum_i^r$ 为对应商梯度动力学系统(8)的第 i 个常规稳定平衡流形。

证明:

当能够满足以下三个条件,则函数 $E: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 为非线性动力学系统 QGS(8)的能量函数:

(E1) 当 $F(x) = 0$ 时, $\nabla E = 0$ 。

(E2) 沿着任意的非平凡轨迹 $\phi(t, x_0)$, 均有

$\frac{d}{dt} E(\phi(t, x_0)) \leq 0$ (x_0 不是平衡点), 并且集合 $\{t \in \mathbb{R}; \dot{E}(\phi(t, x_0)) = 0\}$ 的测度为 0。

(E3) 如果 $\{E(\phi(t, x_0)); t \geq 0\}$ 是有界的, 则 $\{\phi(t, x_0); t \geq 0\}$ 也是有界的。

得:

$$\begin{aligned}\frac{dE(x)}{dt} &= \langle \nabla E(x), \dot{x} \rangle = \langle D(H_0(x))^T \cdot H_0(x), -D(H_0(x))^T \cdot H_0(x) \rangle \\ &= -\|D(H_0(x))^T \cdot H_0(x)\|^2 \leq 0\end{aligned}$$

因此,条件(E1)满足。显然, $\frac{dE(x)}{dt} = 0$ 当且仅当 x 为平衡点,因此条件(E2)满足。当 $\|x\| \rightarrow \infty$ 时, $E(x)$ 是无界的,条件(E3)满足。

综上所述, $E(x) = 1/2 \|H(x(t))\|^2$ 满足以上三个条件,因此为所构造动力学系统的能量函数,即约束集(7)对应的商梯度动力学系统存在一个能量函数 $E(x) = 1/2 \|H(x(t))\|^2$ 。因此,当且仅当 Σ 是 QGS(8) 能量函数最小的局部最优时, Σ 是 QGS(8) 的稳定平衡流形。

基于上述结论,对定理1的必要性条件和充分性条件进行证明。首先,证明必要性。假设 FLR_i 是约束集(7)的一个可行分量,并且 x^* 是路径连通

集 FLR_i 上的一个可行点,即 $x^* \in \text{FLR}_i$, $H(x^*) = 0$ 。则有 $-D(H(x^*))H(x^*) = 0$ 。因此, x^* 也属于系统 QGS(8) 的稳定平衡流形。下面验证 x^* 是否属于 QGS(8) 的稳定平衡流形,因为能量函数 $E(x) \geq 0$, 并且有 $E(x^*) = 0$ 。因此, $E(x^*)$ 在点 x^* 处达到能量函数的最小值。根据性质1,对于 $j \in J = \{1, \dots, n\}$, x^* 是位于稳定平衡流形 $\sum_i^n$ 中的一个点。下面将进一步证明 x^* 属于商梯度系统 QGS(8) 的常规稳定平衡流形 (RSEM)。假设: $\mathcal{R}$ 为 $D(H(x^*)) = 0$ 的集合, $\mathcal{R}^\perp: \{u: D(H(x^*))u = 0\}$ 为零空间集合,以及 $\text{rank}(D(H(x^*))) = r$, 即 $\dim(\mathcal{R}) = r$ 。那么有 $\dim(\mathcal{R}^\perp) = n - r$ 。

1) 对于任意 $u \in \mathcal{R}^\perp$, 存在

$$\begin{aligned}u^T D(Q_H(x^*))u &= u^T [-D^T(D(H(x^*)))H(x^*) - D(D^T(H(x^*)))D(H(x^*))]u \\ &\quad \downarrow H(x^*)=0 \\ &= -(D(H(x^*))u)^T D(H(x^*))u = -\|D(H(x^*))u\|_2^2 < 0.\end{aligned}$$

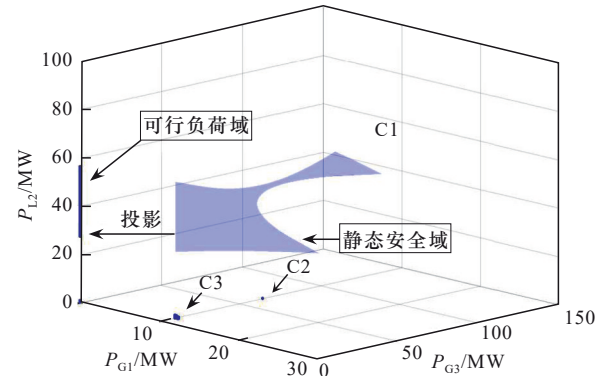
2) 对于任意 $u \in \mathcal{R}^\perp$, 存在 $u^T D(Q_H(x^*))u = 0$ 。商梯度系统的雅可比矩阵 $D(Q_H(x^*))$ 在 x^* 点是负半定的,因此满足 $H(x^*) = 0$ 的平衡点 x^* 位于 RSEM 上,即 $\text{FLR}_i = \bigcup \sum_i^n$ 。

综上,约束集(7)的整个交流可行负荷域包含在 QGS(8) 的常规稳定平衡流形的并集中,即 $\text{FLR}_i = \bigcup \sum_i^n$, $H(\text{FLR}_i) = 0$ 。接下来证明充分性,假设 $\sum_i^n$ 为 QGS(8) 的常规稳定平衡流形,则根据常规稳定平衡流形的定义, $H(\sum_i^n) = 0$, 因此, $\sum_i^n$ 是约束集(7)的可行分量,证毕。

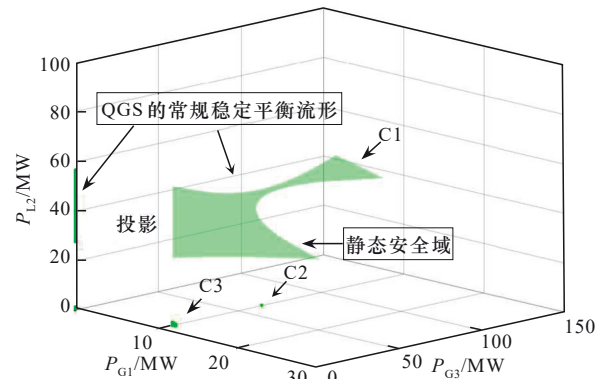
至此,我们完成了定理1的严格数学推导,该定理揭示了与约束集(7)对应的商梯度动力学系统的常规稳定平衡流形与交流可行负荷域的一一对应关系,完成了对交流可行负荷域的完整刻画。以往的研究只给出了交流可行负荷域刻画的充分条件^[4,13],而定理1则给出了充分必要条件。

本文通过4节点测试系统(如图1)来进一步验证定理1。使用枚举法对 QGS 的常规稳定平衡流形以及其对应的交流可行负荷域进行数值计算,计算结果如图3所示。图3(a)为使用枚举法刻画与交流可行负荷域,图3(b)为对应 QGS 的常规稳定平衡流形。经验证,图3(a)中的交流可行负荷域等于图3(b)中对应 QGS 的常规稳定平衡流形,验证了

定理1的准确性。



(a)枚举法刻画的交流可行负荷域



(b)对应 QGS 的常规稳定平衡流形

图3 交流可行负荷域与常规稳定平衡流形关系

Fig. 3 Relationships between AC feasible loadability region and regular stable equilibrium manifold

由图观察可知,所刻画的负荷域是由三块互不连通的非凸可行负荷区域构成。该负荷域的几何特性区别于现有文献中假设负荷域均是凸的、连通的特点,其中的 C_1 、 C_2 和 C_3 三块区域互不连通,并且呈现出非凸的特征。由图观察可知,子负荷区域 C_1 包含了大量的满足潮流约束和安全运行约束的可行负荷点,该负荷子区域范围较大;而子负荷区域 C_2 和 C_3 两部分为裕度非常小的独立交流可行负荷域,这两部分虽然裕度较小但仍满足潮流约束和安全运行约束,属于交流可行负荷域。同时这两部分也经常由于其裕度较小而被传统刻画方法所忽略,而所提刻画方法能够完整准确给出系统真实的负荷域分布情况。对于产生负荷域非凸特征的问题,这是因为采用了更符合实际运行情况的非线性 ZIP 负荷模型,模型的非线性数学特征将导致域出现非凸、不连通的几何特征产生。

而在文献[3,10,13,17,20,21]中,均假定了静态安全域是凸的(因此是连通的)。实际上,交流可行负荷域是非凸的且可能包含多个不连通的可行区域,上述文献中只有一个连通的可行区域的假设并不准确。事实上,由本算例刻画结果可知该测试系统的静态安全域包含三个不连通的可行分量,而将其投影至负荷需求空间时,仍存在两个不连通的可行区域,以此证明可行域负荷域的非凸几何特性。

接下来,我们将推导所提方法的另一个性质:基于交流潮流模型构建的商梯度动力学系统具备全局收敛的特性。即从任意的初始点出发,商梯度系统的每条轨迹均会收敛到稳定平衡流形上,而不会发散。

定理 2:(全局收敛性)

由负荷模型构造的商梯度系统是全局稳定的,即商梯度系统的每条轨迹都收敛到平衡流形上的一点。

证明:

由于 $E(x)$ 是 QGS 的能量函数,则条件(E1)和(E2)保证 QGS 的每一条轨迹只能收敛到平衡流形或发散。根据定理 1 的证明,如果 $\|x\| \rightarrow \infty$,则 QGS 的能量函数 $E(x) = 1/2 \|H(x)\|^2$ 趋于无穷。由于能量函数沿任何非平凡的轨迹递减,因此 QGS 的每一条轨迹都收敛于一个平衡流形而不会发散。证毕。

定理 2 的推导确保了所提刻画方法在实现完整

准确刻画的同时,也能够保证刻画方法的鲁棒性。定理 1 和定理 2 共同体现了本文刻画方法的鲁棒性,弥补了目前文章提出方法鲁棒性不足的缺点。由定理 2 可知,整个状态空间可分解为所有收敛域的闭包,每个收敛域都是一个连通集。不相交的可行负荷分量位于相应的收敛域上。当当前收敛域内的可行负荷分量刻画完成后,通过跨越收敛域边界移动至另一个收敛域,可实现对相邻收敛域对应的相邻可行负荷分量继续刻画。同时为提高在每一可行负荷分量上的刻画效率,我们提出了针对交流可行负荷域的边界点搜索技术,方法详解如下。

步骤一:获取初始边界点

边界点刻画的第一步旨在获取一些沿给定方向的边界点,如图 4(a)所示。首先,以初始点 x_0 出发,共随机选取四个方向 $\pm V_1, \pm V_2$,沿着这四个方向通过自适应改变参数 $\Delta\lambda$ 获取该方向的四个边界点 x_1, x_2, x_3, x_4 。

步骤二:基于边界凹凸性获取边界点

由于负荷域中每一个安全分量都是连通的,因此可通过已获取的边界点确定新的搜索方向。以两边界点连线的垂线方向作为新的搜索方向,如图 4(b)中所示的方向 $V_{12}, V_{24}, V_{34}, V_{13}$ 。当确定新的边界点搜索方向后,选取边界点连线中点作为初始点,若该初始点为可行点,则向远离安全域方向移动,以靠近安全域边界点。相反,如果初始点不可行,将沿着靠近安全域方向移动,从而快速达到交流可行负荷域边界。当获得新的边界点后,如沿着远离安全域方向 V_{12} 获得新的边界点 x_5 ,那么新的搜索方向可以通过连接 x_1, x_5 或 x_2, x_5 生成。通过多次迭代不断改变边界搜索方向,最终实现安全域边界的完整刻画。

边界点搜索技术对给定搜索方向的可行点进行计算,搜索负荷域的边界点,避免了对负荷域内部点进行无意义的计算。并且搜索方向根据初始可行点进行迭代选择,从而提高搜索出可行点的几率,避免了更多的无效计算。因此,该方法能够大幅减少交流可行负荷域的求解时间,弥补了以往刻画方法计算效率低的缺点。为进一步验证边界点搜索技术的可行性与适用性,本文利用 IEEE30 节点的电力系统进行建模,并采用该方法对其交流可行负荷域进行了刻画。结果如图 5 所示,图中选取了三套发电机组 P_G 的输出功率(标么值)为坐标轴,额定容量为 100 MW。图 5(a)中的红色立体区域表示能够满足电网稳定运行的所有可行的机组输出

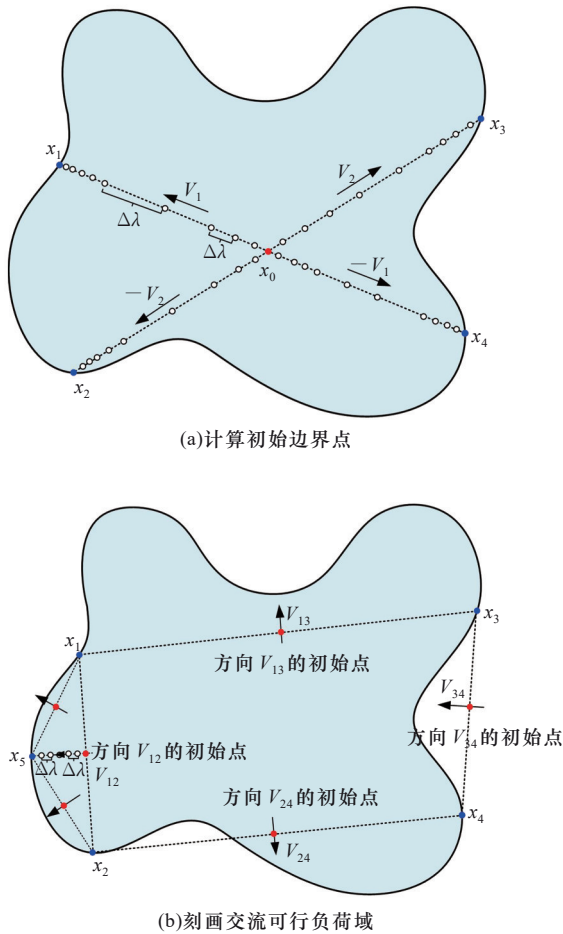


图 4 交流可行负荷域边界点刻画方法

Fig. 4 Method for characterizing boundary points in AC feasible loadability region

功率,图 5(b)中的青色立体区域则为该系统中负荷变量 P_L (标么值) 的取值集合,表示能够允许的可行负荷情况,即交流可行负荷域。

3 数值研究

为了凸显本文所提方法在刻画结果方面的优势,利用 IEEE 30 节点和 IEEE 57 节点系统,将文献[6]、文献[7]和文献[13]中给出的刻画结果与采用本文方法的刻画结果进行比较。如图 6 所示为在 IEEE 30 节点系统上,文献[6]、文献[7]与本文方法的刻画结果的比较。在本文中对交流可行负荷域的定义中,将其作为静态安全域的投影,因此负荷域的刻画结果能够以可行的功率注入来展示。图 6 中,横纵坐标分别为两套发电机组的有功功率,以可行的功率注入集合表征满足等式约束集(7)的负荷域。

当电压约束为 $0.95 \leq V_i \leq 1.05$ 时,安全域为空集。当放宽电压约束,更改为 $0.9 \leq V_i \leq 1.1$ 时,采用本文推导的方法刻画出的静态安全域为图 6 中的绿色区域部分。显然,文献[6]刻画青色方框安

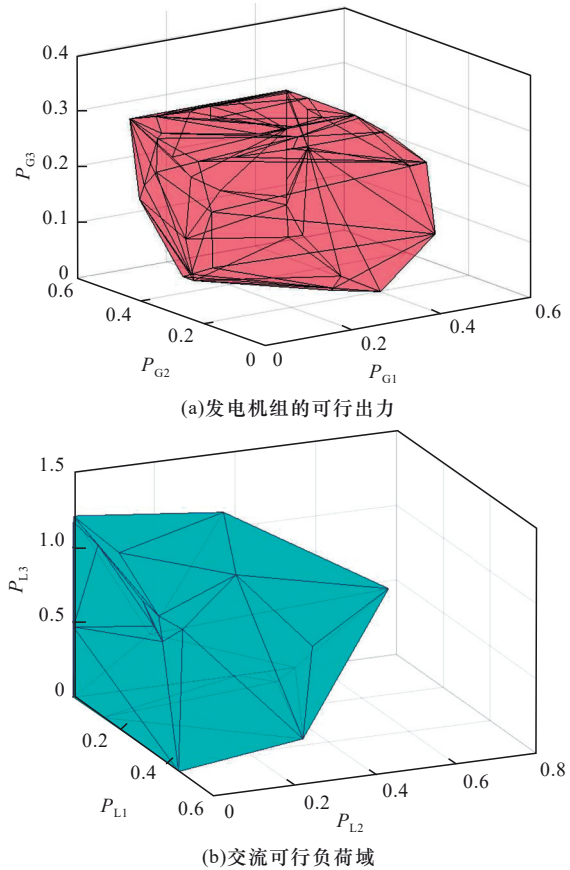


图 5 边界搜索法刻画结果

Fig. 5 Characterized results with boundary search method

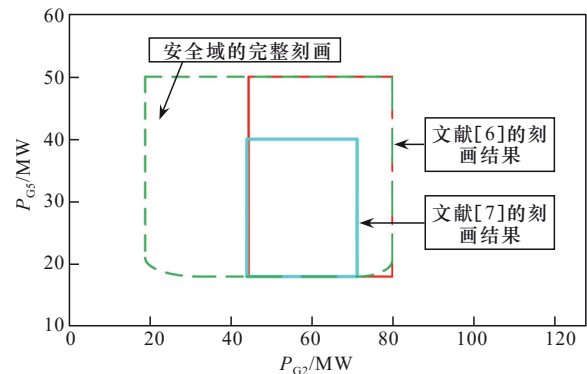


图 6 文献[6],[7]的刻画结果与本文方法的比较

Fig. 6 Comparison between estimation results in literature [6],[7] and that of the proposed method

全域和文献[7]刻画的红色方框安全域是不准确的。文献[6]在一定程度上克服了安全域刻画结果过于保守的问题,但其刻画的结果并不理想。虽然文献[7]刻画的安全域扩展了文献[6]中的结果,但它的有功功率安全域刻画结果依旧有限。

利用 IEEE 57 节点系统进行比较研究,对比结果如图 7 所示。用文献[13]提出的内凸包方法刻画的静态安全域为图 7(a)所示的蓝色内凸包部分,而图 7(b)所示为本文刻画方法给出的刻画结果。显然,图 7(a)所示的安全域是图 7(b)所示的完整刻画

结果的一个子集。文献[13]表明,对于中等大小的测试算例,采用内凸包估计方法的刻画结果基本可以覆盖大部分的真实静态安全域,而这一结论还需要进一步的论证。相比之下,本文的完整刻画方法显著地改进了以前的研究,解决了交流可行负荷域刻画结果不完全或相当保守的问题,给出了电力系统完整的域刻画结果。

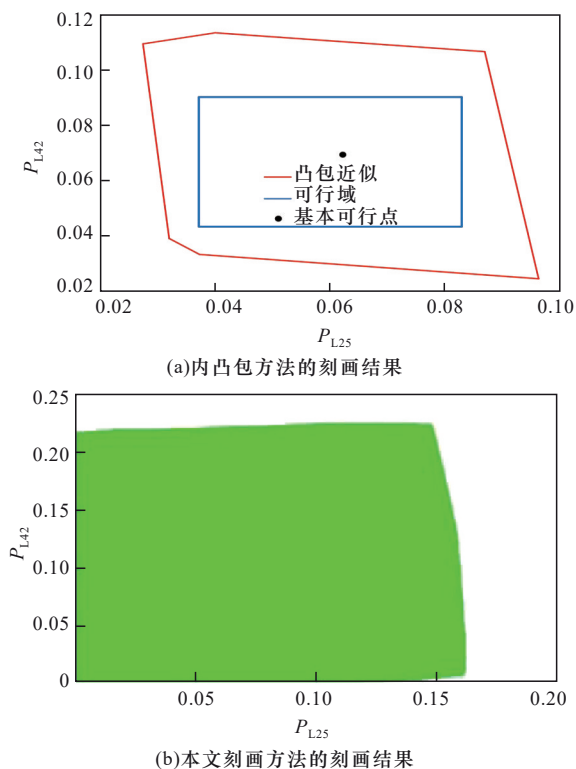


图7 文献[13]与本文刻画结果的对比

Fig. 7 Characterization results comparison between literature [13] and this work

上述的对比研究结果表明,现有文献中的方法无法实现安全域的完整构建,而本文提出的基于精确的交流潮流模型动力学系统刻画方法能够实现交流可行负荷域的完整刻画。

为了进一步验证本文提出的刻画方法的正确性,算例基于IEEE 118节点系统进行数值研究,刻画交流可行负荷域。

本文比较了对三种常用负荷模型的刻画结果,包括恒阻抗负荷模型、恒功率负荷模型和基于ZIP的负荷模型,如图8所示,图中的三个坐标 λ_2 、 λ_3 和 λ_{13} 分别为位于节点2、节点3和节点13实际负荷需求的浮动系数,代表了对应节点的可行负荷量。在ZIP负荷模型中,负荷模型不再是一组恒定的负荷功率常数,而将其表征为负荷功率随电压幅值变化而变化的非线性函数关系。其中,各项系数分别表示恒功率负荷、恒电流负荷、恒阻抗负荷的占比,设

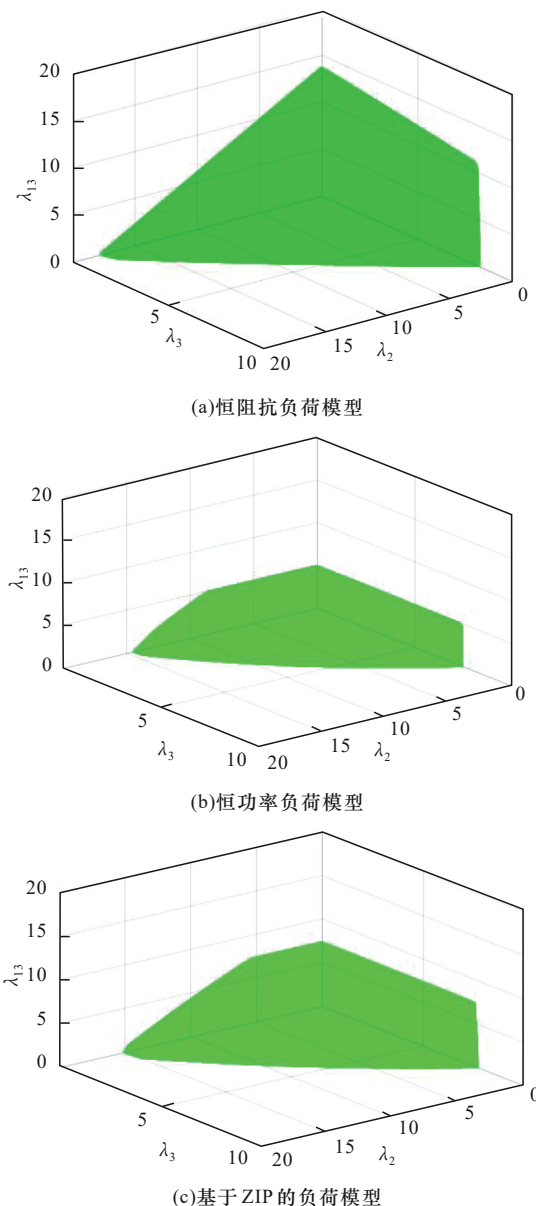


图8 不同ZIP系数的交流可行负荷域

Fig. 8 AC feasible loadability regions with different ZIP coefficients

定各分量的取值分别为 $A=0.21$ 、 $B=0.24$ 、 $C=0.55$ 。在图中,位于交流可行负荷域内或边界上的每一个点,均为不违反运行约束的可行点,所有可行点构成一个集合,即交流可行负荷域,它代表了在情况下,电网能容纳的可行负荷水平。通过对比3个刻画结果可知,考虑不同ZIP系数的交流可行负荷域有着较大的变化。在这3种模型中,恒阻抗负荷模型下的交流可行负荷域最大,而恒功率负荷模型下的交流可行负荷域最小。而由于非线性负荷模型引入后导致的模型复杂度增大及计算量提升的问题,目前绝大多数负荷域(或安全域)刻画方法采用的模型均为恒功率负荷模型^[18,22]。而基于ZIP的负荷模型更符合实际运行情况,在满足负荷的灵

活性方面更具优势。

为凸显所提刻画方法的优势,我们与文献[8]所提刻画方法进行了对比,刻画结果如图9所示。由图观察可知,与图8(c)中本文利用交流模型的刻画结果相比较,其估计的负荷域格外宽泛,这是由于在文献[8]中主张采用直流潮流模型来表征负荷域,导致其负荷域覆盖了两条坐标轴的范围,这其中包含了大量的不可行区域。这可能会误导运营商在不可行的负荷需求空间下运行系统,威胁电网的安全运行。而所提出的刻画方法,由于采用准确的交流潮流模型并开发鲁棒的刻画方法,最终能够实现完整准确的提供可行的负荷需求空间。

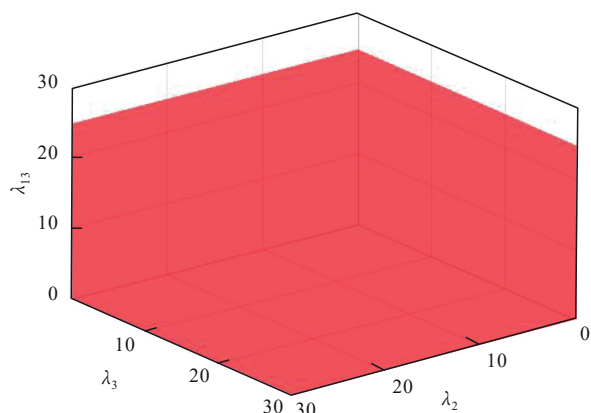


图9 直流可行负荷域

Fig.9 DC feasible loadability region

4 结论

针对当下安全域负荷侧的刻画结果精确度较低、鲁棒性缺乏的问题,本文首先基于未经近似和简化的精确交流潮流模型建立了交流负荷域模型,并利用ZIP负荷模型描述负荷的非线性特性。其次,将静态安全域投影到有功和无功功率需求空间中,定义了交流可行负荷域。随后基于动力学系统提出了交流可行负荷域的相应完整刻画方法,并进一步给出边界点搜索技术以提高交流可行负荷域的刻画效率。此外,本文提出了对刻画结果进行准确性评估的新思路:交流可行负荷域不一定只包含一个可行部分,它可以由多个相互独立的可行区域构成。最后通过数值计算和分析得到如下结论:

1)推导出的完整刻画方法显著弥补了以往方法对安全域过高估计或保守估计的不足,实现了交流可行负荷域的完整刻画。

2)不同的负荷模型对交流可行负荷域有着很大的影响。在三种负荷模型中,恒阻抗负荷模型下的交流可行负荷域最大,其次是考虑ZIP的负荷模型,而恒功率负荷模型下的交流可行负荷域最小。通过对这三种负荷模型及其刻画结果进行比较,考虑ZIP来刻画交流可行负荷域。

未来的研究将集中于描述考虑离散控制变量对交流可行负荷域刻画结果的影响。

参考文献:

- [1] 肖峻,贺琪博,苏步芸. 基于安全域的智能配电网安全高效运行模式[J]. 电力系统自动化,2014,38(19):52-60.
XIAO J, HE Q B, SU B Y. A secure and efficient operation mode for smart distribution networks based on security region method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(19): 52-60.
- [2] 余贻鑫. 电力系统安全域方法研究述评[J]. 天津大学学报, 2008, 41(6): 635-646.
YU Y X. Review of study on methodology of security regions of power system[J]. Journal of Tianjin University, 2008, 41(6): 635-646.
- [3] BANAKAR M H, GALIANA F D. Power system security corridors concept and computation[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981, 100(11): 4524-4532.
- [4] WU F, KUMAGAI S. Steady-state security regions of power systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1982, 2(11): 703-711.
- [5] KAYE R, WU F. Analysis of linearized decoupled power flow approximations for steady-state security assessment[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1984, 31(7): 623-636.
- [6] LIU C C. A new method for the construction of maximal steady-state security regions of power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1986, 1(4): 19-26.
- [7] ZHU J, FAN R, XU G, et al. Construction of maximal steady-state security regions of power systems using optimization method[J]. Electric Power Systems Research, 1998, 44(2): 101-105.
- [8] JAHROMI A A, BOUFFARD F. On the loadability sets of power systems—Part I: Characterization[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1): 137-145.
- [9] CHEN S J, CHEN Q X, XIA Q, et al. Steady-state security assessment method based on distance to security region boundaries[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2013, 7(3): 288-297.

- [10] GU X, CANIZARES C A. Fast prediction of loadability margins using neural networks to approximate security boundaries of power systems[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2007, 1(3):466-475.
- [11] 陈晖, 陈中. 交直流系统静态安全域刻画与运行裕度计算[J]. 高电压技术, 2018, 44(4):1328-1334.
CHEN H, CHEN Z. Steady-state security region characterization and operation margin calculation of AC/DC power system [J]. High Voltage Engineering, 2020, 44(4):1328-1334.
- [12] 杜蕙, 林涛, 陈汝斯, 等. 计及电网结构参数变化的有功静态安全域快速构建方法[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(8): 108-115.
DU H, LIN T, CHEN R S, et al. Fast construction method of active power steady-state security region considering variation of structural parameter in power grid[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(8):108-115.
- [13] NGUYEN H D, DVIJOTHAM K, TURITSYN K. Constructing convex inner approximations of steady-state security regions [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(1):257-267.
- [14] 卢家麟, 竺炜, 唐颖杰, 等. 基于负荷安全域的双馈风电场无功配置及规划[J]. 电力科学与技术学报, 2020, 35(1):83-89.
LU J L, ZHU W, TANG Y J, et al. Reactive power configuration and planning of doubly-fed wind farm based on load security domain[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2020, 35(1):83-89.
- [15] 竺炜, 凌晨, 张玉龙, 等. 基于电压水平约束的电网负荷安全域[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(23):6389-6400, 6604.
ZHU W, LING C, ZHANG Y L, et al. Grid load security domain based on voltage level constraint[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(23):6389-6400, 6604.
- [16] DORILE P O, JAGESSAR D R, GUARDADO L, et al. Grid strength assessment and maximum loadability of a wind-dominated power system through QV modal analysis[C]// 2021 IEEE PES/IAS Power Africa, Nairobi, Kenya, 2021:1-5.
- [17] WENG Y, RAJAGOPAL R, ZHANG B. A geometric analysis of power system loadability regions[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(4):3580-3592.
- [18] 韩琪, 余贻鑫, 李慧玲, 等. 电力系统注入空间静态电压稳定域边界的实用表达式[J]. 中国电机工程学报, 2005(5):10-16.
HAN Q, YU Y X, LI H L, et al. A practical boundary expression of static voltage stability region in injection space of power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2005(5):10-16.
- [19] CHIANG H D, JIANG C Y. Feasible region of optimal power flow: Characterization and applications[J]. IEEE Transactions Power Systems, 2018, 33(1):236-244.
- [20] YANG T, YU Y. Steady-state security region-based voltage/var optimization considering power injection uncertainties in distribution grids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2019, 10(3):2904-2911.
- [21] YANG T, YU Y. Static voltage security region-based coordinated voltage control in smart distribution grids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(6):5494-5502.
- [22] 陈中, 严俊, 朱政光, 等. 多馈入交直流混联系统解耦安全域的刻画及应用[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(22):37-44.
CHEN Z, YAN J, ZHU Z G, et al. Characterization and application of decoupling security region in multi-infeed AC/DC hybrid system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(22):37-44.

(编辑:杨 鹏)