文章编号:1673-0291(2026)01-0035-13 **DOI**:10.11860/j.issn.1673-0291.20250050

高铁网络列车级联失效时变的脆弱性测度研究

袁嘉骥,汤银英
(西南交通大学 交通运输与物流学院,成都 610031)

摘 要:为探究高速列车运行中突发意外停驶造成线路中断,影响当日正在或计划经过该线路的列车运行这一级联失效现象对高铁网络脆弱性动态变化的影响规律,基于2023年12月15日铁路客运实际运营时刻表,模拟不同攻击方式(随机攻击与蓄意攻击)和攻击强度引发的列车级联失效全过程,分析高铁网络的动态脆弱性.首先,结合高速列车失效的实际特点,构建高铁列车级联失效模型,并解析失效过程;然后,从高铁网络的结构测度和功能测度两个维度设计网络性能指标,并考虑时间维度在级联失效过程中的影响,提出高铁网络脆弱性的静态与动态评估方法;最后,结合中国高铁实际列车时刻表构建拓扑网络,建立高速列车与线路、站点的关系集合,模拟级联失效过程,分析站点、线路的静态特性及列车一日内的动态运行情况,揭示不同时间段内高铁网络脆弱性指标的动态变化规律.研究结果表明:在同时间段同等水平低强度攻击下,蓄意攻击会比随机攻击影响更多列车;当攻击强度提高到一定程度,两类攻击模式的影响趋同性增强;在面对蓄意攻击时,上午时段关键线路上行驶的列车更加脆弱,对当日网络性能的影响最大.因此,重点防范上午时段关键线路的列车,并及时开展救援以恢复线路通行,是保障高铁网络性能、提高其韧性的重要措施.

关键词:高铁网络;列车级联失效;复杂网络;动态脆弱性评估
中图分类号:U293.1 **文献标志码**:A

Research on time-varying vulnerability measures for high-speed rail networks under cascading train failures

YUAN Jiaji, TANG Yinying
(School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: This study investigates the time-varying vulnerability of high-speed rail (HSR) networks under cascading failures initiated by unexpected train halts that disrupt network links. Based on the actual passenger timetable of December 15, 2023, the paper simulates the complete propagation process of cascading train failures under diverse attack strategies (random and intentional) and intensities. First, a cascading failure model is developed that captures the operational characteristics of HSR networks and analytically dissects the failure propagation mechanism. Subsequently, network performance metrics are designed from both structural and functional perspectives, incorporating temporal dynamics inherent in cascading failures, to establish integrated static and dynamic vulnerability assessment frame-

收稿日期:2025-03-31;**修回日期**:2025-06-10
基金项目:国家重点研发计划(2022YFB4300502)
Foundation item: National Key R&D Plan (2022YFB4300502)
第一作者:袁嘉骥(2001—),男,河南浚县人,硕士生.研究方向为铁路运输组织.**email**:2023200697@my.swjtu.edu.cn.
通信作者:汤银英(1978—),女,河南商丘人,副教授.**email**:4842870@qq.com.

引用格式:袁嘉骥,汤银英.高铁网络列车级联失效时变的脆弱性测度研究[J].北京交通大学学报,2026,50(1):35-47.
YUAN Jiaji, TANG Yinying. Research on time-varying vulnerability measures for high-speed rail networks under cascading train failures[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2026, 50(1): 35-47. (in Chinese)

works. Finally, using real-world Chinese HSR timetable data, a topological network is constructed and the interdependencies among trains, lines, and stations are formalized. Through cascading failure simulations, the static characteristics of stations and lines alongside the diurnal operational patterns of trains are analyzed, thereby revealing the temporal evolution of network vulnerability indicators. The results demonstrate that under low-intensity attacks within identical time windows, intentional targeting disrupts significantly more trains than random failures. However, as attack intensity escalates, the differential impact between the two strategies diminishes. Under intentional attacks, trains traversing critical links during morning peak hours exhibit the greatest vulnerability and impose the most severe degradation on daily network performance. Therefore, prioritizing protective measures for morning peak corridors and implementing rapid recovery interventions constitute essential strategies for safeguarding network performance and enhancing resilience.

Keywords: high-speed rail network; cascading train failure; complex network; dynamic vulnerability assessment

近年来,我国高铁网络发展迅猛.截至2024年底,高速铁路运营里程已达4.8万公里[1],高铁已成为人们出行的重要方式.随着高铁网络的不断扩展,人员流动性显著增加,高铁的准时性和安全性也成为旅客出行的关键考量.然而,当列车因故障停驶或线路被外物侵入时,后续所有需经过该线路的列车将受到直接影响,进而引发连锁反应,导致更多列车和站点受到影响,最终导致高铁网络性能下降.若在短时间内出现大量列车故障或受到攻击,连锁反应甚至可能引发局部网络瘫痪.因此,深入研究高铁网络的失效过程,评估列车故障对整体网络及其他列车的影响、网络脆弱性在列车故障后的动态变化具有重要意义.这将为铁路部门提供科学依据,以便针对特定列车和时间段采取有效防范措施,减少突发事件对网络性能的影响,从而提高高铁网络的韧性.这种由连锁反应引发的列车失效过程可视为高铁网络的级联失效,而高铁网络的脆弱性则表现为因级联失效导致的网络性能下降程度.

高铁网络在扰动下(如设备故障、极端天气、人为攻击)发生级联失效现象时展现的脆弱性对保障网络的安全、可靠与高效运行至关重要.国内外学者基于复杂网络理论,围绕网络脆弱性评估与级联失效机制开展了广泛研究.文献[2]运用Space-P模型构建高铁时空网络,从时空维度分析其结构脆弱性,为理解网络基础性能提供了框架.文献[3]则结合层次分析法与网络中心性指标评估高铁站点与线路的重要性,进而分析网络整体脆弱性.文献[4]进一步建立了高铁物理基础设施与乘客换乘行为构成的相依网络模型,分析了该模型在节点失效下的脆弱性,强调了系统组件间耦合关系的重要性.文献[5]创新性地将高铁网络建模为有向多层网络,并基于列车晚点传播机制建立了级联失效模型.该模型将列车在车站的延误视为节点负载,将运行图中的时间补充和缓冲时间视为边容量,深刻揭示了高铁运行层面由列车延误触发的级联动力学过程.文献[6]则针对中欧班列多式联运网络研究了层间转运耦合强度对抑制道路-铁路多层交通运输网络中层叠故障传播的影响,发现适度的层间耦合能最有效地提升网络整体的抗级联失效能力.针对高铁网络的动态运行特性和服务功能,文献[7]构建了融合基础设施与列车运行图的高铁时空网络模型,利用渗流理论识别关键列车,并引入信息熵算法识别关键节点.文献[8]则从服务功能角度出发,提出基于实际客流数据和服务调整的高铁服务脆弱性仿真评估框架,并论证了考虑服务调整进行脆弱性评估的必要性.文献[9]进一步强调,高铁网络的鲁棒性具有显著的时空异质性,指出传统基于固定时段或整体网络的评估存在局限.

综上所述,既有研究在高铁网络建模、脆弱性指标、级联失效机制及关键要素识别方面取得了重要进展.然而,聚焦于高铁网络列车级联失效时变脆弱性测度这一问题,缺少对级联失效全生命周期中脆弱性动态变化的量化描述,且未能将高铁列车作为级联失效的核心载体和传播节点进行深入研究[10].现有研究在模拟高铁网络失效建模时,常采用将节点直接从网络中“移除”的方式[11],这种方式聚焦于网络结构静态脆弱性[12],未能充分刻画高铁实际运行中失效列车与其所处线路、后续受影响列车之间在时间维度上的动态交互与传播过程.在列车实际运行中,“移除”模型难以精确模拟这种基于时间表依赖关系的、在时间轴上逐步展开的连锁反应.部分研究[13-14]明确指出了扰动发生时间和地点对网

络性能的关键影响,并证实了脆弱性的时变特性,但在系统性地将“时变特性”作为脆弱性测度的核心维度,深入探究在列车级联失效这一具体传播过程中的网络脆弱性如何随失效起始时间、传播持续时间动态演化的研究仍非常缺乏.

因此,本文聚焦高铁网络列车级联失效时变的脆弱性测度,以列车为核心动态要素构建高铁运行网络模型,表征列车-线路-车站在时间轴上的耦合关系.构建基于真实时刻表的列车级联失效动态传播模型,摒弃简单“移除”的静态假设,模拟失效在列车间依据运行逻辑和时间依赖关系的连锁传播过程.重点测度并分析脆弱性的时变特征,量化不同攻击起始时间、不同级联传播阶段下网络脆弱性的动态演化轨迹与规律,揭示脆弱性随时间变化的敏感性和模式,为高铁网络在时间维度上的风险防控与韧性提升提供理论支撑.

1　高铁网络级联失效模型

1.1　高铁网络级联失效特点

复杂网络级联失效建模研究已形成多类经典理论框架,主要包括二值影响模型、沙堆模型、级联模型及负载-容量模型等[15]典型范式.现有模型多聚焦于节点-边拓扑关系分析,除负载-容量模型外普遍缺乏对网络边权(流量属性)的显式表征.然而,这类模型在高速铁路场景中仍存在显著局限性:负载-容量模型虽引入流量要素,但其基于节点负载阈值的失效判定机制及负载重分配算法,难以准确刻画高速铁路特有的要素关联特性[16].区别于传统基础设施网络,高速铁路系统的级联失效核心作用对象是作为移动单元的列车群体,其动态运行状态与基础设施形成时空约束关系.高铁网络级联失效流程如图1所示.

高铁网络作为一种复杂网络,由站点、线路和列车3个关键要素构成.列车在运行过程中,既在线路上行驶,也在站点停靠,这两者都是高铁网络正常运行的重要环节.因此,高铁网络的正常运行不仅依赖于列车自身的状态,还需充分考虑列车对线路和站点的影响.基于此,高铁网络中的级联失效现象与其他类型网络的级联失效之间存在3种显著差异.

差异1:与负载-容量模型的差异.由于任意两个高铁站之间的距离都较远,因此列车所承载的客流不会出现如地铁级联失效过程中所体现的“重分配”行为,当网络要素失效时,客流会停滞在站点或者列车上,由于列车不会在线路上突然超载,且实际

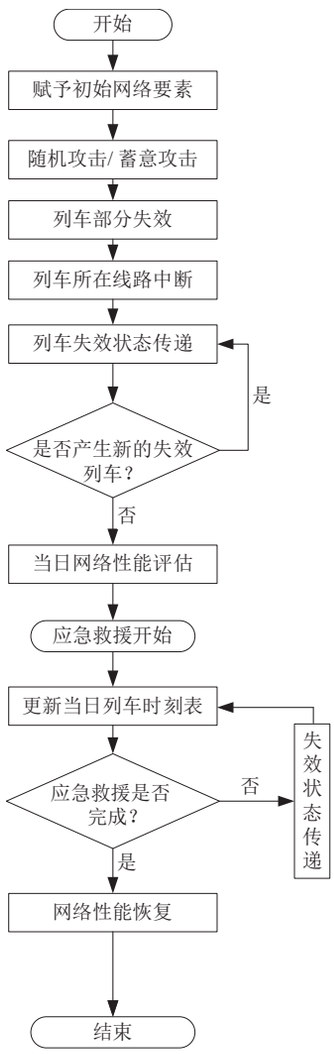


图1　高铁网络级联失效流程

Fig.1　Cascading failure process in a high-speed rail network

中的高铁站点的客流容量和列车容量都会高于站点理论可容纳量,因此“超负载”导致站点失效的情况也几乎不会发生.

差异2:失效网络要素的选取.实际过程中高铁的级联失效更多是由于列车故障中断行车线路、恶劣天气或自然灾害致使站点无法工作办理到发业务、线路中断造成站点不通达等因素导致.不同于传统级联失效只关注节点和连边的拓扑结构,失效也只是让节点和连边从网络中删除,高铁网络的级联失效过程主要是列车受影响.若某个列车失效,在网络拓扑结构中关联站点和行驶在该列车前方的列车不会受到影响,仅其所处的线路会因该列车的失效而中断,并且所有正在或计划经过该站点及线路的列车会受到影响.

差异3:失效时间的推迟.受到站点及线路影响的其他列车的失效状态不是瞬时的,距离失效线路和列车越近,则其他列车失效时间越早,距离失效范

围越远，则该列车的失效时间就越晚，不经过此条线路的列车则不会失效．原因在于列车失效和线路中断不会导致远方的列车立刻失效，远方的列车到达距离失效范围最近的站点停靠后才会进入失效状态．

1.2　高速铁路时空网络级联失效建模

基于真实列车时刻表构建高铁运行网络，研究列车失效后引发的级联失效对其他列车的影响及高铁网络脆弱性的动态变化规律，进而探究列车失效时间与网络脆弱性变化之间的关系，级联失效示意如图2所示．

图2中：T0时刻对列车H_{dcbef}和列车H_{ebcd}进行攻击，列车编号表示该列车依次经过D、C、B、E、F高铁站，H_{ebcd}同理；在T1时刻，由于列车H_{dcebf}和列车H_{ebcd}受到攻击失效，使线路BE和BC中断，进一步导致了正在这两条线路行驶的列车H_{cbe}失效，同时有即将经过这两条线路的列车H_{abcd}、H_{cbef}和H_{abef}无法完成计划任务而在站点B失效，而其他不经过这两条线路的列车如H_{dbef}、H_{dcba}、H_{dcbef}等不受影响，其他线路也可正常通行；在T2时刻，列车失效对网络影响进一步扩大，直至所有需要经过BC和BE的列车都停留在B站点后失效而无法完成后续任务，其他不经过BC和BE线路的列车都正常按照列车时刻表通行．

在建立级联失效模型过程中为避免复杂因素干扰，简化模型计算，需设定5种假设：将高铁站视为拓扑图中节点，每一个高铁站视为一个节点；高铁线路均为复线，两高铁站之间线路视作两条反向连边且不会相互影响；所有列车均按时刻表正点行驶；列车在线路的经停频次和平均行驶时间已知；列车在失效后无法完成后续任务，且会停止在线路上导致连边处于中断状态无法通行．

基于高铁复杂网络中级联失效的特点，构建面向高铁网络要素级联失效的高铁网络模型，模型由高铁运行网络模型、网络要素之间的时空关系数组构造、级联失效过程建模3个部分构成．

1.2.1　复杂网络的构建

基于网络要素高铁站与高速列车之间的二分关系，结合复杂网络理论，高铁网络模型可以表示为

$$G^T=(S,E,W,H)^T \tag{1}$$

$$S=\{s_i|i\in N_s\} \tag{2}$$

$$E=\{e_{ij}|i,j\in N_s;\ i\neq j\} \tag{3}$$

$$W=\{w_{ij}=\frac{f_{ij}}{T}|i,j\in N_s;\ i\neq j\} \tag{4}$$

$$H=\{h_i|i\in N_h\} \tag{5}$$

式中：G^T表示某一时间段T下的高铁网络；S表示高铁网络中节点集合，节点集合由高铁站组成，s_i表示序号为i的高铁站，N_s表示高铁站的总数量；E表示在时间段T内高铁网络中的连边集合，连边集合由网络节点间动态的服务关系组成，e_{ij}表示由网络节点间的服务关系构成的连边；W表示在时间段T内高铁网络中连边的权重集合，w_{ij}是线路权重，f_{ij}表示在时间段T内某网络连边e_{ij}上提供列车运行的频次，即节点间直接通达列车趟数，T表示在时间段内某网络连边e_{ij}上提供列车运行的时间，即节点间直接通达列车运行时间；H表示在时间段T内高铁网络中列车的集合，h_i表示在时间段T内网络中运行的序号为i的列车h_i，N_h表示高速列车的总数量．

1.2.2　网络要素时空关系的构造

高速铁路列车时刻表的结构化数据包含多维运营要素的时空映射关系，涵盖列车车次编号、停靠站点次序、名称及其对应的时刻等数据．在拓扑网络模型中，始发站仅存在发车时刻参数，终到站仅记录到站时刻参数，而经停站则需同时定义到达时刻与发车时刻的耦合关系．本文基于此构建高速列车与高铁站二者之间的关系以推导级联故障传播路径，

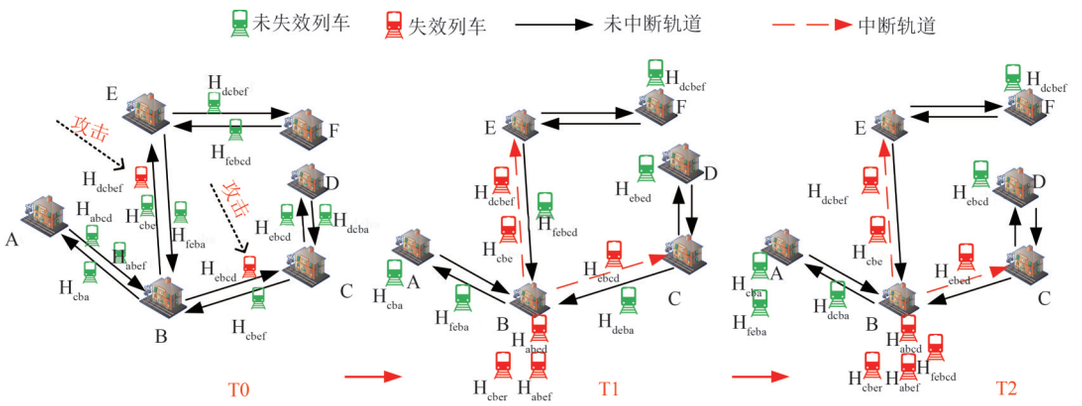


图2　级联失效示意图

Fig.2　Schematic diagram of cascading failure

使用数组B_{kj}表示为

$$B_{kj}=(h_k,s_i,s_j,t_a,t_b) \tag{6}$$

式中:t_a表示为从s_i出发时间;t_b表示为到达s_j时间.

同理,高速列车与当前行驶线路的时空关系使用数组C_{ijk}表示为

$$C_{ijk}=(h_k,s_i,s_j,t_a,t_b,e_{ij}) \tag{7}$$

当列车h_k失效时,会导致其目前所在线路e_{ij}中断,并根据此时的列车时刻t_0和其他列车与失效列车所在的线路e_{ij}的关系C_{ijk}来判断是否会失效及失效时刻.

1.2.3　级联失效过程建模

在攻击时刻t_0前,列车集合H中的任意列车h_k状态、连边集合E中的任意线路连边e_{ij}均是未失效的状态,即列车状态F_{h_k}、线路连边状态L_{ij}均为二元变量,表示为

$$F_{h_k}(t)=\begin{cases}0 & \text{未失效}\\ 1 & \text{失效}\end{cases} \tag{8}$$

$$L_{ij}(t)=\begin{cases}0 & \text{未中断}\\ 1 & \text{中断}\end{cases} \tag{9}$$

在攻击时刻t_0时,以不同攻击强度对列车集合H进行攻击,以概率函数判定列车h_k是否因受到攻击而失效,进而依据高速列车与当前行驶线路的关系数组C_{ijk}判定列车所处线路连边失效状态,若h_k失效且h_k对应的关系数组C_{ijk}中$t_a<t_0<t_b$,则判定e_{ij}为中断状态,进一步判定此时刻其他列车状态.对于此时正在线路e_{ij}行驶的列车h_m,若$t_{am}<t_{ak}$,说明列车h_m早于h_k出发,h_k受到攻击时,h_m在h_k前方行驶,故h_m不会失效,继续正常行驶;若$t_{am}>t_{ak}$,说明列车h_m晚于h_k出发,h_k受到攻击时,h_m在h_k后方行驶,因h_k失效导致此时线路中断,故h_m会立即失效,依据此逻辑判断t_0时刻所有失效列车和中断线路.在此过程中,不同攻击强度λ对应的列车失效概率为

$$P_{\text{fail}}(\lambda)=1-\mathrm{e}^{-\lambda} \tag{10}$$

在攻击时刻t_0后,其他列车受到失效列车和中断线路的影响,产生级联失效.对于列车h_m所对应的关系数组C_{ijm},若中断线路e_{ij}不在列车当日时刻表通行计划中,则列车按计划完成当日运输任务;若e_{ij}在其通行计划之中,但$t_0>t_b$,说明在e_{ij}中断时,列车h_m已经通过了此线路,故不会失效;若e_{ij}在其通行计划之中,且$t_0<t_a$,说明在e_{ij}中断时,列车h_m尚未到达线路e_{ij}的起始站点s_i,故列车将在到达此站点时刻t_{b1}时失效.列车级联失效将按照此逻辑传播,直至构建的当日所有关系数组C_{ijk}经过了判断.

1.3　攻击算法设计及级联失效过程描述

当高铁网络受到扰动时会表现出脆弱性,根据网络要素失效机制的差异性,可以将扰动分为蓄意攻击和随机攻击两种方式[17].其中,蓄意攻击是指对网络要素实施定向破坏的主动型扰动,如挟持行进中的高铁列车、破坏繁忙的高铁线路致使中断或打击枢纽高铁站点导致服务失效等情况[18].随机攻击则表征为网络要素在非预期条件下产生的被动型失效,如极端天气引发设施失效,机车突发性设备故障导致列车失效,异物侵入导致线路中断等[19].两种针对列车的扰动都会引发高铁网络的级联失效.构建随机攻击与蓄意攻击两种攻击模式作为级联失效触发机制.

第1种:随机攻击.在特定时刻根据攻击强度确定失效概率,由失效概率和当前时刻高铁网络中运行列车总数确定被攻击的列车数量,随机选取高铁网络模型中正在行驶的列车进行攻击.攻击过程包含8个步骤.

步骤1:输入网络要素基础数据.

步骤2:构建网络要素集合.

步骤3:构建失效要素集合、失效状态集合.

步骤4:输入致灾因子作用强度.

步骤5:确定本次攻击的攻击时刻、失效概率.

步骤6:随机选取当前时刻网络中列车.

步骤7:随机模拟列车要素的级联失效状态.

步骤8:更新输出获取不同时刻的失效列车集合、状态集合.

第2种:蓄意攻击.在特定时刻,针对高铁网络中正在行驶的列车,选择权重最高的线路上行驶的列车进行攻击,根据攻击强度确定失效概率及选取的列车数目和线路的比例.攻击过程包含9个步骤.

步骤1:输入网络要素基础数据.

步骤2:构建网络要素集合.

步骤3:构建失效要素集合、失效状态集合.

步骤4:构建线路权重集合、列车线路关系集合.

步骤5:输入致灾因子作用强度.

步骤6:确定本次攻击的时刻、失效概率.

步骤7:蓄意选取此时在高权重线路运行的列车.

步骤8:模拟列车要素的级联失效状态.

步骤9:更新输出获取不同时刻的失效列车集合和列车状态集合.

综合上述级联失效模型和两种攻击方式,高铁网络级联失效过程见图3.

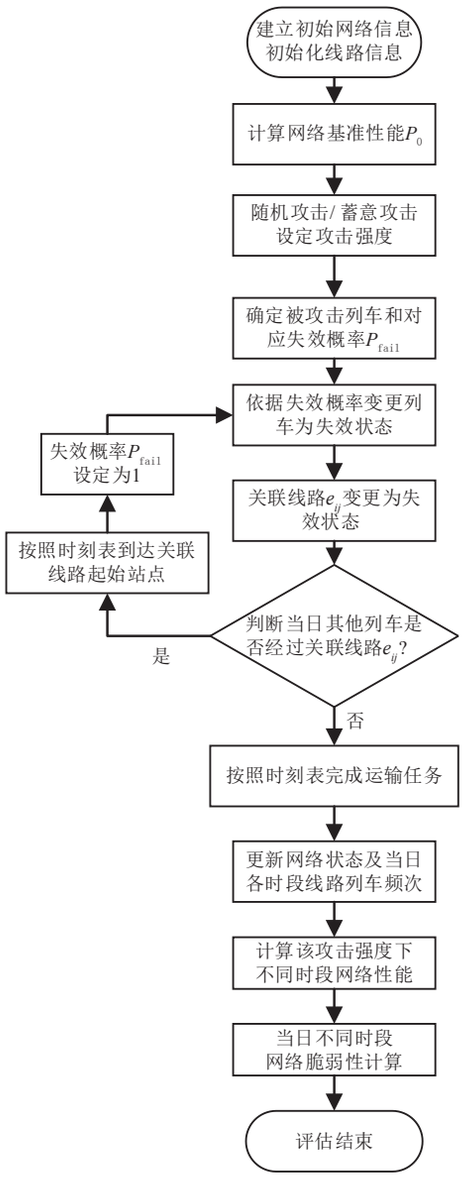


图 3 级联失效过程图

Fig.3 Process of cascading failure

2 高铁网络脆弱性动态评估方法

高铁网络的脆弱性可定义为:在外部致灾因子作用下,高铁网络系统因功能退化而导致性能损失的程度.因此,开展高铁网络脆弱性评估的核心在于量化致灾因子引发的网络性能衰减水平,这需要建立科学合理的性能评价指标体系作为分析基础.现有复杂网络脆弱性研究多采用静态分析方法,即通过调节攻击强度参数获取不同失效规模下的脆弱性表征值.此类方法存在两方面的局限性:其一,侧重攻击强度-网络性能的静态映射关系,未能有效捕捉级联失效过程中脆弱性的时变特性;其二,传统脆弱性指标多基于单一时点的网络状态构建,缺乏对系统动态响应的多维刻画.动态脆弱性指标通过引入时序演化维度,能够实时反映网络在任意时刻的功能状态与脆弱性演变趋势.构建高铁网络动态脆弱性评估体系具有显著优势:可通过连续监测揭示局部故障的时空传播规律及其对全局性能的影响路径;基于动态评估结果可建立网络运行风险预警机制,为应急资源配置决策和网络状态实时监控提供理论依据.

2.1 高铁网络性能指标和静态脆弱性测度指标

高铁网络性能和静态脆弱性测度指标反映的是在某一特定时刻高铁网络的运行状况和脆弱性,网络性能指标由网络结构和网络功能两个维度来度量.静态脆弱性测度指标由网络受到攻击前的基准网络性能和受到攻击后的网络性能决定.基于网络结构和网络功能两个维度,选取结构测度指标和功能测度指标用以度量高铁网络性能.

2.1.1 结构测度指标

采用广义出行成本作为网络的结构测度指标,此指标一般是指旅客为了实现出行目的所支付的时间成本、金钱成本、服务质量成本、舒适性成本等总和.由于本文的研究重点是网络性能的变化,因此本文定义广义出行成本为列车从高铁站s_i到高铁站s_j的平均运行时间.计算式[17]为

$$C_{ij}=\frac{1}{N_{ij}^h}\sum t_{ij}^h \quad C_{ij}\neq 0 \tag{11}$$

式中:C_{ij}为高铁站点s_i与高铁站点s_j之间的列车平均运行时间;N_{ij}^h为经过s_i和s_j的高速列车数量,t_{ij}^h为高速列车h在s_i和s_j之间的运行时间.由于不考虑旅客在网络中换乘,故当s_i与s_j之间不存在列车运行时,C_{ij}取值为无穷大.

2.1.2 功能测度指标

考虑高铁网络运输旅客的实际功能特性,采用客运量这一指标对其进行量化处理.具体操作为计算高铁站点s_i与s_j之间的客运量,客运量可通过列车开行频率、列车载客能力和客座率等指标进行计算.为简化计算,假定两站点之间的所有列车客座率期望值相同,令不同列车经过此线路的客座率在期望值附近[−10%,10%]区间内波动以模拟真实情况,且各列车客座率范围位于[0,1],列车载客能力取我国广泛使用的CRH2A型8编组列车,610人,客运量计算式为

$$\mathrm{pv}_{ij}=\sum_{h_k\in H;\, i,j\in S} C^{h_k}\times\eta_{ijk}\times\theta_{ij} \tag{12}$$

$$E(\eta_{ij})=k\frac{((D_i)^\alpha\times(F_i)^\beta)\times((D_j)^\alpha\times(F_j)^\beta)}{(L_{ij})^\gamma} \tag{13}$$

$$\theta_{ij}=\begin{cases}1 & \text{高铁站点}s_i\text{与}s_j\text{之间连通}\\ 0 & \text{高铁站点}s_i\text{与}s_j\text{之间不通}\end{cases} \tag{14}$$

式中:pv_{ij}表示为网络中高铁站点s_i与高铁站点s_j之间的客运量;C^{h_k}表示为高铁网络中列车h_k载客能力;η_{ijk}表示为列车h_k在s_i与s_j之间的客座率,此取值服从$\max\left(0,0.9\times E\left(\eta_{ij}\right)\right)$到$\min(1,1.1\times E(\eta_{ij}))$的均匀分布,各列车的客座率取值在此范围内;$E\left(\eta_{ij}\right)$表示$s_i$与$s_j$之间的期望客座率,其中$L_{ij}$表示为$s_i$与$s_j$之间的距离;$D_i$、$D_j$表示为$s_i$、$s_j$的站点度;$F_i$、$F_j$表示为$s_i$、$s_j$的列车经停频次;$k$表示为引力常量;$\gamma$表示为距离控制参数;$\alpha$表示为站点度控制参数;$\beta$表示为列车经停频次控制参数;由于$k$、$\gamma$、$\alpha$、$\beta$参数均属于权重系数,且考虑到这类指标同为影响列车客座率的重要组成,并分别从不同的角度反映了高铁运输服务网络中列车客座率的情况,因此本文将此类指标看作同等重要,故将对应参数设为1;θ_{ij}表示为s_i与s_j之间的连通情况,如果站点间未连通,则客运量为0.

2.1.3　网络性能综合评估

综合考虑高铁网络的结构测度和功能测度两个指标,对二者进行标准化处理后的结果作为高铁网络集成性能指标.网络性能计算式为

$$P=\frac{1}{N}\left(\delta_1\times\sum_{i,j\in D(i\neq j)}C'_{ij}+\delta_2\times\sum_{i,j\in D(i\neq j)}\mathrm{pv}'_{ij}\right) \tag{15}$$

$$C'_{ij}=\frac{c_{ij}-\min(c)}{\max(c)-\min(c)} \tag{16}$$

$$\mathrm{pv}'_{ij}=\frac{\mathrm{pv}_{ij}-\min(\mathrm{pv})}{\max(\mathrm{pv})-\min(\mathrm{pv})} \tag{17}$$

$$\delta_1+\delta_2=1 \tag{18}$$

式中:P表示为高铁网络在时间段T下的网络性能;C'是对结构指标进行标准化处理后的值,pv′是对功能指标进行标准化处理后的值;N表示为网络中节点的数量;D表示为网络中节点的集合;C_{ij}表示为s_i与s_j之间的广义出行成本;$\frac{1}{N}\sum C_{ij}$可以体现网络中s_i与s_j之间的连通成本,从结构层面反映了网络节点之间通达的便捷程度,体现了网络结构的紧密程度;$\frac{1}{N}\sum pv_{ij}$可以体现网络中s_i与s_j之间的连通流量,从功能层面反映了网络服务能力的大小.δ_1、δ_2分别表示为结构指标、功能指标的权重系数,且考虑到结构指标和功能指标为影响网络性能的重要组成部分,并分别从不同的角度反映了高铁网络的性能.由于本文更看重列车在高铁网络中发挥运输乘客的功能特性,因此本文将这两类指标对应参数δ_1、δ_2的取值设置为0.3和0.7.

2.1.4　高铁网络静态脆弱性测度指标

结合上述网络性能损失与网络脆弱性的分析,高铁网络的脆弱性可表示为

$$V_{\mathrm{accj}}=\frac{P_0-P_{\mathrm{accj}}}{P_0} \tag{19}$$

式中:V_{accj}表示为高铁网络面对致灾因子表现出的脆弱性;P_0、P_{accj}分别表示为高铁网络致灾因子发生作用前、后的网络性能.

2.2　高铁网络脆弱性测度动态评估方法

动态脆弱性测度指标相较于静态多了时间维度,更注重在对网络攻击后级联失效全过程高铁网络脆弱性的变化情况,这反映了高铁网络在受到攻击后网络性能在各个时段的情况及该时段网络的抗毁性.

根据2.1中静态脆弱性测度计算方法,结合级联失效过程和时间变化,可获取全天任一时刻的网络脆弱性测度为

$$V^t_{\mathrm{accj}}=F(H,E,\mathrm{accj},t,t_0)=\frac{P_0-P^t_{\mathrm{accj}}}{P_0} \tag{20}$$

式中:V^t_{accj}表示在t_0时刻致灾因子accj对网络进行攻击,t时刻时网络的脆弱性取值,此脆弱性取值随着时间的不同而动态变化,F表示级联失效过程.

3　算例分析

3.1　高铁拓扑网络构建

在我国高铁网络迅速发展的背景下,为了解我国高铁网络在列车受到攻击后的动态脆弱性,从12306网站获取2023年12月15日当天所有列车时刻表数据,包含C、D、G、K、P、S、T、V、Z多个编号开头的列车车次.本文研究内容为高铁网络,因此只选取其中G(高铁)、D(动车)、C(城际列车)开头的列车车次的时刻表进行拓扑网络的构建,并针对此拓扑网络进行后续脆弱性的分析.

基于高铁网络拓扑模型的构建原理与技术特征,可明确结构参数为:网络节点表征高铁站点(共计1 529个),有向边对应站点间直达运行路径(总量10 758条).通过邻接矩阵映射实际站点空间分布,节点间连接边的存在性严格遵循实际轨道配置,即当且仅当两站点具备运行条件时建立有向连接边,连接边方向性由列车运行方向确定.

高铁网络由承载8 409列动车组的运行交路组成,精确反映了我国高铁“多向贯通、干支结合”的线路布局特征.

站点度是拓扑结构中表现节点与其他节点通达程度的指标[20]，对于有向图中可分为入度与出度，而由于高铁站之间复线的特征，入度与出度相等，二者之和为站点的总度数．站点度较高的部分高铁站见表1.

表1 度值前15高铁站点表

Tab.1 Top 15 high-speed rail stations by degree value

站点编号	站点名	入度	出度	站点度
1	贵阳北	68	68	136
2	成都东	59	59	118
3	郑州东	53	53	106
4	广州南	52	52	104
5	南京南	49	49	98
6	杭州东	45	45	90
7	贵阳东	44	44	88
8	合肥南	42	42	84
9	西安北	35	35	70
10	重庆北	35	35	70
11	武汉	35	35	70
12	沈阳	33	33	66
13	沈阳北	33	33	66
14	成都南	32	32	64
15	南昌西	32	32	64

当列车在某一条线路上失效时，需要经过该线路的列车越多，受到影响的列车数目也越多，因而通行列车数目多的线路的权重更大．考虑到构建的是一天内的网络图，权重作为某线路的一个固定特征，所以在此处时间段 T 取 24 h，根据列车频次与列车在此线路的平均行驶时间计算线路权重．因往返线路的权重相同，故不再重复显示，连边集合中权重较高的部分线路见表2.

对高铁网络中8 409辆列车在一日内的分时段发车情况进行统计，如图4所示．

由图4可知：0:00至5:00，网络中没有发出的高速列车；5:00至6:00，发出极少数列车，之后发车数目激增；7:00至8:00，发出车数最多为918辆，而后各时段发出车的数目趋于平稳；18:00至24:00，发车数目逐渐减少，在23:00至24:00最后1个小时内发出当日最后5列车．

对高铁网络中各时段运行的列车数目进行统计，如图5所示．由图5可知：当日运行的8 409列高铁列车运行状态呈现时段性特征，0:00至5:00受天窗维修制度影响，全网运行列车数量处于极低水平，主要执行轨道设备维护与列车整备作业；5:00之后随着早班列车密集始发，运行列车数量迅速增长；10:00至11:00趋于平稳；15:00至16:00达到峰值3 365列，

表2 权重前15线路信息表

Tab.2 Top 15 lines by weight

连边序号	始发站	终点站	列车频次	平均时间/min	权重
1	无锡	苏州	116	15.29	4.83
2	常州	无锡	107	14.46	4.46
3	佛山西	广州南	89	18.6	3.71
4	广州南	虎门	88	17.02	3.67
5	虎门	深圳北	86	17.31	3.58
6	东莞	广州东	84	29	3.50
7	新乡东	郑州东	78	21.36	3.25
8	昆山南	苏州	76	12.45	3.17
9	上海虹桥	昆山南	74	18.58	3.08
10	衡阳东	郴州西	74	32.99	3.08
11	德州东	济南西	73	25.25	3.04
12	福州南	莆田	73	29.01	3.04
13	上海虹桥	嘉兴南	72	27.67	3.00
14	南京南	合肥南	68	52.43	2.83
15	岳阳东	长沙南	68	34.1	2.83

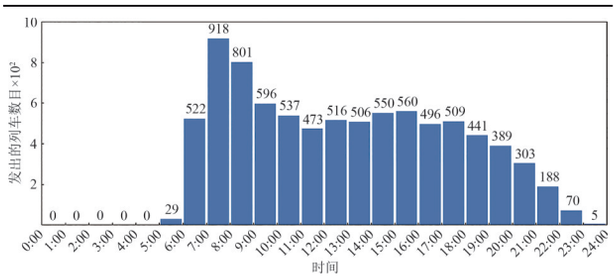


图4 每小时发出的列车统计

Fig.4 Hourly statistics of train departures

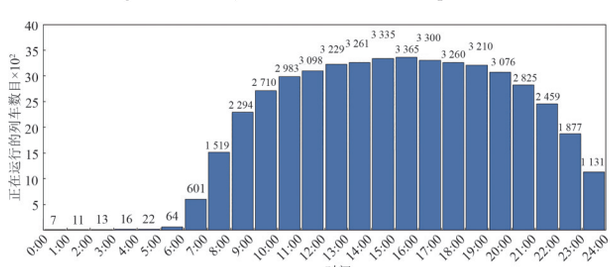


图5 各时段网络中运行的列车数量

Fig.5 Number of trains operating in the network across different time periods

该现象源于跨线列车持续运行与午间增量列车的叠加效应；21:00后高铁网络中列车数量进入迅速衰减阶段，大部分列车在23:00前完成当日运行计划并抵达终点站，仅余少量跨日交路列车继续运行．该运行规律直观反映了高铁网络“全夜维、日循环”的运输组织特征，其峰值时段与日常客运需求高峰形成精确匹配．

3.2 不同攻击方式下高铁网络的时变脆弱性

在未对网络要素进行攻击情况下，网络性能随时间的变化趋势如图6所示．

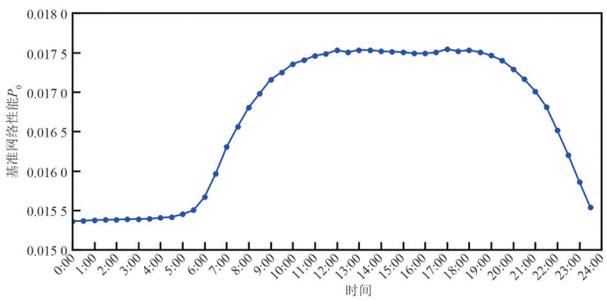


图 6　基准网络性能动态图

Fig.6　Dynamic performance of the baseline network

由图 6 可知,在 05:00 前的运营初始化阶段,网络性能呈现稳定基线特征,此时性能指标主要表征路网拓扑结构特性,体现为基础设施固有通行能力;05:00 后网络性能呈现典型三阶段演化模式,快速上升期(05:00 至 10:30)、平稳维持期(10:30 至 18:30)及快速衰减期(18:30 后),此演化规律本质上是高铁“朝发夕至”运营模式与旅客出行时间偏好共同作用的结果,其量化反映了不同时段列车开行频次与客运需求的动态关系.

使用随机攻击模拟高铁网络正常运行中由于列车机械故障、恶劣天气、侵入线路等导致列车停在两站之间的轨道上引起线路中断进而阻碍后续列车通行的情景.由于意外及故障发生时间段、发生的地点、发生的规模情况都是随机的,而不同情况下造成的影响也有差异,因此在不同时段分别随机选取列车进行攻击可以反映高铁复杂网络在日常运行中出现突发事件情况时,其脆弱性随时间变化情况.

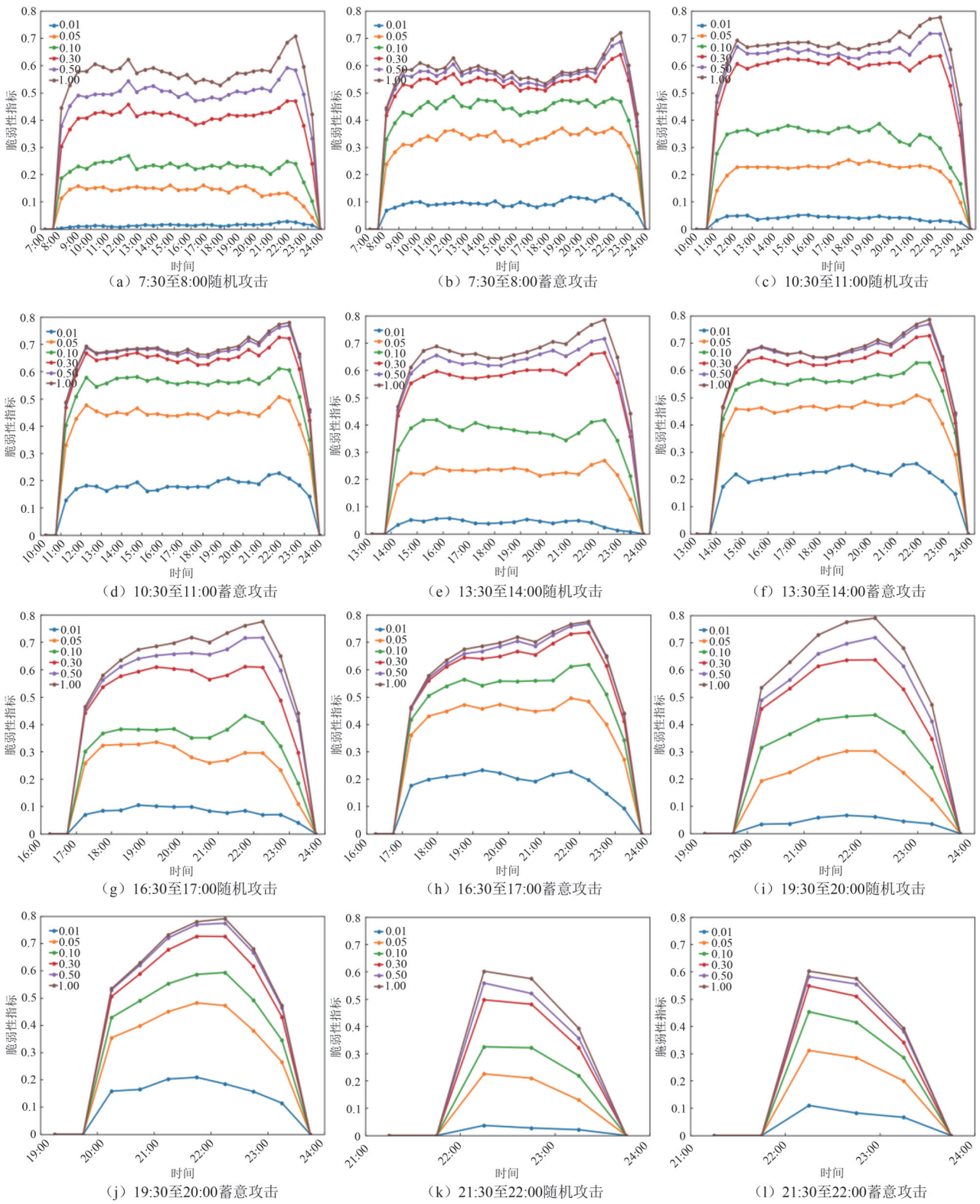
使用蓄意攻击模拟恐怖袭击、应急处理情境下的状况,针对特定编号列车或者特定线路上的列车进行攻击,较小强度、较强针对性的攻击可以造成大范围的影响,针对关键线路上行驶的列车进行攻击或者制造故障引发线路中断时会引发较大规模列车无法通过特定线路.因此蓄意攻击将针对权重较高的线路上行驶的列车在空闲时段和繁忙时段分别进行攻击,探讨网络脆弱性随时间变化规律.

依据列车在高铁网络的运行数目情况选取 07:30 至 08:00、10:30 至 11:00、13:30 至 14:00、16:30 至 17:00、19:30 至 20:00、21:30 至 22:00 一共 6 个比较有代表性的时间段,以不同攻击方式进行攻击强度为 0.01、0.05、0.10、0.30、0.50、1.00 的模拟攻击,得到在同一时间段不同攻击强度和攻击方式下网络脆弱性随时间变化规律如图 7 所示.

由图 7 可知:①网络脆弱性时变特征与攻击时刻存在较大关联.在未施加攻击时,高铁网络运输系统保持完整运行效能,脆弱性指数处于基准水平;实施攻击后,网络脆弱性演化趋势与其性能曲线形呈镜像对称关系,具体表现为“上升-平稳-衰减”三阶段特性,这一现象的产生机理在于攻击引发的级联失效效应具有时空传导特性,攻击时段后续列车因运行路径时空耦合效应产生行程阻断,导致计划运输任务完成率下降;在日班计划中某时段固有列车开行密度较低且与攻击时段存在显著时间隔离时,网络脆弱性呈现弱化态势,此现象源于该时段列车运行与攻击目标时空关联度较低,另一方面则是因为基准网络性能值较小,致使脆弱性度量结果具有相对稳定性.②不同攻击强度呈现差异化脆弱性及随攻击强度增加出现边际效应.通过对比相同攻击模式下不同攻击强度脆弱性响应曲线,发现随着攻击强度增加,网络脆弱性程度随之增加,但当攻击强度增大至一定程度时,出现边际效应.③不同攻击模式具有显著差异性作用机制.在攻击强度 $\lambda\in[0,0.3]$ 区间,蓄意攻击呈现非线性放大效应,相同时刻、相同攻击强度下蓄意攻击的脆弱性取值约是随机攻击的 1.5～2 倍,这主要归因于蓄意攻击的目标节点选择策略具有网络拓扑结构敏感性.当攻击强度 $\lambda\geqslant0.5$ 时,两类攻击模式的影响趋同性增强,同时单一模式攻击强度增大也出现边际效应.其本质在于高攻击强度下受损节点数量趋近于时段最大可运行列车集合,导致攻击模式选择对系统的影响权重降低.该发现揭示了网络弹性阈值与攻击强度间的非线性关系特征.

统计不同时段和不同攻击强度下被攻击的车数及由于级联失效逻辑而被影响导致取消后续行程的车数如表 3 所示.

由表 3 可知:①在 10:30 至 11:00,无论是随机攻击还是蓄意攻击,相同攻击强度下都会比其他时间段进行攻击影响到更多的列车,同时蓄意攻击比随机攻击的影响程度更大,让网络表现出更大的脆弱性,原因在于权重高的线路上列车对网络性能影响更大.根据发车情况统计,截至 11:00,当天计划发车数 8 409 已发出了 3 403 列,完成了 40%,网络中正在运行列车数达到高峰时段的 88%,网络性能处于将达到高峰稳定的状态,此时线路占用率也已到达高峰,并且绝大多数权重较高的繁忙线路都处于正在使用的状态,在此时间段进行攻击会导致更大的破坏.随机攻击时,由于基础数值较大,随机选取的列车更容易选取到一些权重值较高线路上的列车导致该线路中断,从而导致许多列车受到影响不能按计划行车;蓄意攻击时,在权重值较高的线路上行驶的列车更容易被攻击导致线路中断影响更多正



（a）7:30至8:00随机攻击 （b）7:30至8:00蓄意攻击 （c）10:30至11:00随机攻击

（d）10:30至11:00蓄意攻击 （e）13:30至14:00随机攻击 （f）13:30至14:00蓄意攻击

（g）16:30至17:00随机攻击 （h）16:30至17:00蓄意攻击 （i）19:30至20:00随机攻击

（j）19:30至20:00蓄意攻击 （k）21:30至22:00随机攻击 （l）21:30至22:00蓄意攻击

图 7 不同时段随机攻击与蓄意攻击对比

Fig.7 Comparison of random and intentional attacks across different time periods

在或将要经过此线路的列车.针对06:00至11:00的网络性能上升期,建议实施以下优化措施:强化列车始发前的设备系统稳定性检测机制,构建线路运行状态实时监控体系,建立针对极端气象条件及军事活动的多维度预警系统.通过预防性维护策略降低机车设备故障率,完善恶劣天气应对预案,严格管控线路非法侵入风险,从而系统性提升高铁网络鲁棒性.②在同一时间段和相同攻击强度下,随机攻击与蓄意攻击的被攻击车数表现出一定的相似性,但蓄意攻击的影响范围显著更大.这表明蓄意攻击对

表 3　不同时段及攻击强度下受到攻击车数及受影响车数统计

Tab.3　Number of attacked and affected trains by time period and attack intensity

时间段	攻击模式	λ=0.01	λ=0.05	λ=0.10	λ=0.30	λ=0.50	λ=1.00
07:30至08:00	随机攻击被攻击车数	10	46	92	274	456	911
	随机攻击受影响车数	116	864	1 262	2 976	4 213	5 720
	蓄意攻击被攻击车数	10	49	97	290	483	830
	蓄意攻击受影响车数	679	1 952	2 914	4 618	5 340	5 853
10:30至11:00	随机攻击被攻击车数	19	94	188	564	940	1 880
	随机攻击受影响车数	319	1 227	2 128	4 072	5 002	5 948
	蓄意攻击被攻击车数	20	98	195	583	972	1 592
	蓄意攻击受影响车数	1 018	2 662	3 802	5 144	5 651	6 032
13:30至14:00	随机攻击被攻击车数	20	97	194	580	966	1 932
	随机攻击受影响车数	261	1 284	1 944	3 206	3 972	4 709
	蓄意攻击被攻击车数	16	78	156	468	780	1 560
	蓄意攻击受影响车数	743	2 034	2 838	3 916	4 318	4 714
16:30至17:00	随机攻击被攻击车数	20	98	196	586	976	1 952
	随机攻击受影响车数	233	969	1 404	2 537	2 926	3 443
	蓄意攻击被攻击车数	21	102	203	609	1 014	1 612
	蓄意攻击受影响车数	678	1 720	2 377	3 051	3 337	3 497
19:30至20:00	随机攻击被攻击车数	18	89	177	529	881	1 761
	随机攻击受影响车数	110	538	878	1 648	1 876	2 215
	蓄意攻击被攻击车数	19	92	183	548	914	1 442
	蓄意攻击受影响车数	371	1 069	1 418	1 922	2 088	2 237
21:30至22:00	随机攻击被攻击车数	13	61	121	362	603	1 205
	随机攻击受影响车数	35	237	375	630	777	910
	蓄意攻击被攻击车数	13	62	124	370	617	952
	蓄意攻击受影响车数	136	394	554	765	839	914

列车网络的破坏性更强.然而,当攻击强度较高时,两种攻击方式的影响范围趋于一致,这表明在高攻击强度下,随机攻击的随机性可能覆盖了更多线路上行驶的列车,从而与蓄意攻击的影响范围接近.③部分权重较高的线路对网络性能的影响更大.其原因在于权重较高的线路通常承担了更多的网络流量或连接功能,因此其脆弱性对整体网络性能的影响更为显著.④在网络设计和防护中,应特别关注部分开行量逾百次关键线路的保护以提高网络的鲁棒性和抗攻击能力,如无锡—苏州、常州—无锡等.建议针对无锡—苏州、常州—无锡等日开行量逾百次的核心区段构建三级防护体系:首先建立全天候设备状态监测平台,确保牵引供电、信号系统等关键设施运行可靠性;其次部署智能化安防系统,通过轨道旁传感器网络实时感知线路异常;最后完善应急处置机制,在战略节点设置移动救援单元,实现故障发生后 30 min 内的应急响应能力,最大限度控制运输中断带来的社会经济损失.

3.3　权重参数变化分析

网络性能由结构测度和功能测度两个指标共同决定,通过分析两个指标的权重参数可以得知在不同权重参数下两个指标对网络性能的贡献程度,以全天基准网络性能为计算依据,改变 δ_1 与 δ_2 两参数取值得到二者对网络性能的影响程度,网络性能 P 随结构测度权重 δ_1 和功能测度权重 δ_2 变化的关系如图 8 所示.

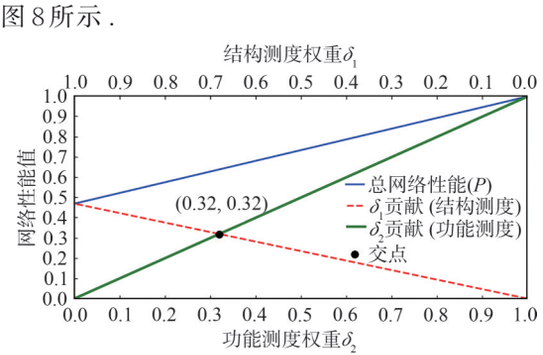


图 8　权重参数 δ_1、δ_2 的变化对网络性能影响

Fig.8　Impact of weight parameters δ_1 and δ_2 on network performance

由图 8 可知:①当 δ_2 低于 0.32 时,功能测度对网络性能的贡献较小,此时网络的结构测度主要由节点与连边的静态拓扑关系决定,这一现象表明,在低功能测度权重下,网络的拓扑结构特性对网络性能起主导作用.具体而言,节点与连边的静态拓

扑关系在网络性能的形成中起到了关键作用.②当δ_2等于0.32时,功能测度与结构测度对网络性能贡献相同,此时二者同等重要.③当δ_2超过0.32时,功能测度成为网络性能的主要贡献指标.这表明随着功能测度权重的增加,网络性能逐渐由功能测度主导.④随功能测度指标权重的增加,网络性能值也在随之增加,说明功能测度本身也是网络性能的重要组成部分,这一结果符合高铁网络的实际情况,即高铁网络的性能主要是由运行于网络中的列车载客量决定,完成的旅客运输任务越多说明整体网络性能值越高,因此本文权重参数δ_1和δ_2分别取值0.3与0.7符合高铁网络运行特性及本文研究目的.

4 结论

1)以列车运行状态为核心的高铁运行网络模型可量化列车运行在时间轴上对网络性能的影响.在高铁运行网络模型中,整体网络性能以运行中的载客列车呈现出的功能特性为主,以网络节点和线路组成的静态拓扑结构展现的结构特性为辅,故各时段网络中运行的列车数量图和基准网络性能动态图展现出列车运行与网络性能在时间轴上的密切联系,即网络性能与网络中客流同步增减,网络中处于正常运行状态的载客列车越多,网络性能越高.

2)高铁网络脆弱性呈现出攻击时刻敏感、强度边际递减的规律.时序维度上,攻击触发后脆弱性呈"上升-平稳-衰减"镜像演化,其本质是级联失效通过时空耦合传导通道的延迟扩散效应,在低密度时段,网络脆弱性因列车流断裂而显著衰减;强度维度上,当攻击强度$\lambda \geqslant 0.5$时系统进入失效饱和区,边际增幅大幅下降,低强度区间($\lambda \in [0,0.3]$)蓄意攻击相比随机攻击对网络脆弱性测度值产生1.5~2倍非线性放大,而高强度下策略差异因受损节点规模趋近临界值而消解.此现象阐明了网络脆弱性与攻击参数的负相关非线性关系,为差异化防护阈值设定提供了理论依据.

3)列车开行频次逾百次的高权重线路(如无锡—苏州、常州—无锡)是影响网络脆弱性的关键载体,这类线路上的列车失效引发的级联效应呈非线性放大特征.蓄意攻击模式下,单条高权重线路上的列车因受到攻击而导致该线路中断,如不能短时间内疏通,大量计划经过此线路的列车将停止在线路两端站点而无法继续后续运输任务,因此需对这些线、站点和即将经过这些线路的车辆进行重点防范和检查以减少事故发生导致整体网络性能下降的概率.

参考文献(References):

[1] 国家铁路局.2024年铁道统计公报[R].北京,2025.
National Railway Administration of the People's Republic of China. 2024 railway statistical bulletin[R]. Beijing, 2025.(in Chinese)

[2] 李涛,荣莉莉.时空视角下中国高铁网络脆弱性分析[J].铁道科学与工程学报,2022,19(7):1801-1809.
LI Tao, RONG Lili. Vulnerability analysis of high-speed rail network in China from spatial-temporal perspective [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2022, 19(7): 1801-1809.(in Chinese)

[3] 秦霜霜.基于复杂网络的中国高铁网络脆弱性分析及应对策略研究[D].武汉:武汉理工大学,2022.
QIN Shuangshuang. Vulnerability Analysis and coping strategy research of China's high-speed rail network based on complex networks [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2022.(in Chinese)

[4] 刘国东.基于相依网络的高铁网络级联失效模型研究[D].大连:大连交通大学,2021.
LIU Guodong. Cascading failure modeling of high-speed railway networks based on interdependent networks [D]. Dalian: Dalian Jiaotong University, 2021.(in Chinese)

[5] MA J F, MA S, XIE X T, et al. Robustness analysis of high-speed railway networks against cascading failures: From a multi-layer network perspective[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2024, 11(6): 6522-6534.

[6] WANG B, SU Q, CHIN K S. Vulnerability assessment of China-Europe Railway Express multimodal transport network under cascading failures[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2021, 584: 126359.

[7] XIAO Y J, LI Y, LIU W D, et al. Resilience assessment of High-speed railway networks from the spatio-temporal perspective: A case study in Jiangsu Province, China [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2025, 259: 110900.

[8] HU X L, HUANG J, LONG X J, et al. Service vulnerability assessment of China's high-speed train network: A simulation approach[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2024, 245: 109971.

[9] JIAO J J, ZHANG F N, LIU J. A spatiotemporal analysis of the robustness of high-speed rail network in China [J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2020, 89: 102584.

[10] CHEN C, WANG S L, ZHANG J H, et al. Modeling the vulnerability and resilience of interdependent transportation networks under multiple disruptions[J]. Journal of Infrastructure Systems, 2023, 29: 04022043.

[11] 黄英艺,金淳,荣莉莉.考虑节点综合重要度的物流网络

级联失效模型[J]. 运筹与管理, 2014, 23(6): 108－115.
HUANG Yingyi, JIN Chun, RONG Lili. Cascading failure model on logistics network based on the overall importance of nodes[J]. Operations Research and Management Science, 2014, 23(6): 108－115. (in Chinese)

[12] LIU Y Y, LI K P, YAN D Y. Quantification analysis of potential risk in railway accidents: A new random walk based approach[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2024, 242: 109778.

[13] YIN D Z, HUANG W C, SHUAI B, et al. Structural characteristics analysis and cascading failure impact analysis of urban rail transit network: From the perspective of multi-layer network[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2022, 218: 108161.

[14] LIU Q, YANG Y, NG A K Y, et al. An analysis on the resilience of the European port network[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2023, 175: 103778.

[15] 种鹏云.基于复杂网络的危险品运输网络拓扑特性、级联失效机制及抗毁性研究[D].成都: 西南交通大学,2015.
ZHONG Pengyun. Topological characteristics, cascading failure mechanisms and invulnerability of hazardous materials transportation networks based on complex network theory [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015. (in Chinese)

[16] 孙兢业. 基于负载分配的供应链网络级联失效研究[J]. 物流科技, 2024, 47(12): 131－134.
SUN Jingye. Research on cascading failure of supply chain networks based on load allocation[J]. Logistics Sci-Tech, 2024, 47(12): 131－134. (in Chinese)

[17] 冉连月.基于复杂网络的轨道交通灾害风险与脆弱性研究[D].武汉:华中科技大学,2019.
RAN Lianyue. Disaster risk and vulnerability of rail transit networks based on complex network theory [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2019. (in Chinese)

[18] JANIĆ M. Modelling the resilience, friability and costs of an air transport network affected by a large-scale disruptive event [J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2015, 71: 1－16.

[19] 李静, 路庆昌, 徐鹏程, 等. 考虑站点耦合关系的大型城市轨道交通网络级联失效分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2024, 58(9): 1945－1955.
LI Jing, LU Qingchang, XU Pengcheng, et al. Cascading failure analysis of large-scale urban rail transit network considering station coupling relationship[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2024, 58(9): 1945－1955. (in Chinese)

[20] 李淑庆,宋易宵,钟国剑.考虑近邻度值之和的城市轨道网络抗毁性研究[EB/OL].[2025-03-31].https://doi.org/10.16182/j.issn1004731x.joss.23-0612.
LI Shuqing, SONG Yixiao, ZHONG Guojian. Research on invulnerability of urban rail transit network considering sum of neighbor degrees [EB/OL]. [2025-03-31]. https://doi.org/10.16182/j.issn1004731x.joss.23-0612. (in Chinese)