

考虑钢腹板畸变翘曲应力分布范围 影响的横向弯矩分析

周福成, 张元海, 魏彦红

(兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070)

摘 要:为研究波形钢腹板组合箱梁横向弯矩的合理计算方法及波形钢腹板畸变翘曲应力分布范围对横向弯矩的影响,本文在传统的 TYL 框架法基础上,考虑畸变位移与薄片框架位移间的变形协调关系,采用满足平衡条件的新计算模型,提出一种波形钢腹板组合箱梁横向弯矩框架分析法,并建立了计算横向弯矩的一般公式。基于现有文献中 3 种不同波形钢腹板畸变翘曲应力的分布范围,分别用两种框架解析法与有限元法,计算了直腹板和斜腹板波形钢腹板组合箱梁各关键点处的横向弯矩。研究结果表明:对于直腹板箱梁,本文方法和已有计算方法具有相同的计算精度;对于斜腹板箱梁,本文方法计算所得的横向弯矩与有限元法的计算结果分布规律一致,且本文方法相比已有计算方法具有更高的计算精度。波形钢腹板组合箱梁不同的腹板畸变翘曲应力分布范围对横向弯矩的结果影响很小,实际计算横向弯矩时,可以认为波形钢腹板不承担畸变翘曲应力。

关键词:桥梁与隧道工程;波形钢腹板;组合箱梁;框架分析;横向弯矩;畸变翘曲应力

中图分类号:U448.36 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2025)11-3498-09

DOI:10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240095

Transverse bending moment analysis considering the influence of the distortion warping stress distribution range of the corrugated steel webs

ZHOU Fu-cheng, ZHANG Yuan-hai, WEI Yan-hong

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In order to study the reasonable calculation method of the transverse bending moment of the composite box girder with corrugated steel webs and the influence of the distortion warping stress distribution range of the corrugated steel webs on the transverse bending moment, Based on the traditional TYL frame method, considering the deformation coordination relationship between distortion displacement and sheet frame displacement, this paper proposes a transverse bending moment frame analysis method for composite box girder with corrugated steel webs by using a new calculation model that meets the

收稿日期: 2024-01-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(52368020, 51968040); 兰州交通大学基础研究拔尖人才计划项目(2022JC17).

作者简介: 周福成(1992-), 男, 博士研究生. 研究方向: 桥梁结构设计理论. E-mail: zhoulfc@163.com

通信作者: 张元海(1965-), 男, 教授, 博士. 研究方向: 桥梁结构设计理论. E-mail: zyhl7012@163.com

equilibrium conditions, and a general formula for calculating the transverse bending moment is established. In view of the three different distortion warping stress distribution range of corrugated steel webs, the transverse bending moments at each key point of the straight webs and inclined webs composite box girder with corrugated steel webs were calculated by two frame analytical methods and finite element methods. The results show that for the straight webs box girder, the method proposed in this paper has the same calculation accuracy as the existing calculation method. For the inclined webs box girder, the transverse bending moment calculated by the proposed method is consistent with the distribution law of the calculation results of the finite element method, and the proposed method has higher calculation accuracy than the existing calculation methods. The different webs distortion warping stress distribution ranges of the composite box girder with corrugated steel webs have little influence on the results of the transverse bending moment, and when the transverse bending moment is actually calculated, it can be considered that the corrugated steel webs does not bear the distortion warping stress.

Key words: bridge and tunnel engineering; corrugated steel web; composite box girder; frame analysis; transverse bending moment; distortion warp stress

0 引言

波形钢腹板组合箱梁始建于法国,具有经济、高效、施工简便等优点^[1]。随着薄壁、大悬臂箱梁的普及与使用,箱梁顶板受到车轮荷载后的受力状况越来越被关注,横向受力问题越发突出^[2]。由于箱梁截面是超静定结构,除了直接承受荷载的顶板会产生横向弯曲外,腹板和底板也会产生横向弯矩,因此,受力分析是一个空间受力问题^[3]。按照箱形梁设计理论,桥面板的精确分析常采用框架分析法,这种方法是将箱梁空间三维问题转化为平面框架问题求解的一种方法^[4]。框架分析法不仅考虑了框架的横向弯矩,还考虑了薄壁框架的畸变效应^[5,6]和刚性扭转效应^[7]。

关于混凝土箱梁横向弯矩的计算方法研究,以郭金琼等^[8]提出的传统“TYL”框架法为基础,汪洋生等^[9]在刚性支承框架分析法的基础上,引入横向弯矩修正系数,反映箱梁畸变变形对横向弯矩的影响;王晨光等^[10,11]利用弹性支承梁理论对外荷载进行修正,推导出满足平衡关系的新计算模型,改进了现有框架法;王兆南等^[12]利用能量法优化了梯形截面单室箱梁横向弯矩的框架法;Kurian 等^[13-16]基于大量的三维有限元分析结果,对单室箱梁在车辆荷载作用下的横向弯矩计算提出了修正方法;Chithra 等^[17]对单箱双室箱梁,采用框架法借助有限元进行修正。国内外学者基于混凝土箱梁横向弯矩的计算方法,将其推广至波形钢腹板组合箱梁。黎雅乐等^[18]认为波形钢腹板组合箱梁腹板不承担畸变翘曲应力。赵

品等^[19]等结合实验,认为波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲正应力仅存在于腹板与顶板、底板相交部位,其余位置为 0,分布高度为腹板高度的 20%;贾慧娟等^[20]和王兆南等^[21]认为波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲正应力的分布范围同混凝土箱梁一致。

现有文献关于波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力的分布范围未做统一,既有 3 种分布范围对最终横向弯矩的影响值得讨论。本文提出了一种新的波形钢腹板组合箱梁横向弯矩计算方法,该方法中,薄片框架计算模型更加符合实际情况。并基于 3 种波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力的分布范围,建立了对应的相关公式。对比分析畸变翘曲应力的分布范围对波形钢腹板组合箱梁横向弯矩的影响。

1 外力分析

利用框架法求解横向弯矩时,有如下假定:

(1)刚周边假定:波形钢腹板组合箱梁截面周边不可压缩。

(2)平截面假定:组成波形钢腹板组合箱梁的各个板件在自身平面内发生挠曲变形后,其横截面仍保持为平面。

(3)翘曲剪应力和翘曲正应力沿箱梁壁厚是均匀分布的,即忽略厚度对翘曲应力的影响。

波形钢腹板组合箱梁所受荷载如图 1 所示,在顶板纵桥向满跨作用任意连续竖向偏心荷载 $q(z)$ 。

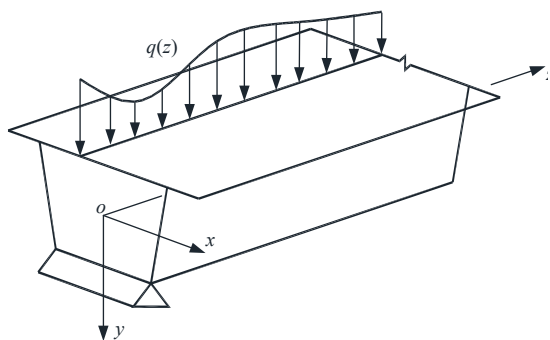


图 1 箱梁荷载

Fig. 1 Box girder load

引入虚设支承形式 $R_i (i=1, 2, 3, 4)$ 。为了释放虚加支承,在虚加支承处施加等值反向的 q_i ,并分解为正对称荷载($q_{\text{sym}}=(q_1+q_2)/2$)和反对称荷载(横向 $q_s=q_3=q_4$ 、竖向 $q_h=(q_1-q_2)/2$),如图 2 所示。

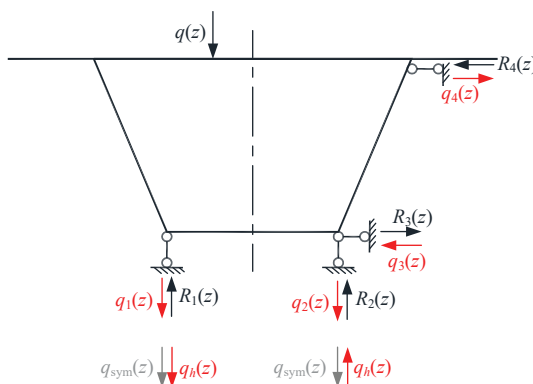


图 2 支承形式及其分解示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the support form and its decomposition

反对称荷载作用于箱梁时,产生了刚性扭转和畸变效应,从箱梁取出一片单位长度框架,这片框架的前后两面均会产生剪力,其差值可定义为剪力差,即单位长度的微元框架沿坐标轴的剪力增量,将其分解为畸变剪力差和扭转剪力差,可看成外荷载,如图 3 所示。在剪力差作用下,框架产生了横向变形和横向弯曲, T'_s, T'_x, T'_h 分别为顶板、底板、腹板由畸变引起的剪力差, t'_s, t'_x, t'_h 分别为顶板、底板、腹板由刚性扭转引起的剪力差。

图 3 中, a, b, c, h, b_t, b_o 分别为腹板长度、顶板宽度、底板宽度、截面高度、翼缘板宽度、顶板总宽度。 $t_i (i=o, c, u)$ 表示顶板厚度、换算腹板厚度、底板厚度。 $d/2$ 为荷载作用点到顶板中心的距离。

对于扭转剪力差,由平均扭转剪力流相等得:

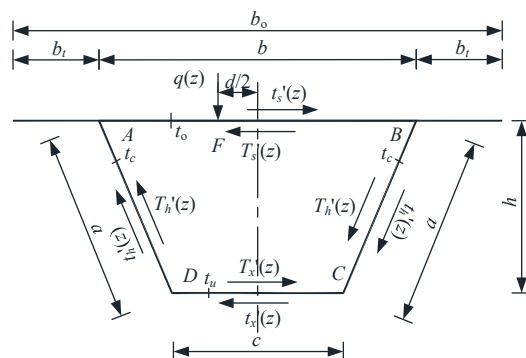


图 3 框架的截面尺寸及剪力差荷载

Fig. 3 Cross-sectional dimensions of the frame and the shear differential load

$$\frac{t'_x}{c} = \frac{t'_h}{a} \quad (1)$$

截面尺寸如图 3 所示的箱梁在反对称荷载的作用下产生了畸变,假设 A、D 处的畸变翘曲应力为 σ_A 和 σ_D ,定义 $\beta_i = \sigma_D / \sigma_A (i=1, 2, 3)$ 为畸变翘曲系数, $\alpha_o = b_o / b$ 。顶板、底板以及腹板由畸变翘曲应力合成的畸变内力矩为 M_o, M_u 和 $M_{ci} (i=1, 2, 3)$ 。

$$M_o = 2 \int_0^{\frac{b_o}{2}} \frac{\sigma_A x}{b/2} x t_o dx = \frac{1}{6} \sigma_A \alpha_o^3 b^2 t_o \quad (2)$$

$$M_u = 2 \int_0^{\frac{c}{2}} \frac{\sigma_D x}{c/2} x t_u dx = \frac{1}{6} \sigma_A \beta c^2 t_u \quad (3)$$

对于波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力,其分布范围有以下几种:

(1) 文献[18]认为波形钢腹板纵向弹性模量较小,波形钢腹板组合箱梁腹板不承担弯矩,如图 4 所示。

由平衡条件($M_{c1}=0$) $M_u - M_o + M_{c1} = 0$ 得:

$$\beta_1 = \frac{\alpha_o^3 b^2 t_o}{c^2 t_u} \quad (4)$$

由剪力差与畸变内力矩的关系 $T' = M''$ 得:

$$T'_{x1} = T'_{s1} \quad (5)$$

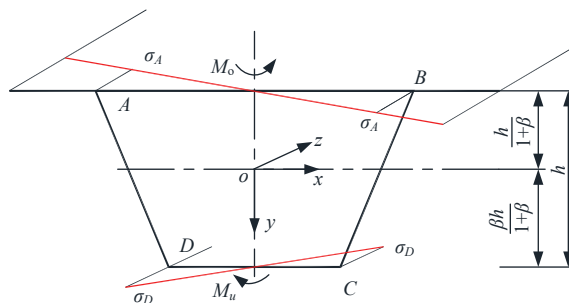


图 4 畸变翘曲应力分布图 1

Fig. 4 Distortion warping stress distribution 1

(2)文献[19]认为波形钢腹板组合箱梁腹板的畸变翘曲应力值很小,只是在与顶、底板相交的部位存在畸变翘曲应力值,腹板其余位置的畸变翘曲应力值接近于零忽略不计。其分布高度为箱室高度的20%,如图5所示。

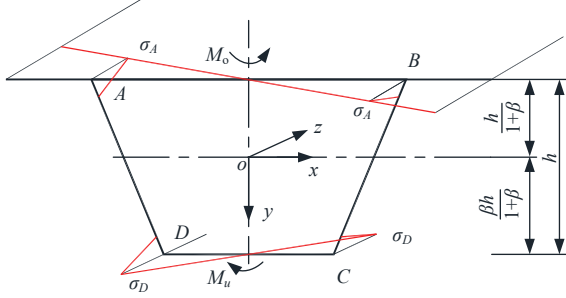


图5 畸变翘曲应力分布图2

Fig. 5 Distortion warping stress distribution 2

设腹板畸变翘曲应力对y轴的力矩为 M_{cyi} ,则

$$M_{cy2} = \frac{\sigma_A t_c a [0.6c(\beta - 1) + 0.04(b - c)(\beta - 2)]}{6} \quad (6)$$

由平衡条件, $M_u - M_o + M_{cy2} = 0$ 得:

$$\beta_2 = \frac{t_c a (0.52c + 0.08b) + t_o \alpha_o^3 b^2}{t_c a (0.56c + 0.04b) + c^2 t_u} \quad (7)$$

由剪力差与畸变内力矩的关系得:

$$T'_{x2} = \frac{\beta_2 \left(\frac{c}{b}\right)^2 t_u}{\alpha_o^3 \left(\frac{a}{b}\right)^2} T'_{s2} \quad (8)$$

$$T'_{h2} = \frac{0.08(1 + \beta_2^3) \left(\frac{a}{b}\right)^2 t_c}{\alpha_o^3 (1 + \beta_2)^2} T'_{s2} \quad (9)$$

(3)文献[20]认为波形钢腹板组合箱梁的腹板纵向抗弯刚度很小,但是其畸变翘曲应力并不为0,沿波形钢腹板线性分布,如图6所示。

$$M_{cy3} = \frac{\sigma_A t_c a}{6} [(2c + b)\beta - (2b + c)] \quad (10)$$

由平衡条件 $M_u - M_o + M_{cy3} = 0$ 得:

$$\beta_3 = \frac{\alpha_o^3 b^2 t_o + a(2b + c)t_c}{c^2 t_u + a(2c + b)t_c} \quad (11)$$

文献[20]中关于波形钢腹板组合箱梁畸变翘曲系数的计算需要求解一元二次方程,本文提出的畸变翘曲系数计算公式(11)较之更方便和精确。

由剪力差与畸变内力矩的关系得:

$$T'_{x3} = \frac{\beta_3 \left(\frac{c}{b}\right)^2 t_u}{\alpha_o^3 \left(\frac{a}{b}\right)^2} T'_{s3} \quad (12)$$

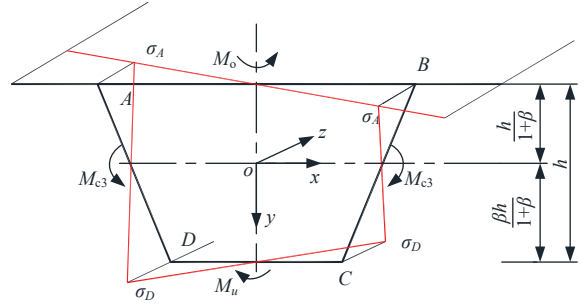


图6 畸变翘曲应力分布图3

Fig. 6 Distortion warping stress distribution 3

$$T'_{h3} = \frac{2(1 + \beta_3^3) \left(\frac{a}{b}\right)^2 t_c}{\alpha_o^3 (1 + \beta_3)^2} T'_{s3} \quad (13)$$

2 内力和位移分析

由于框架结构竖向对称,受反对称荷载作用,则顶、底板的反弯点位于竖向对称轴上。 Q_s 、 Q_x 和 Q_h 为顶板、底板和腹板反弯点处的剪力,如图7所示。

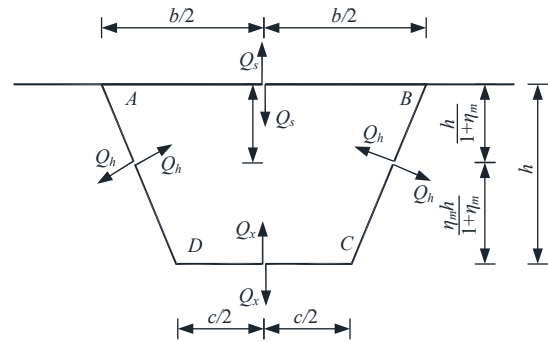


图7 框架剪力图

Fig. 7 Frame shear force diagram

根据A、B的弯矩平衡得:

$$Q_h = \frac{1 + \eta_m}{2} \cdot \frac{b}{a} Q_s \quad (14)$$

$$Q_x = \eta_m \frac{b}{c} Q_s \quad (15)$$

传统的“TYL”框架法计算顶板和底板的相对水平位移来表达畸变位移协调关系,如图8所示。

由于结构关于y轴对称,所受荷载关于y轴反对称,则顶板、底板的对称中心必为反弯点,根据反弯点处弯矩为0的特点,本文取对称结构的一半建立新的计算模型,如图9所示。

利用顶、底板反弯点处剪力表示等效荷载 F' 得:

$$F' = Q_s + Q_x = \frac{2a}{1 + \eta_m} \left(\frac{\eta_m}{c} + \frac{1}{b} \right) Q_h \quad (16)$$

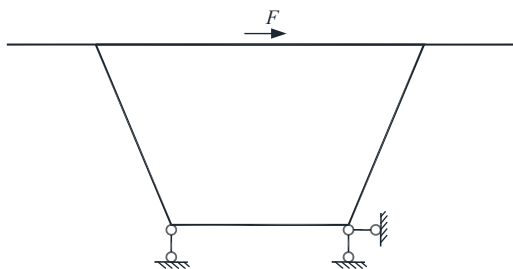


图 8 传统的“TYL”框架法计算模型示意图

Fig. 8 Schematic diagram of the calculation model of the traditional "TYL" framework method

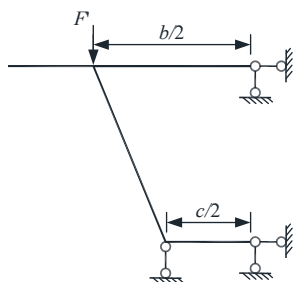


图 9 新的框架法计算模型

Fig. 9 New framework method computational model

在外力 F' 的作用下,如图 10 所示,框架发生了畸变,记 A 、 D 点相对竖向位移为 Δ_{Ay} 、 Δ_{Dy} , A 、 D 点处框架的相对转角为 γ_A 和 γ_D ,顶板、顶板、腹板的转角为 γ_1 、 γ_2 、 γ_3 ,在小变形假设下可得:

$$\gamma_A + \gamma_D = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{2\Delta_{Ay}}{b} + \frac{2\Delta_{Dy}}{c} \quad (17)$$

计算顶板反弯点处剪力 Q_s ,根据等价关系,求解比例系数 η_m 。进一步求解在竖向等效荷载 F' 的作用下, A 、 D 点相对竖向位移为 Δ_{Ay} 、 Δ_{Dy} :

$$\eta_m = \frac{2 + \frac{c}{b} + n \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{I_c}{I_o}}{1 + 2 \frac{c}{b} + n \cdot \frac{c^2}{ab} \cdot \frac{I_c}{I_u}} \quad (18)$$

$$\Delta_{Ay} = \Delta_{Dy} = \frac{\eta_1 c a^2}{24 n E I_c} Q_h \quad (19)$$

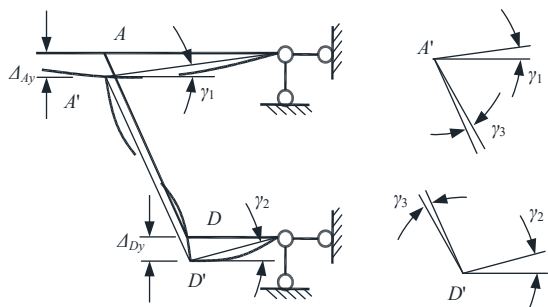


图 10 框架的畸变变形简图

Fig. 10 Schematic diagram of the distortion of the frame

$$\text{式中: } \eta_1 = \frac{4 + \frac{6a}{b} \cdot \frac{I_o}{n I_c} + 4 \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{I_o}{I_u} + 2 \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{n I_c}{I_u}}{1 + \left(\frac{c}{b}\right)^2 \frac{I_o}{I_u} + \frac{3a(b+c)I_o}{b^2 I_c n}}$$

箱梁横截面尺寸系数; $n = E_s/E$, E_s 和 E 分别为钢与混凝土的弹性模量; I_o 、 I_u 为沿纵向单位长度的顶、底板横向抗弯惯性矩 $I_i = t_i^3/[12(1-\mu^2)]$ ($i = o, u$), 单波钢腹板如图 11 所示, $I_c = [2L_c t(h/2)^2 + th^3 \sin \theta/6]/q$ 。

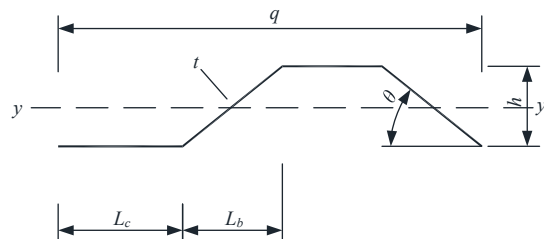


图 11 波纹钢腹板结构示意图

Fig. 11 Schematic diagram of corrugated steel web structure

相比文献[18-20]中波形钢腹板组合箱梁相关系数的求解,本文采用新的框架法求得的比例系数 η_m 和截面尺寸系数 η_1 表达式更简洁、准确。

传统畸变效应的分析采用畸变角为基本未知量,表达位移与内力的关系,对于同一框架,不论采用畸变角表达的位移与内力关系,还是用框架内剪力表达的位移与内力关系,应该保持一致,则根据 A 、 D 点处的竖向位移协调关系:

$$\frac{\eta_1 a^2}{12 n E I_c} Q_h = \frac{\alpha}{E} \left(\frac{T'_s}{h J_s} + \frac{2a T'_h}{h c J_h} + \frac{b T'_x}{h c J_x} \right) \quad (20)$$

式中: J_i ($i = s, x, h$) 为各板件在自身平面内弯曲的惯性矩, $J_s = t_o b_o^3/12$, $J_x = t_u c^3/12$, $J_h = t_c a^3/12$; 系数 α 取决于箱梁的支承形式与荷载形式。

3 内、外力平衡分析

分别根据水平力的平衡、竖向力的平衡和转动平衡可得:

$$(T'_s - t'_s) - (T'_x - t'_x) + \frac{b-c}{a} (T'_h + t'_h) = 0 \quad (21)$$

$$Q_s + Q_x + \frac{h}{a} (T'_h + t'_h) = q_h \quad (22)$$

$$2 \left(1 + \frac{b-c}{c} \cdot \frac{\eta_m}{1 + \eta_m} \right) Q_h = \frac{h}{a} (q_s + t'_x - T'_x) + \frac{b-c}{a} q_h \quad (23)$$

4 数值算例

4.1 直腹板波形钢腹板组合箱梁算例

以南京某天桥为例,计算跨径为 $L_0=30\text{ m}$ 。顶板采用 C50 混凝土,波形钢腹板钢材选择 Q345 号钢,采用标准 1 600 型波纹钢,厚度为 16 mm,偏心荷载 $q=10\text{ kN/m}$,作用在距离顶板中心线 1 m 处。简化后计算截面如图 12 所示。

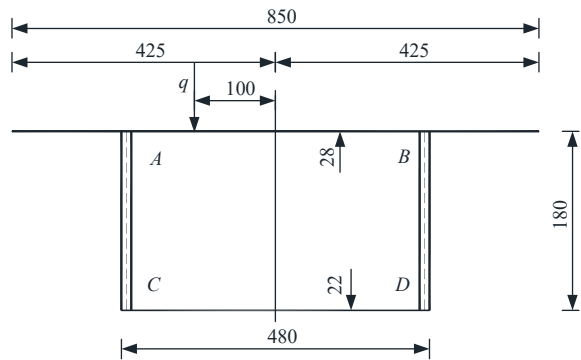


图 12 计算截面示意图 (cm)

Fig. 12 Schematic diagram of the calculation cross-section (cm)

对于跨中截面,直腹板波形钢腹板组合箱梁单位长度框架的截面几何特性,计算结果见表 1。

单位框架在虚设支承下,跨中截面各关键点处的刚性支承弯矩值 $M_{\text{刚性支承}}$ 见表 3。释放刚性支承过程中相关参数及释放支承弯矩 $M_i(i=A, B, C, D)$ 见表 2。

后文中物理量下标 i_{new} 和 $i_y(i=1, 2, 3)$ 分别为波形钢腹板组合箱梁基于第一章外力分析中不同腹板畸变翘曲应力分布范围情况下,本文横向弯矩计算方法和文献[18-20]中横向弯矩计算方法计算过程中的相关物理量。

刚性支承弯矩和释放支承弯矩叠加即波形钢

表 1 跨中截面的单位长度框架的几何特性

Table 1 Geometric properties of a unit length frame in a mid-span section

物理量	计算值
I_o	$19.055\ 6\times 10^{-4}\text{ m}^4/\text{m}$
I_u	$9.243\ 1\times 10^{-4}\text{ m}^4/\text{m}$
I_c	$1.131\ 4\times 10^{-4}\text{ m}^4/\text{m}$
J_s	$14.329\ 6\text{ m}^4$
J_x	$2.027\ 5\text{ m}^4$
J_h	$9.631\ 1\times 10^{-2}\text{ m}^4$
β_1	7.067 5
β_2	6.045 0
β_3	4.013 6

表 2 释放支承过程中的关键参数

Table 2 Critical parameters in the release support process

项目	$Q_s/$ ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	$Q_x/$ ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	$M'_A(M'_B)/$ ($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)	$M'_C/(M'_D)/$ ($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)
1new	0.384 0	0.306 1	0.921 6	0.734 7
2new	0.406 8	0.324 3	0.976 3	0.778 4
3new	0.384 3	0.306 4	0.922 4	0.735 4
1y	0.384 0	0.306 1	0.921 6	0.734 7
2y	0.406 8	0.324 3	0.976 3	0.778 4
3y	0.384 3	0.306 4	0.922 4	0.735 4

腹板组合箱梁最终横向弯矩,计算结果见表 3。

表 3 跨中截面的横向弯矩

Table 3 The transverse moment of the mid-span section

横向弯矩($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)	A	B	C	D	F
$M_{\text{刚性支承}}$	-3.877 0	-3.037 2	0.546 9	0.334 2	7.934 6
$M_{1\text{new}}$	-2.955 4	-3.958 8	-0.187 8	1.068 9	8.126 6
M_{1y}	-2.955 4	-3.958 8	-0.187 8	1.068 9	8.126 6
$M_{2\text{new}}$	-2.957 8	-3.956 3	-0.185 9	1.067 0	8.126 1
M_{2y}	-2.957 8	-3.956 3	-0.185 9	1.067 0	8.126 1
$M_{3\text{new}}$	-2.954 6	-3.959 6	-0.188 5	1.069 6	8.126 8
M_{3y}	-2.954 6	-3.959 6	-0.188 5	1.069 6	8.126 8

由表 3 可以看出,斜腹板波形钢腹板组合箱梁横向弯矩计算公式退化到直腹板波形钢腹板组合箱梁横向弯矩计算公式时,本文计算方法和文献[18-20]中的计算方法具有相同的精度,证实了本文提出的横向弯矩计算方法的正确性。

由于本文方法和文献[18-20]中的计算方法具有相同精度,仅对比分析不同腹板畸变翘曲应力分布范围对最终横向弯矩的影响,以范围 1 为基础,相对误差见表 4。

根据表 4 可以看出,不同波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力分布范围对各计算点处的最终横向弯矩值的影响不大,相对误差均在 2% 以内。

4.2 斜腹板波形钢腹板组合箱梁算例

以广西某跨径为 40 m 的单箱室波形钢腹板简支箱梁桥为例,材料使用 C50 混凝土, Q345 钢

表 4 跨中截面的横向弯矩相对误差

Table 4 Relative error of the transverse moment of the mid-span section

相对误差	A	B	C	D	F
δ_{12}	0.08	0.06	1.05	0.18	0.01
δ_{13}	0.03	0.02	0.35	0.06	0.00

注: $\delta_{1i}=|(M_i-M_1)/M_1|\times 100\%(i=2, 3)$ 。

板,厚度为 12 mm,箱梁顶板净宽为 6.7 m,悬臂长为 1.35 m,腹板间距 4 m,箱梁中心高为 2.2 m。假设均布荷载 $q=10\text{ kN/m}$ 作用在偏离箱梁中心线 0.5 m 的位置。计算截面如图 13 所示。

单波波纹钢腹板尺寸如图 14 所示。

对于跨中截面,斜腹板波纹钢腹板组合箱梁单位长度框架的截面几何特性,计算结果如表 5 所示。

在刚性支承下,可求得跨中截面刚性支承弯矩分布图如图 15 所示。

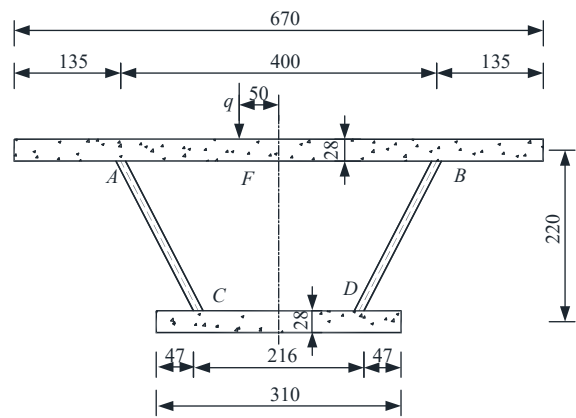


图 13 斜腹板箱梁截面计算简图(cm)
Fig. 13 Schematic diagram of cross-section calculation of oblique web box girder (cm)

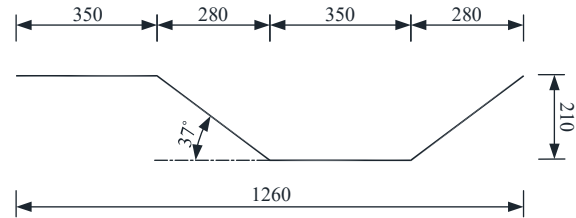


图 14 单波段波纹钢腹板尺寸(mm)
Fig. 14 Single-band corrugated steel web size (mm)

表 5 跨中截面的单位长度框架的几何特性
Table 5 Geometric properties of a unit length frame in a mid-span section

物理量	计算值
I_o	$19.055\ 6\times 10^{-4}\text{ m}^4/\text{m}$
I_u	$19.055\ 6\times 10^{-4}\text{ m}^4/\text{m}$
I_c	$8.232\ 0\times 10^{-5}\text{ m}^4/\text{m}$
J_s	$7.017\ 8\text{ m}^4$
J_x	$0.235\ 1\text{ m}^4$
J_{h3}	$20.140\ 8\times 10^{-2}\text{ m}^4$
β_1	16.116 0
β_2	11.473 1
β_3	5.239 2

根据不同的波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力分布范围,分别释放刚性支承,释放支承后的关键参数如表 6 所示。

释放刚性支承后,单位长度框架在反对称荷载作用下,释放支承弯矩分布如图 16 所示。

实际波形钢腹板组合箱梁的横向弯矩由刚性支承所得弯矩和释放刚性支承所得弯矩相叠加得到,计算结果如表 7 所示。

根据表 7 和表 8,对比分析在同一计算方法下,不同钢腹板畸变翘曲应力分布范围所得横向弯矩的相对误差,即 $\delta_{1\text{new}}$ 、 $\delta_{2\text{new}}$ 和 $\delta_{3\text{new}}$ 对比以及 δ_{1y} 、 δ_{2y} 和 δ_{3y} 对比。不论采用何种计算方法,不同波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力范围对各计算点处的横向弯矩影响较小。

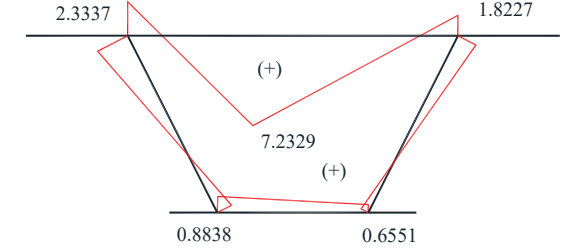


图 15 跨中截面虚设支承弯矩分布图(kN·m/m)
Fig. 15 Distribution diagram of bending moment of virtual support in mid-span section (kN·m/m)

表 6 释放支承过程中的关键参数
Table 6 Critical parameters in the release support process

项目	η_1	η_m	$Q_x/(kN\cdot m^{-1})$	$Q_x/(kN\cdot m^{-1})$	$M_A'(M_B')/(kN\cdot m\cdot m^{-1})$	$M_C'(M_D')/(kN\cdot m\cdot m^{-1})$
1new	1.712 3	1.347 4	0.191 7	0.478 4	0.383 4	0.516 6
2new	1.712 3	1.347 4	0.191 4	0.477 5	0.382 7	0.515 7
3new	1.712 3	1.347 4	0.191 4	0.477 7	0.382 9	0.515 9
1y	1.713 1	0.887 4	0.253 4	0.416 5	0.506 9	0.449 8
2y	1.713 1	0.887 4	0.253 0	0.415 7	0.505 9	0.449 0
3y	1.713 1	0.887 4	0.253 0	0.415 9	0.506 1	0.449 1

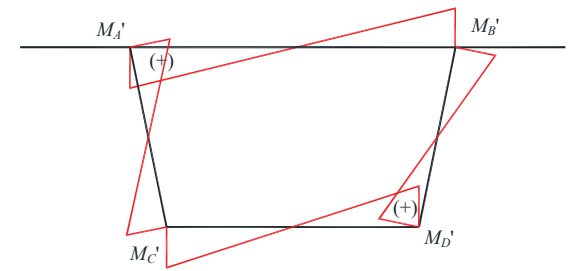


图 16 跨中截面释放支承弯矩分布示意图
Fig. 16 Schematic diagram of the distribution of the bending moment of the rigid support released in the mid-span section

表 7 跨中截面的横向弯矩

Table 7 Transverse moment of the mid-span section

横向弯矩/(kN·m·m ⁻¹)	A	B	C	D	F
$M_{1\text{new}}$	-1.950 2	-2.206 2	0.367 1	1.171 7	7.328 8
M_{1y}	-1.826 8	-2.329 6	0.433 9	1.104 9	7.359 7
$M_{2\text{new}}$	-1.950 9	-2.205 5	0.368 1	1.170 8	7.328 6
M_{2y}	-1.827 7	-2.328 6	0.434 8	1.104 0	7.359 4
$M_{3\text{new}}$	-1.950 8	-2.205 6	0.367 9	1.170 9	7.328 7
M_{3y}	-1.827 6	-2.328 8	0.434 6	1.104 2	7.359 5
$M_{\text{有限元}}$	-2.112 8	-2.400 4	0.323 4	1.154 0	7.198 6

表 8 跨中横向弯矩相对误差对比

Table 8 Comparison of the relative error of the transverse moment of the mid-span cross-section

相对误差	A	B	C	D	F
$\delta_{1\text{new}}$	7.69	8.09	13.52	1.53	1.81
$\delta_{2\text{new}}$	7.66	8.12	13.81	1.45	1.81
$\delta_{3\text{new}}$	7.67	8.12	13.76	1.47	1.81
δ_{1y}	13.54	2.95	34.17	4.25	2.24
δ_{2y}	13.49	2.99	34.44	4.33	2.23
δ_{3y}	13.50	2.98	34.39	4.32	2.23

注: $\delta_{i\text{new}} = |(M_{i\text{new}} - M_{i\text{有限元}}) / M_{i\text{有限元}}| \times 100\%$, $\delta_{iy} = |(M_{iy} - M_{iy\text{有限元}}) / M_{iy\text{有限元}}| \times 100\%$ ($i=1,2,3$)。

为了方便对比分析,记 δ 为不同钢腹板畸变翘曲应力范围内,两种横向弯矩计算方法所得各计算点处的横向弯矩与有限元法所得横向弯矩相对误差的绝对值,见表8。

根据表8,对比分析同种波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力分布范围内,不同计算方法所得弯矩的相对误差,即 $\delta_{i\text{new}}$ 和 δ_{iy} 对比。不论采用何种钢腹板畸变翘曲应力分布范围,本文提出的横向弯矩计算方法均具有一定的准确性,对于顶板计算点处的横向弯矩,相对误差在9%以内。对于底板计算点处的横向弯矩,相对误差在14%以内。

5 结 论

(1) 本文在框架分析法计算横向弯矩的基础上,充分考虑波形钢腹板组合箱梁单位框架结构的对称性和荷载的反对称性,提出一种新的横向弯矩计算方法。该方法可简化计算畸变翘曲系数、比例系数和箱梁截面尺寸系数的过程。针对直腹板和斜腹板波形钢腹板组合箱梁进行数值算例分析,验证了本文提出的横向弯矩计算方法和所建立公式的正确性。

(2) 根据现有文献针对波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力的不同分布范围,利用本文提出的计算方法与现有文献中的计算方法进行对

比,计算波形钢腹板简支箱梁跨中截面的横向弯矩。计算结果表明:本文计算方法均有更高的计算精度;3种波形钢腹板组合箱梁腹板畸变翘曲应力分布范围,对最终横向弯矩的影响较小。具体而言,对于直腹板波形钢腹板箱梁,本文计算方法与既有文献计算方法具有相同的计算精度,在不同畸变翘曲应力分布范围内,各计算点处的横向弯矩相对误差在2%以内;对于斜腹板波形钢腹板箱梁,对比有限元法,本文计算方法较既有文献计算方法具有更高的精度,在不同畸变翘曲应力分布范围内,各计算点处的横向弯矩与有限元法所得结果的相对误差变化较小。

(3) 计算波形钢腹板组合箱梁横向弯矩时,可认为波形钢腹板组合箱梁钢腹板不承担畸变内力矩,以简化波形钢腹板组合箱梁横向弯矩的计算过程。

参考文献:

- [1] 徐强, 万水. 波形钢腹板PC组合箱梁桥设计与应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2009.
- [2] 尼颖升, 孙启鑫, 马晔, 等. 基于拉应力域的波形钢腹板组合梁承载力配筋计算[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2018, 48(1): 148-158.
Ni Ying-sheng, Sun Qi-xin, Ma Ye, et al. Calculation of capacity reinforcement about composite box girder with corrugated steel webs based on tensile stress region theory[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2018, 48(1): 148-158.
- [3] 李宏江. 波形钢腹板PC组合箱梁几个特殊问题研究进展[J]. 应用基础与工程科学学报, 2018, 26(2): 440-454.
Li Hong-jiang. Review on special issues in pre-stressed concrete box girders with corrugated steel webs[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2018, 26(2): 440-454.
- [4] 郭金琼, 房贞政, 郑振. 箱形梁设计理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008.
- [5] 徐勋, 强士中. 薄壁箱梁畸变分析理论的研究[J]. 工程力学, 2013, 30(11): 192-201.
Xu Xun, Qiang Shi-zhong. Research on distortion analysis theory of thin-walled box girder[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(11): 192-201.
- [6] Xu X, Ye H W, Zhang D Y, et al. A unified theory for distortion analysis of thin-walled hollow sections[J]. International Journal of Steel Structures, 2019,

- 19(3): 769-786.
- [7] Iván C, Ramón Ó R, Francisco C. Distortion analysis of horizontally curved trapezoidal box girder bridges[J]. *Engineering Structures*, 2023, 282: 115798.
- [8] 郭金琼, 郑震. 带伸臂箱梁桥横向内力分析[J]. *土木工程学报*, 1986(3): 59-72.
- Guo Jin-qiong, Zheng Zhen. Analysis of transverse internal forces in box girder bridges with cantilevers[J]. *China Civil Engineering Journal*, 1986(3): 59-72.
- [9] 汪洋生, 张元海. 斜腹板薄壁箱梁横向内力分析及其参数影响研究[J]. *铁道学报*, 2017, 39(3): 104-111.
- Wang Yang-sheng, Zhang Yuan-hai. Research on transverse internal force and its parameter influence of thin-walled box girders with inclined webs[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2017, 39(3): 104-111.
- [10] 王晨光, 张元海, 汪洋生. 斜腹板薄壁箱梁横向内力的改进分析方法[J]. *铁道学报*, 2021, 43(9): 127-132.
- Wang Chen-guang, Zhang Yuan-hai, Wang Yang-sheng. Transverse internal force analysis on box girder based on external load correction[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2021, 43(9): 127-132.
- [11] 王晨光, 张元海. 基于外荷载修正的箱形梁横向内力分析[J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2021, 51(1): 23-29.
- Wang Chen-guang, Zhang Yuan-hai. Transverse internal force analysis on box girder based on external load correction[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2021, 51(1): 23-29.
- [12] 王兆南, 张元海. 考虑畸变影响的箱梁横向弯矩计算方法[J]. *计算力学学报*, 2020, 37(2): 151-158.
- Wang Zhao-nan, Zhang Yuan-hai. Calculation methods of transverse bending moment of box girder considering the distortional influence[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2020, 37(2): 151-158.
- [13] Kurian B, Menon D. Correction of errors in simplified transverse bending analysis of concrete box-girder bridges[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2005, 10(6): 650-657.
- [14] Kurian B, Menon D. Simplified method for transverse bending analysis of concrete box-girder bridges[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2006, 33(2): 121-127.
- [15] Kurian B, Menon D. Transverse bending analysis of concrete box-girder bridges with flange overhangs[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2008, 35(3): 173-179.
- [16] Kurian B, Menon D. Correction of errors in simplified transverse bending analysis of concrete box-girder bridges[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2005, 10(6): 650-657.
- [17] Chithra J, Praveen N, Arumughom S S. Transverse bending analysis of twin-cell concrete box girder bridges using simplified frame analysis[J]. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 2023, 28(2): 04020004.
- [18] 黎雅乐, 杨丙文, 张建东. 单箱室波形钢腹板梁桥横向弯矩计算方法[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2016, 47(8): 2802-2809.
- Li Ya-le, Yang Bing-wen, Zhang Jian-dong. Transverse moment of PC single box-girder bridge with corrugated steel webs[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2016, 47(8): 2802-2809.
- [19] 赵品, 叶见曙. 波形钢腹板组合箱梁桥面板横向内力计算的框架分析法[J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2012, 42(5): 940-944.
- Zhao Pin, Ye Jian-shu. Frame analysis method of transverse internal force in bridge deck of box girders with corrugated steel webs[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2012, 42(5): 940-944.
- [20] 贾慧娟, 戴航, 张建东. 波形钢腹板组合梁桥横向受力研究[J]. *工程力学*, 2014, 31(12): 76-82.
- Jia Hui-juan, Dai Hang, Zhang Jian-dong. Research on transverse internal forces in box-girder bridges with corrugated steel webs[J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(12): 76-82.
- [21] 王兆南, 张元海. 单箱双室波形钢腹板组合箱梁横向内力研究[J]. *铁道学报*, 2019, 41(12): 106-112.
- Wang Zhao-nan, Zhang Yuan-hai. Research on transverse internal force of single box double cell composite box girder with corrugated steel webs[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2019, 41(12): 106-112.