

# 波形钢腹板预应力组合箱梁纯扭全过程分析

张 皓<sup>1</sup>, 陈宜言<sup>1</sup>, 叶俊宇<sup>1</sup>, 董桔灿<sup>2</sup>, 赵 秋<sup>1</sup>

(1. 福州大学 土木工程学院, 福州 350108; 2. 云基智慧工程股份有限公司, 广东 深圳 518000)

**摘 要:** 本文基于联合作用软化桁架模型(CA-STM)提出了一种适用于波形钢腹板组合箱梁的扭转理论模型(PCA-STM), 并给出了优化算法。该模型考虑了预应力效应, 并根据腹板屈服状态引入了波形钢腹板与混凝土板之间的变形协调关系。通过试验验证了理论模型的准确性, 结果表明: PCA-STM 可以很好地预测波形钢腹板组合箱梁在纯扭作用下的全过程受力行为, 包括扭矩-扭率曲线、混凝土和波形钢腹板剪应变曲线等。

**关键词:** 桥梁与隧道工程; 联合作用软化桁架模型; 波形钢腹板; 优化算法; 纯扭作用

**中图分类号:** TU318 **文章编号:** 1671-5497(2026)03-0689-11

**DOI:** 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240546

## Full-range analysis of prestressed composite box girder with corrugated steel webs under pure torsion

ZHANG Hao<sup>1</sup>, CHEN Yi-yan<sup>1</sup>, YE Jun-yu<sup>1</sup>, DONG Ju-can<sup>2</sup>, ZHAO Qiu<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; 2. Yunji Intelligent Engineering Limited Company, Shenzhen 518000, China)

**Abstract:** A torsional theoretical model (PCA-STM) applicable to composite box girders with corrugated steel webs (CSW) is proposed based on the combined action softened truss model (CA-STM), and an optimized algorithm is given. This model takes into account the prestressing effect and introduces a deformation coordination relationship between the CSW and the concrete slabs based on the yield state of the CSW. The accuracy of the theoretical model is verified by experiments and the results show that PCA-STM can well predict the full torsional behavior of the composite box girders with CSW, including the torque-twist curve, shear strain curves of concrete and CSW.

**Key words:** bridge and tunnel engineering; combined action softened truss model; corrugated steel webs; optimized algorithm; pure torsion

## 0 引 言

波形钢腹板预应力混凝土(Prestressed concrete, PC)组合箱梁凭借自重轻、受力明确、预应

力效率高等诸多优点<sup>[1]</sup>, 被广泛应用于桥梁工程领域。然而, 相关研究表明, 采用波形钢腹板代替混凝土腹板后, 组合箱梁的抗扭刚度相对下降了 60%~70%<sup>[2]</sup>, 并且在偏心活载作用下, 扭转问题

收稿日期: 2024-05-17.

基金项目: 福建省自然科学基金项目(2019J01232).

作者简介: 张皓(1995-), 男, 博士研究生. 研究方向: 钢混组合结构. E-mail: 470268065@qq.com

通信作者: 赵秋(1976-), 男, 教授, 博士. 研究方向: 钢混组合结构. E-mail: zhaoqiu@fzu.edu.cn

较为突出。因此,有必要重点关注其扭转行为。

近年来,国内外学者针对该结构的抗扭性能开展了一系列试验和数值研究<sup>[3]</sup>,并提出了相应的理论模型。Mo等<sup>[4]</sup>基于变角度软化桁架模型(Rotating angle-softened truss model theory, RA-STMT)提出了波形钢腹板组合箱梁纯扭分析模型,并通过模型试验验证了分析模型的适用性。但是该模型忽略了混凝土的抗拉性能,无法捕捉混凝土开裂前的受力行为。针对该问题,Shen等<sup>[5]</sup>和Zhu等<sup>[6]</sup>考虑了混凝土的抗拉贡献,根据合理的波形钢腹板与混凝土剪应变关系,建立了能够预测波形钢腹板组合箱梁全过程响应的RA-STMT。由于RA-STMT忽略了混凝土的抗剪贡献,丁勇等<sup>[7]</sup>将固定角软化桁架模型(Fixed angle-shear truss model for torsion, FA-STMT)拓展至波形钢腹板组合箱梁的扭转分析中,提出了相应的理论模型。需要注意的是,FA-STMT无法研究混凝土在拉压双向作用下的应力-应变关系。周聪等<sup>[8]</sup>在考虑波形钢腹板贡献和泊松比的条件下,建立了适用于波形钢腹板组合箱梁的软化薄膜元模型(Softened membrane model for torsion, SMMT),并对剪力流厚度进行了修正。

综上所述,RA-STMT、FA-STMT和SMMT均能用于预测波形钢腹板混凝土组合箱梁的扭转性能。但是,这些模型均存在一定的局限性。RA-STMT忽略了混凝土的抗拉性能,无法计算组合箱梁的弹性扭转刚度;FA-STMT由于假定裂缝夹角保持不变,无法准确预测混凝土的开裂状态;SMMT具有较高的计算精度,但是需要求解的未知参数过多。此外,上述模型均是基于传统试错法建立的,计算过程较为复杂,导致求解速率较慢。

为提高求解速率和稳定性,Silva等<sup>[9]</sup>将联合作用软化桁架模型(Combined action-softened truss model, CA-STM)的求解过程转化为带有约束条件的非线性方程组,并提出了一种优化求解方法代替传统试错法来预测钢筋混凝土箱梁的扭转性能。然而,该模型未考虑预应力产生的初应力和应变关系以及波形钢腹板的手风琴效应。因此,它是否适用于波形钢腹板组合箱梁的纯扭性能分析仍值得商榷。

本文基于CA-STM,在考虑波形钢腹板结构特点和预应力效应的条件下,提出了适用于波形

钢腹板PC组合箱梁的联合作用软化桁架模型(Pure composite action-softened truss model, PCA-STM),并通过优化算法提高了求解速率和稳定性。之后,开展了一根波形钢腹板组合箱梁纯扭试验,通过对比试验和理论结果验证了该模型的适用性。

## 1 预应力联合作用软化桁架模型

### 1.1 基本假定

为满足平衡方程和协调方程,PCA-STM做出以下基本假定:

(1)波形钢腹板组合箱梁截面被分成4块剪力板,其中顶、底板为钢筋混凝土(Reinforced concrete, RC)剪力板,腹板为普通剪力板。

(2)施加在构件上的外部荷载以均匀应力的形式作用在每块剪力板上。

(3)波形钢腹板与混凝土顶、底板连接良好,不会发生相对滑移或剪切破坏。

(4)波形钢腹板在加载过程中不发生屈曲现象,忽略波形钢腹板的纵向刚度。

### 1.2 理想横截面

初始CA-STM将RC构件截面理想化为4块具有一定厚度的RC剪力板。对于波形钢腹板组合箱梁,由于腹板内未含有钢筋和混凝土,其截面被看作由两块RC剪力板和两块普通剪力板组成。其中,板1和板3分别对应上、下两块RC剪力板,板2和板4分别对应左、右两块普通剪力板,如图1所示。

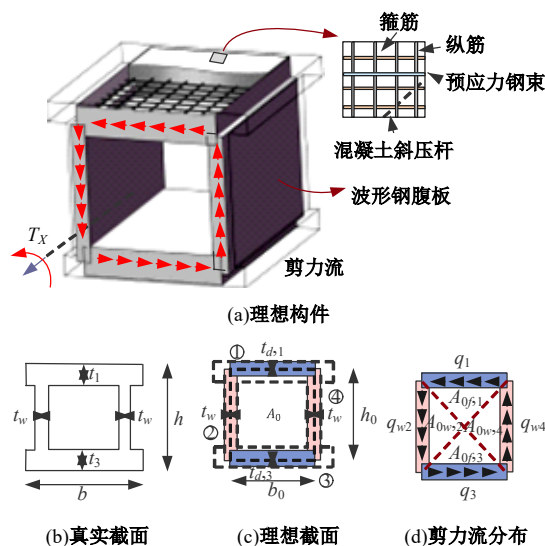


图1 构件截面转换

Fig. 1 Transformation process of member section

由于扭矩产生的剪力流在薄壁厚度方向恒定,可根据剪力流中心线的几何形状来确定RC剪力板的有效壁厚 $t_{d,i}$ ( $i$ 为混凝土板对应编号1和3)<sup>[9]</sup>。对于由波形钢腹板形成的普通剪力板,其有效壁厚即为腹板真实壁厚 $t_w$ <sup>[5]</sup>,则可得到剪力流包围的理想截面的横截面积 $A_0$ ,如图1(c)所示。

$$A_{cp} = bh \quad (1a)$$

$$p_{cp} = 2b + 2h \quad (1b)$$

$$h_0 = h - 0.5t_{d,1} - 0.5t_{d,3} \quad (1c)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (1d)$$

式中: $b$ 和 $h$ 分别为真实截面的宽度和高度; $b_0$ 为波形钢腹板中心距; $A_{cp}$ 和 $p_{cp}$ 分别为外部边缘总面积和总周长; $A_{0w}$ 和 $A_{0f}$ 分别为波形钢腹板和混凝土板剪力流中心线围成面积。

### 1.3 抗扭机理

根据Mo等<sup>[4]</sup>的研究,波形钢腹板组合箱梁的扭矩 $T_X$ 由混凝土顶、底板 $T_f$ 和波形钢腹板 $T_w$ 共同承担,则截面平衡方程可由式(2a)表示。假定由波形钢腹板转化的普通剪力板内的剪力流相等,基于薄壁理论则可建立波形钢腹板的扭转贡献,见式(2c)。

$$T_X = T_f + T_w \quad (2a)$$

$$T_f = T_1 + T_3 \quad (2b)$$

$$T_w = T_2 + T_4 = 2A_{0w}\tau_w t_w \quad (2c)$$

$$A_{0w} = A_{0w,2} + A_{0w,4} = A_0/2 \quad (2d)$$

式中: $\tau_w$ 为波形钢腹板内部的平均剪应力。

初始CA-STM内每块RC剪力板的抗力机理均是基于RA-STMT建立的<sup>[9]</sup>。由1.2节内容可知,波形钢腹板组合箱梁中只有板1和板3为RC剪力板,因此采用PCA-STM预测波形钢腹板组合箱梁的扭转性能时,需要先引入混凝土板与波形钢腹板的变形协调关系来确定波形钢腹板的受力行为<sup>[6]</sup>,如式(3)所示:

$$\gamma_{w,2} + \gamma_{w,4} = \gamma_{lt,1} + \gamma_{lt,3} \gamma_w \leq \tau_{wy}/G_e \quad (3a)$$

$$\gamma_{w,2} + \gamma_{w,4} = (\gamma_{lt,1} + \gamma_{lt,3})b_0/h_0 \gamma_w > \tau_{wy}/G_e \quad (3b)$$

式中: $\gamma_w$ 和 $\gamma_{lt}$ 分别为波形钢腹板与混凝土内的剪应变; $\tau_{wy}$ 和 $G_e$ 分别为波形钢腹板的抗剪强度和有效剪切模量。

图1(d)显示了由外扭矩 $T_X$ 引起的剪力流在理想截面的分布情况。假定剪力流的逆时针方向为正值,则:

$$q_1 = q_3 = \frac{T_f}{2A_{0f}} \quad (4a)$$

$$q_{w2} = q_{w4} = \frac{T_w}{2A_{0w}} \quad (4b)$$

$$\tau_{lt,i} = \frac{q_i}{t_{d,i}}, \quad i = 1, 3 \quad (4c)$$

式中: $\tau_{lt,i}$ 为各RC剪力板内的剪应力; $q_i$ 为混凝土板内的剪力流; $q_{w2}$ 和 $q_{w4}$ 分别为左、右腹板内的剪力流。

### 1.4 平衡方程和协调方程

图2显示了波形钢腹板组合箱梁各RC剪力板的平面应力状态。取任意微元体进行分析,可沿 $l$ 轴和 $t$ 轴分别建立其平衡方程和协调方程,见式(5a)~式(5e)。需要注意的是,对于无预应力波形钢腹板组合箱梁,式(5a)中预应力筋的应力 $f_{p,i}$ 和面积 $A_{p,i}$ 均为0。

$$\sigma_{l,i} = \sigma_{d,i} \cos^2(\alpha_{d,i}) + \sigma_{r,i} \sin^2(\alpha_{d,i}) + f_{l,i}(A_{l,i}/(t_{d,i}b_0)) + f_{p,i}(A_{p,i}/(t_{d,i}b_0)) \quad (5a)$$

$$\sigma_{t,i} = \sigma_{r,i} \cos^2(\alpha_{d,i}) + \sigma_{d,i} \sin^2(\alpha_{d,i}) + f_{t,i}(A_{t,i}/(t_{d,i}s)) \quad (5b)$$

$$\tau_{lt,i} = (\sigma_{r,i} - \sigma_{d,i}) \sin(\alpha_{d,i}) \cos(\alpha_{d,i}) \quad (5c)$$

$$\gamma_{lt,i} = 2(\epsilon_{r,i} - \epsilon_{d,i}) \sin(\alpha_{d,i}) \cos(\alpha_{d,i}) \quad (5d)$$

$$\epsilon_{l,i} = \epsilon_{r,i} + \epsilon_{d,i} - \epsilon_{t,i} \quad (5e)$$

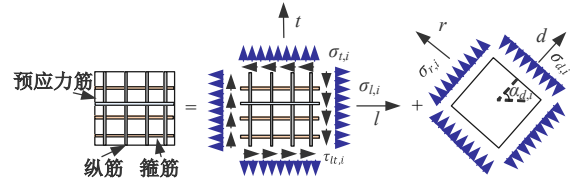


图2 平面应力状态

Fig. 2 State of plan stress

式中: $f_{l,i}$ 和 $f_{t,i}$ 分别为纵筋和箍筋的应力; $\sigma_{l,i}$ 和 $\sigma_{t,i}$ 分别为纵向和横向的应力; $\sigma_{d,i}$ 和 $\sigma_{r,i}$ 分别为混凝土的主压应力和主拉应力; $\epsilon_{l,i}$ 和 $\epsilon_{t,i}$ 分别为纵筋和箍筋应变; $\epsilon_{r,i}$ 和 $\epsilon_{d,i}$ 分别为混凝土的拉压应变; $\alpha_{d,i}$ 为混凝土斜压杆的夹角; $\epsilon_{d,i}$ 和 $\epsilon_{r,i}$ 分别为混凝土的平均压、拉应变。

除了平面应力状态的协调方程,PCA-STM还引入了相邻剪力板之间的变形协调关系。RC剪力板之间的纵向曲率 $\phi_{l,13}$ 与横向曲率 $\phi_{t,13}$ 可表示为<sup>[9]</sup>:

$$\phi_{l,13} = \frac{\epsilon_{l,1} - \epsilon_{l,3}}{h_0} \quad (6a)$$

$$\phi_{t,13} = \frac{\epsilon_{t,1} - \epsilon_{t,3}}{h_0} \quad (6b)$$

$$\phi_i = \theta \sin(2\alpha_{d,i}) + \left[ \frac{-\phi_{l,13}}{\phi_{l,13}} \right] \cos^2(\alpha_{d,i}) +$$

$$\begin{bmatrix} -\phi_{t,13} \\ \phi_{t,13} \end{bmatrix} \sin^2(\alpha_{d,i}) \quad (6c)$$

式中:  $\phi_i$  和  $\theta$  分别为混凝土斜压杆的曲率和扭率。

基于薄壁理论可以推导出波形钢腹板组合箱梁扭率  $\theta$  与混凝土板和波形钢腹板剪应变的关系, 如式(7)所示:

$$\theta = [(\gamma_{w,2} + \gamma_{w,4})h_0 + (\gamma_{t,1} + \gamma_{t,3})b_0] \frac{1}{2A_0} \quad (7)$$

假定混凝土斜压杆内的应变在剪力流厚度范围内呈线性分布<sup>[5]</sup>, 则其应变梯度效应可能会出现的情况如图3所示。其中, 与应变图形状相关的无量纲参数  $z_i$  的取值在 0 和 3 之间<sup>[9]</sup>, 由此可建立混凝土斜压杆的平均压应变  $\epsilon_{d,i}$  和内表面应变  $\epsilon_{a,i}$  的表达式:

$$\epsilon_{d,i} = \frac{\epsilon_{ds,i} + \epsilon_{a,i}}{2} \quad (8a)$$

$$\phi_i = -\frac{\epsilon_{ds,i} - \epsilon_{a,i}}{t_{d,i}} \quad (8b)$$

$$\epsilon_{a,i} = \begin{cases} 0, & 0 < z_i \leq 2 \\ (z_i - 2)\epsilon_{ds,i}, & 2 < z_i \leq 3 \end{cases} \quad (8c)$$

$$t_{d,i} = \begin{cases} \frac{z_i t_i}{2}, & 0 < z_i \leq 2 \\ t_i, & 2 < z_i \leq 3 \end{cases} \quad (8d)$$

式中:  $\epsilon_{ds,i}$  为混凝土斜压杆的外表面压应变。

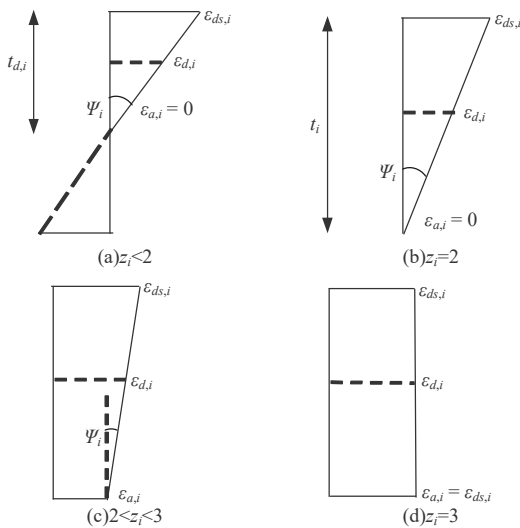


图3 应变梯度效应

Fig. 3 Strain gradient effect

## 1.5 材料本构方程

### 1.5.1 受压混凝土

采用 Hsu<sup>[10]</sup> 提出的混凝土软化模型计算任意 RC 剪力板中混凝土的平均应力与峰值应力比  $k_{1d,i}$ , 引入混凝土的软化系数  $\zeta_i$  来考虑混凝土抗压

强度的降低程度(见图4), 则混凝土的受压本构关系为:

$$\sigma_{d,i} = k_{1d,i} \zeta_i f'_c \quad (9a)$$

$$k_{1d,i} = \frac{\epsilon_{ds,i}}{\zeta_i \epsilon_0} - \frac{1}{3} \left( \frac{\epsilon_{ds,i}}{\zeta_i \epsilon_0} \right)^2, \quad \epsilon_{ds,i} \leq \zeta_i \epsilon_0 \quad (9b)$$

$$k_{1d,i} = 1 - \frac{\zeta_i \epsilon_0}{3\epsilon_{ds,i}} - \frac{(\epsilon_{ds,i} - \zeta_i \epsilon_0)^3}{3\epsilon_{ds,i}(4\epsilon_0 - \zeta_i \epsilon_0)^2}, \quad \epsilon_{ds,i} > \zeta_i \epsilon_0 \quad (9c)$$

$$\zeta_i = \frac{5.8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1 + 400\epsilon_{r,i}}} \leq 0.9 \text{ 且 } \frac{5.8}{\sqrt{f'_c}} \leq 0.9 \quad (9d)$$

式中:  $f'_c$  和  $\epsilon_0$  分别为峰值应力和峰值应变<sup>[11]</sup>。

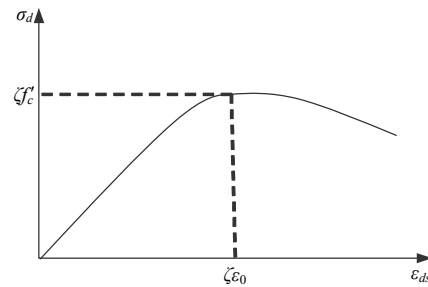


图4 混凝土受压

Fig. 4 Concrete in compression

### 1.5.2 受拉混凝土

采用 Jeng 等<sup>[12]</sup> 提出的混凝土受拉本构关系来考虑混凝土的拉伸强化效应, 其中包括混凝土开裂前的弹性增长阶段和混凝土开裂后的非线性下降阶段, 如式(10a)所示:

$$\sigma_{r,i} = k_{1r,i} f_{cr} \quad (10a)$$

$$k_{1r,i} = \frac{\epsilon_{rs,i}}{2\epsilon_{cr}}, \quad \frac{\epsilon_{rs,i}}{\epsilon_{cr}} \leq 1 \quad (10b)$$

$$k_{1r,i} = \frac{\epsilon_{cr}}{2\epsilon_{rs,i}} + \frac{(\epsilon_{cr})^{0.4}}{0.6\epsilon_{rs,i}} \left[ (\epsilon_{rs,i})^{0.6} - (\epsilon_{cr})^{0.6} \right], \quad \frac{\epsilon_{rs,i}}{\epsilon_{cr}} > 1 \quad (10c)$$

$$f_{cr} = E_c \epsilon_{cr} = 0.652 (f'_c)^{\frac{1}{2}} \quad (10d)$$

式中:  $k_{1r,i}$  为平均应力系数;  $\epsilon_{rs,i}$  为混凝土斜压杆的外表面拉应变;  $\epsilon_{cr}$  和  $f_{cr}$  分别为峰值拉应变和峰值拉应力,  $\epsilon_{cr} = 0.0001$  (见图5)。

### 1.5.3 钢筋、预应力钢筋和波形钢腹板

对于受拉钢筋, 采用 Pang 等<sup>[13]</sup> 所提出的平均应变-应变关系考虑钢筋的受力性能, 如图6所示。

$$f_{s,i} = E_s \epsilon_s, \quad \epsilon_{s,i} \leq \epsilon_{n,i} \quad (11a)$$

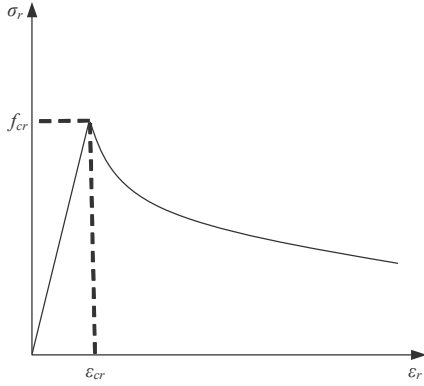


图5 混凝土受拉

Fig. 5 Concrete in tension

$$f_{s,i} = f_{sy} \left[ (0.91 - 2B_i) + (0.02 + 0.25B_i) \frac{\epsilon_{s,i}}{\epsilon_{sy}} \right],$$

$$\epsilon_{s,i} > \epsilon_{n,i} \quad (11b)$$

$$\epsilon_{n,i} = (0.93 - 2B_i) \epsilon_{sy} \quad (11c)$$

$$B_i = \frac{1}{\rho_i} \left( \frac{f_{cr}}{f_{sy}} \right)^{1.5} \quad (11d)$$

$$\epsilon_{sy} = \frac{f_{sy}}{E_s} \quad (11e)$$

式中:  $f_{s,i}$  和  $f_{sy}$  分别为钢筋的平均拉应力和屈服强度;  $\epsilon_{s,i}$  和  $\epsilon_{sy}$  分别为钢筋的平均拉应变和屈服应变;  $E_s$  和  $\rho_i$  分别为钢筋的弹性模量和配筋率。

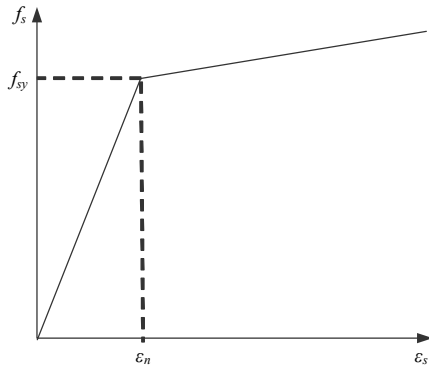


图6 受拉钢筋

Fig. 6 Reinforcement in tension

基于对混凝土消压效应的考虑,采用Mo等<sup>[4]</sup>提出的预应力钢束本构关系,如图7所示。预应力钢束在混凝土消压后与普通钢筋的受力行为相同,由此可以得:

$$f_{ps} = E_{ps} \epsilon_{ps}, \quad f_{ps} \leq 0.7f_{pu} \quad (12a)$$

$$f_{ps} = \frac{E_{ps} \epsilon_{ps}}{\left[ 1 + \left( \frac{E_{ps} \epsilon_{ps}}{f_{pu}} \right)^{4.38} \right]^{\frac{1}{4.38}}}, \quad f_{ps} > 0.7f_{pu} \quad (12b)$$

式中:  $E_{ps}$  和  $f_p$  分别为预应力筋的弹性模量、拉应

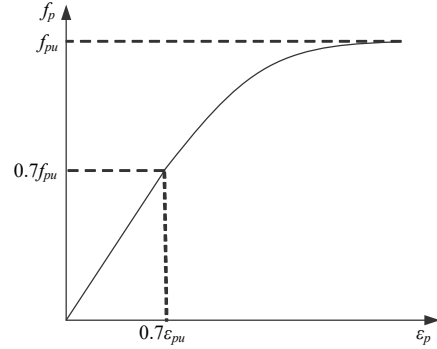


图7 预应力钢束

Fig. 7 Prestressing reinforcement

力;  $\epsilon_p$  和  $f_{pu}$  分别为预应力筋的拉应变和极限强度,其中,  $\epsilon_p = \epsilon_{dec} + \epsilon_{l,i}$ ,  $\epsilon_{dec}$  为混凝土的消压应变,  $\epsilon_{dec} = \epsilon_{pe} + \epsilon_{le}$ ,  $\epsilon_{pe} = f_{pe}/E_p$ ,  $\epsilon_{le}$  为预应力筋的初始拉应变,  $\epsilon_{le} = A_{p,i} f_{pe} / [A_{l,i} E_s + (A_{c,i} - A_{l,i} - A_{p,i}) E_c]$ ,  $A_{c,i}$  为剪力板中混凝土面积,  $f_{pe}$  为初始有效预应力。

本文采用二折线模型研究波形钢腹板的受力行为,假设波形钢腹板在屈服后剪应力保持不变,从而可以表示为:

$$\tau_w = \gamma_w G_e, \quad \gamma_w \leq \tau_{wy}/G_e \quad (13a)$$

$$\tau_w = \tau_{wy}, \quad \gamma_w > \tau_{wy}/G_e \quad (13b)$$

$$G_e = \frac{(a_w + b_w)}{(a_w + c_w)} G_s \quad (13c)$$

式中:  $\tau_{wy} = f_{wy}/\sqrt{3}$ ,  $f_{wy}$  为波形钢腹板的抗拉屈服应力;  $G_s$  和  $G_e$  分别为钢材和波形钢腹板的剪切模量;  $a_w$ 、 $b_w$  和  $c_w$  均为波形钢腹板的尺寸。

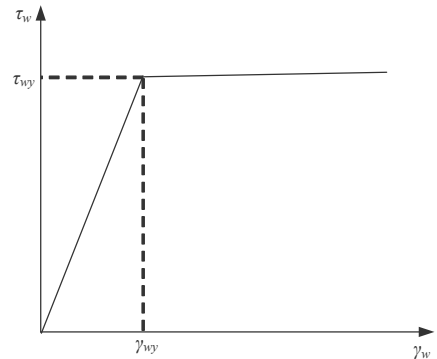


图8 波形钢腹板

Fig. 8 Corrugated steel web

## 1.6 附加方程

为提高求解速率和稳定性,联立变形协调关系和三角函数方程建立混凝土斜压杆夹角  $\alpha_{d,i}$  的表达式,通过混凝土斜压杆的主压应变  $\epsilon_{d,i}$  和主拉应变  $\epsilon_{r,i}$ 、钢筋  $\epsilon_{l,i}$  和箍筋  $\epsilon_{t,i}$  应变消去所有方程中

的  $\alpha_{d,i}$ , 如式(14)所示:

$$\sin^2(\alpha_{d,i}) = \frac{\epsilon_{l,i} - \epsilon_{d,i}}{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{d,i}} = \frac{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{t,i}}{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{d,i}} \quad (14a)$$

$$\cos^2(\alpha_{d,i}) = \frac{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{l,i}}{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{d,i}} = \frac{\epsilon_{t,i} - \epsilon_{d,i}}{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{d,i}} \quad (14b)$$

$$\cos(\alpha_{d,i}) \sin(\alpha_{d,i}) = \frac{\sqrt{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{l,i}} \sqrt{\epsilon_{t,i} - \epsilon_{d,i}}}{\epsilon_{r,i} - \epsilon_{d,i}} \quad (14c)$$

$$\alpha_{d,i} = \arctan\left(\sqrt{\frac{\epsilon_{l,i} - \epsilon_{d,i}}{\epsilon_{t,i} - \epsilon_{d,i}}}\right) \quad (14d)$$

### 1.7 钢筋和预应力筋等效分布

当将构件的实际截面转化为理想截面时, 钢筋和预应力筋的分布位置也会发生相应变化。对于波形钢腹板组合箱梁, 其理想截面内每块 RC 剪力板的钢筋和预应力筋等效面积等于混凝土板内钢筋和预应力筋的实际面积。当含有体外预应力筋时, 预应力筋的总面积被均匀分布给每块 RC 剪力板。由于波形钢腹板为普通剪力板, 不分配任何钢筋和预应力筋, 如图 9 所示。

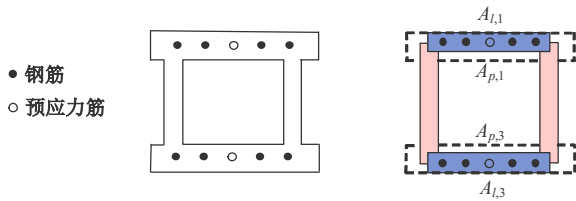


图 9 钢筋和预应力筋等效面积

Fig. 9 Equivalent area of reinforcement and prestressing bar

### 1.8 破坏准则

当混凝土的主压应力  $\sigma_{d,i}$  大于混凝土的抗压强度  $f'_c$  时, 可认为混凝土被压碎<sup>[14,15]</sup>。在双轴应力作用下, 混凝土的抗压性能受软化效应的影响。因此, 判断准则应考虑混凝土的软化系数  $\zeta_i$ , 如式(15)所示:

$$\sigma_{d,i} > \zeta_i f'_c \quad (15)$$

## 2 简化求解方法

本文使用了一种简单高效的优化方法代替传统试错法来求解 PCA-STM, 即将未知变量的求解过程转化为非线性方程组, 通过梯度递减法求解非线性方程组内的局部最小值, 以预测出所有主要变量。

### 2.1 主要变量

为提高求解速率, Silva 等<sup>[9]</sup>将初始 CA-STM 中的所有未知参数转化为 16 个主要变量。对于

波形钢腹板组合箱梁, 其腹板为普通剪力板, 无法建立相应的平衡方程和协调方程。因此, 本文在考虑波形钢腹板结构特点的条件下, 基于 Silva 等<sup>[9]</sup>的求解程序对 16 个主要变量进行再优化: ①针对板 1 和板 3 分别建立平衡方程和协调方程; ②利用波形钢腹板与混凝土顶底板的平均剪应变关系, 建立板 2 和板 4 与板 1 和板 3 的变形协调关系; ③将所有未知参数转化为主要变量 ( $T_X, \epsilon_{ds,3}, \epsilon_{r,i}, \epsilon_{l,i}$  和  $z_i (i=1,3)$ )。本文采用的新优化方法将 16 个主要变量减少至 8 个, 显著提高了求解速率和稳定性。

设定板 1 中的  $\epsilon_{ds,1}$  在每一次迭代中为一个固定值且不断增加, 直到混凝土的主压应力大于混凝土软化后的抗压强度时迭代结束。需要注意的是, 进行第一次循环计算时, 需要先给定主要变量的初始值 ( $\epsilon_{ds,i}^0, \epsilon_{r,i}^0, \epsilon_{l,i}^0, z_i^0$ ) 计算第一解点<sup>[9]</sup>。对于  $T_X$  的初始值, 本文根据 ACI 318<sup>[16]</sup>建立了波形钢腹板 PC 组合箱梁截面的开裂扭矩  $T_{cr}$  和初始待估值  $T_X^0$  的计算公式, 见式(16a)和式(16b)。

$$T_{cr} = \tau_{cr} \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} = 0.33 \sqrt{f'_c} (MPa) \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \left( \frac{A_g}{A_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{f_{pc}}{0.33 \sqrt{f'_c}}} \quad (16a)$$

$$T_X^0 = \epsilon_{ds,1} \frac{E_c}{2} \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \left( \frac{A_g}{A_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{2f_{pc}}{\epsilon_{ds,1} E_c}} \quad (16b)$$

$$A_g = (b - t_p) t_1 + (h - t_1) t_p + (b - t_p) t_3 + (h - t_3) t_p \quad (16c)$$

式中:  $f_{pc}$  为预应力产生的混凝土净压应力;  $f_{pc} = F_p / A_{cc}$ ;  $A_{cc}$  为混凝土净面积;  $F_p$  为总预应力张拉力;  $A_g$  为空心构件混凝土面积;  $t_p$  为波形钢腹板等效钢筋混凝土腹板的面积,  $t_p = G_e t_w / G$ <sup>[17]</sup>,  $G$  为混凝土的剪切模量。

### 2.2 非线性方程组

根据平衡方程和协调方程, 初始 CA-STM 基于传统试错法建立的求解过程被转化为含有 8 个主要变量的非线性方程组  $F_{PCA-STM}(i) (i=1,3)$ :

$$F_{PCA-STM}(i) = \sigma_{d,i} \cos^2(\alpha_{d,i}) + \sigma_{r,i} \sin^2(\alpha_{d,i}) + f_{l,i} [A_{l,i} / (t_{d,i} b_0)] + f_{p,i} [A_{p,i} / (t_{d,i} b_0)] \quad (17a)$$

$$F_{PCA-STM}(i+1) = \sigma_{r,i} \cos^2(\alpha_{d,i}) + \sigma_{d,i} \sin^2(\alpha_{d,i}) + f_{l,i} [A_{l,i} / (t_{d,i} s)] \quad (17b)$$

$$F_{PCA-STM}(i+4) = \theta \sin(2\alpha_{d,i}) + \left[ \frac{-\phi_{l,13}}{\phi_{l,13}} \right] \cos^2(\alpha_{d,i}) +$$

$$\begin{bmatrix} -\phi_{i,13} \\ \phi_{i,13} \end{bmatrix} \sin^2(\alpha_{d,i}) + \frac{\epsilon_{ds,i} - \epsilon_{a,i}}{t_{d,i}} \quad (17c)$$

$$F_{\text{PCA-STM}}(i+5)=$$

$$(\sigma_{r,i} - \sigma_{d,i}) \sin(\alpha_{d,i}) \cos(\alpha_{d,i}) - \frac{q_i}{t_{d,i}} \quad (17d)$$

2.3 求解程序

图 10 给出了 PCA-STM 的优化求解程序。除了已知的几何参数和材料参数,理论模型中共含有 8 个主要变量( $T_X, \epsilon_{ds,3}, \epsilon_{r,i}, \epsilon_{l,i}$  和  $z_i(i=1,3)$ )和 8 个非线性方程(见式(17a)~式(17d))。为进行第一次循环,需要给定初始压应变  $\epsilon_{ds,1}$ 、循环增量步  $\Delta\epsilon_{ds,1}$  以及主要变量的初始待估值( $T_X^0, \epsilon_{ds,i}^0, \epsilon_{r,i}^0, \epsilon_{l,i}^0, z_i^0$ )来计算第一解点。随后,通过不断循环迭代求解程序,直至达到混凝土软化后的抗压强度  $\zeta_i f_c'$ 。

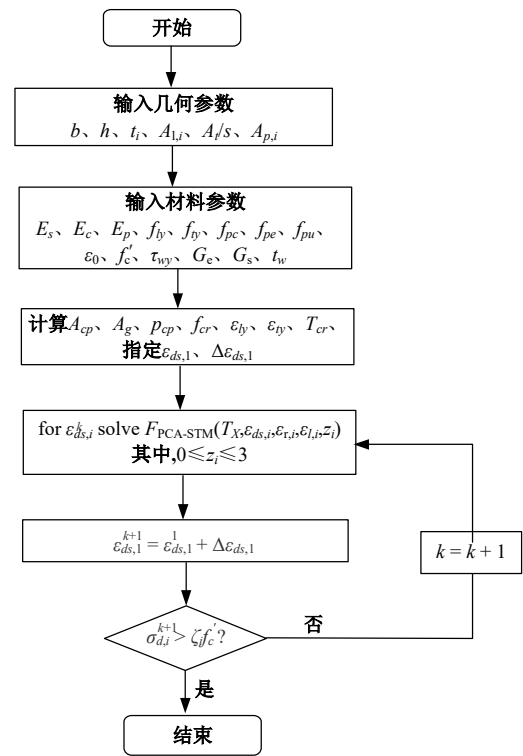


图 10 求解流程图  
Fig. 10 Solution flow chart

3 模型试验

3.1 试验梁尺寸

试验梁 A-1 长 4.03 m, 高 0.4 m。为减小梁端应力集中现象,在其两侧布置了 0.4 m 厚的混凝土实心段,如图 11(a)所示。钢筋型号为 HRB400,间距为 80 mm,混凝土强度为 C50,预应力筋采用直径为 15.2 mm、抗拉强度为 1 860

MPa 的钢绞线,波形钢腹板采用 Q235 钢。试验梁的具体尺寸和波形钢腹板参数如图 11(b)所示。表 1 显示了试验梁的材料属性。

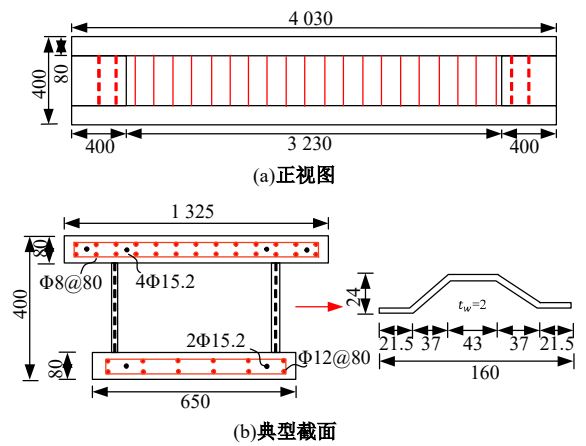


图 11 试验梁尺寸(单位:mm)  
Fig. 11 Dimensions of test beam (units: mm)

表 1 试验梁材料属性

| 混凝土立 |        | 屈服强度/MPa |     | 初始预   | 有效预应 |
|------|--------|----------|-----|-------|------|
| 方体抗压 | 强度/MPa | 纵筋       | 箍筋  | 应力/kN | 力/kN |
|      |        | 波形钢腹板    |     |       |      |
| 50.3 | 400    | 400      | 260 | 125   | 105  |

3.2 加载装置

试验采用福州大学的扭转试验机进行加载,如图 12 所示。利用工字钢夹紧试件两端,其中一端固定,另一端可自由旋转。通过对自由旋转端的偏心加载来实现纯扭矩的施加。千斤顶偏心加载的力臂长为 1.5 m,最大推力为 50 t。采用力控制程序,在混凝土开裂前后所施加的分级荷载大小分别为 30 kN·m 和 20 kN·m。



图 12 加载装置  
Fig. 12 Loading device

3.3 测点布置

为监测试验梁的受力性能变化规律,在跨中混凝土顶、底板处分别布置了 5 组和 4 组应变花,

在跨中左、右腹板处各布置了 3 组应变花,如图 13 所示。采用 X-Y 的形式进行应变测点编号,X 表示应变片位置,分别用 T、D 和 S 表示混凝土板顶板、底板和波形钢腹板;Y 表示应变片编号,按照应变片数量依次编号。在关键截面 A 和 B 之间共布置 8 个位移传感器,可通过式(18)计算组合箱梁截面的扭率  $\theta$ 。

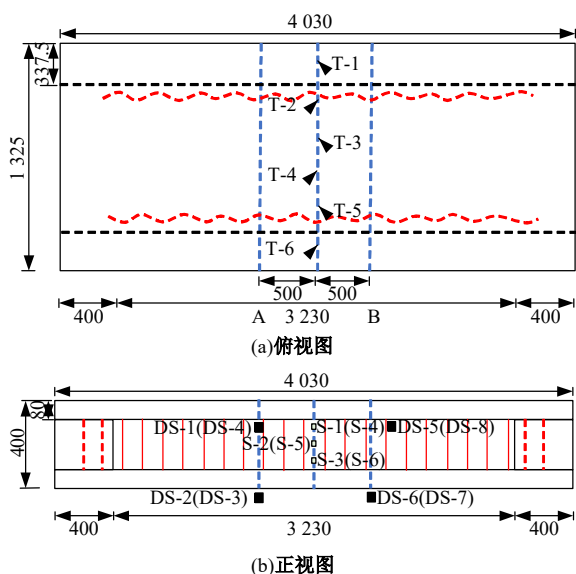


图 13 应变片布置(单位: mm)

Fig. 13 Arrangement of strain gauges (units: mm)

$$\theta = \frac{1}{2L} \left[ \frac{(\mu_{DS-4} + \mu_{DS-1})}{L_{DS-1}} - \frac{(\mu_{DS-8} + \mu_{DS-5})}{L_{DS-1}} + \frac{(\mu_{DS-3} + \mu_{DS-2})}{L_{DS-2}} - \frac{(\mu_{DS-7} + \mu_{DS-6})}{L_{DS-2}} \right] \quad (18)$$

式中:  $L$  为关键截面 A 和 B 之间的纵向距离;  $\mu_{DS-i}$  为不同测点处得到的竖向位移;  $L_{DS-1}$  为位移计 1 和位移计 4 之间的横向距离;  $L_{DS-2}$  为位移计 2 和位移计 3 之间的横向距离。

## 4 理论模型验证

### 4.1 试验结果

图 14 给出了试验梁 A-1 的裂缝分布情况、腹板屈曲现象以及扭矩-扭率曲线。由图可知,加载初期,试验梁表现出较好的完整性,未出现开裂。当外扭矩达到 66.82 kN·m 时,混凝土底板最先观察到斜向裂缝。随着扭矩的增大,斜裂缝数量增多且不断延伸,逐渐布满试验梁表面。外扭矩增大到 126.01 kN·m 后,腹板屈服且变形加剧,箱梁的扭转刚度逐渐降低。随后,腹板出现整体屈曲且发生在多个波长内。当扭矩达到 155.68 kN·m

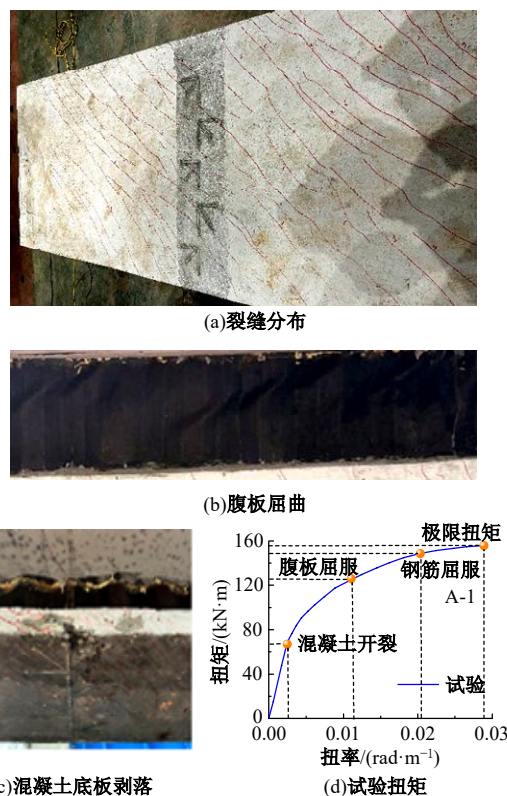


图 14 破坏模式

Fig. 14 Failure modes

时,斜裂缝宽度增大,混凝土底板发生剥落,试验梁失效。

### 4.2 扭矩-扭率曲线

由于本文仅开展了一根波形钢腹板组合箱梁的纯扭试验,为充分验证理论模型的准确性,额外补充了 6 根已有试验梁数据<sup>[6,18]</sup>,其加载状况如表 2 所示。表 3 中,  $T_{C,cr}^{Th}$ 、 $T_{W,C}^{Th}$  和  $T_{C,u}^{Th}$  分别表示通过理论模型得到的开裂扭矩、腹板屈服扭矩和极限扭矩;  $T_{X,cr}^{Exp}$ 、 $T_{W,C}^{Exp}$  和  $T_{X,u}^{Exp}$  分别表示通过试验得到的开裂扭矩、腹板屈服扭矩和极限扭矩。图 15 显示了由理论模型和试验得到的扭矩-扭率曲线。PCA-STM 预测的理论曲线与试验曲线吻合较好。

由表 3 和表 4 可知,试验梁的腹板屈服扭矩和极限扭矩与理论扭矩比值 ( $T_{W,C}^{Exp}/T_{W,C}^{Th}$ 、 $T_{X,u}^{Exp}/T_{C,u}^{Th}$ ) 的平均值分别为 1.046 和 0.994,标准差分别为 0.076 和 0.071。对于开裂扭矩,理论模型的计算精度有所下降,其比值 ( $T_{X,cr}^{Exp}/T_{C,cr}^{Th}$ ) 的平均值和标准差分别为 1.048 和 0.083。这主要归因于开裂荷载较小,导致试验过程中可能出现无法精确捕捉数据的情况。此外,基于梯度递减法建立的 PCA-STM 求解试验梁的平均时间为 10 s,其平均求解速率相较于传统试错法<sup>[4]</sup>提高了 10 倍。

表 2 已有试验梁加载状况

Table 2 Loading condition of existing test beams

| 试验梁                | 边界条件         | 加载方式 | 预应力布置                   | 有效预应力/kN |
|--------------------|--------------|------|-------------------------|----------|
| 1# <sup>[18]</sup> | 一端固定、另一端自由旋转 | 纯扭   | 顶板 2φ15.2、底板 2φ15.2/后张法 | 100      |
| 2# <sup>[18]</sup> | 一端固定、另一端自由旋转 | 纯扭   | 顶板 2φ15.2、底板 2φ15.2/后张法 | 100      |
| 3# <sup>[18]</sup> | 一端固定、另一端自由旋转 | 纯扭   | 顶板 2φ15.2、底板 2φ15.2/后张法 | 100      |
| 4# <sup>[18]</sup> | 一端固定、另一端自由旋转 | 纯扭   | 顶板 2φ15.2、底板 2φ15.2/后张法 | 100      |
| S-1 <sup>[6]</sup> | 一端固定、另一端自由旋转 | 纯扭   | 顶板 2φ15.2、底板 2φ15.2/后张法 | 105      |
| S-2 <sup>[6]</sup> | 一端固定、另一端自由旋转 | 纯扭   | 顶板 2φ15.2、底板 2φ15.2/后张法 | 105      |

表 3 理论扭矩与试验结果对比

Table 3 Comparison of torques with experimental results

| 试验梁                | 开裂状态                        |                            |                                        | 腹板屈服状态                   |                           |                                    | 极限扭矩状态                     |                           |                                      |
|--------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
|                    | $T_{X,cr}^{Exp}/$<br>(kN·m) | $T_{C,cr}^{Th}/$<br>(kN·m) | $\frac{T_{X,cr}^{Exp}}{T_{C,cr}^{Th}}$ | $T_{W}^{Exp}/$<br>(kN·m) | $T_{W,c}^{Th}/$<br>(kN·m) | $\frac{T_{W}^{Exp}}{T_{W,c}^{Th}}$ | $T_{X,u}^{Exp}/$<br>(kN·m) | $T_{C,u}^{Th}/$<br>(kN·m) | $\frac{T_{X,u}^{Exp}}{T_{C,u}^{Th}}$ |
| 1# <sup>[18]</sup> | 113.63                      | 121.52                     | 0.935                                  | 191.14                   | 188.13                    | 1.016                              | 200.00                     | 197.26                    | 1.014                                |
| 2# <sup>[18]</sup> | 115.60                      | 119.35                     | 0.969                                  | 196.61                   | 198.57                    | 0.990                              | 222.67                     | 200.31                    | 1.112                                |
| 3# <sup>[18]</sup> | 113.46                      | 99.51                      | 1.140                                  | 164.05                   | 140.96                    | 1.164                              | 224.36                     | 207.49                    | 1.081                                |
| 4# <sup>[18]</sup> | 113.20                      | 107.30                     | 1.055                                  | 157.39                   | 137.02                    | 1.149                              | 180.92                     | 188.03                    | 0.962                                |
| S-1 <sup>[6]</sup> | 75.92                       | 71.04                      | 1.069                                  | 105.20                   | 111.28                    | 0.945                              | 128.05                     | 138.99                    | 0.921                                |
| S-2 <sup>[6]</sup> | 90.92                       | 92.02                      | 0.988                                  | 134.86                   | 127.95                    | 1.054                              | 165.50                     | 176.76                    | 0.936                                |
| A-1                | 66.82                       | 56.72                      | 1.178                                  | 126.01                   | 125.36                    | 1.005                              | 155.68                     | 166.45                    | 0.935                                |
| 平均值                | —                           | —                          | 1.048                                  | —                        | —                         | 1.046                              | —                          | —                         | 0.994                                |
| 标准差                | —                           | —                          | 0.083                                  | —                        | —                         | 0.076                              | —                          | —                         | 0.071                                |

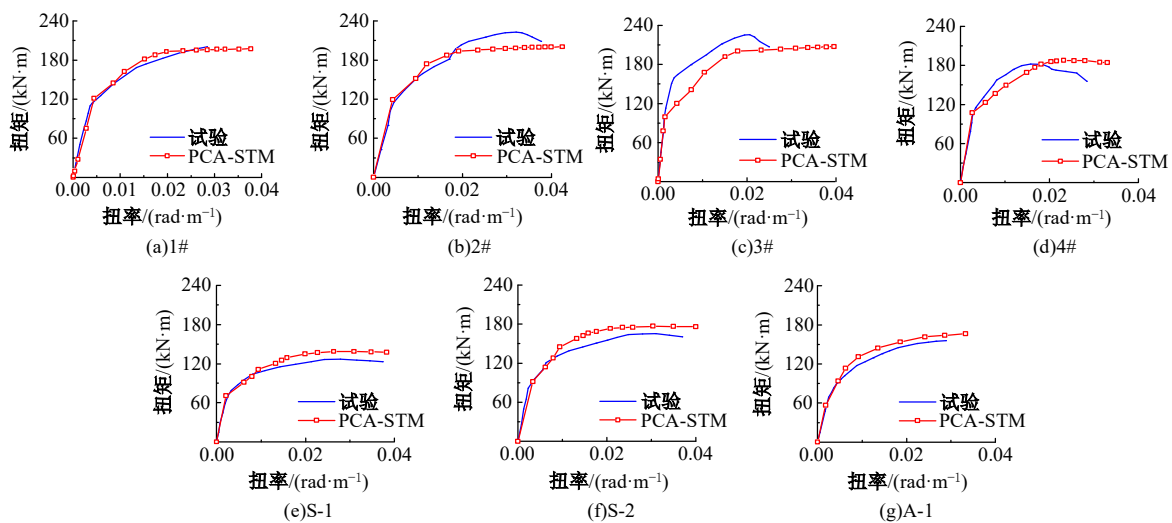


图 15 扭矩-扭率曲线

Fig. 15 Torque–twist curves

4.3 混凝土剪应变关系

图 16 显示了试验梁的扭矩与混凝土剪应变关系。部分应变花因混凝土开裂而失效,未得到可用数据。由图可知,混凝土剪应变在弹性段随着外扭矩的增大而线性增大。在混凝土开裂后,混凝土剪应变急剧增大,扭矩增长速率降低。

4.4 波形钢腹板剪应变关系

图 17 给出了通过试验和理论模型得到的扭矩与波形钢腹板剪应变曲线。由图可知,腹板屈服前,剪应变与扭矩之间成线性比例关系。腹板屈服后,外扭矩不再随着剪应变而迅速增大。综上可知,PCA-STM所采用的混凝土板和波形钢腹板的变形协调关系假定是合理的。

表 4 理论扭率与试验结果对比

Table 4 Comparison of twists with experimental results

| 试验梁                | 开裂状态                                             |                                                 |                                                  | 腹板屈服状态                                          |                                                |                                                | 极限扭矩状态                                          |                                                |                                                |
|--------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
|                    | $\theta_{X,cr}^{Exp}/$<br>(rad·m <sup>-1</sup> ) | $\theta_{C,cr}^{Th}/$<br>(rad·m <sup>-1</sup> ) | $\frac{\theta_{X,cr}^{Exp}}{\theta_{C,cr}^{Th}}$ | $\theta_{W,C}^{Exp}/$<br>(rad·m <sup>-1</sup> ) | $\theta_{W,C}^{Th}/$<br>(rad·m <sup>-1</sup> ) | $\frac{\theta_{W,C}^{Exp}}{\theta_{W,C}^{Th}}$ | $\theta_{X,u}^{Exp}/$<br>(rad·m <sup>-1</sup> ) | $\theta_{C,u}^{Th}/$<br>(rad·m <sup>-1</sup> ) | $\frac{\theta_{X,u}^{Exp}}{\theta_{C,u}^{Th}}$ |
| 1# <sup>[18]</sup> | 0.004                                            | 0.004                                           | 1.000                                            | 0.023                                           | 0.017                                          | 1.353                                          | 0.029                                           | 0.038                                          | 0.763                                          |
| 2# <sup>[18]</sup> | 0.005                                            | 0.004                                           | 1.250                                            | 0.018                                           | 0.032                                          | 0.563                                          | 0.032                                           | 0.042                                          | 0.762                                          |
| 3# <sup>[18]</sup> | 0.002                                            | 0.002                                           | 1.000                                            | 0.004                                           | 0.008                                          | 0.500                                          | 0.020                                           | 0.040                                          | 0.500                                          |
| 4# <sup>[18]</sup> | 0.003                                            | 0.003                                           | 1.000                                            | 0.008                                           | 0.008                                          | 1.000                                          | 0.019                                           | 0.024                                          | 0.792                                          |
| S-1 <sup>[6]</sup> | 0.003                                            | 0.002                                           | 1.500                                            | 0.008                                           | 0.009                                          | 0.889                                          | 0.028                                           | 0.025                                          | 1.120                                          |
| S-2 <sup>[6]</sup> | 0.003                                            | 0.003                                           | 1.000                                            | 0.010                                           | 0.008                                          | 1.250                                          | 0.030                                           | 0.026                                          | 1.154                                          |
| A-1                | 0.003                                            | 0.002                                           | 1.500                                            | 0.008                                           | 0.006                                          | 1.333                                          | 0.029                                           | 0.033                                          | 0.879                                          |
| 平均值                | —                                                | —                                               | 1.179                                            | —                                               | —                                              | 0.984                                          | —                                               | —                                              | 0.853                                          |
| 标准差                | —                                                | —                                               | 0.220                                            | —                                               | —                                              | 0.327                                          | —                                               | —                                              | 0.210                                          |

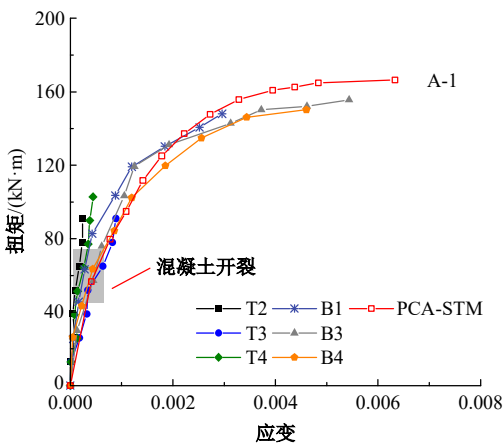


图 16 扭矩-混凝土剪应变曲线

Fig. 16 Torque-shear strain curves of concrete

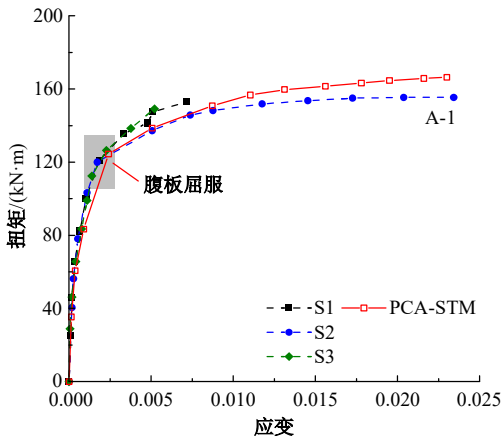


图 17 扭矩-波形钢腹板剪应变曲线

Fig. 17 Torque-shear strain curves of corrugated steel webs

5 结 论

- (1)PCA-STM 预测的扭矩-扭率曲线与试验结果吻合良好,表明了该理论模型的适用性和准确性。
- (2)混凝土与波形钢腹板的剪应变理论曲线与试验曲线一致,表明假定的混凝土与波形钢腹板变形协调关系是合理的。
- (3)相较于传统试错法,基于梯度递减法建立的理论模型可有效提高求解速率和稳定性。

参考文献:

[ 1 ] 聂建国, 唐亮. 波形钢腹板 PC 组合箱梁纯扭性能的非线性分析[J]. 中国公路学报, 2007, 5:71-77.  
Nie Jian-guo, Tang Liang. Nonlinear analysis of pure torsion property for prestressed concrete composite box girder with corrugated steel webs[J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 5:71-77.

[ 2 ] 周聪, 李立峰. 波形钢腹板 PC 组合箱梁纯扭全过程分析模型 [J]. 西南交通大学学报, 2022, 57(4): 865-875.  
Zhou Cong, Li Li-feng. Full-range analytical model for prestressed concrete composite box girder with corrugated steel webs under pure torsion[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2022, 57(4): 865-875.

[ 3 ] Ding Y, Jiang K, Liu Y. Nonlinear analysis for PC box-girder with corrugated steel webs under pure torsion[J]. Thin-Walled Structures, 2012, 51(2): 167-173.

- [4] Mo Y, Jeng C, Chang Y. Torsional behavior of prestressed concrete box-girder bridges with corrugated steel webs[J]. *ACI Structural Journal*, 2000, 97(2): 849-859.
- [5] Shen K, Wan S, Mo Y, et al. Behavior of single-box multi-cell box-girders with corrugated steel webs under pure torsion. Part II: theoretical model and analysis[J]. *Thin-Walled Structures*, 2018, 129(8): 558-572.
- [6] Zhu Y, Wan S, Shen K, et al. Modified rotating-angle softened truss model for composite box-girder with corrugated steel webs under pure torsion[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2020, 23(9): 1902-1921.
- [7] 丁勇, 江克斌, 周寅智, 等. 波形钢腹板PC组合箱梁纯扭作用下抗扭承载力计算模型[J]. *计算力学学报*, 2013, 30(1): 137-142.  
Ding Yong, Jiang Ke-bin, Zhou Yin-zhi, et al. Analytical model for torsional strength of prestressed concrete box-girder with corrugated steel webs[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, 30(1): 137-142.
- [8] 周聪, 李立峰, 王连华, 等. 基于软化薄膜元理论的波形钢腹板PC组合箱梁纯扭全过程分析[J]. *土木工程学报*, 2018, 51(10): 97-106.  
Zhou Cong, Li Li-feng, Wang Lian-hua, et al. Full-range analysis of prestressed composite box girders with corrugated steel webs subject to pure torsion based on softened membrane theory[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2018, 51(10): 97-106.
- [9] Silva J, Horowitz B, Bernardo L. Efficient analysis of beam sections using softened truss model[J]. *ACI Structural Journal*, 2017, 114(3): 765-774.
- [10] Hsu T T C. Unified theory of reinforced concrete[J]. *Structural Engineering & Mechanics*, 1992, 2(1). DOI: 10.12989/sem.1994.2.1.001.
- [11] British Standard Institution. Eurocode 2: design of concrete structures—part 1-1: general rules and rules for buildings[Z]. London: British Standard Institution, 2005.
- [12] Jeng C H, Hsu T T C. A softened membrane model for torsion in reinforced concrete members[J]. *Engineering Structures*, 2009, 31(9): 1944-1954.
- [13] Pang X B, Hsu T T C. Behavior of reinforced concrete membrane elements in shear[J]. *ACI Structural Journal*, 1995, 92(2): 665-679.
- [14] Ju H, Han S, Kim K, et al. Multi-potential capacity for reinforced concrete members under pure torsion[J]. *Structural Engineering & Mechanics*, 2020, 75(3): 401-414.
- [15] Zhang H, Zhao Q, Xiao F, et al. Improved softened truss model of prestressed concrete box girders subjected to combined bending and torsion[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2024, 27(6): 940-961.
- [16] ACI Committee. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) and commentary [Z]. Michigan: American Concrete Institute, 2014.
- [17] Elgaaly M, Seshadri A, Hamilton R W. Bending strength of steel beams with corrugated webs[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1997, 123(2): 772-782.
- [18] Ding Y, Jiang K, Shao F, et al. Experimental study on ultimate torsional strength of PC composite box-girder with corrugated steel webs under pure torsion[J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2013, 46(4): 519-531.