文章编号：1003-1421(2026)01-0160-13
引用格式：杨鹏蕾，郭建媛，秦勇，等.时空非均衡客流下的列车时刻表与车底运用联合优化[J].铁道运输与经济，2026，48(1)：160-172.
YANG Penglei，GUO Jianyuan，QIN Yong，et al. Joint Optimization of Train Timetable and Rolling Stock Circulation under Spatio-Temporal Unbalanced Passenger Flow[J]. Railway Transport and Economy，2026，48(1)：160-172.

时空非均衡客流下的列车时刻表与车底运用联合优化

杨鹏蕾[1]，郭建媛[1]，秦　勇[2]，贾利民[1]

(1.北京交通大学 交通运输学院，北京　100044；2.北京交通大学 先进轨道交通自主运行国家重点实验室，北京　100044)

摘　要：城市轨道交通线路客流分布的非均衡性，带来乘客出行需求和企业运力的不匹配。为提高乘客出行效率，降低企业运营成本，研究不成对运输组织模式下多交路快慢车的列车时刻表和车底运用联合编制问题。基于多车场的轨道交通线路，以乘客总旅行时间和列车开行成本最小化为目标，满足列车时刻表约束、客流分配约束、车底接续约束和车底运用约束等，构建城市轨道交通列车时刻表和车底运用计划协同优化模型。针对上述模型，设计了NSGA-Ⅱ+Gurobi混合求解策略。最后，为验证模型的有效性和适用性，以某城市实际运营线路为例进行分析，结果表明，与当前运营使用时刻表相比，研究提出的多交路快慢车优化方案使乘客总旅行时间减少了6.09%，列车开行总成本降低了6.13%，有效提升了资源配置效率，改善了乘客服务水平。

关键词：城市轨道交通；列车时刻表；非均衡客流；车底运用
中图分类号：U292.4+1　　**文献标识码**：A　　**DOI**：10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20250228003

Joint Optimization of Train Timetable and Rolling Stock Circulation under Spatio-Temporal Unbalanced Passenger Flow

YANG Penglei[1]，GUO Jianyuan[1]，QIN Yong[2]，JIA Limin[1]

(1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. State Key Laboratory of Advanced Rail Autonomous Operation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The imbalance in passenger flow distribution on urban rail transit lines leads to a mismatch between passenger travel demand and enterprise capacity. To improve passengers' travel efficiency and reduce enterprises' operational costs, this study investigated the joint optimization of train timetables and rolling stock circulation for multi-route skip-stop tactics within an asymmetric transportation model. An integrated optimization model for train timetable and rolling stock circulation of urban rail transit was developed based on rail transit lines of multiple depots, aiming to minimize total passenger travel time and operational cost while satisfying constraints on timetables, passenger flow allocation, rolling stock succession, and utilization. A hybrid solution

收稿日期：2025-02-28
通信作者：郭建媛(1979—)，女，河南封丘人，北京交通大学交通运输学院副教授。
基金项目：北京市科学技术委员会科研项目(Z211100004121013)

strategy combining NSGA-Ⅱ and Gurobi was designed to solve this model. Finally, to verify the model's effectiveness and applicability, an analysis was conducted based on the actual operating lines of a city. The results show that compared to the current timetable, the proposed optimization scheme reduces passenger travel time by 6.09% and lowers total train operating costs by 6.13%. This optimization enhances resource allocation efficiency and improves passenger service quality.
Keywords: Urban Rail Transit; Train Timetable; Unbalanced Passenger Flow; Rolling Stock Circulation

0　引言

随着城市轨道交通系统的网络化演进，通勤需求不断增长。城市居民职住分离现象突出，客流呈现潮汐波动特征，时空分布明显不均衡，且传统的单一运输组织模式下，不同时空乘客拥挤滞留和运力浪费普遍存在。因此，一些城市根据客流非均衡特征，采用大小交路结合快慢车等多模式不对称运输组织方式[1]，通过在高需求区段和大客流车站加开列车，同时允许部分列车在小客流车站不停站通过，从而提升运力运量匹配度。而在实际运营过程中，列车时刻表和车底运用关系紧密，在多模式不对称运输组织模式下如何协调时刻表安排和车底运用计划具有很大挑战，是企业降本增效的关键。

一方面，为了提高非均衡客流下的运力运量匹配，大小交路和快慢车等多模式运输组织下的时刻表优化成为近几年的研究热点[2]。谭彬彬等[3]考虑列车运行、折返接续和线路配属车底数等基础条件，以增强线路通过能力为优化目标，结合大小交路模式构建列车运行组织优化模型。王磊等[4]将大小交路的发车频率及折返站确定为决策变量，基于供需匹配提出列车开行方案优化方法。Blanco等[5]在实施大小交路策略下，考虑动态乘客需求，构建线路选择和时刻表优化模型。Xue等[6]讨论了如何在高峰期的过饱和线路上实行小交路策略以优化时刻表。但大小交路模式一定程度上造成了部分长距离出行乘客旅途时间的增加，因此Shao等[7]通过允许列车根据实时需求自主决定在站点是否停靠，综合优化停站策略和运行时刻表，旨在实现旅行时间最小化、列车运营成本降低以及乘客出行效用的方差最小化。Li等[8]以最小化乘客出行时间为目标，构建快慢车交替运行的混合整数非线性规划模型。Dong等[9]动态调整列车停站站点和时间，并额外考虑了乘客的在车延误。孙元广等[10]将快慢车与变编组[11]相结合，决策列车的双向开行频率、编组类型和停站方案等，最小化旅行时间和牵引能耗成本。

另一方面，为了充分平衡乘客出行效率和企业运营成本，提高计划可实施性，时刻表与车底运用联合求解问题越来越受到关注[12]。姚宇等[13]和李思杰等[14]均在考虑乘客出行时间费用和运营费用2个目标下，构建了时刻表与车底接续联合求解模型，前者在求解时对比了成对开行与非成对开行的结果，后者针对潮汐客流实施不成对的运输组织模式，求解时对比了发车间隔对结果的影响。Pan等[15]和宋展鹏等[16]均在一体化模型中加入了灵活的车组，允许列车在部分车站能够灵活地解耦/耦合，但对于列车开行模式的考虑比较单一。Wang等[17]考虑了动态停站时间，以最小化列车能耗与服务需求偏差来确定列车时刻表和车辆循环计划。金波等[18]在时刻表和车底协同编制时加入了小交路列车，分别以发车间隔偏差和车底出入库情况代表服务质量和企业成本，但计算精度有待提高。Yuan等[19]同样构建了时刻表、车底和交路策略的综合优化模型，目标函数仅考虑了乘客出行成本。以上时刻表与车底运用联合优化研究从不同角度取得了进展，但总体来看对列车开行模式考虑还不够充分，缺少针对动态客流的多种运输模式下的时刻表与车底的灵活协同。

然而，相较于既有研究多集中于常规运营或均衡客流下的调度优化[20]，在时空非均衡客流主导下的多模式不对称运输组织，列车时刻表与车底运用计划间存在更强的耦合关系，需在保障服务水平的同时，降低资源冗余与运营成本。

综合考虑客流的时空非均衡性和列车运营模式的特点，将大小交路和快慢车结合，构建列车时刻表和车底运用协同优化模型。以乘客总旅行时间和运营成本最小化为目标，考虑时刻表、客流、车底

接续等约束下，调整优化列车车次类型、发车间隔、站台到发时刻及停站时分；设计带精英策略的非支配排序遗传算法(NSGA-Ⅱ)+Gurobi的多目标求解方法，并以实际运营数据为例进行实验验证分析，为运营部门降本增效提供理论支撑。

1　场景描述

本研究以一条双向城市轨道交通线路为研究对象，线路示意如图1所示，包含多个车场和折返站，车场1和车场2分别位于线路两端，车场3位于下行方向的中段。上行方向车站编号为1至n，下行方向车站编号为$n+1$至$2n$，上下行列车在满足条件时可在折返站进行折返接续。线路重点关注客流的时空不均衡特征，具体表现为沿线各站点或区段单位时间内进出站量和断面客流量等指标存在显著差异。为应对该现象，本线路在运营组织上采用大小交路与快慢车结合的运行策略。高峰期核心区段同时开行大、小交路列车，并设置快车以提高长距离通勤效率；平峰期则限制小交路列车开行频率，以降低运营成本[21]。图1中快车仅在黑色圆圈标注的车站停靠，在白色圆圈车站跨站通过，也可利用越行线超越慢车。

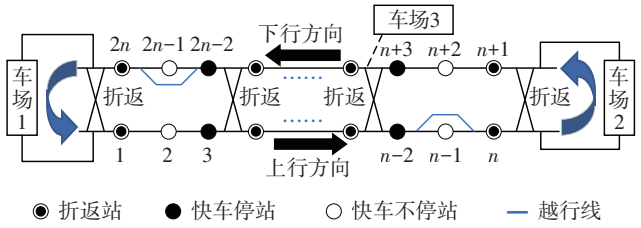

图1　线路示意

Fig.1　Example of routes

2　模型构建

2.1　模型假设及符号定义

城市轨道交通实际运营情况复杂，为方便模型的建立和求解，提出如下假设。

（1）快车停站的车站已知且固定。

（2）列车区间运行时间固定。

（3）乘客上车服从“先到先服务”原则，并且只会选择直达列车，不考虑本线换乘。

模型构造中使用的主要参数及变量如表1所示。

表1　主要参数及变量

Tab.1　Main parameters and variables

变量和参数	符号	定义
决策变量	$a_{k,i}$	车次k在i站的到达时刻
	$d_{k,i}$	车次k在i站的出发时刻
	τ_k	0-1变量，若车次i为快车，τ_k=1，否则τ_k=0
	$q_{k,j}$	0-1变量，若车次k选择交路j，$q_{k,j}$=1，否则$q_{k,j}$=0
	$\lambda_{k,l}$	0-1变量，若车次k完成服务后接续车次l，$\lambda_{k,l}$=1，否则$\lambda_{k,l}$=0
	α_k	0-1变量，若车次k来自车辆段，α_k=1，否则α_k=0
	β_k	0-1变量，若车次k回到车辆段，β_k=1，否则β_k=0
中间变量	$x_{k,i}$	0-1变量，若车次k在i站停车，$x_{k,i}$=1，否则$x_{k,i}$=0
	$s_{j,i}$	0-1变量，若交路j在i站停车，$s_{j,i}$=1，否则$s_{j,i}$=0
	$m_{k,l,i}$	0-1变量，若车次k在i站的发车时刻早于车次l，$m_{k,l,i}$=1，否则$m_{k,l,i}$=0
	$b_{k,l,i}$	0-1变量，若车次k在i站的到达时刻早于车次l，$b_{k,l,i}$=1，否则$b_{k,l,i}$=0
	$\xi_{k,i}(t)$	0-1变量，若车次k在t时刻之前到达车站i，$\xi_{k,i}(t)$=1，否则$\xi_{k,i}(t)$=0
	$y_{p,k}^{(t)}$	0-1变量，若t时刻到达的乘客组p能成功登上车次k，$y_{p,k}^{(t)}$=1，否则$y_{p,k}^{(t)}$=0
	$z_{p,k}^{(t)}$	0-1变量，若乘客组p到达其出行起点站的时刻t早于车次k在该站点的发车时间，$z_{p,k}^{(t)}$=1，否则$z_{p,k}^{(t)}$=0
	$c_{k,i}$	列车k在i站的剩余容量
参数	$K^{(u)}$	上行车次集合，$K^{(u)}=\{k\|1,2,\cdots,\|K^{(u)}\|\}$
	$K^{(d)}$	下行车次集合，$K^{(d)}=\{k\|1,2,\cdots,\|K^{(d)}\|\}$
	$N^{(u)}$	上行车站集合，$N=\{i\|i=1,2,\cdots,n\}$
	$N^{(d)}$	下行车站集合，$N=\{i\|i=n+1,n+2,\cdots,2n\}$
	T	研究时段集合，$T=\{t\|t=1,2,\cdots,\|T\|\}$
	P	乘客组集合，$P=\{p\|p=1,2,\cdots,P\}$
	$P^{(u)}/P^{(d)}$	上行/下行方向乘客组集合
	o_p	乘客组p的出行起点站
	e_p	乘客组p的出行终点站
	$g_p^{(t)}$	在t时刻到达的乘客组p的总人数，人
	$w_p^{(t)}$	在t时刻到达的乘客组p的旅行时分，s
	$e_i^{(u)}/e_i^{(d)}$	上行/下行方向提前设定的大交路快车停站方案，若为1，则列车在站台停站，若为0，则跨站通过
	$e_{ix}^{(u)}/e_{ix}^{(d)}$	上行/下行方向提前设定的小交路快车停站方案，若为1，则列车在站台停站，若为0，则跨站通过
	$Dt_{\min}/Dt_{\max}$	列车的最小/最大停站时分，s
	Rt_i	列车从车站i到车站$i+1$的运行时分，s
	h_a/h_d	相邻列车的最小到达/出发时间间隔，s
	h_{da}	相邻列车在同一到发线上的最小出发到达时间间隔，s
	$\delta_{\min}/\delta_{\max}$	最小/最大折返时间，s
	n_f/n_l	快车/慢车停站次数，次
	c_0	时间价值系数
	j	列车交路方案
	M	极大值数
	U	列车编组数，节
	l_K	各车次列车k走行公里，km
	C	车辆定员，人

2.2　目标函数

在城市轨道交通的实际运营中，需同时兼顾乘客出行效率与企业运营成本。为此，建立一个双目标优化模型，旨在最小化乘客出行费用与列车开行成本。

（1）乘客出行成本Z_1。将乘客总旅行时间通过时间价值系数转换为乘客出行成本，计算公式如下。

$$Z_1 = c_0 \cdot F \tag{1}$$

时间价值系数c_0的计算方式如下[9-10]。

$$c_0 = \frac{\text{职工年平均工资}}{365 \times 24 \times 60 \times 0.6} \tag{2}$$

乘客总旅行时分F计算方法如下。

$$F = \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} g_p^{(t)} \cdot w_p^{(t)} \tag{3}$$

乘客总旅行时分$w_p^{(t)}$通常包含在站台的等待时间和乘客在车旅行时间，计算方法如下。

$$w_p^{(t)} = \begin{cases} \left(d_{k,\,o_p} - t\right) + \left(a_{k,\,e_p} - d_{k,\,o_p}\right) = a_{k,\,e_p} - t & \text{if } y_{p,\,k}^{(t)} = 1 \\ 0 \quad \text{if } y_{p,\,k}^{(t)} = 0 \end{cases} \tag{4}$$

式中：$d_{k,\,o_p}$为车次k在乘客组p出行起点的发车时间；$a_{k,\,e_p}$为车次k在乘客组p出行终点的到达时间。

（2）列车开行成本Z_2。列车开行成本Z_2包括车底固定成本Z_{21}、列车运行成本Z_{22}及列车空驶出入段成本Z_{23}。其中车底固定成本主要与车底数相关，具体表示为所有首次从车辆段驶出的列车之和成本；列车运行成本主要考虑列车走行公里数、快慢车停站次数和车次数，包括快车运行成本和慢车运行成本；列车空驶出入段成本主要指列车出入车辆段的空驶里程费用。计算公式如下。

$$Z_2 = Z_{21} + Z_{22} + Z_{23} \tag{5}$$

车底固定成本Z_{21}为

$$Z_{21} = c_v \cdot \sum_{k \in K} \alpha_k \tag{6}$$

列车运行成本Z_{22}为

$$Z_{22} = \sum_{k \in K} \tau_k \cdot \left(c_1 \cdot U \cdot L_k + c_2 \cdot n_f\right) + \sum_{k \in K} \left(1 - \tau_k\right) \cdot \left(c_1 \cdot U \cdot L_k + c_2 \cdot n_l\right) \tag{7}$$

列车空驶出入段成本Z_{23}为

$$Z_{23} = c_1 \cdot \sum_{k \in K} \left(\beta_k \cdot L_{\text{out}} + \alpha_k \cdot L_{\text{in}}\right) \tag{8}$$

式中：c_v为单车底固定成本，元/列；c_1为单车公里开行成本，元/车公里；c_2为单次停站成本，元/次；L_{out}为列车从车站回到车辆段的平均里程，km；L_{in}为列车从车辆段出发到达车站的平均里程，km。

2.3　约束条件

2.3.1　时刻表约束

（1）停站方案约束。快车与慢车在上下行方向的停站方案固定且已知，该约束定义如下。

上行方向为

$$x_{k,\,i} = \left(1 - \tau_k + \tau_k \cdot e_i^{(u)}\right) \cdot q_{k,\,j} \cdot s_{j,\,i} \qquad \forall k \in K^{(u)},\ i \in N^{(u)} \tag{9}$$

下行方向同理为

$$x_{k,\,i} = \left(1 - \tau_k + \tau_k \cdot e_i^{(d)}\right) \cdot q_{k,\,j} \cdot s_{j,\,i} \qquad \forall k \in K^{(d)},\ i \in N^{(d)} \tag{10}$$

（2）车次类型约束。保证相邻2列列车不能同时为快车和小交路列车，以避免部分乘客等待时间太长，该约束定义如下。

$$\tau_k + \tau_{k+1} \leqslant 1 \qquad \forall k,\ k+1 \in K^{(u)} \tag{11}$$

$$q_{k,\,0} + q_{k+1,\,0} \geqslant 1 \qquad \forall k,\ k+1 \in K^{(u)} \tag{12}$$

下行方向同理。

（3）区间运行时分约束。列车在前后2个车站之间的运行时间需要满足区间运行时分标准，该约束定义如下。

$$a_{k,\,i+1} - d_{k,\,i} = Rt_i \qquad \forall k,\ k+1 \in K^{(u)},\ i \in N^{(u)} \tag{13}$$

下行方向同理。

（4）停站时分约束。对于快车跳停的车站，停站时间设为0。若慢车在越行站被快车越行，则慢车在越行站的最大停站时间可放宽至$Dt1_{\max}$，其他情况列车停站需要满足最小、最大停站时分约束，定义如下。

$$x_{k,\,i} \cdot Dt_{\min} \leqslant d_{k,\,i} - a_{k,\,i} \leqslant x_{k,\,i} \cdot Dt_{\max} \qquad \forall k \in K^{(u)},\ i \in N^{(u)} \tag{14}$$

下行方向同理。

（5）发到间隔约束。在不具备越行条件的车站，相邻车次先后占用同一条到发线，需要满足最小出发到达时间间隔，该约束定义如下。

$$a_{l,\,i} - d_{k,\,i} \geqslant h_{da} - M \cdot \left(1 - b_{k,\,l,\,i}\right) \qquad \forall k,\ l \in K^{(u)},\ i \in N^{(u)} \tag{15}$$

$$b_{k,\,l,\,i} = m_{k,\,l,\,i} \qquad \forall k,\ l \in K^{(u)},\ i \in N^{(u)} \tag{16}$$

在具备越行条件的车站，若列车发生越行，则越行车与被越行车之间仅需满足最小发车时间间隔约束和最小到达时间间隔约束，约束式设置如下。

$$\begin{cases} a_{l,\,i}-a_{k,\,i}+M\cdot\left(1-b_{k,\,l,\,i}\right)\geqslant h_a & \forall k,\ l\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)} \\ d_{k,\,i}-d_{l,\,i}+M\cdot\left(1-m_{l,\,k,\,i}\right)\geqslant h_d & \forall k,\ l\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)} \end{cases} \tag{17}$$

$$b_{k,\,l,\,i}+m_{k,\,l,\,i}=1 \qquad \forall k,\ l\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)} \tag{18}$$

还需限制车次k和车次l的发车顺序和到达顺序，即要么车次k早于车次l，要么车次l早于车次k，公式如下。

$$m_{k,\,l,\,i}+m_{l,\,k,\,i}=1 \qquad \forall k,\ l\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)} \tag{19}$$

$$b_{k,\,l,\,i}+b_{l,\,k,\,i}=1 \qquad \forall k,\ l\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)} \tag{20}$$

下行方向同理。

（6）发车间隔约束。对于使用同一到发线的相邻车次，为避免列车发车过于密集，需满足最小发车时间间隔，该约束定义如下。

$$d_{l,\,i}-d_{k,\,i}\geqslant h_d-M\cdot\left(1-m_{k,\,l,\,i}\right) \qquad \forall k,\ l\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)} \tag{21}$$

下行方向同理。

2.3.2　客流约束

（1）客流分配约束。在研究时间段内，所有乘客均能登上列车，约束定义为

$$\sum_{k\in K^{(u)}} y_{p,\,k}^{(t)}=1 \qquad \forall p\in P^{(u)},\ t\in T \tag{22}$$

上行方向乘客组p能成功登上上行列车k，还需满足以下条件。列车k在乘客组p的出行起讫点停车；在出行起点，列车k的发车时间晚于乘客组p的到站时间。约束定义如下。

$$x_{k,\,o_p}+x_{k,\,e_p}\geqslant 2\cdot y_{p,\,k}^{(t)} \qquad \forall k\in K^{(u)},\ \mathrm{p}\in P^{(u)},\ t\in \mathrm{T} \tag{23}$$

$$d_{k,\,o_p}\geqslant t\cdot z_{p,\,k}^{(t)} \qquad \forall k\in K^{(u)},\ \mathrm{p}\in P^{(u)},\ t\in \mathrm{T} \tag{24}$$

$$y_{p,\,k}^{(t)}\leqslant z_{p,\,k}^{(t)} \qquad \forall k\in K^{(u)},\ \mathrm{p}\in P^{(u)},\ t\in \mathrm{T} \tag{25}$$

下行方向同理。

（2）乘客到达约束。假设乘客在时间间隔内均匀到达，任意前后2列列车k和列车l在站台i的离开间隔Δt内，到达的乘客数为

$$g_p^{(\Delta t)}=\sum_{t=d_{k,\,i}}^{t=d_{l,\,i}}\sum_{p\in\hat{p}_i} g_p^{(t)} \qquad \forall k\in K^{(u)},\ \forall l\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)},\ t\in T \tag{26}$$

式中：$\hat{p}_i$为出行起点站为车站i的乘客组集合。

下行方向同理。

（3）乘客先到先服务约束。若t时刻到达的乘客组p能够登上列车k，那么t时刻之前到达的乘客组p'一定已经登上列车k或车次k之前的列车，约束定义如下。

$$\sum_{l=1}^{k} y_{p',\,l}^{(t')}\geqslant y_{p,\,k}^{(t)}-M\cdot\left(2-x_{k,\,e_p}-x_{k,\,e_{p'}}\right) \qquad \forall p,\ p'\in P^{(u)},\ t'<t \tag{27}$$

下行方向同理。

（4）列车容量约束。列车在每一车站的剩余容量必须满足非负条件，同时不得超过列车总容量上限，该约束定义如下。

$$c_{k,\,i}=c_{k,\,i-1}+\sum_{p\in\hat{p}_i} g_p^{(t)}\cdot y_{p,\,k}^{(t)}-\sum_{p\in\check{p}_i} g_p^{(t)}\cdot y_{p,\,k}^{(t)} \qquad \forall k\in K^{(u)},\ p\in P^{(u)},\ i\in N^{(u)} \tag{28}$$

$$0\leqslant c_{k,\,i}\leqslant C \qquad \forall k\in K^{(u)},\ i\in N^{(u)} \tag{29}$$

式中：$\check{p}_i$为出行终点为车站i的乘客组集合。

下行方向同理。

2.3.3　车底接续约束

车底间能够成功接续需满足最大和最小的折返时间约束，即被接续车次的到站时间与接续车次的离站时间之差需满足规定的时间限制，具体定义为

$$\delta_{\min}\leqslant a_l^{(N+1)}-d_k^{(N)}\leqslant\delta_{\max} \qquad \text{if } \lambda_{k,\,1}=1 \tag{30}$$

将上式线性化，得

$$a_l^{(N+1)}-d_k^{(N)}\geqslant\delta_{\min}+M\cdot\left(\lambda_{k,\,1}-1\right) \qquad \forall k\in K^{(u)},\ l\in K^{(d)} \tag{31}$$

$$a_l^{(N+1)}-d_k^{(N)}\leqslant\delta_{\max}-M\cdot\left(\lambda_{k,\,1}-1\right) \qquad \forall k\in K^{(u)},\ l\in K^{(d)} \tag{32}$$

另外，同一时间内在折返站进行折返作业的列车数量应小于车站的折返能力，约束定义为

$$\xi_{k,\,i}(t)=\begin{cases}1 & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{33}$$

$$\sum_{k\in K^{(u)}}\sum_{l\in K^{(d)}}\lambda_{k,\,l}\cdot\xi_{k,\,N}(t-a_k^N)-\sum_{l\in K^{(d)}}\sum_{k\in K^{(u)}}\lambda_{k,\,l}\cdot\xi_{l,\,N+1}(t-a_l^{N+1})\leqslant C_{turn} \qquad \forall t\in T \tag{34}$$

式中：C_{turn}为车站最大折返能力。

式(34)表示在任一时刻t，上行方向已经到达折返站N但尚未折返发出的列车数应小于该折返站的折返容量。对于其他折返站同理。

对式(33)线性化得

$$\begin{cases} t\geqslant M\cdot[\,\xi_{k,\,i}(t)-1] \\ t<M\cdot\xi_{k,\,i}(t) \end{cases} \qquad \xi_{k,\,i}(t)\in\{0,\ 1\} \tag{35}$$

下行方向同理。

2.3.4　车底运用唯一性约束

每个车次任务只能由一列车底执行，即每列车

底在小交路的折返站只能选择继续开行小交路或是返回车辆段，在大交路的折返站只能选择继续开行大交路或者返回车辆段。若折返站附近没有配置车辆段，则由与其联通且距离最近、具备出入段能力的车辆段提供列车资源，以满足折返需求，约束如下。

$$\sum_{l \in K^{(d)}} \lambda_{k,\,1} + \beta_k = 1 \qquad \forall k \in K^{(u)} \tag{36}$$

下行方向同理。

同理，每个轨道上的车次，只能由来自车辆段的新车底或是来自另一方向折返过来的列车车底执行，约束如下。

$$\sum_{l \in K^{(d)}} \lambda_{1,\,k} + \alpha_k = 1 \qquad \forall k \in K^{(u)} \tag{37}$$

下行方向同理。

2.3.5　车底数量约束

为确保车底的高效运用，假定到达折返站的列车可以选择回到车辆段或者进行折返接续。但由于高峰期运力资源紧张，车底执行完某车次任务后若选择返回车辆段整备，再出段执行任务会使运力资源浪费。因此在研究时段内，列车连续执行任务，优先选择进行折返，除非在该时段内不再需要多余车底，则列车选择回段，且回段列车不再出段，由剩余车底保证平峰时期的正常运转。即线上运营的车底总数等于离开车辆段执行运行计划的总次数，由此约束如下。

$$\sum_{k \in K^{(u)}} \alpha_k = RS_1 \tag{38}$$

$$\sum_{k \in K^{(d)}} \alpha_k = RS_2 + RS_3 \tag{39}$$

$$RS = RS_1 + RS_2 + RS_3 \tag{40}$$

式中：RS_1，RS_2，RS_3 分别为车辆段 1、车辆段 2 和车辆段 3 需要的上线运营车底数，列；RS 代表上线运营车底总数，列。

3　算法设计

针对研究提出的双目标优化问题，由于涉及的变量和约束条件较多，无法直接用线性求解器高效求解，因此结合 Gurobi 的精确求解能力与 NSGA－Ⅱ的全局搜索特性，设计了 NSGA－Ⅱ+Gurobi 双层嵌套求解算法。该算法以 NSGA－Ⅱ为框架，首先构造满足一定约束条件的染色体，作为求解器的输入，求解上线车底数最小为目标的线性规划模型，输出车底运用计划和列车时刻表。基于上述时刻表分配已知的 OD 客流，计算乘客旅行时间和列车运行成本，进而得到模型的 2 个目标值，对所有个体依次进行非支配排序和拥挤度计算，并依据精英策略选择优秀个体；通过不断迭代更新，最终得到多目标优化下的最优解集。算法流程如图 2 所示。

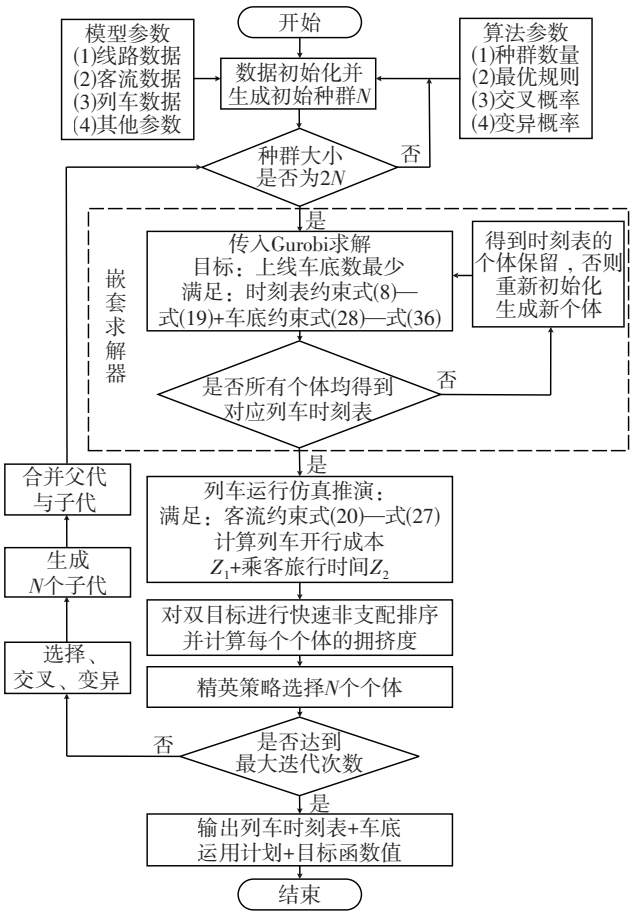

图 2　算法流程

Fig.2　Algorithm flow

3.1　染色体设计

根据实际线路和客流情况，分别给定上下行开行车次数量的一个区间，由函数随机为上下行选取开行的车次数量，所以染色体的长度是动态变化的。

在算法中构造的染色体主要包括以下部分：双向首列列车首站发车时刻及各个时段列车数、快慢车属性和大小交路属性。染色体编码规则如图 3 所示，其中，UT 和 DT 分别表示上行和下行方向列车在首站的发车时刻，UN 和 DN 分别表示上行和下行方向在划分好的时间段内开行的列车数；UA 和 DA 分别表示上行方向与下行方向快慢车类型；UB 和

DB 分别表示上行方向与下行方向列车大小交路类型。将整数编码和二进制编码相结合，发车时刻和列车数为整数编码；快慢车部分和大小交路部分的长度相同，均为线路开行的列车数，每一位即为一列列车，为0–1变量。

3.2　进化操作和精英策略

为了使得算法兼顾多种运输模式下的优化探索，交叉操作时采用多点交叉法，即在快慢车属性和大小交路属性部分各随机选取一个交叉点位，以一定的交叉概率交换对应方向的染色体片段，并检查交叉后染色体的可行性，重复操作直至交叉次数到 $N/2$。增加解的多样性，避免陷入局部最优解，变异操作中设计2个变异算子，分别对时段发出列车数及车次类型进行变异操作。将精英策略与锦标赛选择策略相结合，按照非支配关系与拥挤度选择前 $3N/4$ 的染色体保留到下一代种群，并通过锦标赛选择补充够 N 个染色体。

3.3　Gurobi 嵌套求解

Gurobi 优化器接收来自遗传算法的 $2N$ 个染色体，满足列车时刻表、车底接续、车底运用唯一性和车底数量约束，得到子代中每个个体对应的列车时刻表、车底运用计划和车底接续计划，并计算车底固定成本。其中，传入 Gurobi 的第一代个体是由初始化产生的 $2N$ 个染色体，个体需要满足发车间隔约束、列车属性约束；之后传入 Gurobi 的是遗传算法已构造好的染色体中通过精英策略选择的 N 个染色体通过交叉和变异并与父代合并形成的 $2N$ 个染色体。若某个传入的个体在 Gurobi 中无法得到有效解，则重新调整该个体的染色体编码，直到每个个体都有其对应的可行解。

4　案例分析

4.1　基本数据及参数

以某城市实际运营轨道交通线路为例。线路共设34座车站，线路结构示意如图4所示。图4中，车站间连接线上的数值表示区间运行时间，s。首末站均与一个车辆段相连，另外车站27附近配有一个车场，车站26配有越行线，快车可在该站越行慢车。

基于该线路某工作日 AFC 数据，得到全日 OD 客流如图5所示，时段客流如图6所示，早高峰时期的断面客流如图7所示。图6中将全日进站客流以4:00为起始按小时划分为20个时段，图7取早高峰7:00—9:00的断面客流数据。从图6、图7中，可以观察到该线路 OD、时段与断面客流存在明显不均衡。

综合考虑线路和客流条件，设定车站7和车站27为折返站，即在车站7和车站27之间开行小交路列车。研究时间段为7:00—11:00，上下行方向采取不成对的发车方式。模型相关参数取值如表2所示。

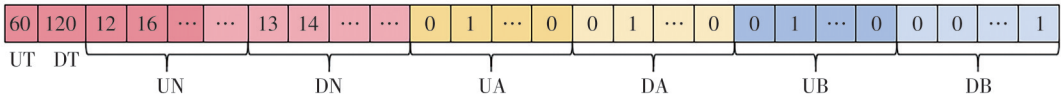

图3　染色体编码规则

Fig.3　Chromosome coding rules

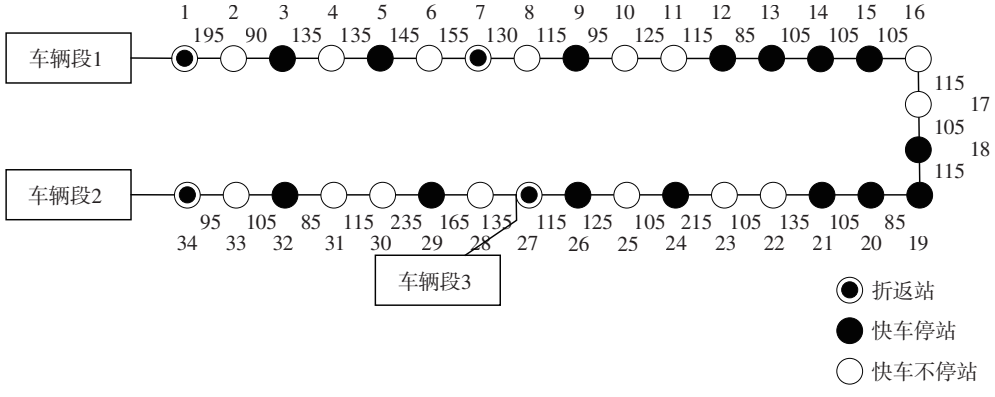

图4　线路结构示意

Fig.4　Line structure

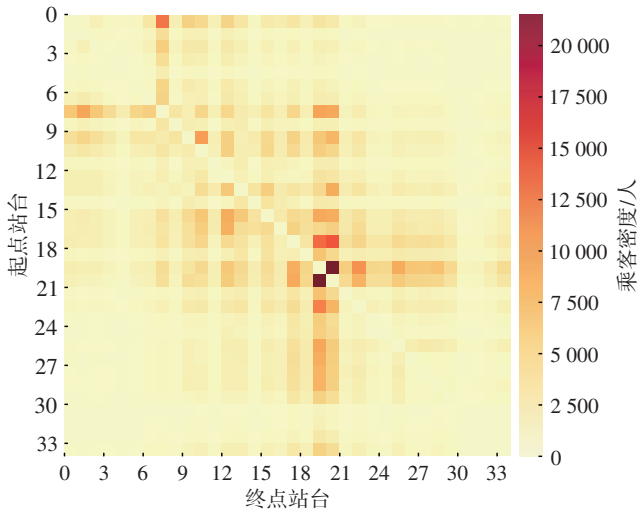

图5　全日OD客流

Fig.5　Whole-day OD passenger flow

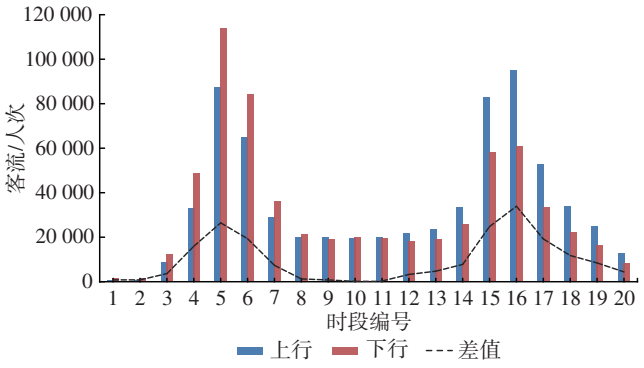

图6　时段客流

Fig.6　Passenger flow at different time periods

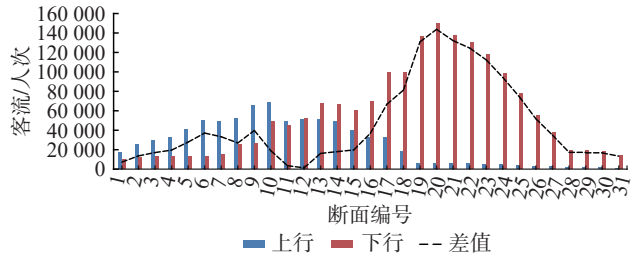

图7　早高峰时期的断面客流

Fig.7　Cross-section passenger flow during morning rush hour

4.2　求解结果

利用NSGA-Ⅱ算法求解模型得到帕累托前沿如图8所示，该前沿反映了乘客旅行时间和企业运营成本在不同权衡条件下的有效解。为便于对比分析，从所得的帕累托最优解集中选取具有代表性的3个解：乘客旅行时间最小方案、运营成本最低方案以及两者综合最优方案。对于综合最优方案的选择，利用时间价值系数将乘客旅行时间折算为等价出行成本，并以乘客出行成本和企业运营成本之和最小的方案为综合最优方案。

表2　参数取值

Tab.2　Parameter values

参数	取值
Dt_{min}/Dt_{max}	30/60 s
$Dt1_{max}$	150 s
h_a/h_d	60 s
h_{da}	90 s
$\delta_{min}/\delta_{max}$	120/2 000 s
c_0	0.5元/min
c_1	23.8元/车公里
c_2	200元/次
c_v	15 000元/列
C_{turn}	2列
C	2 000人/列

3个方案的求解结果对比如表3所示。

对于综合最优方案，在研究时间段内上下行采取非均衡的运输组织模式，上行方向总开行列车57列，其中大交路46列、中交路4列、小交路7列；下行方向总开行列车61列，其中大交路48列、中交路5列、小交路8列；下行方向开行快车9列，总计需要车底数52列。同时为匹配客流在时间分

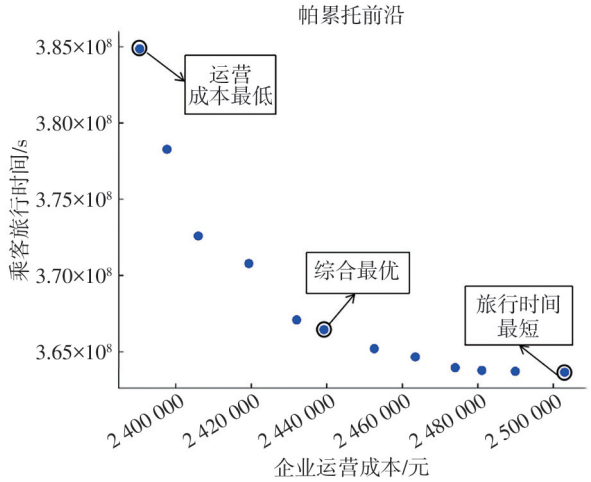

图8　帕累托前沿

Fig.8　Pareto front

表3　求解结果对比

Tab.3　Comparison of solution results

方案选取	企业运营成本/元	乘客旅行时间/s	总目标/元	乘客等待时间/s	车底总数/列
旅行时间最短	2 506 948	363 664 998	5 525 367	54 537 286	62
运营成本最低	2 390 510	385 861 170	5 593 157	61 839 035	50
综合最优	2 436 301	366 902 339	5 481 590	57 656 907	52

布上的差异，列车的发车频率与客流变化趋势保持一致，发车计划如表4所示。

表4　发车计划　　列

Tab.4　Departure plan

时间段 / 列车数/列	7:00—7:59	8:00—8:59	9:00—9:59	10:00—10:59
上行	14	18	14	11
下行	15	18	14	14

随着早高峰的结束，上行方向有8列车底回到车辆段，下行方向8列车底回到车辆段，剩下36列车底在线上运营，保证车底的正常周转。求解后得到的列车运行图如图9所示。

4.3　方案对比分析

为了更好地评价研究提出的非均衡客流场景下，大小交路结合快慢车的时刻表与车底周转协同优化模型的优越性，将研究方案与实际方案、分步求解方案、仅大小交路的联合优化方案以及仅快慢车的联合优化方案进行对比，方案对比结果如表5所示。其中，分步求解方案首先优化列车时刻表，随后将结果作为输入，进一步求解车底运用计划。

通过对比研究方案与实际方案，可以看出研究提出的方案在各个方面均优于实际方案。上线车底数减少了21列，运营成本降低了6.13%，总目标下降了6.11%。由于实际线路交路类型众多，而研究通过简化交路类型同时增加快慢车的运营模式，更好地匹配线路客流，有效降低了部分乘客的出行时间，使得乘客总旅行时间减少了6.09%。

表5　方案对比结果

Tab.5　Comparison of schemes

方案选取	车底数量/列	运营成本/元	总乘客旅行时间/s	总目标/元
实际方案	73	2 595 446	390 716 869	5 838 396
研究方案	52	2 436 301 (−6.13%)	366 902 339 (−6.09%)	5 481 590 (−6.11%)
分步求解方案	66	2 749 450 (5.93%)	359 896 281 (−7.89%)	5 736 589 (−1.74%)
仅大小交路方案	58	2 638 581 (1.66%)	410 961 303 (5.18%)	6 049 559 (3.62%)
仅快慢车方案	55	2 646 061 (1.95%)	431 858 137 (10.53%)	6 230 484 (6.72%)

对比研究方案和分步求解方案，可以看出分步求解对于乘客的旅行时间有较大的优化效果(降低7.89%)，这是由于分步求解时第一步只考虑时刻表和客流约束，忽略了车底周转和列车成本，因此车底数相较于优化方案增加了14列，运营成本相较于实际方案增加了5.93%。由此可见，研究提出的多模式下联合求解时刻表和车底运用方案模型，能够实现最佳的资源配置，从而提升企业的运营效率，并确保乘客旅行时间的需求得到满足。

将研究优化方案与仅大小交路方案和仅快慢车方案进行比较，可以看出后2种方案均导致成本上升。取消快车运行，导致乘客总旅行时间增加5.18%，运营成本增加1.66%，这是由于快车跨站

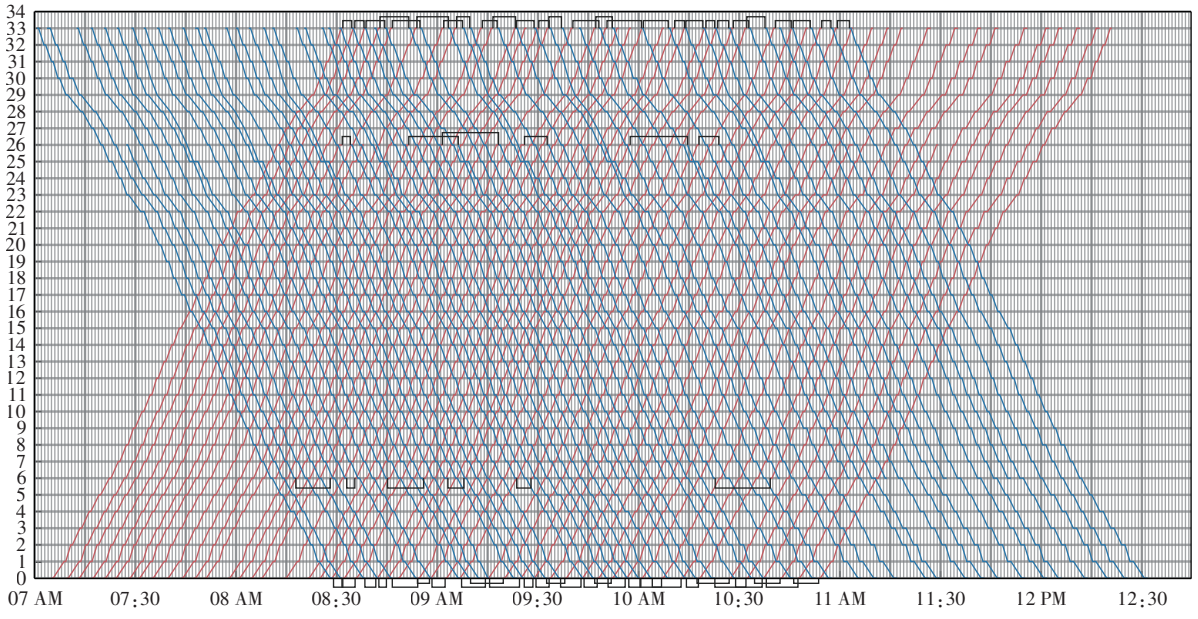

图9　列车运行图

Fig.9　Train working diagram

运行一定程度上减少了部分长距离出行乘客的在车时间，同时缩短了车底的占用时间，加快车底的周转速度。取消大小交路列车，仅留快慢车在线运营，虽然能够有效减少上线的车底数，但由于客流在空间上呈现中部高峰的现象，单一交路的开行模式导致乘客旅行时间和总目标都大幅增加(10.53%和6.72%)。由此可见，在非均衡客流的长距离线路上，结合大小交路和快慢车的运营组织模式，能够更加有效地优化车底循环和乘客旅行时间，是一种高效的运输组织方法。

进一步对比研究方案与实际方案、仅大小交路方案和仅快慢车方案的上下行站台平均等待时间，上行站台平均等待时间如图10所示，下行站台平均等待时间如图11所示。可以看出，研究方案在上下行方向的站台平均等待时间显著低于仅采用大小交路方案或仅采用快慢车方案。实际方案在上下行站台的平均等待时间分别为147.9 s和148.09 s，研究方案分别为147.2 s和141.4 s，可见研究方案通过合理的时刻安排和更灵活的运力调度，能够有效缓解拥堵状况，从而改善乘客的整体出行体验。

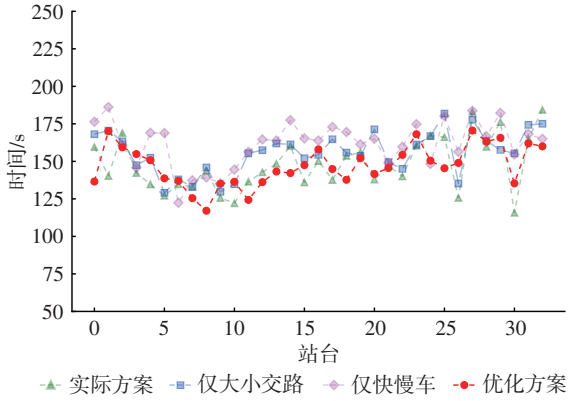

图10　上行站台平均等待时间

Fig.10　Average waiting time at upstream platforms

4.4　灵敏度分析

为了探究多模式不成对运输组织方式下，客流场景和关键模型参数变化对模型稳定性的影响，在保持求解模式和其余参数不变的前提下，仅改变客流数据规模和时间价值系数取值，得到不同情况下的最优解。

对输入的OD客流进行等比例放缩，分别乘以系数0.9和1.1，观察乘客平均等待时间和列车运行费用的变化趋势，不同客流场景结果对比如表6所示。

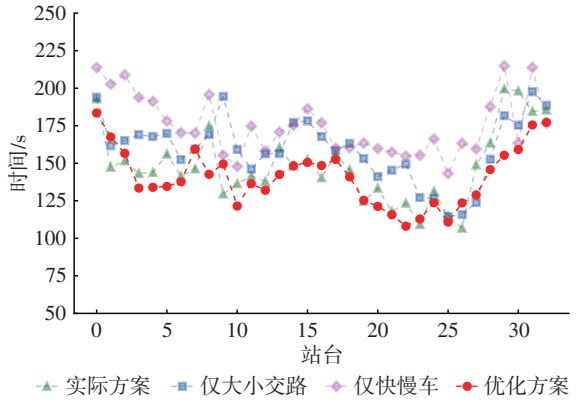

图11　下行站台平均等待时间

Fig.11　Average waiting time at downstream platforms

表6　不同客流场景结果对比

Tab.6　Comparison of results for different passenger flow scenarios

客流系数	上行车次数/列	下行车次数/列	车底数/列	乘客平均等待时间/s	企业运营成本/元
0.9	51	57	50	144.5	2 399 479
1	57	61	52	144.2	2 436 301
1.1	58	72	59	148.6	2 491 735

由表6可见，随着客流量的增加或减少，开行列车次数及所需车底数量呈现出相应的变动趋势。具体来说，当客流量按比例放大时，为满足运输需求，需调度更多的列车班次，从而导致运营成本显著上升。但客流变化对乘客平均等待时间的影响相对较小，这表明所构建的模型在面对客流波动时具有较高的稳定性，能够有效维持服务质量。

为观察时间价值系数对模型优化结果的影响，分析不同系数下乘客旅行时间与企业运营成本的变化情况，不同时间价值系数结果对比如表7所示。

表7　不同时间价值系数结果对比

Tab.7　Comparison of results of different time value factors

时间价值系数c_0/(元/min)	乘客旅行时间/s	企业运营成本/元	总成本/元	小交路列车数/列
0.75	366 926 743	2 531 071	7 117 655	34
0.6	367 038 621	2 507 411	6 177 797	28
0.5	366 902 339	2 436 301	5 481 590	24
0.42	366 839 747	2 438 167	5 006 045	26
0.375	366 685 921	2 437 606	4 729 393	25

乘客旅行时间和成本变化趋势如图12所示，可见，随着时间价值系数的提升，总成本呈现出显著上升的趋势，但为维持服务水平，模型相应增加小交路列车的开行数量。这表明，当乘客对出行时间的敏感度提高时，倾向于采用更高效、密集的列

车运行方案，以缩短乘客的旅行时间。进一步分析表明，时间价值系数的不同取值会导致模型在“服务水平”与“运营成本”之间实现动态权衡。整体来看，模型对时间价值系数具有良好的响应性与可解释性，可为实际运营中的差异化服务设计提供有力的决策支持。

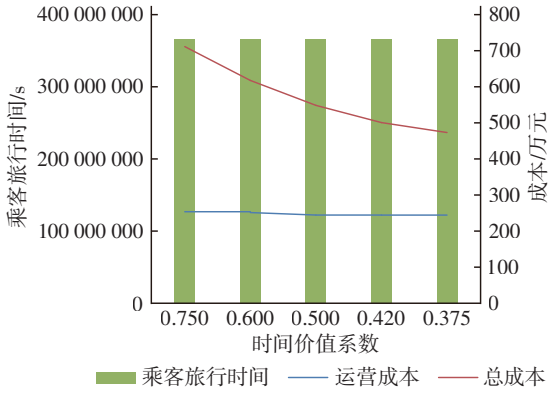

图12　乘客旅行时间和成本变化趋势

Fig.12　Trends in passenger travel time and costs

5　结论

通过结合大小交路和跨站快车实施不成对的运输组织方案，以匹配上下行线路时空分布非均衡客流。在大客流线路区间采用小交路策略，在高峰期增加发车频次，同时允许快车在小客流车站跨站通过，显著缩短长距离出行乘客的旅行时间，提高车底周转效率。基于上述开行方案，以乘客总旅行时间和运营成本综合最小为目标函数，考虑时刻表约束、客流分配约束、车底约束等条件，构建了时刻表与车底周转协同优化模型。针对模型特点，设计了NSGA-Ⅱ+Gurobi求解方法，最后用某城市地铁线路进行实例分析，得到以下结论。

（1）与实际方案相比，研究方案在总乘客旅行时间和运营成本上各降低了6.09%和6.13%，在非均衡客流条件下，采用多交路快慢车的运营组织模式，对时刻表与车底周转进行联合求解，能够有效提升运营效益和服务水平。

（2）相较于分步求解方法，研究方案在降低企业运营成本方面展现了更为显著的优势。通过联合求解，可以最大程度地减少因分步优化而导致的资源浪费和调度不协调，能够更好地平衡乘客需求和企业成本，从而达到整体优化。

（3）在时刻表与车底周转联合求解模式下，开行大小交路列车对平衡高峰期线路客流，提高乘客服务水平有实际作用，开行快慢车加速了车底周转，极大减少了上线的车底数。然而，单独实施其中一种策略对旅行时间和车底联合优化效果则较为有限，因此对于客流量大、时空分布不均衡且车底资源紧张的线路，适合同时实施大小交路和快慢车策略。

（4）在面对不同的客流场景时，所构建的模型展现了良好的稳定性。通过灵活调整时间价值系数，该模型能够有效适应不同区间或时段的需求变化，从而在维持服务水平的同时优化运营成本。

参考文献：

[1] 段凌林，查伟雄，李　剑，等. 城市轨道交通大小交路结合快慢车开行方案优化[J]. 铁道运输与经济，2020，42(5)：103-109.
DUAN Linglin，ZHA Weixiong，LI Jian，et al. Optimization of Operation Scheme for Urban Rail Transit Combining Full-Length and Short-Turn Routing with Express and Slow Train[J]. Railway Transport and Economy，2020，42(5)：103-109.

[2] 陈　阳，陈福贵，温念慈. 城市轨道交通快慢车越行模式研究[J]. 铁道运输与经济，2025，47(1)：149-155.
CHEN Yang，CHEN Fugui，WEN Nianci. Overtaking Modes of Fast and Slow Trains in Urban Rail Transit[J]. Railway Transport and Economy，2025，47(1)：149-155.

[3] 谭彬彬，金　华，刘　爽，等. 考虑城市轨道交通折返进路占用的大小交路列车运行组织优化[J]. 铁道科学与工程学报，2022，19(8)：2161-2168.
TAN Binbin，JIN Hua，LIU Shuang，et al. Optimization on Train Operation Organization of Full-Length and Short-Turn Routing Mode Considering the Occupation of Turn-back Route[J]. Journal of Railway Science and Engineering，2022，19(8)：2161-2168.

[4] 王　磊，李思杰，刘志钢，等. 基于供需匹配的城市轨道交通大小交路开行方案优化[J]. 铁道运输与经济，2023，45(6)：125-131.
WANG Lei，LI Sijie，LIU Zhigang，et al. Optimization of Urban Rail Transit Operation Scheme of Full-Length and Short-Turning Routes Based on Supply and Demand Matching[J]. Railway Transport and Economy，2023，45(6)：125-131.

[5] BLANCO V，CONDE E，HINOJOSA Y，et al. An Optimization Model for Line Planning and Timetabling in Automated Urban Metro Subway Networks. a Case Study[J].

Omega，2020，92：102165.

[6] XUE H J，JIA L M，LI J，et al. Jointly Optimized Demand-Oriented Train Timetable and Passenger Flow Control Strategy for a Congested Subway Line under a Short-Turning Operation Pattern[J]. Physica A：Statistical Mechanics and Its Applications，2022，593：126957.

[7] SHAO J，XU Y，SUN L S，et al. Equity-Oriented Integrated Optimization of Train Timetable and Stop Plans for Suburban Railways System[J]. Computers & Industrial Engineering，2022，173：108721.

[8] LI Z J，MAO B H，BAI Y，et al. Integrated Optimization of Train Stop Planning and Scheduling on Metro Lines with Express/Local Mode[J]. IEEE Access，2019，7：88534-88546.

[9] DONG X L，LI D W，YIN Y H，et al. Integrated Optimization of Train Stop Planning and Timetabling for Commuter Railways with an Extended Adaptive Large Neighborhood Search Metaheuristic Approach[J]. Transportation Research Part C：Emerging Technologies，2020，117：102681.

[10] 孙元广，邓澄远，彭　磊，等. 潮汐客流需求驱动的地铁列车不成对运行图节能优化方法[J]. 交通运输系统工程与信息，2024，24(5)：128-139.
SUN Yuanguang，DENG Chengyuan，PENG Lei，et al. Energy-Efficient Train Timetable Optimization Model for Urban Rail Transit Line with Asymmetric Passenger Demand[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2024，24(5)：128-139.

[11] 丰汉羽，王　涛，石建廷. 朔黄铁路移动闭塞信号系统设计与关键技术研究[J]. 铁道货运，2024，42(1)：50-57.
FENG Hanyu，WANG Tao，SHI Jianting. Design and Key Technology Research on Moving Block Signal System for Shuohuang Railway[J]. Railway Freight Transport，2024，42(1)：50-57.

[12] 孙　宇，徐　娜，叶海昌，等. 考虑车底高效周转的大宗散货集疏运站方案研究[J]. 铁道货运，2023，41(3)：32-39.
SUN Yu，XU Na，YE Haichang，et al. Study on Bulk Cargo Collection and Distribution Stations with Efficient Train-Set Turnover[J]. Railway Freight Transport，2023，41(3)：32-39.

[13] 姚　宇，朱晓宁，康柳江，等. 城市轨道交通列车时刻表与车底运用整合优化模型[J]. 交通运输系统工程与信息，2018，18(1)：200-206.
YAO Yu，ZHU Xiaoning，KANG Liujiang，et al. An Integrated Optimization Model of Train Timetabling and Rolling Stock Scheduling for an Urban Railway Line[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2018，18(1)：200-206.

[14] 李思杰，尚雨昕，刘志钢. 潮汐客流下城市轨道交通时刻表与车底接续协同优化[J]. 交通运输系统工程与信息，2023，23(4)：175-183.
LI Sijie，SHANG Yuxin，LIU Zhigang. Collaborative Optimization of Urban Rail Transit Timetable and Rolling Stock Circulation under Tidal Passenger Flow[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2023，23(4)：175-183.

[15] PAN H C，YANG L X，LIANG Z. Demand-Oriented Integration Optimization of Train Timetabling and Rolling Stock Circulation Planning with Flexible Train Compositions：A Column-Generation-Based Approach[J]. European Journal of Operational Research，2023，305(1)：184-206.

[16] 宋展鹏，田小鹏，牛惠民，等. 灵活编组条件下城市轨道交通列车时刻表与车底运用综合优化[J/OL]. 铁道科学与工程学报，2025：1-13. (2025-01-07)[2025-01-30]. https://link.cnki.net/doi/10.19713/j.cnki.43-1423/u.T20241530.
SONG Zhanpeng，TIAN Xiaopeng，NIU Huimin，et al. Integrated Optimization of Train Timetable and Rolling Stock Circulation with Flexible Composition Strategies for an Urban Rail Transit Line[J/OL]. Journal of Railway Science and Engineering，2025：1-13. (2025-01-07)[2025-01-30]. https://link.cnki.net/doi/10.19713/j.cnki.43-1423/u.T20241530.

[17] WANG Y H，ZHU S W，D'ARIANO A，et al. Energy-Efficient Timetabling and Rolling Stock Circulation Planning Based on Automatic Train Operation Levels for Metro Lines[J]. Transportation Research Part C：Emerging Technologies，2021，129：103209.

[18] 金　波，郭佑星，王青元，等. 考虑大小交路的时刻表与车底运用计划一体化编制方法[J]. 中国铁道科学，2022，43(3)：173-181.
JIN Bo，GUO Youxing，WANG Qingyuan，et al. Integrated Scheduling Method of Timetable and Rolling Stock Assignment Scheme Considering Long and Short Routing[J]. China Railway Science，2022，43(3)：173-181.

[19] YUAN J W，GAO Y，LI S K，et al. Integrated Optimization of Train Timetable，Rolling Stock Assignment and Short-Turning Strategy for a Metro Line[J]. European Journal of Operational Research，2022，301(3)：855-874.

[20] 宋浚哲，刘　畅. 联网、补网、强链背景下货车车流

径路优化方案及效益研究[J]. 铁道货运，2024，42(10)：23-32.
SONG Junzhe，LIU Chang. Optimization Plan and Economic Benefit of Wagon Routes Against a Background of China Railway Network Capacity Enhancement Plan[J]. Railway Freight Transport，2024，42(10)：23-32.
[21] 唐炜琳，郎茂祥，王海超，等. 适应市场经营的铁路现代物流经营评价指标体系设计[J]. 铁路物流，2025，43(9)：1-7，13.
TANG Weilin，LANG Maoxiang，WANG Haichao，et al. Design of an Operational Performance Evaluation Index System for Market-Oriented Railway Modern Logistics Systems[J]. Railway Logistics，2025，43(9)：1-7，13.

(责任编辑　魏　然)

（上接第159页）

Economy，2008，30(7)：17-20.
[11] 陈建鑫. 客运专线车站作业计划协同优化方法研究[D]. 北京：北京交通大学，2008.
[12] 史　峰，陈　彦，秦　进，等. 铁路客运站到发线运用和接发车进路排列方案综合优化[J]. 中国铁道科学，2009，30(6)：108-113.
SHI Feng，CHEN Yan，QIN Jin，et al. Comprehensive Optimization of Arrival-Departure Track Utilization and Inbound-Outbound Route Assignment in Railway Passenger Station[J]. China Railway Science，2009，30(6)：108-113.
[13] 鲁工圆. 铁路车站作业系统仿真技术研究[D]. 成都：西南交通大学，2011.
[14] 鲁工圆，彭其渊. 铁路车站作业仿真系统构架研究[J]. 铁道运输与经济，2012，34(1)：27-32.
LU Gongyuan，PENG Qiyuan. Study on Simulation System Framework of Railway Station Operation[J]. Railway Transport and Economy，2012，34(1)：27-32.
[15] 孙　民. 面向货车车流径路的铁路网点线通过能力数字化分析方法[J]. 铁路物流，2025，43(3)：1-8.
SUN Min. Digital Analysis Method for Railway Network Point and Line Passing Capacity for Freight Wagon Flow Routing[J]. Railway Logistics，2025，43(3)：1-8.

(责任编辑　金　晶)