考虑动力学性能的高速薄壁齿轮多目标优化

刘长钊[1,2]，宋 健[1,2]，李峥琪[1,2]，张 铁[1,2]，王 磊[1,2]

（1. 重庆大学 高端装备机械传动全国重点实验室，重庆 400044；2. 重庆大学 机械与运载工程学院，重庆 400030）

摘 要：为提高功率密度，航空齿轮通常采用薄腹板、薄轮缘等薄壁结构，但这会使齿轮高度柔性化，进而导致动力学性能下降。在高速薄壁齿轮设计中，如何平衡轻量化和动力学性能，以实现系统性能最优是一大难题。因此，本文首先考虑薄壁齿轮、轴和箱体等构件柔性、齿轮6自由度以及离心力、惯性力的影响，建立了高速薄壁齿轮系统柔性多体动力学模型，并通过实验进行了验证。其次，提出了基于柔性齿轮动力学的高速薄壁齿轮多目标轻量化优化设计方法。优化设计中，基于高速薄壁齿轮动力学仿真，建立了动力学性能、强度、疲劳寿命评价指标；采用参数-性能相关性分析方法，选取了影响较大的参数进行优化。最后，开展了多目标轻量化设计研究，获得了相比传统设计振动噪声更低、重量更轻的高速薄壁齿轮系统。

关键词：机械设计；高速薄壁齿轮；柔性多体动力学；参数-性能相关性分析；多目标优化；轻量化

中图分类号：TH132.4 **文献标志码**：A **文章编号**：1671-5497(2025)08-2487-14

DOI：10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20231312

Multi-objective optimization of high-speed thin-walled gears considering dynamic performance

LIU Chang-zhao[1,2], SONG Jian[1,2], LI Zheng-qi[1,2], ZHANG Tie[1,2], WANG Lei[1,2]

(1. *State Key Laboratory of Mechanical Transmission for Advanced Equipment, Chongqing University, Chongqing* 400044, *China*; 2. *College of Mechanical and Vehicle Engineering, Chongqing University, Chongqing* 400030, *China*)

Abstract: In order to improve the power density, the aviation gear is usually made of thin wall structure such as thin web and thin rim, but this will make the gear highly flexible, resulting in decreased dynamic performance. In high-speed thin-walled gear design, how to balance lightweight and dynamic performance to make the system performance optimal is a big problem. Therefore, firstly considering the influence of thin-walled gear, shaft, housing and other components flexibility, gear 6 degrees of freedom, centrifugal force, inertia force, the flexible multi-body dynamics model of high-speed thin-walled gear system is established, and verified by experiments. Secondly, a multi-objective lightweight optimization design method for high-speed thin-walled gears based on flexible gear dynamics is proposed. In the optimization design, based on the dynamic simulation of high-speed thin-walled gear, the evaluation indexes of dynamic

收稿日期：2023-11-28.

基金项目：国家自然科学基金项目(52375040)；重庆市技术创新与应用发展专项项目(CSTB2022TIAD-KPX0043)；重庆市自然科学基金项目(CSTB2023NSCQ-MSX0085)；江苏省科技成果转化专项项目(BA2022033).

作者简介：刘长钊(1990-)，男，副教授，博士. 研究方向：齿轮传动与优化设计. E-mail: czliu@cqu.edu.cn

performance, strength and fatigue life are established. The parameter-performance correlation analysis method is used to select the most influential parameters for optimization. Finally, the multi-objective lightweight design research is carried out, and the high-speed thin-walled gear system with lower vibration noise and lighter weight compared to traditional designs is obtained.

Key words: mechanical design; high-speed thin-walled gears; flexible multi-body dynamics; parameter-performance correlation analysis; multi-objective optimization; lightweight

0 引 言

在汽车、航空航天等领域,为满足高功率密度要求,齿轮通常采用薄腹板、薄轮缘等薄壁轻量化结构,但这会使齿轮高度柔性化,容易产生较大动载荷,进而导致系统的振动噪声增加[1]。动载荷和高速离心载荷使齿轮腹板承受高周疲劳载荷,导致齿轮腹板产生径向疲劳裂纹[2],从而缩短齿轮使用寿命。为平衡高速薄壁齿轮轻量化与动载荷、振动噪声、承载能力及使用寿命等性能的矛盾,开展面向轻量化、动载荷以及振动噪声优化的高速薄壁齿轮系统多目标优化研究具有重要意义。

目前,已有学者采用形状、尺寸优化的方法对齿轮进行优化设计。Taskinoglu等[3]以齿轮腹板和轮缘厚度为设计变量,以静态传动误差、齿根应力和接触应力为目标,对直齿轮进行了多目标优化。Vahabi等[4]采用参数化曲线描述腹板减重孔的形状和大小,并将其作为优化变量,利用有限元分析计算了静态应力,然后采用代理模型方法开展了优化研究。Yang等[5]以齿轮减重结构参数为设计变量,以结构阻尼最大为优化目标,进行了齿轮的减振设计。Cosco等[6]以齿轮结构参数(如腹板、轮缘厚度)为变量,以系统总质量、传递误差为优化目标,进行了齿轮结构优化。宗长富等[7]计算了齿轮啮合动态传递误差,并以传递误差和齿轮体积为优化目标,对齿轮模数、齿宽和顶隙系数等宏观参数进行了优化设计。杨红波等[8]以齿轮副总重合度最大、传递误差波动量最小和齿轮副总体积最小为优化目标,开展了齿轮副宏观参数优化设计研究。以上优化研究既没有考虑离心力、惯性力对齿轮的影响,也没有在优化过程中通过动力学仿真评估振动噪声、承载能力等性能指标,因此不适用于高速薄壁齿轮系统的优化。

此外,也有学者采用拓扑优化的方法对齿轮各部件结构进行优化。陈营利[9]对箱体结构进行了静力和模态分析,通过拓扑优化得到了更合理的箱体结构。薛云伟[10]和王雁东等[11]采用拓扑优化方法开展了航空齿轮腹板的优化研究,虽然两者优化目标及约束不同,但都没有考虑高速工况下离心力、惯性力的影响,且优化结果中孔洞结构复杂,形状极不规则,需二次设计才能获得可加工的减重孔。

齿轮动力学模型是计算振动噪声等性能的基础,目前国内外学者考虑不同因素已提出了多种齿轮动力学模型。Ambarisha等[12]提出了一种多轴斜齿轮动力学模型,该模型由有限元轴模型和斜齿轮6自由度集中参数模型组成,但只考虑了轴的柔性而没有考虑齿轮体的柔性。Bettaieb等[13]提出了齿轮传动系统的静力学模型和动力学模型。Wu等[14]将内齿圈看作柔性环,将其他齿轮及行星架视作刚体,建立了高速行星齿轮动力学模型。Guilbert等[15]提出了由集中参数模型和有限元模型耦合的混合动力学模型,并将啮合接触线离散化处理,消除了齿面接触线和齿轮有限元模型耦合的数值误差。Sun等[16]提出了一种有限元模型与刚体模型耦合的方法,研究了齿轮体结构和齿面修形对轻量化和振动的影响。然而,上述模型大多没有同时考虑系统柔性、离心力及惯性力的影响,不适用于高度柔性的高速薄壁齿轮系统的优化。

综上所述,现阶段齿轮传动系统的轻量化优化设计对高速工况下离心力、惯性力以及构件柔性的影响考虑不足,也未基于动力学仿真对各性能指标进行评估,不适用于高速薄壁齿轮系统的优化。因此,本文首先考虑薄壁齿轮、轴和箱体等构件柔性、齿轮6自由度以及高速旋转构件离心力、惯性力的影响,建立高速薄壁齿轮系统柔性多体动力学模型,并搭建实验台验证建模方法的正确性;其次提出高速薄壁齿轮多目标轻量化优化设计方法,建立动力学性能、强度和疲劳寿命评价指标;最后针对某高速薄壁齿轮系统,开展多目标轻量化设计研究。

1　高速薄壁齿轮系统多体动力学建模

高速薄壁齿轮主要参数如表1所示。图1为高速薄壁齿轮系统示意图,该系统由小齿轮、大齿轮和箱体组成,动力从小齿轮输入,大齿轮输出;小齿轮与大齿轮均为薄壁齿轮。

表1　齿轮主要参数

Table 1　Main parameters of gears

参数名称	小齿轮	大齿轮
齿数	35	68
法向模数/mm	2.5	2.5
法向压力角/(°)	25	25
螺旋角/(°)	12	12
法向齿顶高系数	1	1
法向顶隙系数	0.25	0.25
齿宽/mm	40	40

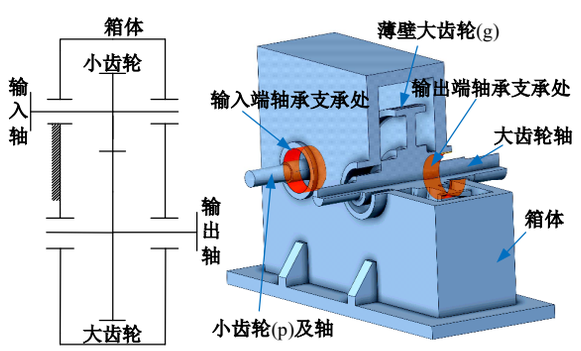

图1　高速薄壁齿轮系统

Fig. 1　High-speed thin-walled gears system

1.1　斜齿轮啮合力计算模型

斜齿轮啮合模型如图2所示,坐标原点位于各齿轮轴心线的中点,据此建立齿轮6自由度集中参数动力学模型。图2中:X_p、Y_p和Z_p为小齿轮(p)在X、Y和Z方向上的平移位移;X_g、Y_g和Z_g为大齿轮(g)在X、Y和Z方向上的平移位移;θ_{Xp}、θ_{Yp}和θ_{Zp}为小齿轮绕X、Y和Z轴的角位移;θ_{Xg}、θ_{Yg}和θ_{Zg}为大齿轮绕X、Y和Z轴的角位移;$\boldsymbol{r}_{pj}$和$\boldsymbol{r}_{gj}$分别为接触线单元中点M_j在小齿轮和大齿轮坐标系中的位置矢量;β_b为螺旋角。

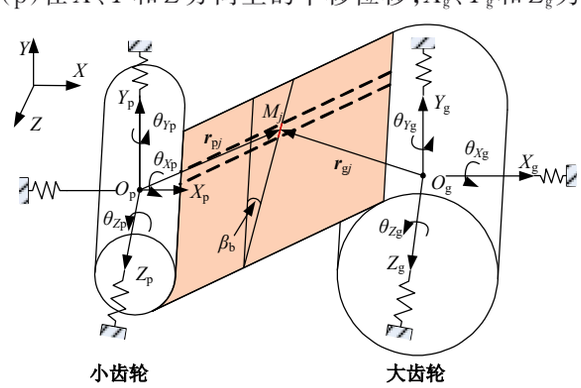

图2　斜齿圆柱齿轮啮合模型

Fig. 2　Meshing model of helical cylindrical gears

首先,将啮合接触线分割为N个接触线单元,M_j为第j段单元的中点;其次,通过切片法计算M_j处齿面法向压缩变形量$\delta(M_j)$及接触线单元啮合刚度k_e[17],从而计算各接触线单元的啮合力;最后,将啮合接触线上各单元啮合力求和,得到齿轮总啮合力。其中,第i条接触线上的啮合力和力矩为:

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{R}_{mpi}\\ \boldsymbol{R}_{mgi}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\sum_{j=1}^{N}-k_e\delta(M_j)\cdot\boldsymbol{n}_p\\ \sum_{j=1}^{N}-k_e\delta(M_j)\cdot\boldsymbol{r}_{pj}\cdot\boldsymbol{n}_p\\ \sum_{j=1}^{N}-k_e\delta(M_j)\cdot\boldsymbol{n}_g\\ \sum_{j=1}^{N}-k_e\delta(M_j)\cdot\boldsymbol{r}_{gj}\cdot\boldsymbol{n}_g\end{Bmatrix}\tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{R}_{mpi}$和$\boldsymbol{R}_{mgi}$分别为小齿轮和大齿轮上第i条接触线的啮合力矢量和力矩矢量;k_e为接触线单元啮合刚度,等于单位长度的啮合刚度乘以单元接触线长度;$\delta(M_j)$为单元M_j考虑齿侧间隙和随机齿形误差的法向变形;$\boldsymbol{n}_p$、$\boldsymbol{n}_g$分别为小齿轮和大齿轮的齿面法向矢量。

则每个齿轮上的总啮合力和啮合力矩为:

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{R}_{mp}\\ \boldsymbol{R}_{mg}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\sum_{i=1}^{\mathrm{ceil}(\varepsilon_\gamma)}\boldsymbol{R}_{mpi}\\ \sum_{i=1}^{\mathrm{ceil}(\varepsilon_\gamma)}\boldsymbol{R}_{mgi}\end{Bmatrix}\tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{R}_{mp}$和$\boldsymbol{R}_{mg}$分别为作用在小齿轮和大齿轮上的总啮合力矢量和力矩矢量;ceil为向上取整函数;ε_γ为齿轮总重合度,等于端面重合度与轴向重合度之和。

1.2　柔性构件有限元缩聚模型

考虑构件柔性,系统动力学方程可以表示为:

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{C}_d\dot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{F}\tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}_d$和$\boldsymbol{K}$分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵;$\boldsymbol{u}$为位移矢量;$\boldsymbol{F}$为载荷矢量。

根据模态坐标的正交性,式(3)可以解耦为n个独立的单自由度方程,即:

$$\ddot{y}_j+2\xi_j\omega_j\dot{y}_j+\omega_j^2y_j=\boldsymbol{\Phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F},\ j=1,2,\cdots,n_{dof}\tag{4}$$

式中:y_j为系统第j阶模态坐标;ξ_j、ω_j分别为第j阶模态阻尼比和模态频率;$\boldsymbol{\Phi}_j$为第j阶模态振型矩阵;n_{dof}为系统总自由度。

将式(4)转化为状态方程,即:

$$\begin{cases}\dot{z}=Az+BF\\ v=Cz+DF\end{cases} \tag{5}$$

式中:$z=\begin{bmatrix}y\\ \dot{y}\end{bmatrix}$,其中$\boldsymbol{y}$为系统模态坐标矢量;$v=\begin{bmatrix}w\\ \dot{w}\end{bmatrix}$,其中$\boldsymbol{w}$为系统位移矢量;$A$、$B$、$C$、$D$为系统状态空间矩阵。

根据上述模态缩聚理论,分别建立箱体和齿轮的有限元缩聚模型,通过模态分析获得构件的状态空间矩阵A、B、C、D和模态振型矩阵$\boldsymbol{\Phi}$。图3为箱体有限元缩聚模型,轴承节点1、2用于耦合小齿轮,轴承节点3、4用于耦合大齿轮,箱体底部施加固定约束。

图4和图5分别为大齿轮和小齿轮的有限元缩聚模型。大齿轮共有68个轮齿节点、2个轴承节点(69、70)以及1个输出节点(71);小齿轮共有35个轮齿节点、2个轴承节点(36、37)以及1个输入节点(38)。

本文将齿轮的实际运动等效为齿轮柔性变形和刚性旋转的叠加,通过有限元缩聚模型得到齿

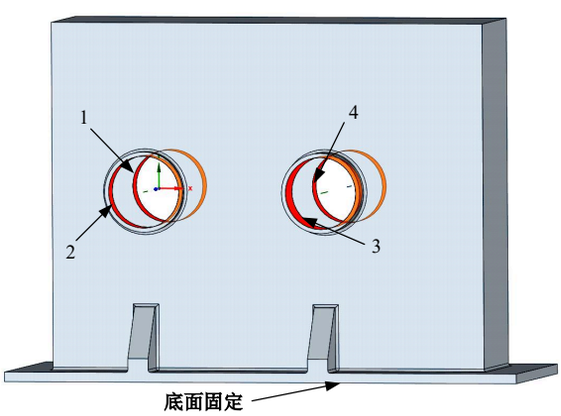

图3 箱体模型及节点

Fig. 3 Housing model and node division

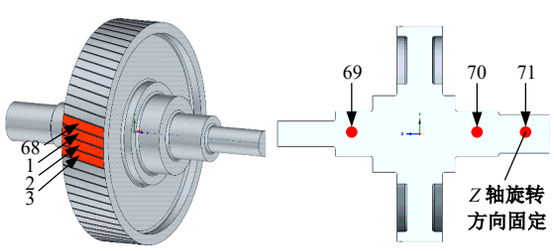

图4 大齿轮模型及节点

Fig. 4 Bull gear model and node division

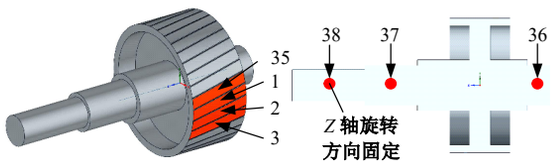

图5 小齿轮模型及节点

Fig. 5 Pinion gear model and node division

轮柔性变形,利用刚体牛顿定律得到刚体旋转运动方程为:

$$J_Z\ddot{\theta}_Z=T_{\mathrm{driving}}-T_{\mathrm{driven}} \tag{6}$$

式中:J_Z、θ_Z分别为齿轮绕Z轴的转动惯量和刚性角位移;T_{driving}和T_{driven}分别为驱动力矩和负载力矩。

由于齿轮为旋转构件,在高速工况下离心力和惯性力的影响不可忽略,因此建立有限元缩聚模型时必须添加惯性力和离心力。图6为有限元节点i在动坐标系$oxyz$中的受力分析。图6中:m_i为节点i的质量;(x_i,y_i)为节点i的坐标;F_{ai}和F_{ci}分别为节点i的惯性力和离心力;θ_Z、ω、α分别为齿轮的刚性角位移、角速度和角加速度。

为了将惯性力和离心力施加于缩聚模型,需计算所有节点的惯性力和离心力,并通过模态振型矩阵$\boldsymbol{\Phi}$转换到模态坐标系:

$$F_{\mathrm{aq}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{a}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}m_iy_i\\ -m_ix_i\\ 0\\ \vdots\end{bmatrix}\alpha \tag{7}$$

$$F_{\mathrm{cq}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{c}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}m_ix_i\\ m_iy_i\\ 0\\ \vdots\end{bmatrix}\omega^2 \tag{8}$$

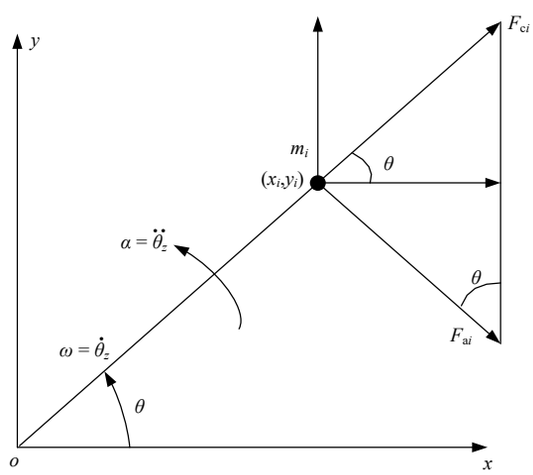

图6 节点i的受力分析

Fig. 6 Force analysis of node i

式中:F_{aq}、F_{cq}分别为构件在模态坐标下的惯性力和离心力;$\boldsymbol{\Phi}$为模态振型矩阵;F_a、F_c分别为构件在动坐标系下的惯性力和离心力。

1.3　高速薄壁齿轮系统耦合动力学模型

耦合齿轮啮合力计算模型和构件有限元缩聚模型,建立高速薄壁齿轮系统柔性多体动力学模型,如图 7 所示。基于齿轮的刚体旋转运动和有限元缩聚模型获得位移和速度。由于啮合力计算模型采用固定坐标系而有限元缩聚模型采用旋转坐标系,因此需要将有限元缩聚模型得到的节点位移和速度转换到啮合力计算模型坐标系中;同理,啮合力及力矩需要从啮合力计算模型坐标系转换到有限元缩聚模型坐标系,再加载到小齿轮和大齿轮上。提取齿轮轴与箱体耦合节点的位移和速度,以计算齿轮与箱体的轴承力,并将各轴承力分别作用在相应的构件上。通过上述步骤,可获得高速薄壁齿轮系统柔性多体动力学模型。

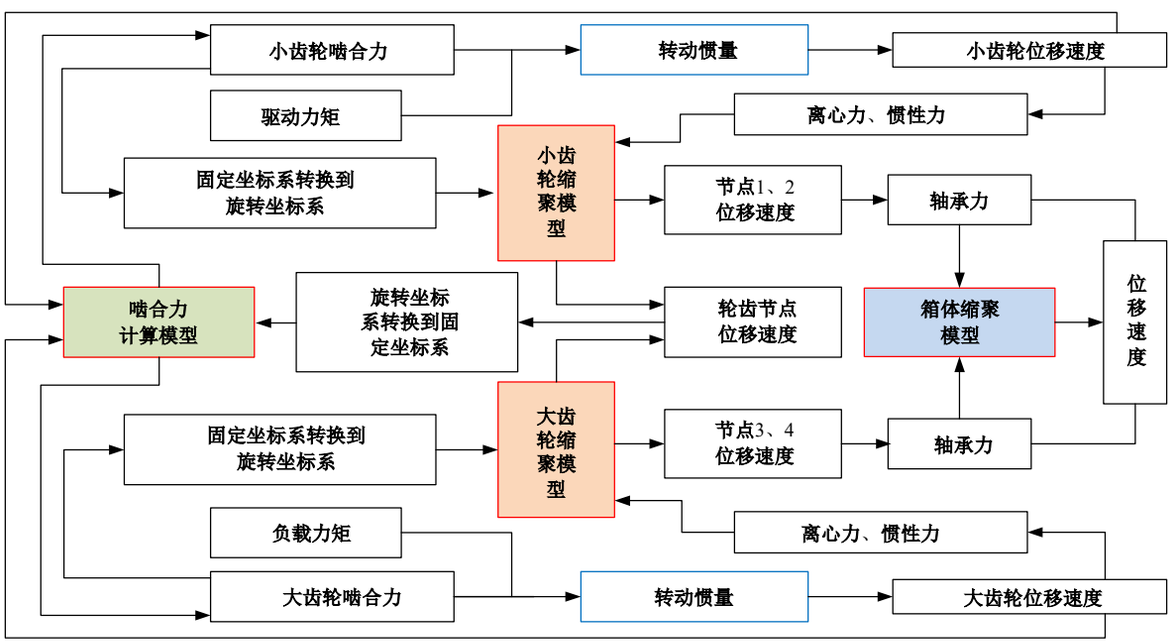

图 7　高速薄壁齿轮系统柔性多体动力学模型

Fig. 7　Flexible multi-body dynamics model of high-speed thin-walled gears system

1.4　动力学模型验证

图 8 为系统实验台架,其中 1 为驱动电机,2 和 4 为转矩转速传感器,3 为高速薄壁齿轮箱,5 为三向振动加速度传感器(安装在小齿轮轴承 2(图 3 中轴承节点 2)端盖上),6 为磁粉制动器。

为验证动力学建模方法的正确性,在小齿轮轴承 2 端盖(位置 5)处进行振动加速度测量,并在动力学仿真模型中设置相同条件获取同一位置的振动加速度。图 9 为位置 5 处实验与仿真振动加速度对比结果,由图可知,仿真与实验的 X、Y、Z 方向振动加速度在时域和频域上高度一致,振动加速度的波动及主要频率成分均基本相同。

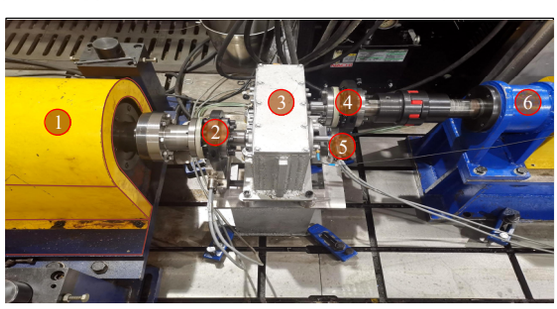

图 8　实验台现场图

Fig. 8　Test bench field diagram

实验与仿真的振动加速度对比如表 2 所示,X、Y、Z 方向的振动加速度峰峰值误差分别为 6.21%、5.44% 和 11.20%,齿轮啮合频率 f_m 的幅值误差分别为 12.49%、2.67% 和 2.39%,最大误差为 12.49%,两者吻合良好,验证了高速薄壁齿轮系统动力学建模方法的准确性。

表 2　实验与仿真振动加速度对比

Table 2　Comparison of vibration acceleration between experiment and simulation

方向	振动加速度峰峰值/(m·s^{-2})			啮合频率f_m幅值/(m·s^{-2})		
	实验	仿真	误差/%	实验	仿真	误差/%
X	183.18	171.81	6.21	9.05	10.18	12.49
Y	109.65	115.62	5.44	5.25	5.39	2.67
Z	148.17	131.58	11.20	23.46	24.02	2.39

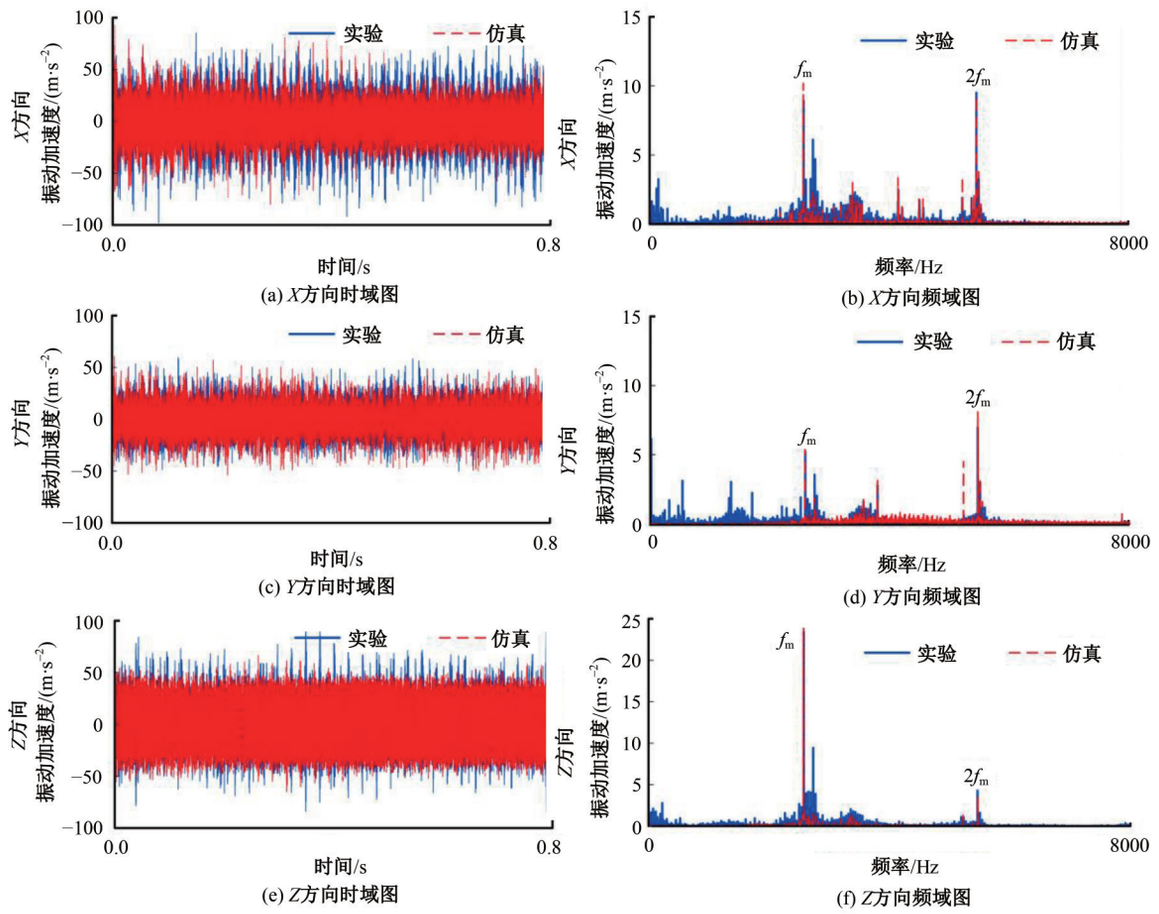

图9 实验和仿真振动加速度时域与频域对比

Fig. 9 Comparison of experimental and simulated vibration acceleration in time domain and frequency domain

2 高速薄壁齿轮多目标轻量化优化

2.1 多目标优化设计流程

高速薄壁齿轮系统多目标优化设计流程图如图10所示,其优化变量为系统结构设计参数。流程从结构设计参数开始,首先判定设计参数是否满足尺寸约束:若不满足,则跳过当次循环,迭代下一组结构设计参数;若满足,则通过自动化三维建模及有限元分析脚本建立系统的三维模型和有限元模型,并计算输出有限元节点质量、系统状态空间矩阵和模态振型矩阵等数据。然后,计算并判断是否满足静强度约束:若不满足,迭代下一组设计参数;若满足,动力学模型将读取并处理有限元输出的数据,运行相应工况参数下的动力学仿真,输出力、速度以及位移等动态仿真数据。最后,将动力学模型导出的数据与有限元分析数据结合,计算系统各项性能目标以及约束,判定是否满足设计需求:若不满足,则进入下一次迭代;若满足,则输出最优的结构设计参数。

2.2 性能指标计算

2.2.1 啮合力矩波动

啮合力矩波动可以表征传动系统传递转矩的稳定性,可用于评估齿轮结构变化引起的系统动载荷变化。基于动力学模型计算得到啮合力矩,啮合力矩波动系数e_t可表示为:

$$e_t=\frac{T_{max}-T_{min}}{T_{max}+T_{min}} \tag{9}$$

式中:T_{max}、T_{min}分别为最大和最小啮合力矩。

2.2.2 输出轴振动偏移量

如图11所示,将输出轴节点的径向位移(即输出轴振动偏移量)作为振动指标,可抑制轴变形导致啮合力波动增大和峰值增加对后续传动链的负面影响。

采用模态叠加法,计算各有限元单元节点的实际位移,即:

$$\boldsymbol{d}_s(t)=\boldsymbol{\Phi}_s\cdot\boldsymbol{q}_s(t) \tag{10}$$

式中:$\boldsymbol{d}_s(t)$为评价区域内单元节点在自然坐标系下的位移矢量;$\boldsymbol{\Phi}_s$为评价区域内单元节点的模态

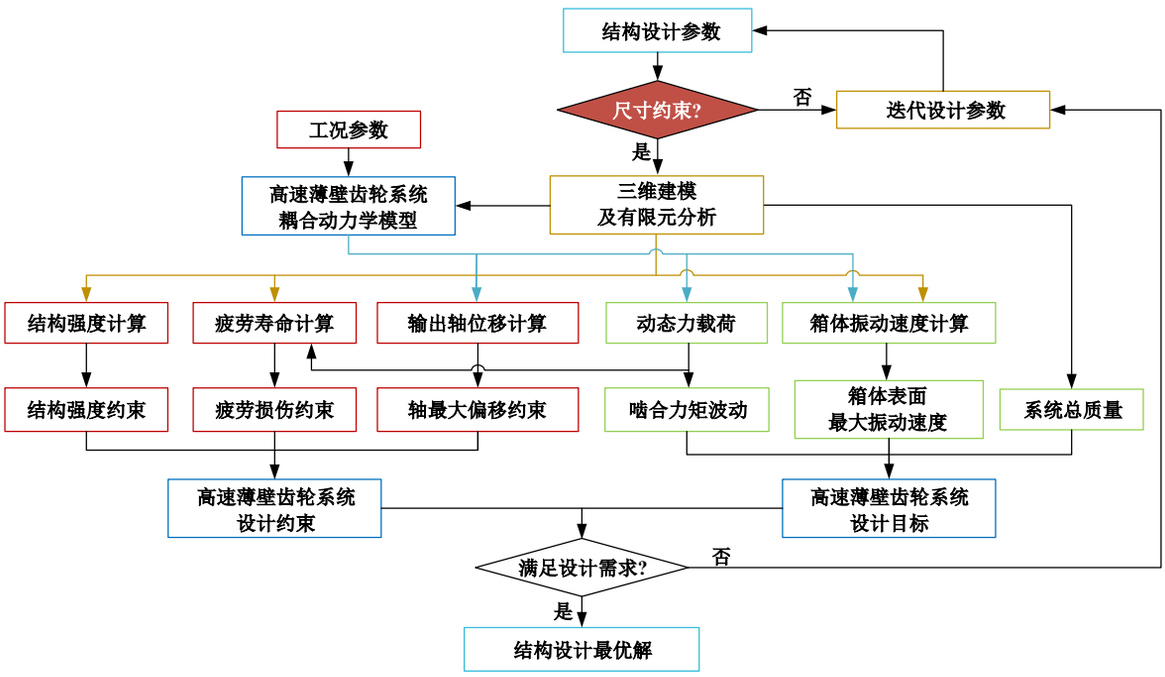

图 10　高速薄壁齿轮系统优化设计流程图

Fig. 10　Flow chart of optimized design of high-speed thin-walled gear system

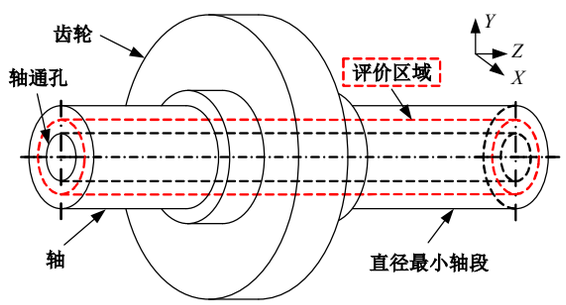

图 11　节点偏移评价区域

Fig. 11　Node offset evaluation area

振型矩阵,通过有限元缩聚模型获得;$q_s(t)$为模态位移矢量,通过动力学仿真获得。

评价区域内节点i偏离轴线的距离为:

$$d_{si}(t)=\sqrt{X_{si}^2(t)+Y_{si}^2(t)} \tag{11}$$

式中:$d_{si}(t)$为单元节点i偏离轴线位移量的时间历程;$X_{si}(t)$、$Y_{si}(t)$分别为节点i在X、Y方向上的位移时间历程。

2.2.3　箱体表面法向振动速度

齿轮啮合产生的振动能量会通过轴和轴承传递到箱体上,引发箱体振动并辐射空气噪声,如图12所示。箱体表面某节点产生的空气噪声以箭头所示路径传递至空间任意位置r处,该处的空气噪声可表示为[1]:

$$P_r=\boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{v}_n \tag{12}$$

式中:P_r为声场中位置r处的声压;$\boldsymbol{V}_r$为箱体表面各节点对r处的声学传递矢量;$\boldsymbol{v}_n$为箱体表面各节点的法向振动速度矢量。

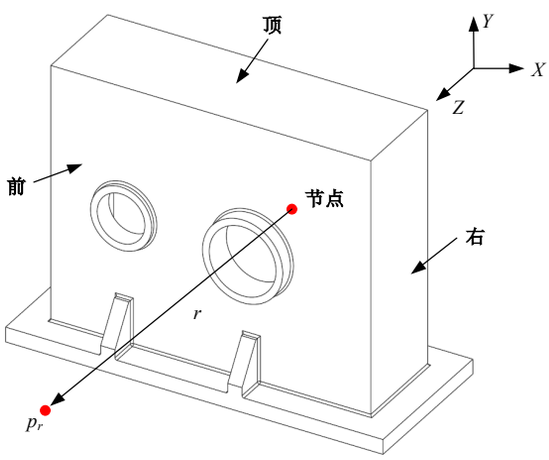

图 12　箱体表面空气噪声辐射示意图

Fig. 12　Schematic diagram of air noise radiation on the surface of the housing

声学传递矢量由箱体表面结构决定[1],由于本文仅对箱体壁厚进行优化,因此可忽略声学传递矢量的影响,直接用箱体表面法向振动速度表征空气噪声。

采用模态叠加法计算箱体表面各节点振动速度:

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{h}}=\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{h}}\cdot\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{h}} \tag{13}$$

式中:$\boldsymbol{v}_{\mathrm{h}}$为箱体表面各节点在自然坐标系下的振动速度矢量;$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{h}}$为箱体表面各节点的模态振型矩阵;$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{h}}$为箱体表面各节点在模态坐标系下的振动

速度矢量。

2.2.4 结构强度

对于高速薄壁齿轮,薄轮缘和薄腹板处的应力是决定齿轮承载能力的关键。根据线性叠加原理,将不同载荷下同节点的同向应力叠加,得齿轮任意有限元节点上的应力分量:

$$\sigma_{jc}=\sum_{i=1}^{n}\sigma_{jci} \tag{14}$$

$$\tau_{jd}=\sum_{i=1}^{n}\tau_{jdi} \tag{15}$$

式中:σ_{jc}为节点j在方向$c(c=x,y,z)$上的拉压应力;τ_{jd}为节点j在方向$d(d=xy,xz,yz)$上的剪切应力;σ_{jci}、τ_{jdi}分别为载荷i作用在节点j上的拉压应力和剪切应力。

根据范米塞斯三维等效应力公式,计算构件各单元节点的等效应力为:

$$\sigma_{\mathrm{vm}}=\left\{[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{xz}^2)]/2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

2.2.5 疲劳寿命

疲劳寿命关系到系统的使用寿命和稳定性。本文采用准静态法[18]计算高速薄壁齿轮系统的动应力谱:基于应力线性叠加原理,首先获取某节点在某一载荷作用下的结构应力;其次,通过仿真获取构件实际动载荷力,并计算该动载荷下的各应力分量;最后,将计算得到的所有应力进行线性叠加,得到齿轮系统实际所受的应力载荷谱:

$$\sigma_{k\mathrm{dir2}}(t)=\sum F_{i\mathrm{dir1}}(t)\cdot\frac{\sigma_{k\mathrm{dir2},i}}{F_{i\mathrm{dir1}}} \tag{17}$$

$$\tau_{k\mathrm{dir3}}(t)=\sum F_{i\mathrm{dir1}}(t)\cdot\frac{\tau_{k\mathrm{dir3},i}}{F_{i\mathrm{dir1}}} \tag{18}$$

式中:$\sigma_{k\mathrm{dir2}}(t)$为构件位置$k$在dir2(dir2=$x,y,z$)方向上拉压应力的时间历程;$\tau_{k\mathrm{dir3}}(t)$为构件位置$k$在dir3(dir3=$xy,yz,xz$)方向上剪切应力的时间历程;$F_{i\mathrm{dir1}}(t)$为第$i$个节点在dir1(dir1=$x,y,z$)方向上载荷的时间历程;$F_{i\mathrm{dir1}}$为第$i$个节点的静载荷在dir1方向上的分量;$\sigma_{k\mathrm{dir2},i}$、$\tau_{k\mathrm{dir3},i}$分别为在静载荷$F_{i\mathrm{dir1}}$作用下位置$k$的拉压应力和剪切应力。

各单元节点实际的动应力载荷谱为:

$$\sigma_{\mathrm{vm}}(t)=\sqrt{\frac{\sum\limits_{\mathrm{dir1}\neq\mathrm{dir2}}^{3}\left(\sigma_{\mathrm{dir1}}(t)-\sigma_{\mathrm{dir2}}(t)\right)^2+6\sum\limits_{\mathrm{dir3}}^{3}\tau_{\mathrm{dir3}}^2(t)}{2}} \tag{19}$$

在获取动应力载荷谱后,采用雨流计数法分析动力学仿真和应力分析所获得的载荷谱。利用该方法对载荷数据进行计数统计,得到不同载荷循环的载荷均值、幅值及其对应的循环数等数据。然后,通过Goodman等疲劳寿命曲线,将非对称载荷循环转换为等效对称载荷循环,转换公式为:

$$\sigma_{-1}^{\mathrm{eq}}=\frac{\sigma_{\mathrm{a}}}{1-\dfrac{\sigma_{\mathrm{m}}}{\sigma_{\mathrm{b}}}} \tag{20}$$

式中:$\sigma_{-1}^{\mathrm{eq}}$为等效对称循环应力疲劳极限;$\sigma_{\mathrm{a}}$为应力循环的疲劳幅值;$\sigma_{\mathrm{m}}$为应力循环的平均应力;$\sigma_{\mathrm{b}}$为材料的强度极限。

通过应力-循环次数曲线(S-N曲线)可得到循环载荷对应的疲劳寿命,本文参考了唐鑫等[19]的研究,从中选取了99%可靠性下对数正态分布的S-N拟合曲线,如图13所示。

最后,根据Miner线性疲劳损伤累积准则,计算疲劳累积损伤为:

$$D=\sum_{i=1}^{m}\frac{n_i}{N_i} \tag{21}$$

式中:D为结构的总损伤,Miner准则认为当$D=1$时,结构发生疲劳破坏;m为载荷幅值的应力水平级数;n_i为第i级载荷循环次数;N_i为第i级载荷下的疲劳寿命。

工程中零部件的损伤与载荷类型、加载顺序以及材料的离散性等因素密切相关,因此将Miner准则修正为:

$$D=\sum_{i=1}^{m}\frac{n_i}{N_i}=D_{\mathrm{f}} \tag{22}$$

式中:D_{f}为临界损伤和。

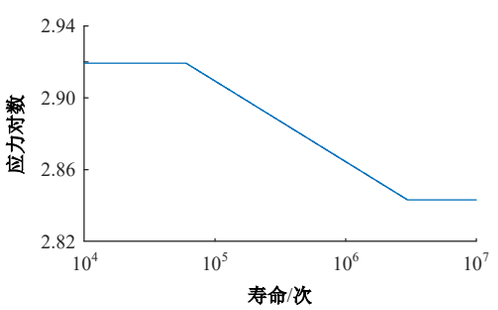

图13 齿轮材料S-N曲线

Fig. 13 S-N curve of gear material

2.3 优化目标

本优化设计以高速薄壁齿轮系统的总质量最小、啮合力矩波动最小以及箱体表面最大振动速度最小为优化设计目标。通过权重分配和归一化

处理,可得轻量化综合设计目标为:

$$f_s = \min\left(w_m\frac{m_s}{m_{s0}} + w_e\frac{e_{mt}}{e_{mt0}} + w_v\frac{v_{hmax}}{v_{hmax0}}\right) \quad (23)$$

式中:f_s为轻量化多目标优化综合设计目标;m_s、e_{mt}、v_{hmax}分别为系统总质量、啮合力矩波动以及箱体表面法向最大振动速度;m_{s0}、e_{mt0}、v_{hmax0}分别为初始参数计算的系统总质量、啮合力矩波动以及箱体表面最大振动速度;w_m、w_e、w_v为各优化目标的权重系数,$w_m + w_e + w_v = 1$。

2.4　结构设计参数及自动化建模

如图 14 所示,减重孔可以显著降低齿轮质量。由于离心力、惯性力的作用,高速薄壁齿轮的轮缘厚度以及腹板与轮缘连接的位置均会对轮缘变形造成影响,从而改变啮合状态和齿面载荷分布,因此有必要考虑非对称腹板的情况。为了进一步减轻质量,将齿轮轴设计为空心轴。最终选取如下优化变量:齿轮减重孔数量 n_{rh},减重孔径向位置 d_{rh},减重孔宽度 w_{rh},减重孔周向角度 α_{rh},减重孔与轮齿间角度差 α_{rhl};轮缘内径 d_{rim},轴通孔直径 d_{sh},腹板外径处与左端面距离 l_{out},腹板外径处壁厚 t_{out},腹板内径处与左端面距离 l_{in},腹板内径处壁厚 t_{in};箱体壁厚 t_h。

为便于后续相关性分析及优化设计需要,本文提出各构件参数化三维建模及动力学建模仿真方法,如图 15 所示。

首先,根据高速薄壁齿轮系统原始结构参数,建立各构件的有限元缩聚模型;其次,将有限元分析得到的构件节点质量、状态空间矩阵和模态振

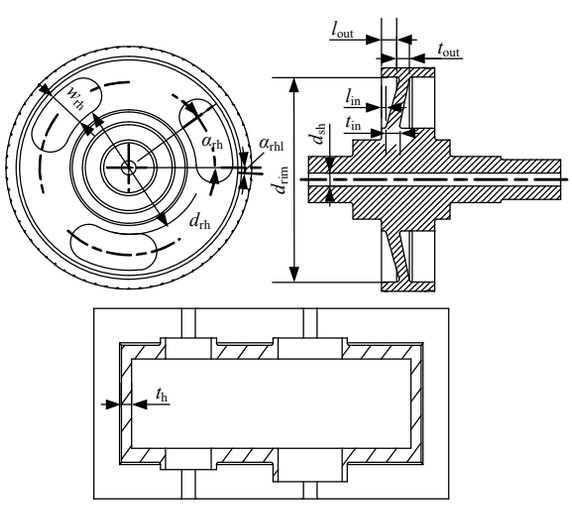

图 14　高速薄壁齿轮优化参数示意图

Fig. 14　Schematic diagram of optimization parameters of high-speed thin-walled gear

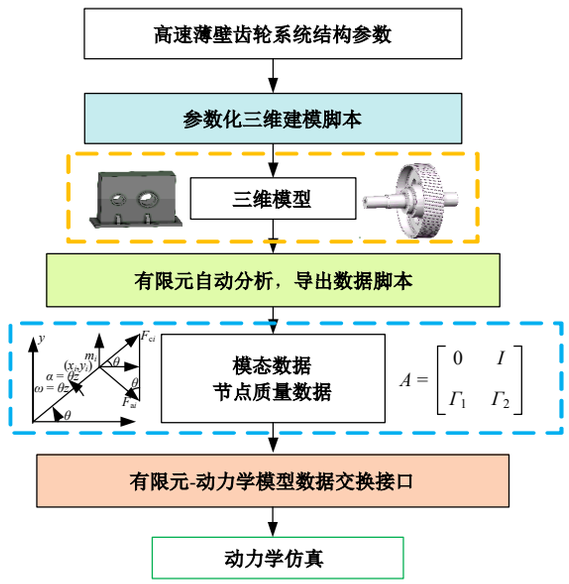

图 15　参数自动化建模、数据交互及自动仿真程序

Fig. 15　Automated parametric modeling, data interface and automated simulation programs

型矩阵等数据导入动力学仿真模型;最后,通过动力学仿真模型将计算的载荷作用在有限元模型上,从而计算出各单元节点的实际应力和疲劳寿命。在优化过程中,系统结构设计参数(如腹板厚度和减重孔尺寸)发生变化时,有限元缩聚模型随之改变,导致齿轮、轴和箱体的状态空间矩阵和模态振型矩阵也发生改变。整个流程基于脚本进行,实现了建模和仿真全过程的自动化。

2.5　约束条件

2.5.1　几何尺寸约束

如图 16 所示,红色虚线表示齿轮出现干涉的区域。当部分尺寸超出一定范围或者不满足几何关系时,会出现干涉,导致无法形成正常的齿轮模型,因此需要对几何尺寸进行约束,如式(24)所示。

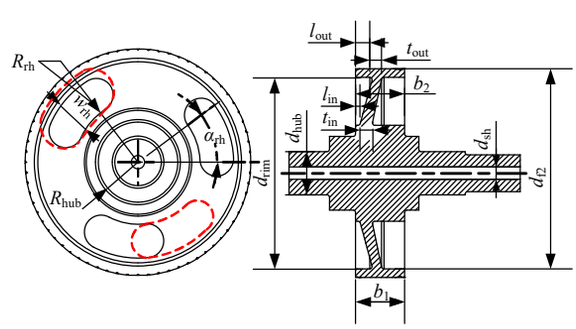

图 16　尺寸约束示意图

Fig. 16　Dimensional constraint diagram

$$\begin{cases} R_{\mathrm{hub}} < R_{\mathrm{rh}} \\ R_{\mathrm{rh}} + w_{\mathrm{rh}} < d_{\mathrm{rim}} \\ l_{\mathrm{out}} + t_{\mathrm{out}} < b_1 \\ \left(\alpha_{\mathrm{rh}} + 2\arctan\left(\dfrac{w_{\mathrm{rh}}}{2\left(R_{\mathrm{rh}} + \dfrac{w_{\mathrm{rh}}}{2} \right)} \right) \right) \cdot n_{\mathrm{rh}} < 2\pi \\ l_{\mathrm{in}} + t_{\mathrm{in}} < b_2 \\ d_{\mathrm{rim}} < d_{\mathrm{f2}} \\ d_{\mathrm{sh}} < d_{\mathrm{hub}} \end{cases} \tag{24}$$

式中:R_{hub}为轮毂半径;R_{rh}为减重孔内径;b_1为齿宽;b_2为轮毂宽度;d_{f2}为轮缘外径;d_{hub}为轮毂直径。

2.5.2 振动性能约束

根据项目技术要求,轴振动位移最大值≤25.4 μm,因此设定输出轴最大振动偏移量约束:

$$d_{\mathrm{smax}} = \max(d_{\mathrm{s}}) \leqslant 25.4 \tag{25}$$

2.5.3 承载能力约束

将性能指标中结构强度和疲劳寿命指标作为承载能力约束,即:

$$\begin{cases} \sigma_{\mathrm{g}} < [\sigma_{\mathrm{g}}], \sigma_{\mathrm{h}} < [\sigma_{\mathrm{h}}] \\ D_{\mathrm{g}} < D_{\mathrm{lim}}, D_{\mathrm{h}} < D_{\mathrm{lim}} \end{cases} \tag{26}$$

式中:σ_{g}、σ_{h}分别为齿轮和箱体所受的应力;$[\sigma_{\mathrm{g}}]$、$[\sigma_{\mathrm{h}}]$分别为齿轮和箱体的最大许用应力;D_{g}、D_{h}分别为齿轮和箱体的疲劳损伤;D_{lim}为许用疲劳损伤阈值。

3 参数-性能相关性分析及优化实例

3.1 参数-性能相关性分析

为验证本文所提结构设计参数的可行性,探究性能指标与结构设计参数的关联性,以及研究不同参数共同作用下性能指标的变化,对高速薄壁齿轮系统进行DOE试验设计分析。

图17为结构参数因子与目标响应的相关系数矩阵,圆点面积表示相关系数绝对值。由图17可知:减重孔与轮齿间角度差α_{rhl}与所有性能指标的相关性都极小,故可以从优化参数中剔除;减重孔周向角α_{rh}与啮合力矩波动e_{mt}呈显著正相关,而减重孔数量n_{rh}与啮合力矩波动e_{mt}相关性较小,因此在相同减重目标下,增加减重孔数量比增加单个减重孔的周向长度更有利于控制啮合力矩波动e_{mt}。

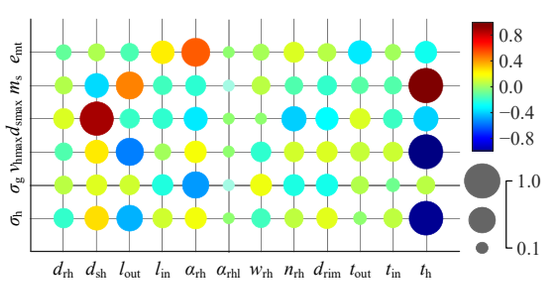

图17 参数-性能相关系数矩阵

Fig. 17 Parameter-performance correlation coefficient matrix

图18为箱体壁厚t_{h}对箱体表面法向最大振动速度v_{hmax}和系统总质量m_{s}的影响。由图可知,箱体壁厚与最大振动速度呈显著负相关,与总质量呈显著正相关。传统设计常将箱体壁厚设计为15 mm,而当壁厚从15 mm减薄至11.5 mm时,最大振动速度从8.89 mm/s增加至11.44 mm/s,系统总质量从42.47 kg减少至32.13 kg(减重24.35%),这说明为保证较小的振动噪声,箱体壁厚存在较大设计冗余,有进行轻量化优化的空间。当壁厚继续减小时,振动速度会急剧增加,使得噪声增大,因此轻量化与减振降噪之间存在一定矛盾。

由相关系数矩阵可知,齿轮轴通孔直径d_{sh}与系统总质量m_{s}呈微弱负相关,即轴通孔越大,系统总质量越小。然而,轴通孔直径d_{sh}与轴最大振动偏移量d_{smax}呈显著的正相关,如图19所示。因此,设计空心轴时需要慎重考虑轴通孔直径对轴最大振动偏移量的影响。

综上所述,部分结构参数(如减重孔周向角α_{rh}、减重孔数量n_{rh}、箱体壁厚t_{h}和轴通孔直径d_{sh}等)显著影响系统传动以及振动噪声性能,同时也说明了结构优化设计时结合动力学仿真的必要性。此外,减重孔与轮齿间角度差α_{rhl}与系统总质量及其他性能相关性均较小,因此可以从设计参

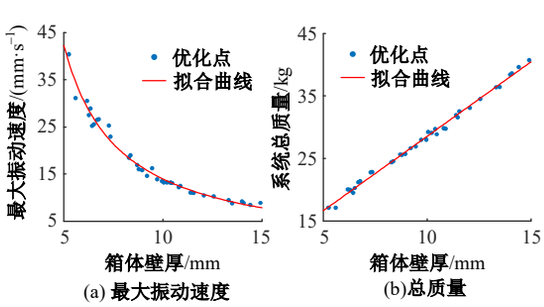

图18 壁厚对最大振动速度和总质量的影响

Fig. 18 Influence of housing wall thickness on maximum vibration velocity and total mass

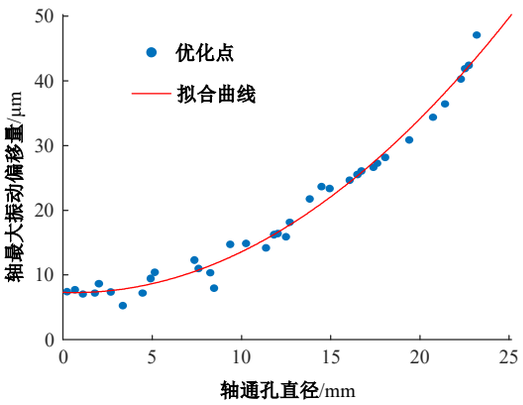

图 19　轴最大振动偏移量-轴通孔直径曲线

Fig. 19　Curve of Maximum vibration offset of shaft-shaft through hole diameter

数体系中剔除以提高计算效率。筛选后的结构设计参数如表 3 所示。

表 3　筛选后的结构设计参数

Table 3　The selected structural design parameters

部件或结构	符号	物理意义
减重孔	n_{rh}	减重孔数量
	d_{rh}	减重孔径向位置
	w_{rh}	减重孔宽度
	α_{rh}	减重孔周向角
轮缘和腹板	d_{rim}	轮缘内径
	l_{out}	腹板外径处与左端面距离
	t_{out}	腹板外径处壁厚
	l_{in}	腹板内径处与左端面距离
	t_{in}	腹板内径处壁厚
轴	d_{sh}	轴通孔直径
箱体	t_h	箱体壁厚

3.2　优化实例及 Pareto 解

以输入转速 10 000 r/min、输入转矩 150 N·m 的工况为例,采用 NSGA-Ⅱ多目标优化算法对某高速薄壁齿轮系统进行多目标优化设计,获得了满足约束的可行解 150 个。图 20 为多目标优化的可行解集,包含 Pareto 非支配解集、Pareto 支配解集以及 DOE 分析解集。

通过对 Pareto 最优解集进行拟合,可以生成 Pareto 最优前沿曲面。由图 20 可知,多数设计点与最优曲面间有一定距离,表明许多齿轮结构设计仍然有优化空间,以轻量化和低振动噪声为目标的多目标优化是可行且有必要的。由于各个优化目标的优化空间存在极限,在达到 Pareto 最优解集后,需要对 3 个性能目标进行权衡,根据自身的需求从 Pareto 最优解集中选取最优权衡解。

图 21 为优化目标域中的 Pareto 最优解集。

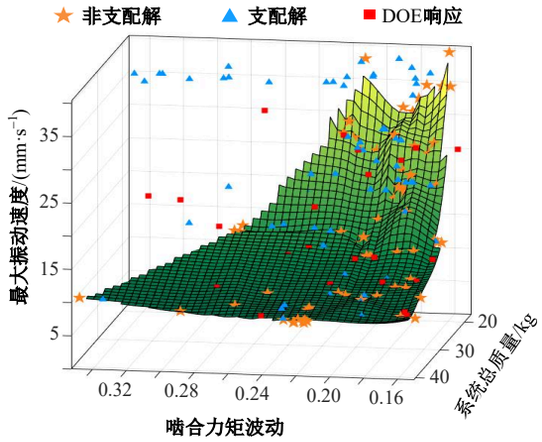

图 20　多目标优化可行解集

Fig. 20　Multi-objective optimization feasible solution set

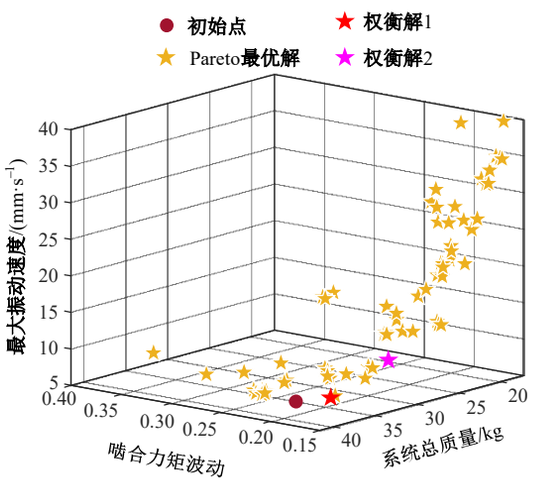

图 21　优化目标域中的 Pareto 最优解集

Fig. 21　Pareto optimal solution set in the optimization target domain

与原设计相比,本文优化方法可以在最大振动速度增加较小的情况下,显著降低啮合力矩波动和系统总质量。相较于传统设计,本文优化方法考虑多个实际性能目标,提供了更多的最优设计方案。

齿轮传动系统的性能需求与应用场景有很大关系。在 Pareto 最优解集中设置不同权重,可得到 2 个不同设计取向的权衡解,其性能与原设计对比如表 4 所示。

对于权衡解 1,与原设计相比,优化后系统的啮合力矩波动降低 6.90%,总质量减少 7.75%,箱体表面法向最大振动速度下降 1.40%,3 个目标都得到不同程度的优化,说明采用本文优化设计方法可以获得质量更轻、振动噪声更小的设计结果。对于权衡解 2,优化后虽然箱体表面最大

表4 原设计与多目标优化权衡解性能对比

Table 4 Comparison of original design and multi-objective optimization tradeoff solution performance

性能目标	原设计	权衡解1	权衡解2
e_{mt}	0.174	0.162	0.165
m_s/kg	41.66	38.43	31.57
v_{max}/(mm•s^{-1})	8.58	8.46	11.15

振动速度增加29.95%,但总质量大幅减轻24.22%,啮合力矩波动降低5.17%,说明在噪声性能需求较宽松的应用场景下,牺牲一定的噪声性能可以使系统总质量大幅度降低。表5对比了原设计与权衡解的结构设计参数(各参数物理意义如表3所示)。

图22为原设计与权衡解1的薄壁大齿轮三维图。权衡解1薄壁大齿轮的腹板位置发生明显改变,且腹板出现减重孔,轴上出现通孔。优化后齿轮的轮缘、腹板厚度显著减少,经计算,权衡解1的大齿轮质量从5.57 kg降至4.52 kg,降幅为18.85%。因此,常规设计的薄壁齿轮虽然已经进行了轻量化设计,对轮辐、轮缘进行了减薄,但采用本文优化设计方法仍然得到了质量更轻、性能更好的齿轮,更接近材料极限,从而验证了本文优化设计方法的有效性。

表5 原设计与多目标优化后的结构参数

Table 5 Structural parameters of the original design and multi-objective optimization

结构参数	原设计	权衡解1	权衡解2
n_{rh}	0	4	3
d_{rh}/mm	0	87.10	93.17
w_{rh}/mm	0	15.78	25.32
α_{rh}/rad	0	0.08	0.03
d_{rim}/mm	155	161.50	155.88
l_{out}/mm	14	11.01	13.96
t_{out}/mm	12	8.82	4.06
l_{in}/mm	14	10.39	3.28
t_{in}/mm	12	8.80	9.94
d_{sh}/mm	0	9.34	10.12
t_h/mm	15	14.20	11.27

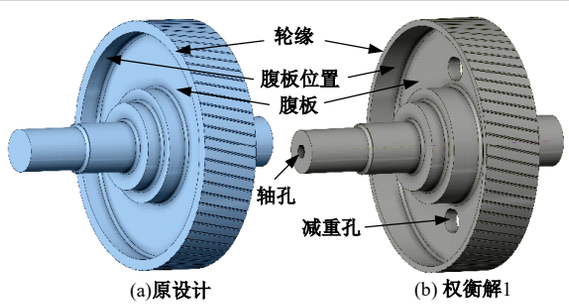

图22 原设计与权衡解1的薄壁大齿轮

Fig. 22 Thin-walled big gear of the original design and the tradeoff solution 1

图23为原设计与2个权衡解的啮合力矩对比图,显然优化后啮合力矩的波动更小,表明优化后齿轮动载荷更稳定。

综上所述,本文优化设计方法获得了比传统设计更多的适用于不同性能需求的最优设计点,可获得相比传统设计更低振动噪声、更轻量化的高速薄壁齿轮系统,如果对性能目标进行权衡取舍,可以大幅提升某些性能。

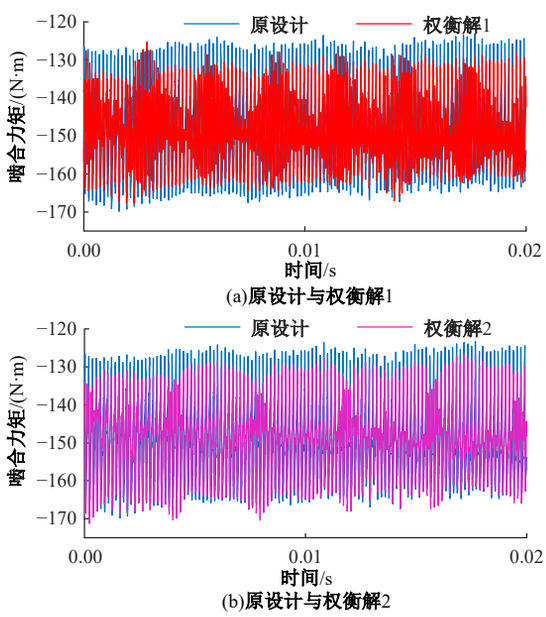

图23 原设计与权衡解的啮合力矩对比

Fig. 23 Comparison of meshing torque between the original design and the tradeoff solution

4 结 论

(1)建立了高速薄壁齿轮系统柔性多体动力学模型,并开展了实验验证。实验与仿真测点在X、Y、Z方向上振动加速度的最大误差为11.20%,验证了模型的准确性。

(2)建立了性能指标计算模型。通过动力学仿真获得啮合力矩波动系数,作为动载荷评价指标;通过输出轴振动位移和箱体表面法向最大振动速度,提出振动噪声的评价指标;建立了静强度计算模型,根据构件所受的动载荷计算动应力谱,进而评估应力载荷循环下构件的疲劳损伤。

(3)提出了高速薄壁齿轮系统多目标轻量化

优化设计方法。建立了参数化三维建模及动力学建模仿真方法,实现了优化过程中建模及仿真的自动化。采用参数-性能相关性分析筛选了优化参数,提高了优化效率。在输入转速10 000 r/min、输入转矩150 N·m工况下,对某高速薄壁齿轮系统进行了多目标优化设计,得到了应用于不同场景的2个权衡解。与原设计相比,权衡解1的啮合力矩波动、系统总质量和箱体表面法向最大振动速度分别降低了6.90%、7.75%和1.40%,3个优化目标的性能都有不同程度的改善;权衡解2的系统总质量、啮合力矩波动也分别降低了24.22%和5.17%。本文优化设计的结果在保证承载能力的前提下,实现了轻量化、低动载荷和减振降噪的综合优化目标。

参考文献:

[1] 刘更. 齿轮传动装置低噪声设计理论和方法[M]. 北京:科学出版社, 2021.

[2] Arakere N K, Nataraj C. Vibration of high-speed spur gear webs[J]. Journal of Vibration and Acoustics (Transactions of the Asme), 1998, 120(3):791-800.

[3] Taskinoglu E E, Ozturk V Y, Paca Y. Gear web and rim thickness optimization to improve vibration and fatigue reliability of a rotary UAV gearbox[C]//Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA)/International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics (USD) Leuven: Katholieke Universiteit Leuven, 2012: 1361-1371.

[4] Vahabi H, Panahi M S, Shirazinezhad R P, et al. A neuro-genetic approach to the optimal design of gear-blank lightening holes[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2016, 38(1): 277-286.

[5] Yang J R, Zhang Y H, Lee C H. Multi-parameter optimization-based design of lightweight vibration- reduction gear bodies[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2022, 36(4): 1879-1887.

[6] Cosco F, Adduci R, Muzzi L, et al. Multiobjective design optimization of lightweight gears[J]. Machines, 2022, 10(9): 1-15.

[7] 宗长富, 任明辉, 万滢, 等. 变速器斜齿轮宏观参数减振优化设计[J]. 吉林大学学报:工学版, 2016, 46(6): 1772-1779.
Zong Chang-fu, Ren Ming-hui, Wan Ying, et al. Optimization of macro-geometric parameters of helical gears of transmissions to reduce vibration[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2016, 46(6): 1772-1779.

[8] 杨红波, 史文库, 陈志勇, 等. 基于NSGA-Ⅱ的斜齿轮宏观参数多目标优化[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2023, 53(4): 1007-1018.
Yang Hong-bo, Shi Wen-ku, Chen Zhi-yong, et al. Multi-objective optimization of macro parameters of helical gear based on NSGA-Ⅱ[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2023, 53(4): 1007-1018.

[9] 陈营利. 增速齿轮箱体有限元分析及其结构优化[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学机电工程学院, 2009.
Chen Ying-li. The finite element analysis and optimization for speed-increasing gearbox housing[D]. Harbing: School of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, 2009.

[10] 薛云伟. 航空齿轮的结构轻量化设计及其动力学分析[D]. 太原:太原理工大学机械工程学院, 2018.
Xue Yun-wei. Lightweight desion and dynamic analysis of aviation gear[D]. Taiyuan: School of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Technology, 2018.

[11] 王雁东, 陈思雨, 唐进元. 一种基于OptiStruct-Abaqus的航空齿轮腹板轻量化设计方法[J]. 机械传动, 2019, 43(7): 60-65.
Wang Yan-dong, Chen Si-yu, Tang Jin-yuan. A lightweight design method for aviation gear web based on OptiStruct-Abaqus[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2019, 43(7): 60-65.

[12] Ambarisha V K, Parker R G. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 302(3): 577-595.

[13] Bettaieb M N, Velex P, Ajmi M. A static and dynamic model of geared transmissions by combining substructures and elastic foundations-applications to thin-rimmed gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(2): 184-194.

[14] Wu X, Parker R G. Modal properties of planetary gears with an elastic continuum ring gear[J]. Journal of Applied Mechanics, 2008, 75(3): 031014.

[15] Guilbert B, Velex P, Dureisseix D, et al. Modular hybrid models to simulate the static and dynamic behaviour of high-speed thin-rimmed gears[J]. Journal

of Sound and Vibration, 2018, 438: 353-380.

[16] Sun Z, Tang J Y, Chen S Y, et al. Mesh stiffness and dynamic response analysis of modified gear system with thin web and weight reduction holes[J]. Journal of Sound and Vibration, 2023, 546: 117437.

[17] Liu C, Zhao Y, Wang Y, et al. Hybrid dynamic modeling and analysis of high-speed thin-rimmed gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2021, 143(12): 1-23.

[18] 石媛媛, 和庆冬, 吴衍剑, 等. 基于多失效模式的海上浮式风电机组结构可靠性研究[J]. 太阳能学报, 2022, 43(9): 236-241.
Shi Yuan-yuan, He Qing-dong, Wu Yan-jian, et al. Multi-mode reliability analysis on structural of offshore floating wind turbine[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2022, 43(9): 236-241.

[19] 唐鑫, 朱如鹏, 廖梅军, 等. 第三代航空齿轮钢圆柱齿轮弯曲疲劳强度性能测试分析[J]. 航空动力学报, 2021, 36(8): 1756-1764.
Tang Xin, Zhu Ru-peng, Liao Mei-jun, et al. Analyse bending fatigue strength test of cylindrical gear of third-generation aviation gear steel[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(8): 1756-1764.