高 g 值微机电系统加速度传感器可靠性的相场分析方法

侯宪阁[1]，黄艳辉[2]，周铭[2]，赵杰[1]，夏勇[1]，张庆[1]
（1. 西安交通大学仪器科学与技术学院，710049，西安；
2. 安徽北方微电子研究院有限公司，215163，江苏苏州）

摘要：针对高 g 值（g 为重力加速度）微机电系统（MEMS）加速度传感器在极端冲击环境下的结构失效问题，提出了一种利用相场断裂模型的可靠性分析方法。该方法以相场断裂理论为基础，构建了包含失效形式识别、裂纹演化仿真、结构改进与再验证的可靠性分析流程。通过静力学与瞬态分析，并结合相场断裂模型，对裂纹萌生与扩展的微尺度过程进行了定量化与可视化表征，并与三维高 g 值冲击试验结果进行了对比验证。在此基础上，针对扭转梁根部的高应力集中区域提出了圆角改进设计，并通过静力、瞬态再分析以及相场断裂的对比验证，完成改进方案的抗断裂性能评估。研究结果表明：扭转梁根部存在显著的应力集中现象，是裂纹萌生与扩展的主导区域，由此揭示了应力集中与裂纹演化之间的关联。所提出的梁根圆角改进设计使应力集中降低了约18%，裂纹扩展延迟了约40%，从而提高了传感器在高 g 值冲击工况下的抗断裂可靠性。该研究为高 g 值MEMS加速度传感器的可靠性分析供了一种解决方案。

关键词：微机电系统加速度传感器；高 g 值冲击；相场断裂模型；可靠性分析
中图分类号：TH825 **文献标志码**：A
DOI：10.7652/xjtuxb202608018 **文章编号**：0253-987X(2026)08-0205-13

Phase-Field Analysis Method for the Reliability of High-g Micro-Electro-Mechanical System Accelerometers

HOU Xiange[1], HUANG Yanhui[2], ZHOU Ming[2], ZHAO Jie[1], XIA Yong[1], ZHANG Qing[1]
(1. School of Instrument Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. Anhui North Microelectronics Research Institute Group Co., Ltd., Suzhou, Jiangsu 215163, China)

Abstract: To address structural failures in high-g micro-electro-mechanical system (MEMS) accelerometers under extreme shock environments, a reliability analysis method using the phase-field fracture model was proposed. Based on phase-field fracture theory, a reliability analysis workflow encompassing failure mode identification, crack evolution simulation, structural improvement, and re-validation was established. The micro-scale processes of crack initiation and propagation were quantitatively and visually characterized through static and transient analyses combined with a phase-field fracture model. The numerical results were comparatively validated against three-dimensional high-g shock test results. On this basis, a fillet improvement design was proposed for the high stress concentration region at the torsion-beam root, and the fracture

收稿日期：2025-12-03。 作者简介：侯宪阁（2001—），男，博士生；张庆（通信作者），男，教授，博士生导师。 基金项目：国家科技重大专项资助项目（2025ZD1401600）；安徽省微机电系统（MEMS）技术产业创新研究院创新课题。
网络出版时间：2026-03-30 网络出版地址：https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20260327.1453.004

resistance of the improved scheme was evaluated via static and transient re-analysis together with phase-field fracture-based comparative validation. The results indicate that pronounced stress concentration at the torsion-beam root is the dominant region governing crack initiation and propagation, thereby revealing the relationship between stress concentration and crack evolution. The proposed beam-root fillet improvement design reduces stress concentration by approximately 18% and delays crack propagation by about 40%, thus improving the fracture resistance reliability of the sensor under high-g impact conditions. This study provides a feasible solution for the reliability analysis of high-g MEMS accelerometers.

Keywords: micro-electro-mechanical system accelerometer; high-g shock; phase-field fracture model; reliability analysis

高 g 值(g 为重力加速度)微机电系统(MEMS)加速度传感器因其小型化、低功耗和易集成等优势,广泛应用于航天器飞行状态监测,高速运动过程监测,运动医学研究与汽车安全测试等需要承受高过载的环境场景中[1-2]。在这些应用中,传感器需在数千至数万倍重力加速度的高强度冲击下稳定工作,因而被统称为高 g 值 MEMS 传感器。其工作环境的特殊性不仅体现在载荷强度高与持续时间短,还往往伴随高频振动、强温变与复杂机械干扰等多重应力耦合作用[3]。

极端条件的加载对传感器结构的力学稳定性与长期可靠性提出了严苛的要求。在冲击加载过程中,敏感结构(如质量块、悬臂梁、扭转梁等)遭受瞬态高冲击应力,将导致塑性变形、局部屈曲、焊点脱落、裂纹萌生与结构断裂等典型失效模式。此类失效不仅会导致传感器精度的下降、灵敏度的漂移,也可能造成器件功能的完全丧失,影响系统安全运行[4]。

在此背景下,可靠性不仅代表了器件在常规条件下维持其性能的能力,更是其在极端环境下承受冲击、抵御断裂、延长寿命的综合能力体现。对于高 g 值 MEMS 加速度传感器而言,可靠性评估标准已不能局限于灵敏度、带宽和响应速度等常规性能指标,而是要更加关注器件在极端载荷条件下的结构稳定性、疲劳寿命与断裂风险[5]。

相较于常规电子器件,高 g 值 MEMS 器件的结构可靠性评估面临更高复杂性与不确定性:一方面,器件尺寸微小、构型复杂,传统的宏观断裂模型难以准确捕捉微观裂纹的起始机制[6];另一方面,对器件失效机制的认知,目前仍停留在经验总结和事后观测阶段,缺乏对关键结构在极端载荷下断裂行为的前馈建模与预测能力[4]。此外,现有 MEMS 产品的可靠性试验多集中于静态加载、电学性能漂移等方面,对于高 g 冲击下结构损伤演化的试验数据仍十分匮乏,相关仿真研究大多忽略了断裂过程的非线性演化路径与载荷动态耦合作用。缺乏一种贯通结构应力识别、裂纹损伤建模、设计改进与实验验证的分析机制,导致现阶段 MEMS 的结构优化设计常依赖经验参数的调整,可靠性提升缺乏系统性指导,极大地制约了其在极端环境下的实用拓展[7]。

因此,建立能够准确刻画 MEMS 器件在冲击条件下结构损伤演化行为的建模分析方法,探索器件早期破坏的内在驱动机制与关键参数,构建包含失效形式识别、裂纹演化仿真、结构改进与再验证的可靠性分析流程,对提升其整体可靠性与失效预测能力具有重要意义。

相场断裂力学方法近年来在脆性材料结构的断裂模拟中显示出显著优势。相比传统断裂模型(如线弹性断裂力学或扩展有限元法)依赖于预设裂纹路径、难以处理裂纹分叉与多裂纹耦合的问题,相场断裂模型将裂纹表示为连续损伤变量的演化过程,可自然描述裂纹从萌生、扩展到终止的全生命周期,无需人工跟踪裂纹尖端[8]。该方法在处理复杂几何结构、自发裂纹形成、拓扑结构变化(如裂纹分叉、贯穿等)方面具有良好的数值稳定性和建模自由度,适用于微纳尺度脆性结构的断裂分析[9-11]。

综上所述,本文提出并实现一种利用相场断裂模型的高 g 值 MEMS 加速度传感器可靠性的分析方法。该方法以相场断裂理论为基础,构建了包含失效形式识别、裂纹演化仿真、结构改进与再验证的可靠性分析流程。首先,通过静力与瞬态分析识别结构在高 g 值冲击下的失效形式;其次,利用相场模型在微尺度上量化,并将由应力集中导致的裂纹演化过程可视化;最后,开展结构改进,并对改进方案进行再分析与验证。与传统断裂分析相比,本方法对复杂几何结构具有适应性,并可通过将裂纹分析与结构改进前后联动,形成可迭代的可靠性分析

机制。本研究可揭示敏感结构在高 g 值冲击环境下的非线性响应与失效演化机制，并通过仿真实现结构的针对性改进，有效替代部分高成本的试验迭代过程，为 MEMS 器件的可靠性评估与结构设计提供基础。

1　相场断裂模型

1.1　相场变量的定义与几何意义

相场断裂模型通过引入一个连续场变量来表示材料的损伤状态，该变量通常记为 $d(x,t)$，定义在整体域，取值范围为[0,1]，用于区别材料的完好和破裂状态。其中，x 与 t 分别表示空间位置与时间，d 为 0 时表示材料完好无损，d 为 1 时表示材料完全断裂（即应力承载能力完全丧失），$0<d<1$ 则代表裂纹的过渡带[12]。图 1 展示了基于相场断裂理论的裂纹模型在一维空间中的演化过程。图中，时间变量固定，即 $t=t_0$（则 $d(x,t_0)=d(x)$），因此横轴为空间坐标 x，纵轴表示相场变量 $d(x)$。所采用的裂纹演化函数 $d(x)=\mathrm{e}^{-|x|/l}$ 描述了该时刻下，裂纹从尖端向两侧扩展的过程，其中，l 是控制裂纹正则化带宽的参数，称为长度尺度，用来定义裂纹扩展的过渡区域，即图形中的裂纹正则化区，该区域对应着从非裂纹到裂纹核心再到非裂纹的完整过渡区间，这意味着相场变量将原本理想的尖锐裂纹面扩散为一条有限宽度为 l 的损伤带，从而实现裂纹变化的连续过渡[13]。

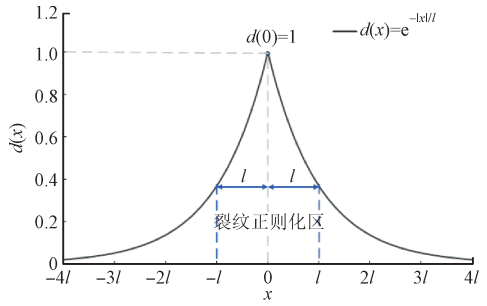


图 1　相场裂纹一维剖面图

Fig. 1　One-dimensional cross-sectional diagram of phase-field cracks

相场方法避免了显式追踪裂纹界面，把裂纹的产生与扩展转化为场变量的时空演化，从而能在复杂几何与强非线性工况下，保持良好的数值稳定性与可扩展性。

1.2　能量泛函的构造与物理组成

相场断裂理论以能量变分原理为基础，将由弹性能、裂纹表面能与外力功构成的总能量表述为能量泛函，通过对该泛函取变分并令其取极值（通常取极小值）导出位移场与损伤相场的耦合控制方程[13-17]。对于一个变形体的计算域 Ω，假设位移场为 $\boldsymbol{u}(x)$，应变场为 $\varepsilon(\boldsymbol{u})$，相场变量为 $d(x)$，则系统的总势能 $\Pi(\boldsymbol{u},d)$ 可以表示为各组成能量之和，其表达式为

$$\Pi(\boldsymbol{u},d)=\int_{\Omega}h(d)\Psi_0(\varepsilon(\boldsymbol{u}))\mathrm{d}\Omega+\int_{\Omega}G_{\mathrm{c}}\gamma(d,\nabla d)\mathrm{d}\Omega-\Pi_0 \tag{1}$$

式中：$\mathrm{d}\Omega$ 为变形体在计算域内的体积分元；$\Psi_0(\varepsilon(\boldsymbol{u}))$ 为材料的弹性应变能密度；$h(d)$ 为应变能的退化函数，常取 $h(d)=(1-d)^2$，用于描述损伤如何降低材料刚度；G_{c} 为临界能量释放率（单位面积裂纹所需能量），又称断裂韧度；$\gamma(d,\nabla d)$ 为裂纹密度函数，用于表征弥散裂纹的表面能密度；Π_0 为外力势能。

上述公式中，前两部分为内部能量的主要组成，第一项是经过退化的弹性应变能，表示材料在存在损伤时只能储存降低后的弹性能；第二项是裂纹表面能，表示产生新的裂纹表面所需消耗的能量，与经典格里菲斯准则中的断裂能相对应。此外，总势能还包括外力势能，表达式为

$$\Pi_0=\int_{\Omega}\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}\Omega+\int_{\partial\Omega}\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}S \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{f}$ 为体积力密度向量，表示作用在材料单元上的外部体力；$\int_{\Omega}\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}\Omega$ 表示体力对结构作功；$\boldsymbol{p}$ 为边界上施加的表面力密度向量；$\int_{\partial\Omega}\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}S$ 表示边界表面力对结构作功。

通过以上推导，将裂纹问题转化为求解功能极值的问题，即在位移场和相场场之间寻求让总能量 $\Pi(\boldsymbol{u},d)$ 的极小解，从而得到使力学平衡和裂纹形态能够共同满足的条件。

1.3　相场耦合控制方程

按照能量最小原理，将总势能泛函 $\Pi(\boldsymbol{u},d)$ 分别对位移场 $\boldsymbol{u}$ 与相场变量 d 求变分，并令变分一阶导数为 0，可得到系统平衡时需满足的耦合控制方程和相应的自然边界条件[13,18]。这一推导过程包含以下两个相互耦合的偏微分方程。

第一个是位移场方程，又称力学平衡方程，用来描述在给定相场变量 $d(x)$ 情况下的弹性力学响应。对位移场 $\boldsymbol{u}$ 取一阶变分并令其为 0，即 $\delta\Pi/\delta\boldsymbol{u}=0$，可

以得到广义力平衡条件的表达式为

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f} = 0 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial (h(d)\Psi_0)}{\partial \varepsilon} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{\sigma}$ 为应力张量。当相场 d 从 0 逐渐增大时，$h(d) = (1-d)^2$ 逐渐减小，这意味着材料的局部刚度和应力承载能力在逐渐降低，而在 d 趋近于 1 的完全断裂区域（$\boldsymbol{\sigma} \approx 0$），此时材料的刚度几乎为 0，材料不再承载任何应力，这代表材料完全断裂。

第二个是相场方程，又称损伤演化方程。对相场 d 取一阶变分并令其为零，即 $\delta \Pi / \delta d = 0$，得到相场的欧拉-拉格朗日方程表达式为

$$\frac{G_c d}{l} - G_c l \nabla^2 d - 2(1-d)\Psi_0^+(\varepsilon(\boldsymbol{u})) = 0 \tag{5}$$

式中：$\Psi_0^+(\varepsilon(\boldsymbol{u}))$ 为取弹性应变能密度的正向部分，即只让拉伸相关的能量驱动相场损伤演化。由于拉伸会促使裂纹张开并扩展，而纯受压会把裂纹压闭，因此损伤演化方程只作用在 $\Psi_0^+(\varepsilon(\boldsymbol{u}))$ 上，而受压部分 $\Psi_0^-(\varepsilon(\boldsymbol{u}))$ 不作为裂纹扩展的驱动力，从而避免在压缩区出现不合理的裂纹扩展。

式(5)的物理意义是：相场在某点的扩散倾向（左侧项）与保持材料弹性释放能的倾向（右侧项）达到平衡。当应变能释放的驱动力足够大时，将促使 d 进一步增大以降低总能量，从而产生裂纹的扩展[13]。该方程需满足自然边界条件 $\nabla d \cdot \boldsymbol{n} = 0$ 在变形体计算域 Ω 的外边界 $\partial\Omega$ 处成立，以保证相场变量在边界处的梯度为 0，这意味着裂纹在边界处的拓展不会受人为设置的阻碍，也不会无端从边界获得额外的能量输入。

将 2 个控制方程进行耦合，则位移场 $\boldsymbol{u}$ 影响着应变能 Ψ_0，从而出现在相场演化方程中，而相场 d 又影响着应力张量 $\boldsymbol{\sigma}$，进而出现在力学平衡方程中。求解这 2 个方程的耦合解，才能同时满足力学平衡和断裂演化条件。由于总能量泛函通常是非凸的（裂纹的形成使能量出现局部极小值），存在多个局部极小值，直接同时求解存在一定困难。常用的方法是采用交替最小化策略：固定当前的相场变量 d 求解位移场，然后固定新的位移场求解方程，从而通过不断交替迭代直到收敛。这种分步求解策略利用了当其中一个场固定时，系统的总能量泛函关于另一个场是凸的，从而每一步子问题都有唯一解，避免了直接求解非凸耦合问题的收敛困难。

基于式(3)～(5)相场断裂模型的耦合控制方程组的数值求解，可输出 3 类结果：① 静力 / 瞬态载荷下的位移与第一主应力分布及其时间历程；② 相场变量 $d(x)$ 的时间演化曲线；③ 裂纹扩展路径，用于冲击试验的失效位置与失效形貌进行对应验证。

1.4 关键参数的物理意义及选取依据

在相场断裂模型中引入了若干重要参数，均具有明确的物理含义，并直接影响模拟结果的准确性和数值表现。

1.4.1 临界能量释放率

临界能量释放率 G_c，代表单位新裂纹表面所消耗的能量[19]。G_c 是材料的固有断裂参数，可通过断裂韧性试验测定。在相场模型中，G_c 直接出现在裂纹密度能 $\int_\Omega G_c \gamma(d, \nabla d) \mathrm{d}\Omega$ 中，决定了形成单位面积裂纹所需的能量。因此，G_c 越大，材料越不易开裂，模拟中需要更高的应变能密度才能驱动相场变量 d 从 0 升至 1。本文所仿真的单晶硅材料临界能量释放率取值为 $5\ \mathrm{J \cdot m^{-2}}$[6]。

1.4.2 内部长度尺度

内部长度尺度 l 用于描述相场裂纹带的特征半宽度，即 d 从 0 过渡到 1 的空间长度尺度。l 在相场模型中有两种作用：一方面，用于作为正则化参数，控制裂纹的最小宽度，避免经典损伤模型中损伤局部化到 0 宽度引发的奇异性；另一方面，它对应于材料中裂纹尖端前内聚区（损伤过渡区）的实际宽度，并在数值计算中决定了相场过渡区的空间分辨率[8,20-21]。一般而言，如果 l 取值偏大，裂纹将表现为较宽的损伤带，可能导致高估结构延展性并低估峰值应力；若 l 取值极小，则需要极细网格才能分辨损伤带，计算成本升高。因此，l 的选取需折中考虑数值精度和效率[22-23]。通常的做法是：先根据试验观测或经验，选择 l 为结构特征尺寸的 1% ～ 5% 左右，然后通过网格收敛性分析并微调 l。值得注意的是，在网格尺寸一定的情况下，l 不可小于网格间距的 2 ～ 3 倍，否则裂纹带无法被分辨[9,24-25]。本文在模拟 MEMS 器件断裂时，先将 l 设置为器件特征尺寸的 3%，然后经网格的收敛性分析，最终确定既能保证结果精度又利于收敛的 l 值。

1.5 高 g 值 MEMS 加速度传感器可靠性的相场分析方法

相场方法通过引入损伤变量 $d(x,t)$ 来描述裂纹的萌生与扩展，避免了传统断裂力学中，显式追踪裂纹界面所带来的复杂性，使得裂纹的扩展过程能够在数值上平滑且稳定地进行。通过能量变分原

理，裂纹的演化被转化为损伤变量的时空演化问题，并在此过程中合理引入了退化函数和长度尺度参数，从而实现对复杂几何和非线性载荷下，裂纹行为的精确模拟。相场方法的优势在于其能够有效描述脆性材料的裂纹扩展过程，尤其适用于 MEMS 加速度传感器等微结构在高 g 值冲击载荷下的断裂分析。

基于相场断裂理论，本研究依托 COMSOL Multiphysics 仿真平台，构建了高 g 值 MEMS 加速度传感器可靠性分析方法。该方法以静力学分析、瞬态响应分析和相场裂纹模型为核心模块，通过将结构失效识别、设计改进与性能验证整合在统一框架内，构建了包含失效形式识别、裂纹演化仿真、结构改进与再验证的可靠性分析流程，其过程如图 2 所示。首先，静力学分析揭示结构在静载下的应力分布与潜在薄弱区域，为后续冲击仿真提供裂纹萌生位置的先验预测；其次，在此基础上，通过瞬态响应分析刻画动态应力载荷作用下的应力集中与传递过程，并将其与静力学分析结果联合，用于界定相场断裂模型的裂纹萌生区域，并通过二者的交叉验证，确保模型输入与仿真结论的可靠性；再次，相场断裂模型以应力与裂纹萌生区域为输入，实现裂纹从萌生到扩展的可视化演化，并输出裂纹路径与损伤分布，为结构改进设计提供依据；最后，结构改进结果通过 3 种仿真进行迭代分析与验证，形成可靠性分析方案。

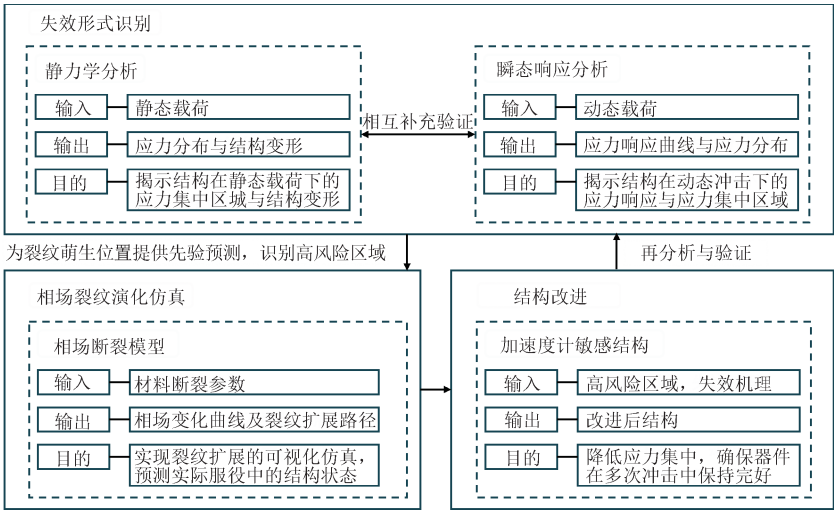


图 2　高 g 值 MEMS 加速度传感器可靠性的相场分析方法

Fig. 2　Phase-field analysis method for the reliability of high-g MEMS accelerometers

2　静力学与瞬态响应分析

2.1　高 g 值加速度传感器

本文以某型 MEMS 加速度传感器为例，该传感器敏感元件结构采用跷跷板式电容结构，主要由质量块、锚点、扭转梁及下电极板构成。质量块通过盲腔结构在两侧形成质量差，与下电极板构成检测电容，并能够绕扭转梁进行微小角度的偏转运动，该敏感结构如图 3 所示，工作原理如图 4 所示。其中，C_1 和 C_2 为 2 个检测电容。当工作轴方向有加速度时，质量块产生绕扭转梁的扭转运动，2 个检测电容一侧增大一侧减小，形成差分电容输出，加速度大小则通过检测该差分电容的输出来测量。

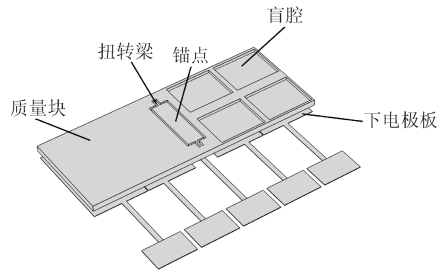
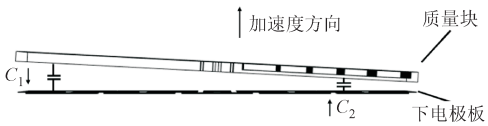


图 3　MEMS 加速度传感器敏感结构示意图

Fig. 3　Schematic diagram of sensitive structure of MEMS accelerometer



(a)无加速度输入

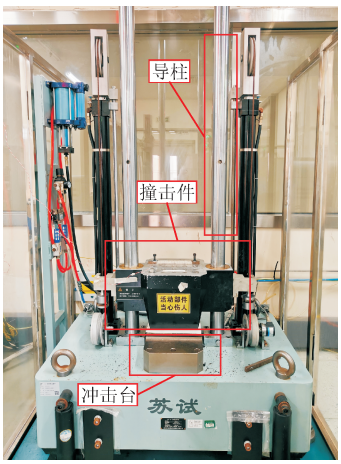


(b)有加速度输入

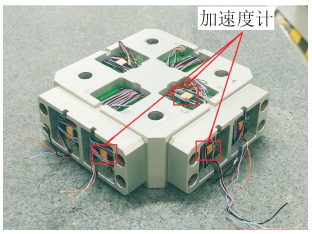
图 4 MEMS 加速度传感器的工作原理

Fig. 4 MEMS accelerometer working principle

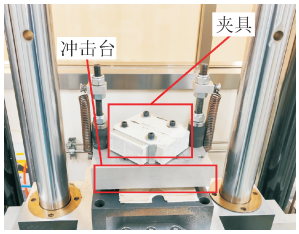
为测试 MEMS 加速度传感器在高 g 值冲击下的响应，选取 12 个样品，在幅值为 19 000g、脉宽为 0.07 ms 的冲击载荷下进行了冲击测试，加载方向覆盖 $\pm X$、$\pm Y$、$\pm Z$ 这 6 个方向。如图 5(a)所示，冲击试验在导柱式冲击试验台上完成，该试验台主要由导柱、撞击件和冲击台组成。如图 5(b)与(c)所示，传感器样品通过专用夹具固定于冲击台面，被测 MEMS 加速度传感器安装在夹具 6 个面的定位腔体内，可实现不同方向的载荷加载。试验过程中，撞击件沿导柱上升至预定高度后释放，并沿导轨高速下落，撞击冲击台，从而使夹具及试件获得单次冲击输入；冲击结束后，对器件输出状态及失效形貌进行检查与记录。



(a)冲击试验台



(b)传感器夹具



(c)安装方式

图 5 加速度冲击试验平台

Fig. 5 Acceleration shock test platform

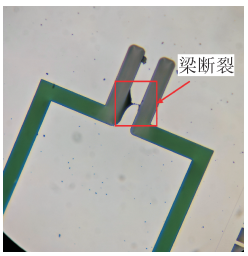
测试结果如表 1 所示，在高 g 值试验冲击下，样品大比例发生功能性失效，仅一个样品保持功能正常。从功能指标看，典型失效表现为 0 位的不稳定与无响应。微观形貌观察表明：所有失效案例均源于扭转梁结构的断裂或碎裂破坏，且失效位置具有显著的空间集中性，即高度集中于扭转梁根部区域，普遍呈现典型的脆性断裂特征。具有代表性的失效模式包括：整体式断裂(如图 6(a)所示)和局部碎裂(如图 6(b)所示)。其中，整体式断裂模式下的损伤主要集中于梁体与相邻结构的根部连接区域，断口形貌清晰可辨，具有明显的断裂痕迹；局部碎裂的特征为材料发生局部的片状剥落现象。

表 1 MEMS 加速度传感器高 g 值冲击试验结果

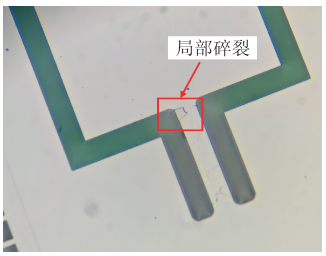
Table 1 High-g shock test results of MEMS accelerometer

冲击轴向	冲击前零位电压/V	冲击后零位电压/V	状态
Z	2.457 9	2.138 9	失效
Z	2.457 5	2.456 6	正常
$-Z$	2.537 9	2.301 3	失效
$-Z$	2.536 7	2.429 2	失效
Y	2.497 3	4.972 9	失效
$-Y$	2.497 2	5.008 6	失效
X	2.497 0	5.014 4	失效
$-X$	2.498 7	4.997 1	失效
Z	2.458 5	2.186 8	失效
Z	2.457 0	2.525 4	失效
$-Z$	2.537 9	2.446 2	失效
$-Z$	2.536 8	2.457 2	失效

注：加速度传感器标度为 40 mV·g^{-1}。



(a)扭转梁断裂



(b)扭转梁局部碎裂

图 6 MEMS 加速度传感器敏感结构失效形式

Fig. 6 Failure modes of MEMS accelerometer sensitive structure

出现上述失效形式的主要原因在于，加速度传感器在外部加速度冲击作用下，质量块绕扭转梁发生偏转，导致梁根部产生应力集中。在高强度、高频冲击下，扭转梁结构在极短时间内发生形变，承受剧烈变化的动应力场，局部应力迅速超过材料的强度

极限，进而引发裂纹萌生、塑性破坏或界面脱粘等损伤形式的积累和失效。

为验证所提方法的有效性，本文选取该加速度传感器作为研究对象，确立以提升结构可靠性为导向的验证目标，即在高强度冲击载荷下显著降低敏感结构的应力集中，抑制裂纹的快速扩展，并确保器件在多次冲击工况下仍保持稳定的力学响应与功能。

2.2　敏感结构建模与静力学分析

基于 COMSOL Multiphysics 平台建立 MEMS 敏感结构的有限元仿真模型，模拟结构在高 g 加载下的应力响应、变形模式以及潜在失效区域的分布。为提高计算效率，聚焦关键力学行为，同时避免非结构性因素对应力响应分析的干扰，对敏感结构模型进行了合理简化，简化后模型如图 7 所示，仅保留了质量块、扭转梁和盲腔等核心敏感单元。

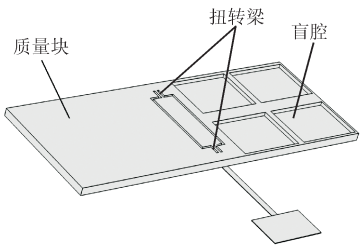


图 7　MEMS 加速度传感器敏感结构的仿真模型

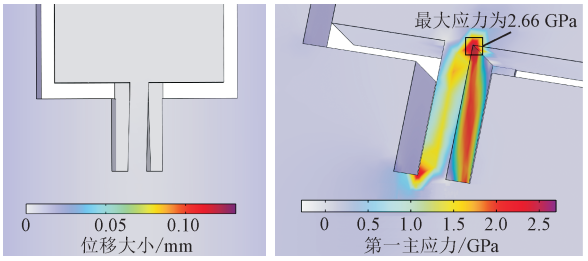
Fig. 7　Simulation model of MEMS accelerometer sensitive structure

为了揭示敏感结构在恒定载荷作用下，应力和变形的分布规律，对加速度传感器进行了静力学仿真分析。在静力分析中，沿加速度传感器的工作方向，即 Z 轴方向施加了幅值为 $1.9\times10^4 g$ 的加速度，旨在模拟极端冲击工况下传感器所承受的惯性载荷。具体施加载荷 F 的表达式为

$$F=-1.9\times10^4 g \tag{6}$$

式中：g 为重力加速度，取 9.8 m·s^{-2}；负号表明载荷方向是沿 Z 轴负向。

仿真得到的结构变形情况与结构主应力分布情况分别如图 8(a)与(b)所示。由图可知，扭转梁根部既是载荷传递的关键节点，又是结构的几何突变点。在外载荷作用下，扭转梁区域发生变形，出现了应力集中，第一主应力高达 2.66 GPa，远高于硅材料的安全应力限度，这说明该扭转梁根部为结构最薄弱环节。



(a)扭转梁变形　　(b)扭转梁应力集中

图 8　扭转梁变形与应力集中

Fig. 8　Torsion beam deformation and stress concentration

2.3　瞬态响应分析

在完成静力分析与模态分析的基础上，为进一步揭示加速度传感器敏感结构在高 g 值冲击载荷作用下的动态响应行为，引入了瞬态冲击仿真进行时域分析。瞬态分析引入随时间变化的冲击载荷，通过模拟结构在实际冲击过程中的动态应变响应，从而具备失效预测能力。

选用半正弦加速度脉冲作为外部冲击输入，幅值为 $1.9\times10^4 g$，脉宽为 70 μs，半正弦波形如图 9 所示。半正弦脉冲具有明确的幅值和脉宽，能够有效再现结构在短时间内，承受强烈冲击的动态响应行为，能够模拟高 g 值冲击载荷的真实工况。本文采用的半正弦加速度脉冲 $f(t)$ 表达式为

$$f(t)=-1.9\times10^4 g\sin(T\pi t),\ 0\leqslant t\leqslant T \tag{7}$$

式中：$\sin(T\pi t)$ 为正弦函数；T 由脉宽决定，负号表示载荷方向为 Z 轴负向(即向下)。

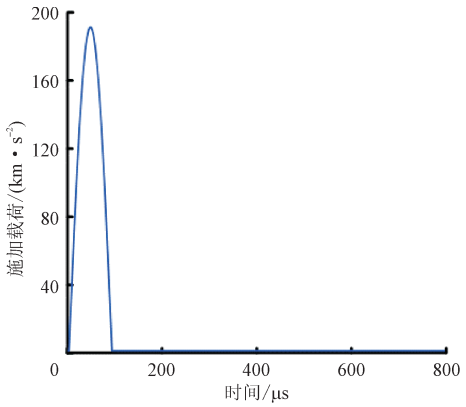


图 9　半正弦加速度脉冲波形

Fig. 9　Half-sine acceleration pulse waveform

仿真得到的最大第一主应力时间历程曲线如图 10 所示，器件在加载初期快速响应，应力随载荷的上升同步急剧增大，并在约 75 μs 时达到最大主应力峰值(2.23 GPa)，随后伴随载荷卸载过程进入振荡衰减。

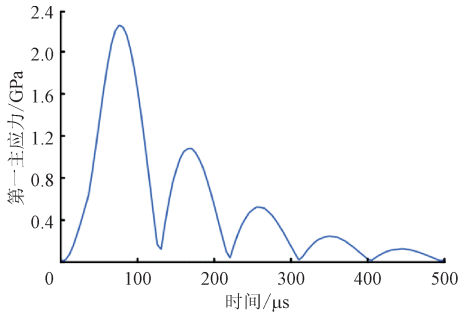


图 10 第一主应力响应曲线

Fig. 10 First principal stress response curve

进一步观察如图 11 所示的主应力分布图，在最大应力时刻，第一主应力显著集中于扭转梁根部，形成连续红色高应力区。该区域亦是结构的几何突变区，与 2.2 小节静力分析中的应力集中部位一致，应力峰值已远超单晶硅的典型强度上限。

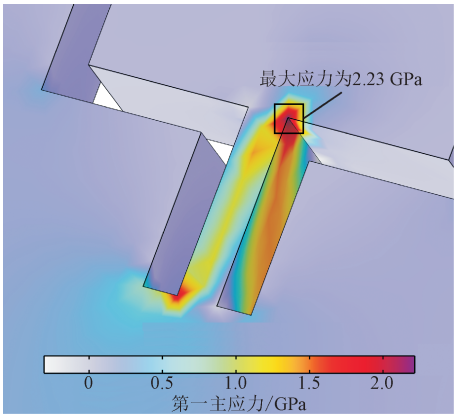


图 11 扭转梁应力集中

Fig. 11 Torsional beam stress concentration

在合理简化模型的基础上，完成了静力与瞬态冲击两类分析。静力分析结果表明，扭转梁根部为应力集中区域；瞬态冲击分析结果表明，应力峰值响应稳定落在该几何突变区域，体现为弯曲-拉伸耦合引发的显著应力集中，与试验失效部位一致。然而，仅靠应力分析难以刻画结构的失效过程，即扭转梁处裂纹从起裂到贯通的损伤演化规律。为此，引入相场损伤模型进行断裂分析，在典型冲击载荷下重建裂纹的演化过程。

2.4 单次冲击下的相场断裂模型

相场断裂仿真通过相场变量的演化统一描述裂纹从萌生到扩展的过程，可实现裂纹扩展路径的连续表征。在静力学与瞬态冲击分析基础上，扭转梁根部被识别为应力集中最显著的薄弱区域。因此在相场断裂计算中，重点关注该区域相场变量随时间的演化特征及裂纹带的形成与扩展过程。由式(3)～式(5)的耦合控制关系，尤其是式(5)的相场演化方程可知，当薄弱区域的能量释放水平提高时，相场变量将首先在该区域增大并形成连续的高损伤带，从而表征裂纹的萌生与扩展。因此，在给定冲击载荷条件下对式(3)～式(5)进行耦合求解，并展示相场变量与裂纹扩展的仿真结果。

针对未改进的 MEMS 加速度传感器原始结构，施加图 9 所示的半正弦冲击载荷，基于式(3)～式(5)的耦合求解，输出相场变量 $d(x)$ 的演化与裂纹扩展过程，其结果如图 12 和图 13 所示。

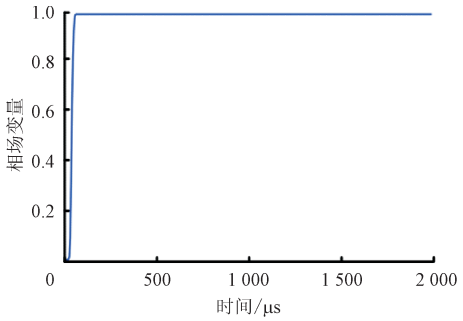
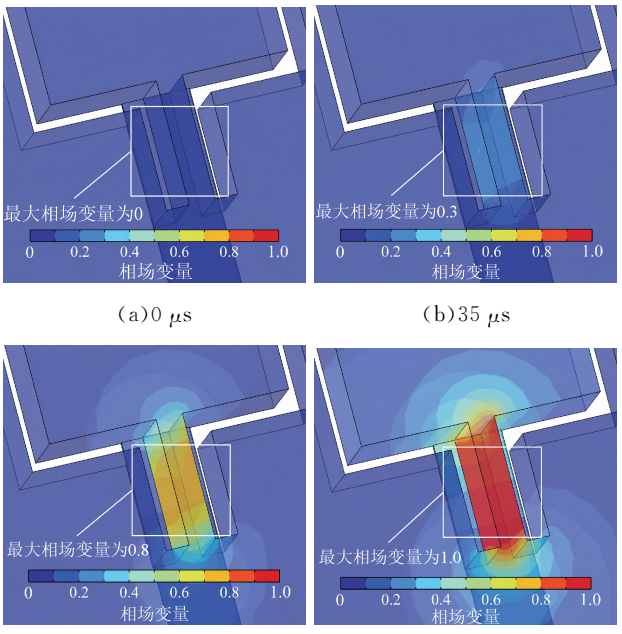


图 12 MEMS 加速度传感器原始结构相场演化曲线

Fig. 12 Evolution curve of MEMS accelerometer original structure phase-field



(a)0 μs (b)35 μs

(c)45 μs (d)110 μs

图 13 MEMS 加速度传感器原始结构的裂纹扩展过程

Fig. 13 Crack propagation process of MEMS accelerometer original structure

由图可知，裂纹扩展具有典型的阶段性特征：在初始阶段(0～30 μs)，相场变量始终接近于 0，这说明材料整体尚未进入损伤演化过程；35 μs 后，相场

变量在扭转梁区域迅速升高，这揭示了局部应力集中触发裂纹萌生并进入加速扩展阶段；至 45 μs，相场已在梁体核心区域显著扩展，并呈现出对称分布特征，这表明裂纹已经有效贯穿连接区域；至 110 μs，相场幅值进一步接近 1，显示裂纹快速扩展至饱和状态，结构进入近乎完全断裂阶段。

综上所述，相场演化曲线表明裂纹在约 35 μs 时开始快速萌生，并于 110 μs 前后迅速扩展至饱和，此后进入稳定阶段。这一结果显示，结构在加载早期即发生了突发且剧烈的断裂过程。对应的相场空间分布进一步揭示了裂纹沿连接梁中轴呈对称性扩展，并最终在梁体中心形成稳定的破坏区，体现出典型的单主裂纹脆性断裂特征。上述分析不仅验证了扭转梁区域的应力集中效应，也进一步说明该结构形式在高 g 值冲击载荷下存在显著的脆性失效风险。本文将在此基础上引入结构改进设计，以减缓应力集中并提升整体抗冲击可靠性。

2.5　仿真模型试验对比验证

为验证所建立仿真模型在高 g 值冲击工况下的可靠性与准确性，将静力学分析、瞬态响应分析与相场断裂仿真结果与高 g 值冲击试验进行对比。在幅值为 $1.9\times10^4 g$ 和脉宽为 0.07 ms 的半正弦冲击载荷下，12 个样品中仅有 1 个保持正常标度，其余样品均出现功能性失效，失效样品的形貌分析表明扭转梁在根部附近发生整体断裂或局部碎裂，且失效位置具有明显的空间集中性。

与之对应，静力学分析结果（见图 8）显示，在沿工作轴方向施加幅值为 $1.9\times10^4 g$ 加速度载荷时，扭转梁根部为全结构第一主应力峰值所在区域，最大主应力约为 2.66 GPa，已明显超过单晶硅的典型强度上限；瞬态冲击分析结果（见图 10、图 11）表明，在幅值为 $1.9\times10^4 g$ 半正弦冲击输入下，结构最大第一主应力随时间的快速上升，在约 75 μs 处达到 2.23 GPa 左右，同样稳定集中于扭转梁根部几何突变区域。上述结果与试验中观察到的扭转梁根部断裂失效位置高度一致，且应力水平与材料强度相匹配，证明了有限元应力分析对破坏趋势的预测能力。

进一步地，相场断裂仿真结果（见图 12、图 13）给出了单次冲击下裂纹演化的全过程：在冲击加载早期，相场变量整体接近 0，结构处于完好状态；随着冲击幅值增大，相场变量在扭转梁区域迅速升高，并沿连接梁中轴方向向扭转梁根部扩展，最终形成贯穿梁体的主裂纹，损伤区呈明显对称分布。该裂纹演化路径与试验中观察到的扭转梁整体断裂与局部碎裂形貌相吻合，且裂纹萌生及扩展时刻，与冲击脉冲持续时间处于同一时间，这说明相场模型能够描述高 g 冲击下，裂纹从起裂到贯穿的动力学过程。

综合试验结果与多物理场仿真结果可以看出：仿真模型在失效位置、失效模式以及应力水平与材料强度关系等方面均与实际冲击试验保持一致，相场损伤变量的时空分布也与试验观察到的脆性断裂特征相符。由此验证了仿真模型对高 g 值 MEMS 加速度传感器敏感结构在极端冲击载荷下，损伤演化行为的表征能力。

3　基于相场损伤分析的结构改进设计

3.1　结构改进策略与设计原理

在 MEMS 结构的高 g 值冲击载荷响应中，失效往往首先发生在应力最为集中的几何突变区域。某型传感器的仿真结果表明：扭转梁根部及其邻近区域作为惯性载荷传递路径中的核心节点，既处于力传递路径中的关键节点，又伴随显著的结构刚度突变，是敏感结构中最易发生裂纹萌生、疲劳累积甚至断裂的薄弱环节。

从力学传递角度来看，在尖角或锐利几何连接处，因形状不连续导致应力沿边界急剧升高，会产生远高于整体平均水平的主应力峰值。对于以硅为代表的脆性材料而言，其对应力集中高度敏感，在短时高强度冲击作用下尤易触发局部脆性断裂。同时，从长期服役的角度出发，这些局部应力突变区域也是疲劳积累最易发生的位置，若在设计阶段未加考虑，将显著影响整体的抗冲击性能及寿命。

针对上述问题，结构几何的连续性及过渡区域的平滑性成为应力调控的关键因素。倒圆角设计由于能够有效缓解尖角处的应力集中、改进力传递路径并降低局部应力，从而在结构力学分析与工程实践中展现出显著优势。这种圆角过渡的几何形貌不仅实现了从尖锐角到平滑曲面的转变，还能够使局部应力分布更为均匀，从而降低主应力峰值，延缓裂纹的萌生，并抑制其快速扩展。

在原始模型的关键连接区域，即扭转梁根部的几何突变处，引入倒圆角设计，其结构如图 14 所示。在 MEMS 加速度传感器改进结构模型中，原先梁与质量块直角连接被替换为圆角过渡，使整体几何轮廓更加平滑。该设计能够有效削弱应力在局部的集中，实现载荷传递路径的均匀化与缓冲，有助于降低主应力峰值并延缓裂纹萌生，从而显著提升结构在高 g 值冲击载荷下的稳定性与可靠性。

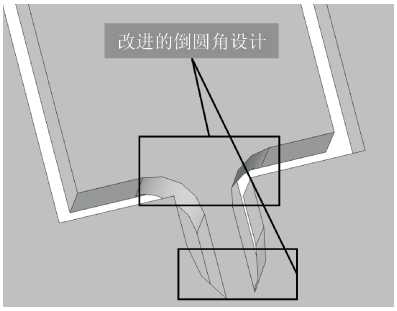


图 14 改进后的 MEMS 加速度传感器结构模型

Fig. 14 Improved MEMS accelerometer structure model

为系统评估圆角设计对 MEMS 加速度传感器敏感结构抗冲击性能的改善效果，并筛选最优几何参数，故对圆角半径进行了参数化扫描分析。受敏感梁根部局部几何尺寸与相邻结构间隙边界的约束，圆角半径继续增大将导致倒圆角与相邻边界产生干涉。因此，本研究在保持整体结构尺寸与关键几何特征不变的前提下，将圆角半径 R 的上限设定为 0.07 mm。此外，考虑到工艺设计规则与制造公差，为保证几何参数的可加工性，圆角半径在参数化扫描中按 0.01 mm 的步进进行离散设定。在原始模型的基础上分别引入不同半径（R 取值范围为 0.01～0.07 mm）的倒圆角过渡，并在统一加载条件（幅值为 $1.9\times10^4 g$，脉宽为 0.07 ms 半正弦冲击）下开展瞬态仿真，从而获取结构最大第一主应力随圆角半径变化的规律，其结果如图 15 所示。

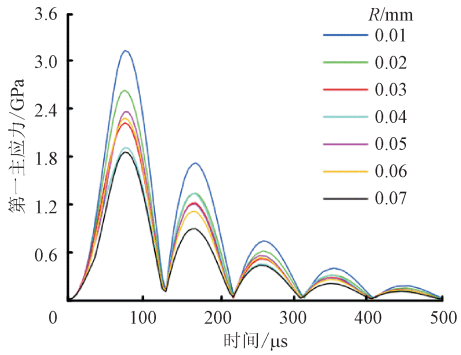


图 15 不同圆角半径下最大主应力响应曲线

Fig. 15 Maximum principal stress response curves for different fillet radii

由图可知，当圆角半径 R 取 0.07 mm 时，结构在冲击下的最大主应力显著低于其他方案，相较于原始模型约 2.23 GPa 的峰值，降至约 1.81 GPa，降幅约为 18%。同时，其后续响应曲线的振荡幅值明显减弱，整体呈现更为平缓的衰减趋势，这表明该参数在抑制应力集中与改善冲击稳定性方面均具有优势。综合应力峰值降低幅度与动态响应特性，最终选取 $R=0.07$ mm 作为改进设计中的最优圆角尺寸。

3.2 改进结构应力响应对比

为了验证圆角设计对 MEMS 加速度传感器敏感结构抗冲击性能的影响，对改进后的结构施加幅值为 $1.9\times10^4 g$、脉宽为 0.07 ms 的半正弦冲击载荷，进行应力动态响应分析。通过原始结构响应结果进行对比分析，评估改进后的圆角设计在局部应力缓解、冲击响应稳定性等方面的效果。仿真结果如图 16 所示。

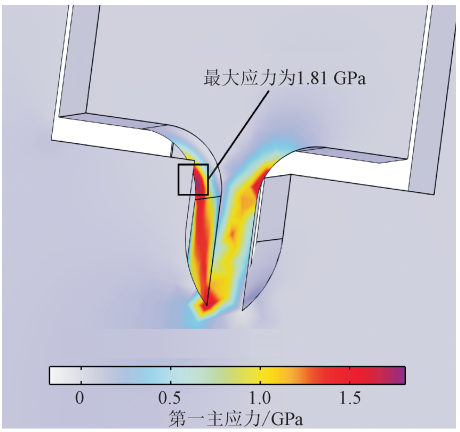


图 16 MEMS 加速度传感器改进结构的应力集中

Fig. 16 MEMS accelerometer improve structural stress concentration

与原始模型的应力分布相比，改进后的圆角模型在相同冲击载荷条件下表现出明显的应力减小。在结构最薄弱的扭转梁根部区域，原始模型的应力峰值达到了约 2.23 GPa，而改进后的圆角设计使得该区域的最大应力降低至 1.81 GPa，降幅约为 18%。这一结果表明，圆角设计有效减缓了局部应力集中现象，提升了结构在极端冲击载荷下的抗冲击性能和稳定性。

通过对比原始结构与改进结构在冲击载荷作用下的第一主应力变化曲线，可以进一步验证圆角设计的改进效果，如图 17 所示。从整体曲线分析可见，改进模型在整个冲击响应过程中应力水平始终低于原始模型，并且响应衰减速度较快，振荡幅值显著减小。表明改进后的结构不仅有效降低了极值应力，还显著改善了系统的动态稳定性与能量耗散特性，提升了其在冲击载荷下的响应鲁棒性。该结果进一步证明了圆角设计在提升结构抗冲击性能方面的有效性。

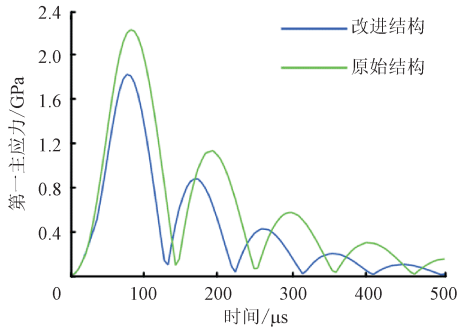


图 17　MEMS 加速度传感器原始结构与改进结构应力响应曲线对比

Fig. 17　Comparison of stress response curves between original and improved structure of MEMS accelerometer

3.3　改进结构相场断裂模型对比

原始模型在首次冲击加载过程中，相场变量迅速演化至临界值 1，这表明结构在单次冲击作用下即发生了显著的损伤累积，因此无法有效评估其在多次冲击工况下的力学响应与损伤演化行为。

为验证改进模型在提升结构抗冲击性能及抑制裂纹扩展方面的有效性，在 2 000 μs 的分析时间内施加了 2 次等幅冲击载荷，每次加载之间设置 1 000 μs 的时间间隔，以模拟实际工程应用中可能遇到的连续冲击工况，得到的相场裂纹仿真结果如图 18、19 所示。

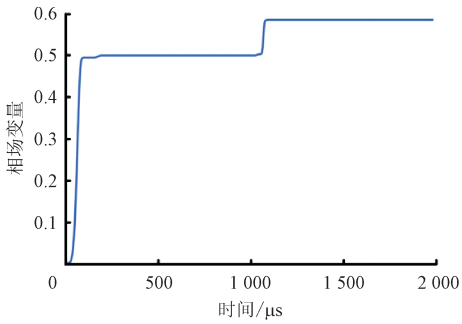
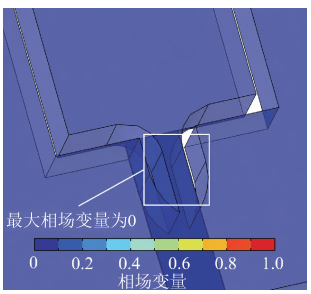
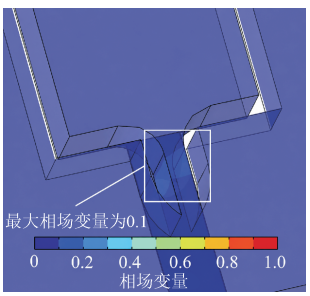


图 18　MEMS 加速度传感器改进结构相场演化曲线

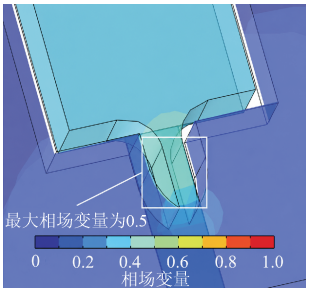
Fig. 18　Evolution curve of MEMS accelerometer improved structure phase-field



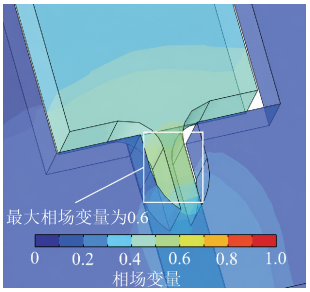
(a)0 μs



(b)45 μs



(b)90 μs



(d)2 000 μs

图 19　MEMS 加速度传感器改进结构的裂纹扩展过程

Fig. 19　MEMS accelerometer improved structural crack propagation process

图 18 展示了 MEMS 加速度传感器改进结构的相场演化曲线，相较于原始模型，改进后的结构在首次冲击载荷作用阶段(0～90 μs)表现出明显不同的损伤演化行为。具体而言，相场变量在该阶段迅速上升并趋于稳定，其最大值约为 0.51，远低于原始模型中相场迅速攀升至接近 1 的情况。同时，改进结构中，相场变量开始升高的时刻较原始结构由约 35 μs 延后至约 50 μs，这说明该结构的损伤扩展过程较原始结构延缓了约 40%。这一结果表明，改进模型有效抑制了裂纹的快速扩展，显著降低了损伤强度与裂纹扩展速率，展现出良好的抗裂性能与承载稳定性。

在第二次冲击作用阶段(1 000～1 070 μs)，相场最大值进一步增长至约 0.6，相较于原始模型相场最大值降低约 40%，并且其增量明显小于首次冲击过程，说明结构在经历初次冲击后仍具备较强的抗冲击能力。与原始模型在首次冲击后迅速达到完全破坏的情况形成鲜明对比，改进结构在连续冲击作用下表现出良好的抗多重冲击能力，验证了改进方案在提升结构抗冲击能力方面的有效性。

图 19 展示了裂纹的扩展过程，在早期阶段(约 45 μs)，相场变量整体处于较低水平，这表明此时裂纹尚处于萌生初期，其扩展受到显著抑制。与原始模型中裂纹在极短时间内迅速扩展并覆盖较大区域的情况相比，改进结构在裂纹萌生阶段即展现出良好的抑制能力，有效延迟了裂纹的形成与扩展进程。

随着冲击作用的持续(至约 90 μs)，裂纹开始沿梁体中心区域逐步扩展，但此时的相场变量数值相对较小，裂纹扩展路径呈现出较为局部化与稳定的特征。在这一阶段，改进结构不仅限制了裂纹的整体扩展速率，还显著降低了裂纹尖端附近的相场强度，使得裂纹的扩展更加稳定，未出现剧烈扩展现象。

当模拟进行至最终稳定状态(2 000 μs)时,相场变量的空间分布显示,裂纹已基本局限于结构的局部区域,整体损伤范围得到了有效控制,未出现整体结构大范围的断裂现象。特别在经历了 2 次连续冲击作用后,改进结构依然表现出良好的抗冲击性能。与原始模型在首次冲击后即发生大范围损伤并导致连接梁完全断裂、无法承受后续载荷的破坏模式相比,改进结构在第二次冲击后损伤增长有限,裂纹未发生剧烈扩展,进一步验证了改进设计在提升结构抗多重冲击性能方面的效果。

综上所述,通过对结构进行改进,延缓了裂纹的萌生,降低了裂纹的扩展速率,同时缩小了损伤区域的范围,抑制了损伤的进一步累积与恶化趋势。研究结果表明:所提出的结构改进措施提高了 MEMS 加速度传感器在极端冲击载荷作用下的结构可靠性与抗断裂性能,增强了其在复杂服役环境中的稳健性与耐久性,具有工程应用价值。

4 结 论

本文针对高 g 值 MEMS 加速度传感器在极端冲击环境下的可靠性问题,提出了一套基于相场损伤模型的可靠性分析方法,该方法以相场断裂理论为基础,构建了包含失效形式识别、裂纹演化仿真、结构改进与再验证的可靠性分析流程。通过理论分析、数值模拟和结构改进,取得以下主要结论。

(1)揭示了 MEMS 敏感结构在高 g 值冲击下的失效机制。通过静力学与瞬态分析,发现扭转梁根部存在显著的应力集中现象。数值仿真结果与试验结果一致,验证了本文仿真模型的准确性。

(2)建立了适用于 MEMS 器件的相场断裂模型。通过引入相场断裂模型,实现了裂纹萌生、扩展的自然演化模拟,避免了传统断裂力学方法在微尺度应用中的局限性。

(3)针对扭转梁根部等几何突变区域的高应力集中问题,通过引入梁根圆角设计,使应力降低了约 18%,相场损伤变量峰值降低了约 40%,损伤扩展延迟了约 40%,由此验证了圆角措施在裂纹萌生抑制与断裂延迟方面的有效性。

(4)构建了包含失效形式识别、裂纹演化仿真、结构改进与再验证的可靠性分析流程,为提升高 g 值 MEMS 传感器的可靠性提供了解决方案。

(5)所研究方法适用性强,引入圆角优化仅为其中一种改进方案,针对其他传感器敏感结构,可采用梁宽度与厚度协同调整、过渡曲率优化、应力释放槽布置等改进策略,并借助本方法实现可靠性分析。

参考文献:

[1] 刘思远. 压阻式高 g 值加速度传感器设计与制备 [D]. 太原: 中北大学, 2024.

[2] 关存贺, 许高斌, 王焕章, 等. 复杂应力条件下 MEMS 加速度传感器可靠性分析 [J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(7): 17-25.
Guan Cunhe, Xu Gaobin, Wang Huanzhang, et al. Reliability analysis of MEMS acceleration sensors under complex stress conditions [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2023, 37(7): 17-25.

[3] 李世维, 王群书, 古仁红, 等. 高 g 值微机械加速度传感器的现状与发展 [J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(4): 892-896.
Li Shiwei, Wang Qunshu, Gu Renhong, et al. Situation and trend of high-g micromachined accelerometer [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(4): 892-896.

[4] Xu Yingyu, Liu Shuibin, He Chunhua, et al. Reliability of MEMS inertial devices in mechanical and thermal environments: a review [J]. Heliyon, 2024, 10(5): e27481.

[5] GB/T 33929—2017 MEMS 高 g 值加速度传感器性能试验方法[S].

[6] Delrio F W, Cook R F, Boyce B L. Fracture strength of micro- and nano-scale silicon components [J]. Applied Physics Reviews, 2015, 2(2): 021303.

[7] 尹丽晶, 张魁, 崔波. MEMS 器件可靠性评价标准分析及建议 [J]. 环境技术, 2024, 42(8): 23-27.
Yin Lijing, Zhang Kui, Cui Bo. Analysis and suggestion on reliability evaluation standards of MEMS devices [J]. Environmental Technology, 2024, 42(8): 23-27.

[8] 张豪, 于继东, 裴晓阳, 等. 相场断裂方法发展概况 [J]. 高压物理学报, 2019, 33(3): 030109.
Zhang Hao, Yu Jidong, Pei Xiaoyang, et al. An overview of phase field approach to fracture [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2019, 33(3): 030109.

[9] Kristensen P K, Niordson C F, Martínez-Pañeda E. An assessment of phase field fracture: crack initiation and growth [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society: A Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2021, 379(2203): 20210021.

[10] Nagaraja S, Carrara P, DE L L. Experimental characterization and phase-field modeling of anisotropic brittle fracture in silicon [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2023, 293: 109684.

[11] Li Peidong, Li Weidong, Tan Yu, et al. A phase field fracture model for ultra-thin micro-/nano-films with

surface effects [J]. International Journal of Engineering Science, 2024, 195: 104004.

[12] Bourdin B, Francfort G A, Marigo J J. Numerical experiments in revisited brittle fracture [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, 48(4): 797-826.

[13] Carollo V, Guillén-Hernández T, Reinoso J, et al. Recent advancements on the phase field approach to brittle fracture for heterogeneous materials and structures [J]. Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences, 2018, 5(1): 8.

[14] 吴建营. 固体结构损伤破坏统一相场理论、算法和应用 [J]. 力学学报, 2021, 53(2): 301-329.
Wu Jianying. On the unified phase-field theory for damage and failure in solids and structures: theoretical and numerical aspects [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(2): 301-329.

[15] Wu Jianying, Nguyen V P. A length scale insensitive phase-field damage model for brittle fracture [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2018, 119: 20-42.

[16] Wu Jianying, Nguyen V P, Nguyen C T, et al. Phase-field modeling of fracture [M]//Bordas S P A, Balint D S. Advances in Applied Mechanics. Amsterdam, Netherland: Elsevier, 2020: 1-183.

[17] 汤涛，乔中华. 相场方程的高效数值算法 [J]. 中国科学(数学), 2020, 50(6): 775-794.
Tang Tao, Qiao Zhonghua. Efficient numerical methods for phase-field equations [J]. Scientia Sinica (Mathematica), 2020, 50(6): 775-794.

[18] 张文兵，沈振中，徐力群，等. 基于 COMSOL 的脆性材料相场断裂模型 [J]. 计算力学学报, 2023, 40(2): 273-280.
Zhang Wenbing, Shen Zhenzhong, Xu Liqun, et al. A phase-field fracture model for brittle materials based on COMSOL [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2023, 40(2): 273-280.

[19] Anderson T L. Fracture mechanics: fundamentals and applications [M]. 3rd ed. Boca Raton, USA: CRC Press, 2005.

[20] 田富成，冀家乐，陈树昱，等. 软材料大变形断裂的相场建模与应用 [J]. 高分子学报, 2025, 56(2): 179-199.
Tian Fucheng, Ji Jiale, Chen Shuyu, et al. Large deformation fracture in soft materials: phase-field modeling and applications [J]. Acta Polymerica Sinica, 2025, 56(2): 179-199.

[21] Feng Ye, Li Jie. Phase-field cohesive fracture theory: a unified framework for dissipative systems based on variational inequality of virtual works [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2022, 159: 104737.

[22] 裘沙沙，刘星泽，宁文杰，等. 断裂相场模型的三维自适应有限元方法 [J]. 应用数学和力学, 2024, 45(4): 391-399.
Qiu Shasha, Liu Xingze, Ning Wenjie, et al. A three-dimensional adaptive finite element method for phase-field models of fracture [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2024, 45(4): 391-399.

[23] Klinsmann M, Rosato D, Kamlah M, et al. An assessment of the phase field formulation for crack growth [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2015, 294: 313-330.

[24] 刘陈飘，刘凯，王芳丽，等. 基于相场法的铝锂合金搅拌摩擦焊接头脆性断裂数值模拟 [J]. 焊接学报, 2025, 46(10): 33-43.
Liu Chenpiao, Liu Kai, Wang Fangli, et al. Numerical simulation of brittle fracture of Al-Li alloy joint by friction stir welding based on phase field method [J]. Transactions of the China Welding Institution, 2025, 46(10): 33-43.

[25] Sarmadi N, Mousavi Nezhad M, Fisher Q J. On the numerical and mesh-dependent parameters in a computationally enhanced phase-field fracture model coupled with a novel mesh refinement strategy [J]. Engineering With Computers, 2023, 39(6): 3973-3992.

（编辑　刘懿莹）