文章编号：1674－2869(2026)03－0329－06

频域归一化结合MUSIC子空间投影的Lamb波损伤检测方法

王高平，苑东旭，李致远，马文杰，刘加欣
武汉工程大学机电工程学院，湖北 武汉 430205

摘 要：针对碳纤维增强复合材料(CFRP)在工程应用中容易出现腐蚀、脱层，从而导致工程结构被破坏的问题，提出了融合频域归一化与多重信号分类(MUSIC)子空间投影的Lamb波损伤检测方法。该方法通过动态优化频散因子β构建频率自适应导向矢量，精准矫正各向异性介质中的相位失配，显著提升了MUSIC算法空间图谱的聚焦性能。经ABAQUS仿真分析验证了实验的可行性，通过对回波信号进行频域归一化处理，结合信号差分提取损伤特征，扩大了损伤信号对成像精度的影响，在MATLAB软件中对腐蚀损伤进行识别成像。实验结果表明：本文方法能够对损伤进行识别，最大误差率不超过1.6%，且通过波速误差分析得出，频散因子β调制将误差控制在±0.8%，可以提高波速测量精度从而减少波速误差对损伤定位的影响。该方法在提升成像精度方面具有显著优势，为CFRP结构损伤检测提供了有效解决方案。

关键词：Lamb波；MUSIC子空间投影；CFRP；损伤检测；β扫描频散调制
中图分类号：V252.2 **文献标志码**：A **DOI**：10.19843/j.cnki.CN42-1779/TQ.202506005

Lamb waves damage detection via frequency-domain normalization combined with MUSIC subspace projection

WANG Gaoping, *YUAN Dongxu*, *LI Zhiyuan*, *MA Wenjie*, *LIU Jiaxin*
School of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China

Abstract: Carbon fiber reinforced plastic (CFRP) structures are prone to corrosion and delamination during engineering applications, which leads to structural failure. To address this issue, a Lamb waves damage detection method integrating frequency-domain normalization and multiple signal classification (MUSIC) subspace projection was proposed. This method dynamically optimized the dispersion factor β to construct a frequency-adaptive steering vector, which accurately corrected phase mismatch in anisotropic media and significantly enhanced the focusing performance of the MUSIC spatial spectrum. The feasibility of this approach was first verified through ABAQUS simulation. By applying frequency-domain normalization to the echo signals and extracting damage features via signal differentiation, the impact of damage signals on imaging accuracy was amplified. Corrosion damage was subsequently identified and imaged using MATLAB software. Experimental results demonstrated that the proposed method effectively identified damage with a maximum error rate less than 1.6%. Moreover, wave velocity error analysis showed that the modulation of the dispersion factor β confined the error within ±0.8%, thereby improving wave velocity measurement accuracy and reducing its impact on damage localization. The proposed technique offers significant advantages in enhancing imaging precision and provides an effective solution for damage detection in CFRP structures.

收稿日期：2025-06-05
基金项目：湖北省自然科学基金(2013CFB321)
作者简介：王高平，博士，副教授。Email：1980859690@qq.com
引文格式：王高平，苑东旭，李致远，等.频域归一化结合MUSIC子空间投影的Lamb波损伤检测方法[J].武汉工程大学学报，2026，48(3)：329-334.

Keywords: Lamb waves; MUSIC subspace projection; CFRP; damage detecting; β-scan dispersion modulation

碳纤维增强复合材料(carbon fiber reinforced polymers,CFRP)因轻质、高强度、耐腐蚀及抗疲劳等优异性能,被广泛应用于航空航天、风力发电等高性能结构领域,尤其成为火箭、飞机等飞行器关键承力构件实现结构轻量化和性能提升的重要材料[1]。CFRP在减重和力学性能上优势显著,但其制造易受温湿度干扰致性能波动,横向载荷下基体易产生隐蔽性内部损伤,传统检测难识别,需利用导波等先进无损技术进行早期诊断。结构健康监测作为实现结构全生命周期管理的重要手段,能够有效识别潜在损伤,因其及时预警的特点被广泛应用于无损检测领域[2]。Lamb波作为典型导波,具有传播距离远、对缺陷响应灵敏、检测效率高等优势,在无损检测领域得到了广泛应用。大量研究系统探讨了该波在复合材料结构(尤其是层合结构)中的损伤检测方法,并展现出广阔的应用前景。Lamb波在结构健康监测中表现出色,因其对损伤的探测能力强,抗干扰特性优异,已成为主流的检测手段[3]。CFRP层合板的各向异性与层间特性使Lamb波传播中与损伤产生复杂相互作用,通过合适模态选择与成像算法,可有效识别定位通孔、分层、脱粘等典型缺陷。

Lamb波具有传播衰减小、检测范围大等特点,不仅能够有效识别材料内部及表层的各类缺陷,同时对裂纹损伤具有较高的检测灵敏度[4]。近年来,研究者将多种信号处理与图像重建算法引入导波成像以提升缺陷识别精度与成像分辨率,如椭圆轨迹法[5]、层析成像法[6]、稀疏重建成像法[7]等,其中全聚焦成像因实现简单、计算效率高而被广泛应用[8-9]。在信号处理与图像重建算法基础上,多重信号分类(multiple signal classification,MUSIC)算法以其出色的超分辨能力和噪声鲁棒性,在复杂波场中展现出优越性能[10-11]。刘增华等[12]采用二维MUSIC结合十字阵列实现了复合材料板中缺陷的高精度定位;钟永腾等[13]提出近场二维MUSIC算法可有效应用于板状结构的冲击源定位与损伤区域识别。为应对频散和非线性干扰,研究者还探索了频域相干成像、时间反转法及基于自编码网络的智能成像策略。张海燕等[14]采用时间反转法通过信号重构实现了损伤区域能量聚焦,有效抑制了导波传播过程中的频散效应与模式转换问题。

本文引入动态β扫描频散调制与频域归一化的Lamb波成像方法,基于MUSIC算法构建能量加权指标,实现CFRP层合板腐蚀缺陷高分辨检测。利用波传播方向性特征构建角度相关波速模型,结合频率窗信号处理提高稳定性;通过修正频散因子β提高调制强度,增强缺陷聚焦并抑制伪像;经高斯滤波与局部增强处理后提升图像清晰度。数值模拟与实验验证表明,该方法在缺陷定位与识别中具有良好的可行性与精度优势。

1 Lamb波理论基础

Lamb波在CFRP结构中传播受各向异性影响,呈现复杂的非线性特征,难以用解析模型准确描述。当铺层数量较多且方向分布均匀时,可将结构近似为准各向同性材料,从而简化为线性传播模型。根据弹性力学的基本理论,在各向同性的弹性固体介质中传播的笛卡尔张量公式表示为:

$$\mu \cdot \boldsymbol{u}_{i,ji} + (\lambda + \mu) \cdot \boldsymbol{u}_{j,ji} + \rho \cdot \boldsymbol{f}_i = \rho \cdot \ddot{\boldsymbol{u}}_i \quad (1)$$

式中:λ和μ为材料的拉梅常数;$\boldsymbol{u}_{i,ji}$为位移的二阶偏导数;$\boldsymbol{u}_{j,ji}$为位移的梯度散度;ρ为材料密度;$\ddot{\boldsymbol{u}}_i$为质点加速度分量;$\boldsymbol{f}_i$为体积力张量,i、j=1,2,3。

为理解波动特性,从波传播方向与质点振动方向的关系分析其在固体介质中的传播行为及模式划分。波分为纵波与横波:纵波质点振动与传播方向一致,呈拉压轴向伸缩运动,通过相邻质点间距周期性变化传递能量;横波质点振动与传播方向垂直,主要在固体中传播且不引起材料体积变化。波在自由板中传播时,可依据平面应变,通过假设展开位移场并推导对称模式与反对称模式表达式。

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{4k^2pq}{(k^2-q^2)^2} \quad (2)$$

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{(k^2-q^2)^2}{4k^2pq} \quad (3)$$

式中:q为横波衰减系数,p为纵波衰减系数,h为板厚的一半,k为波数。式(2)和式(3)详细描述了Lamb波的波动特性,同时也反映了Lamb波的频散性和多模态行为。

本文研究对象为CFRP层合板,长度、宽度和厚度分别为500.0、500.0、1.6 mm,单层板厚为0.2 mm,共8层。CFRP层合板采用对称铺层方式[45/−45/0/90]s,其中±45°、0°和90°为铺层方向,

s 表示对称铺层。图 1 与图 2 分别展示了 CFRP 层合板在 0°方向上传播的 Lamb 波相速度频散曲线与群速度频散曲线。其中反对称模态为 A_m，对称模态为 S_m，分别表示 Lamb 波的第 m 种模态，m=0，1，…，5。结果显示：低阶模态（如 A_0 和 S_0）在低频段传播稳定性良好，高阶模态在特定频厚积下出现且频散行为明显。群速度图反映能量传输效率变化趋势，相速度图体现相位传播特性。在 100~300 kHz 频率下，A_0 模态群速度平稳、相速度变化缓慢，不易受高阶模态干扰，而 S_0 在平板厚度上有较大的方向位移 $\boldsymbol{u}_1$，更适合检测裂纹损伤[15]。因此，本文选择 S_0 模态来检测裂纹损伤，便于信号分析与缺陷识别，同时减小多模态干扰、提高成像精度。CFRP 层合板主要参数如下：弹性模量的纵向、横向和厚度方向参数分别是 150.912 0、11.547 3、13.958 9 GPa；剪切模量的面内、面外和层间参数分别是 7.2、8.8、4.4 GPa；泊松比的面内、纵向-厚度、面外参数分别是 0.42、0.51、0.42；材料密度 ρ= 1 610 kg/m³。

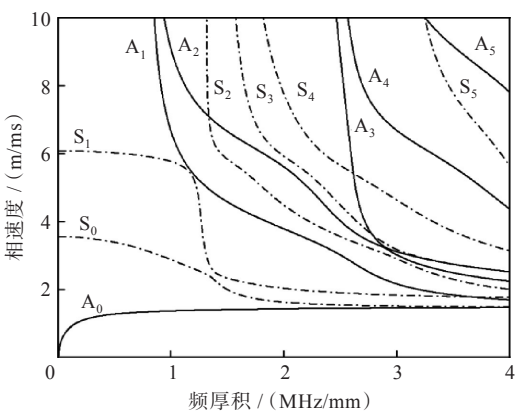


图 1　相速度频散曲线图

Fig. 1　Phase velocity dispersion curve

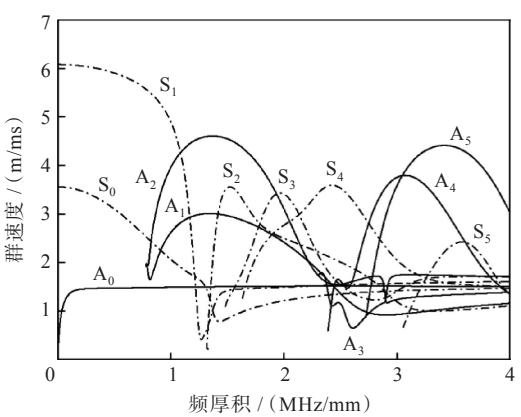


图 2　群速度频散曲线图

Fig. 2　Group velocity dispersion curve

2　MUSIC 频散联合成像方法

2.1　MUSIC 子空间成像

MUSIC 算法重点聚焦于把传感器阵列信号所对应的协方差矩阵拆解成两个相互垂直的子空间，分别是用于承载有效信号信息的信号子空间，以及容纳噪声成分的噪声子空间。当信源存在于阵列的近场区时并不能准确定位缺陷，所以需要建立均匀阵列近场信号模型，如图 3 所示。其中，d 为相邻阵元之间的距离，M 为阵元号，r 为损伤位置至阵元的距离，r_i 为损伤源至第 i 个阵元的距离，θ 为损伤位置至阵元连线与 x 轴的夹角。

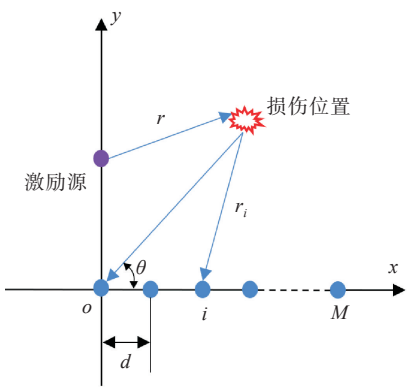


图 3　均匀阵列近场信号模型

Fig. 3　Near-field signal model of uniform array

假定有一处损伤散射声源，其产生的 Lamb 波信号会向图 3 所示的一维均匀传感器阵列方向传播。该阵列由 M 个阵元构成，阵元编号依次从 0 至 M，且相邻阵元的间距均为 d。以阵元 0 作为坐标系的原点。假设信号的中心频率为 ω_0，则阵元 0 的响应信号 $x_0(t_s)$ 可表示为：

$$x_0(t_s) = u(t_s)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_0 t_s - kr)} \tag{4}$$

式中：$u(t_s)$ 为损伤散射信号，t_s 为散射时间。

通过对阵列信号的协方差矩阵进行特征值分解，可以得到信号子空间和噪声子空间。信号子空间的特征值通常远大于噪声子空间的特征值，通过设定一定的阈值来判断结构是否存在损伤。

在理想状况下，阵列导向矢量和噪声子空间相互正交，因此，MUSIC 算法空间谱表示如下：

$$P_{\mathrm{MUSIC}}(r,\theta) = \frac{1}{\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(r,\theta)\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}(r,\theta)} \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{A}(r,\theta)$ 为阵列导向矢量矩阵，$\boldsymbol{U}_{\mathrm{N}}$ 为噪声子空间的特征向量矩阵。通过搜索不同的距离和角度，得到监测区域的空间谱，当搜索的位置与真实损伤位置一致时，在空间谱上表现为谱峰，对应的位置为真实损伤的位置。

2.2 频域归一化与频散调制优化

为提高MUSIC算法在CFRP等各向异性材料中的成像聚焦性能，本文在频域处理阶段引入幅值归一化与频散调制联合策略。首先，对采集到的Lamb波信号进行快速傅里叶变换，并采用汉宁窗进行窗函数加权，以抑制边界泄漏。随后对各通道频域信号进行幅值归一化，消除因激励幅度或耦合差异导致的能量不均，以提高模态间的相干性。图4为融合频域归一化与MUSIC子空间投影流程图。

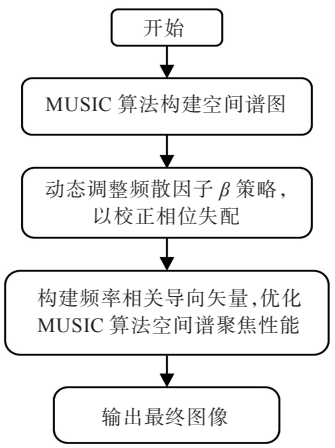


图4 融合频域归一化与MUSIC子空间投影流程图

Fig. 4 Flowchart of frequency- domain normalization combined with MUSIC subspace projection

此外，考虑到Lamb波在各向异性介质中传播存在明显的频散现象，常规MUSIC算法中采用的线性波阵面模型难以准确描述真实传播路径，导致聚焦图中出现伪峰或模糊。为此，本文在构造方向向量时引入频率相关的调制项，即通过调整频散因子β对相位进行补偿。该方法根据最大聚焦度准则，在一系列频散因子β中选择最优值，使相位能更准确地拟合色散传播路径，从而提升成像精度。具体而言，在传播路径的相位项中引入与频率相关的调整量，形式为：

$$\phi(f) = k(f) \cdot d_r + \beta \cdot \frac{f - f_0}{f_0} \cdot t_T \qquad (6)$$

式中：$k(f)$为波速，d_r为传播距离，f为信号频率，f_0为接收信号的中心频率，t_T为飞行时间。

通过在成像过程中对β进行扫描优化，选取最大聚焦度所对应的β值，可有效校正频散引起的波前失配，提升空间谱清晰度。

频域归一化增强了数据质量，频散调制修正了相位失配，两者结合显著提升了MUSIC成像的聚焦度与稳定性，尤其适用于多模干扰复杂场景下的无损检测任务。

3 数值仿真

3.1 仿真模型

为验证本文所提方法的有效性，进行CFRP损伤成像实验，在ABAQUS软件中建立有限元模型。为了满足模拟精度需求，设定平面方向网格尺寸为1.0 mm，厚度方向的最小网格划分为0.2 mm，时间步长取20 ns。腐蚀损伤通过在结构中选择切割区域的方式进行建模。采用14个圆形阵元组成的接收阵列，以150.0 mm为半径沿圆周均匀分布，并以平板中心原点(0.0，0.0)作为激励源，腐蚀模拟损伤位置在(−62.0，54.0)，如图5所示。

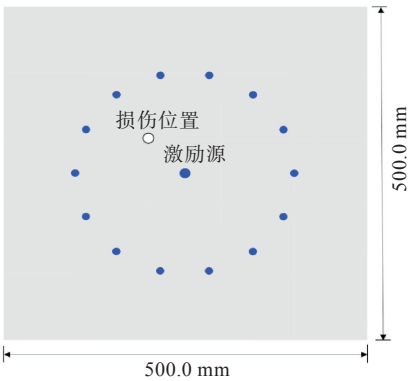


图5 损伤结构模型图

Fig. 5 Structural model with damage

3.2 激励信号的选择

每组信号通过14个阵元采集。在激励源处选用中心频率为150 kHz的五周期正弦波进行加窗，其时域波形如图6所示。采样率40 MHz，时间窗覆盖信号的完整传播过程。窄带激励经加窗调制，可区分波包，防止信号扩散泄露，并实现中心聚焦，经过加窗处理后的激励信号表达式为：

$$I(t) = w(t) \cdot \sin(2\pi f_c t) \qquad (7)$$

其中：f_c为激励信号的中心频率，w为窗函数，t为激发时间。

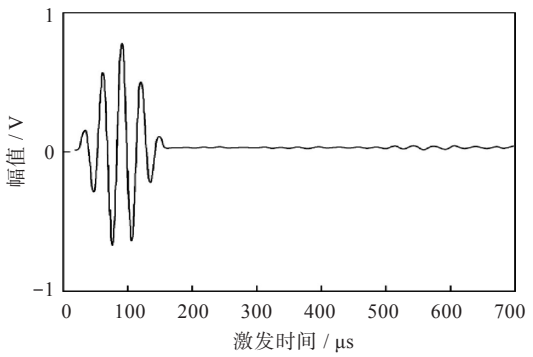


图6 150 kHz的激励信号时域波形图

Fig. 6 Time-domain waveform of 150 kHz excitation signal

3.3　信号处理

采用对比激励法进行Lamb波信号采集，设置有缺陷与无缺陷两组数据。实验装置采用结构对称布置方式，以提高对缺陷响应的敏感性，并增强MUSIC算法对特征空间的建模效果。采集到的原始信号在后续处理过程中进行归一化、窗函数处理，以阵元1至7的采集信号为例，如图7所示，经预处理后生成频域特征数据，为后续成像算法提供高信噪比输入。

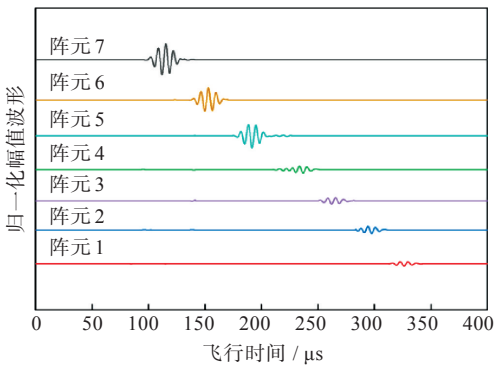


图7　损伤散射阵列信号曲线

Fig. 7　Damage scattering array signal curve

通过算法可提取空间谱图中的峰值位置，该坐标即为估计的损伤点，如图8所示。图8中圆圈代表传感器布设位置，热图则反映了成像区域内的归一化能量分布情况，椭圆形点代表能量聚焦强度最大的位置。即成像结果中识别出的腐蚀损伤谱峰坐标为(−62，54)。

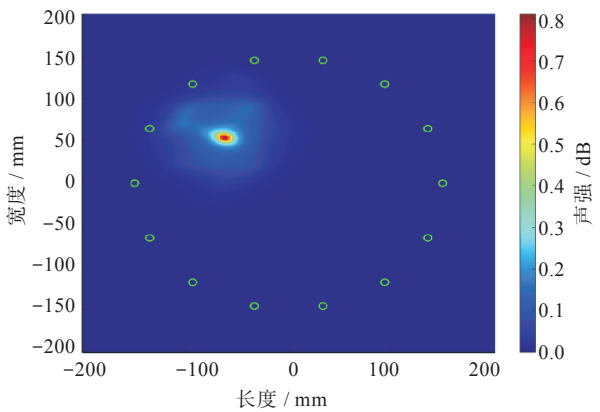


图8　β调制频域归一化成像仿真图

Fig. 8　Simulation result of β-modulated frequency-domain normalization imaging

4　实验验证

4.1　实验设计

为验证本研究提出的方法在损伤检测中的有效性，设计并实施了系统的实验验证方案。采集完成后在层合板表面粘贴质量块来模拟损伤。实验中所用到的仪器包括：功率放大器（Keysight33502A）、任意函数发生器（Agilent33250A）、NI PXI-5105高速数据采集卡、压电陶瓷换能器（piezoelectric ceramic transducer，PZT）、NI PXI-1033机箱。

试验对象为一块500 mm×500 mm×1.6 mm的CFRP层合板，铺层顺序与上文一致。阵元采用国产PZT-5型压电陶瓷换能器，直径为10 mm，厚度1 mm。布置方式与图5中的模型保持一致。

4.2　实验信号处理

信号截取模块对原始超声响应数据高效预处理，以增强时域特征、提升频域反演稳定性。具体方法如下，先对比有损与无损的14阵元信号，计算差值突出损伤异常成分；再自动识别差值信号主反射波峰值，以其为中心设±10 μs对称时间窗截取，保留主要波形、抑制噪声，14个阵元接收损伤信号的波形如图9所示。该操作可提升信噪比、压缩数据冗余，为频域归一化及空间成像提供高质量输入基础。最后通过算法进行成像，成像结果如图10所示，成像结果中识别出的腐蚀损伤谱峰坐标为(−64.0，54.0)，存在2.0 mm的定位误差，最大误差率为1.6%。

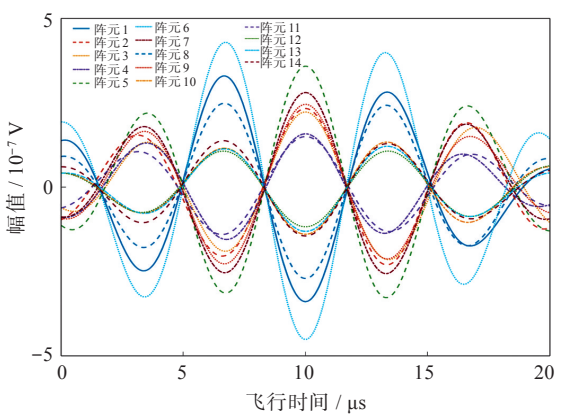


图9　14个阵元接收损伤信号图

Fig. 9　Damage signals received by 14 array elements

4.3　成像分析

如图10所示，实验测得损伤定位误差约为2.0 mm，其主要原因在于波速误差对Lamb波无损检测定位精度的显著影响。通过分析群速度和相速度频散曲线，发现波速误差导致不同模式下波速偏移，尤其在高频段，误差的影响更为显著。根据波速误差对损伤定位精度的影响可知，如图11所示，定位误差与波速误差之间存在显著的线性正相关关系。当波速误差达到−2.5%时，定位误差增至1.8 mm，与实测误差值2.0 mm接近，这验证了波速建模误差在系统误差中的主导作用。当理

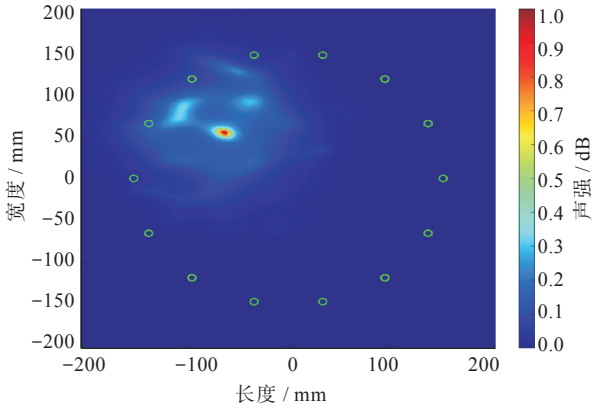


图10 β调制频域归一化成像实验图

Fig. 10 Experimental result of β-modulated frequency-domain normalization imaging

论距离误差曲线与MUSIC算法定位误差趋势一致时，经频散因子β修正波速后，表明其将残余波速误差抑制至±0.8%以内，显著提升了定位精度。因此，可通过提高波速测量精度来减少波速误差对定位精度的影响。

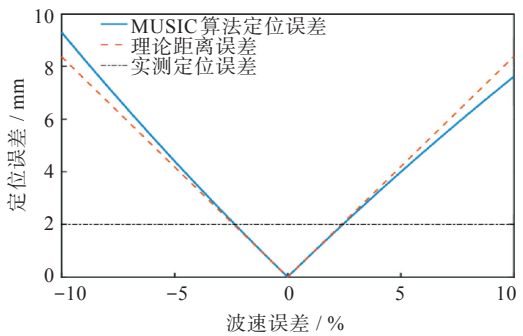


图11 波速误差对损伤定位精度的影响

Fig. 11 Effect of wave velocity error on damage localization precision

5 结 论

本文提出了一种动态调整频散因子β与频域归一化的Lamb波成像方法，结合MUSIC子空间算法与频散修正策略，有效提升了CFRP层合板结构缺陷检测的成像精度与鲁棒性。通过引入角度相关的波速模型与频率域加权机制，实现了对各向异性传播特性的准确刻画，显著增强了缺陷区域的能量聚焦效果。后续配合高斯滤波与局部增强手段，进一步改善了成像结果的清晰度与可靠性。仿真与实验结果表明，最大误差率不超过1.6%，根据波速误差分析可知，频散因子β调制可将误差限制在±0.8%以内，从而提升波速测量精度，降低波速误差对损伤定位的影响。验证了该方法在复杂结构中具备良好的缺陷识别能力，显示出较强的工程应用潜力。

参考文献

[1] KUPSKI J, de FREITAS S T. Design of adhesively bonded lap joints with laminated CFRP adherends: review, challenges and new opportunities for aerospace structures[J]. Composite Structures, 2021, 268: 113923.

[2] 雷鹰，刘丽君，郑翥鹏. 结构健康监测若干方法与技术研究进展综述[J]. 厦门大学学报(自然科学版)，2021，60(3)：630-640.

[3] 何存富，郑明方，吕炎，等. 超声导波检测技术的发展、应用与挑战[J]. 仪器仪表学报，2016，37(8)：1713-1735.

[4] 刘小峰，杨康俊，柏林. 基于Lamb波递归量化分析的复合材料裂纹损伤定征研究[J]. 振动与冲击，2019，38(10)：250-255.

[5] 陈洪磊，邓菲，刘增华. 基于Lamb波传播路径分析的复合材料板中缺陷成像[J]. 机械工程学报，2016，52(24)：72-79.

[6] 苏晨辉，姜明顺，梁建英，等. 强噪声下碳纤维增强树脂复合材料结构Lamb波层析损伤成像方法[J]. 复合材料学报，2020，37(4)：886-895.

[7] 冯继启，叶波，邹杨坤，等. 基于MVDR加权稀疏重建的CFRP损伤成像[J]. 复合材料学报，2024，41(10)：5673-5686.

[8] 王高平，李致远，关可庆，等. Lamb波全聚焦成像的薄板结构损伤识别方法[J]. 武汉工程大学学报，2025，47(1)：80-84，92.

[9] 常琦，徐勇，贺代兵，等. 环形阵列相控阵全聚焦融合定位成像方法研究[J/OL]. 系统工程与电子技术，2025.(2025-06-11)[2025-06-27]. https://link.cnki.net/urlid/11.2422.tn.20250611.0859.004.

[10] 张凡，徐旭，李义丰. 基于MUSIC及波束成形算法的非线性Lamb波微裂纹成像与评估[J]. 振动与冲击，2022，41(22)：91-98.

[11] ZHONG Y T, YUAN S F, QIU L. Multiple damage detection on aircraft composite structures using near-field MUSIC algorithm[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2014, 214: 234-244.

[12] 刘增华，张婷婷，苏瑞祥，等. 基于十字形阵列和2D-MUSIC算法的Lamb波检测[J]. 中国机械工程，2020，31(17)：2038-2044.

[13] 钟永腾，袁慎芳. 基于MUSIC算法的复合材料近场冲击源定位[J]. 复合材料学报，2013，30(2)：189-194.

[14] 张海燕，孙修立，曹亚萍，等. 基于时间反转理论的聚焦Lamb波结构损伤成像[J]. 物理学报，2010，59(10)：7111-7119.

[15] 宋春生，李贤胜. 基于Lamb波的CFRP层合板损伤类型检测和成像研究[J]. 振动与冲击，2024，43(15)：63-70.

本文编辑：霍淑利