

陈亮, 张田玉, 王言章, 等. 基于同步提取变换的地空频率域电磁信号幅度提取方法. 吉林大学学报(地球科学版), 2024, 54(2): 647–654. doi:10.13278/j.cnki.jjuese.20230084.

Chen Liang, Zhang Tianyu, Wang Yanzhang, et al. Amplitude Extraction of Ground-Airborne Frequency-Domain Electromagnetic Signals Based on Synchroextracting Transform. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2024, 54(2): 647–654. doi:10.13278/j.cnki.jjuese.20230084.

基于同步提取变换的地空频率域 电磁信号幅度提取方法

陈亮¹, 张田玉¹, 王言章^{2,3,4}, 周海根^{2,3,4}, 蒋川东^{2,3,4}

1. 中交一局巴州交通建设有限公司, 新疆 库尔勒 841000

2. 国家地球物理探测仪器工程技术研究中心(吉林大学), 长春 130026

3. 地球信息探测仪器教育部重点实验室(吉林大学), 长春 130026

4. 吉林大学仪器科学与电气工程学院, 长春 130026

摘要:地空频率域电磁法探测信号为多频非平稳信号,为了解决应用传统傅里叶变换方法提取其幅度时分辨率较差的问题,本文提出了基于同步提取变换(SET)的地空频率域电磁信号幅度提取方法。该方法对电磁数据进行SET,得到高分辨率时频图,并利用能量算子使电磁数据时频谱能量更为集中;采用贪心算法提取脊线,得到时频图的高能量带;通过自回归模型自适应地补充了脊线中的0值,解决了由窗函数引起的端点效应问题。根据脊线位置的时频图复数值,得到各频率分量幅度随时间的变化,研究了不同信噪比情况下基于SET的地空频率域电磁信号幅度提取结果的准确性。结果表明:当信噪比 ≥ 10 dB时,幅度提取结果的平均相对均方根误差均小于5%;当信噪比 < 10 dB时,幅度提取结果的平均相对均方根误差在10%以内。提取效果良好。将此方法应用于新疆霍拉山隧道工程地空频率域电磁法探测中,成功提取了多频电磁信号各频率分量的幅度,与采用傅里叶变换提取非平稳信号幅度的方法相比,该方法有效地提高了幅度提取结果的分辨率。

关键词:地空频率域电磁法;时频分析;非平稳信号;参数估计;同步提取变换

doi:10.13278/j.cnki.jjuese.20230084

中图分类号:P319.3

文献标志码:A

Amplitude Extraction of Ground-Airborne Frequency-Domain Electromagnetic Signals Based on Synchroextracting Transform

Chen Liang¹, Zhang Tianyu¹, Wang Yanzhang^{2,3,4}, Zhou Haigen^{2,3,4}, Jiang Chuandong^{2,3,4}

1. Bayingolin Transportation Construction of CCCC First Highway Engineering Group Co., Ltd., Korla 841000, Xinjiang, China

2. National Geophysical Exploration Equipment Engineering Research Center (Jilin University), Changchun 130026, China

3. Key Laboratory of Geophysical Exploration Equipment (Jilin University), Ministry of Education, Changchun 130026, China

4. College of Instrumentation & Electrical Engineering, Jilin University, Changchun 130026, China

收稿日期:2023-04-10

作者简介:陈亮(1973—),男,高级工程师,主要从事公路、铁路工程技术方面的研究, E-mail: chenliang@ccccltd.cn

基金项目:国家自然科学基金项目(42004059);国家重点研发计划项目(2017YFC0601802)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (42004059) and the National Key Research and Development Program of China (2017YFC0601802)

Abstract: The detection signal of the ground-airborne frequency-domain electromagnetic method (GAFDEM) is multi-frequency non-stationary signal, when extracting its amplitude using conventional Fourier transform methods, the resolution is poor. To solve the above problem, this paper proposes an amplitude extraction method of ground-airborne frequency-domain electromagnetic signal based on synchroextracting transform (SET). This method performs SET on the electromagnetic data to obtain high-resolution time-frequency graph, and uses energy operator to make the energy of time-frequency spectral electromagnetic data more concentrated. At the same time, the greedy algorithm is used to realize the ridge extraction method to obtain the high energy band of the time-frequency graph. By filling in zero values in the ridges adaptively through autoregressive model, the endpoint effect problem caused by the window function is solved. according to the complex value of the time-frequency-diagram at the ridge location, the variation of the amplitude of each frequency component with time is obtained, and the accuracy of the amplitude extraction of electromagnetic signals in the ground-airborne frequency-domain based on SET is investigated under different signal-to-noise ratios. Through calculation, when the signal-to-noise ratio is greater than or equal to 10 dB, the average relative root mean square error of the amplitude extraction result is less than 5%; When the signal-to-noise ratio is less than 10 dB, the average relative root mean square error of the amplitude extraction result is less than 10%, achieving good extraction results. This method is applied to the GAFDEM detection of the Huola Mountain tunnel project in Xinjiang, and the amplitude of each frequency component of the multi-frequency electromagnetic signal is successfully extracted. Compared with the method of extracting non-stationary signal amplitude using the Fourier transform, this method effectively improves the resolution of amplitude extraction results.

Key words: ground-airborne frequency-domain electromagnetic method; time-frequency analysis; nonstationary signal; parameter estimation; synchroextracting transform

0 引言

地空频率域电磁法 (ground-airborne frequency-domain electromagnetic method, GAFDEM) 采用地面发射、空中接收的形式。地面大功率发射系统以大地为负载, 采用电偶/磁偶极矩超大功率电性/磁偶源向大地发射多个不同频率的伪随机波, 空中磁感应传感器采集磁场变化。通过分析 and 解释不同频率的空中磁场信号, 获得不同深度地下结构的电导率信息^[1-2]。由于 GAFDEM 具有地面发射功率强、勘探深度大、工作效率高等优势, 目前被广泛用于地热调查^[3]、火山结构调查^[4]、地下水盐渍化研究^[5]、矿产资源勘探等领域。

空中接收系统受到飞机颠簸等因素的影响, 导致数据存在大量运动噪声和随机噪声, 严重影响数据质量; 因此, 如何准确、有效地从中提取、分析地空频率域电磁法信号各频率分量的幅度变化, 是研究者研究的重点之一。例如: 康利利^[3]提出了基于小

波的低频运动基线去除算法, 抑制了低频运动噪声在高频段内的泄露, 进而提高数据的信噪比和测量精度; Gao 等^[5]提出了基于 Robust-M 估计的时窗叠加滤波方法, 通过抑制 GAFDEM 数据的环境噪声提高数据的信噪比。地空频率域电磁信号为随时间变化的非平稳信号, 传统的频域分析方法快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT) 无法准确地提取其各频率分量的幅度^[6]。在非平稳信号分析领域, 时频分析 (time-frequency analysis, TFA) 起着重要的作用^[7], 它可以将一维信号映射到二维, 采用时频表示 (time-frequency representation, TFR), 用以表征信号的时变特性^[8]。近年来, 研究人员提出了如重分配法 (reassignment method, RM)^[9]、同步压缩变换 (Synchrosqueezing transform, SST)^[10]、高阶 SST^[11]、同步提取变换 (synchroextracting transform, SET)^[12]、高阶 SET^[13] 等时频分析方法。SET 方法利用同步提取算子, 使信号能量更为

集中,并且,SET信号恢复需要较少的参数,可以更方便地实现信号重建^[11, 14]。因此,本文提出基于SET的地空频率域电磁信号幅度提取方法,以解决应用传统傅里叶变换方法提取地空频率域电磁法探测信号幅度时分辨率较差的问题。

1 方法原理

1.1 地空频率域电磁法数据特征

地空频率域电磁系统主要由空中磁场收录系统、地面大功率电性源发射系统和地面参考站三部分组成^[15]。其中:空中磁场收录系统主要由机舱内接收机、雷达高度计、GPS等辅助设备、机舱外磁感应传感器等构成,用于收集系统在测区三维坐标下磁场变化信息;地面大功率电性源发射系统由地面发电机、大功率多频发射机、电偶极矩和大地构成,该系统通过向大地发射 2^n (n 为正整数)个不同频率的伪随机波,得到不同深度的地下结构信息;地面参考站主要由接收机、三分量磁感应传感器构成,负责收录周围空间磁场的变化。与传统地面电磁法相比,地空频率域电磁法的灵活性高、环境适应性更强^[16-18]。空中磁感应传感器采集到不同频率对应的地空频率域电磁信号,包含多个频率分量,各分量的幅度随时间变化。通过数据预处理后,该信号可表示为多个不同幅度和频率的叠加:

$$s(t) = \sum_{i=1}^N A_i(t) \cdot e^{j\varphi_i(t)}. \quad (1)$$

式中: $s(t)$ 为地空频率域电磁信号; t 为时间; $A_i(t)$ 和 $\varphi_i(t)$ 分别为第 i 个频率分量对应信号的瞬时振幅和相位; N 为信号频率分量数目。

1.2 同步提取变换

对于 $s(t) \in L^1(\mathbb{R})$,其傅里叶变换为

$$\hat{s}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (2)$$

式中, ω 为频率。由 $s(\omega)$ 可以得到 $s(t)$ 在全时间段内的频率。在提取信号频谱时,需要根据输入信号的时域信息,给定所有相关信息,但无法反映出信号频率分量随时间的变化趋势。

短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)的主要思想是引入窗函数,将信号分段进行傅里叶变换。在很短的时间内,信号通常不会有太大的变化,因此可以近似认为非平稳信号在这个窗内是平稳的,通过多次移动窗变换,即可

得到完整的STFT结果,即

$$s_{\text{STFT}}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) g(\tau - t) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (3)$$

式中: $s_{\text{STFT}}(t, \omega)$ 为信号的短时傅里叶变换,是 t 和 ω 的二维函数; $g(t)$ 为窗函数; τ 为STFT窗函数的积分变量。STFT的时频分辨率由窗函数及其长度确定,根据海森堡不确定性原理能够推出STFT往往无法同时达到最优。我们构造一组地空频率域电磁数据,包含32、50、64 Hz等3个频率分量,对应的振幅分别为 $A_{32}(t) = \sin(0.005t + 3)$ 、 $A_{50}(t) = 1.5$ 、 $A_{64}(t) = \sin(0.01t) + 5$ (单位为 μV)。对该数据进行STFT变换,结果如图1a所示。当达到最佳分辨率时,其最短时间的位置往往不是最优的;当达到最短时间位置时,又不能同时取得最佳分辨率。即STFT适用于窗内波动较小的准静止、低瞬态信号,不适用于地空频率域电磁数据。以 $\varphi'(t)$ 表示GAFDEM数据瞬时频率(instantaneous frequency, IF),则式(3)可以表示为

$$s_{\text{STFT}}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \cdot g(\tau - t) \cdot e^{-j\varphi'(t)(\tau - t)} d\tau. \quad (4)$$

将式(1)代入式(4)得

$$s_{\text{STFT}}(t, \omega) = A(t) \cdot \hat{g}(\omega - \varphi'(t)) \cdot e^{j\varphi(t)} + r(t, \omega). \quad (5)$$

式中: $A(t)$ 为振幅; $\hat{g}(t)$ 为窗函数的傅里叶变换; $r(t, \omega) \sim O(|A'(t)|, |\varphi''(t)|)$,为STFT的残差。当存在一个足够小的常数 ϵ ,使得 $|A'(t)| < \epsilon$, $|\varphi''(t)| < \epsilon$,则 $r(t, \omega)$ 的值可以忽略。

因此,为了提高地空频率域电磁数据的时频分辨率,使能量集中在 ω 处,引入同步提取算子^[12]:

$$O_{\text{SET}}(t, \omega) = \delta\left(-j \cdot \frac{s_{\text{STFT}}^{g'}(t, \omega)}{s_{\text{STFT}}(t, \omega)}\right). \quad (6)$$

式中: $O_{\text{SET}}(t, \omega)$ 为同步提取算子; $\delta(*)$ 为Dirichlet函数; $g'(*)$ 为窗函数的一阶导数; $s_{\text{STFT}}^{g'}(t, \omega)$ 为以 $g'(t)$ 为窗求得的短时傅里叶变换。由Dirichlet函数的性质可知,当 $O_{\text{SET}}(t, \omega) = 1$ 时, $\text{Re}\left(-j \cdot \frac{s_{\text{STFT}}^{g'}(t, \omega)}{s_{\text{STFT}}(t, \omega)}\right) = 0$,即 $\omega = \omega_0(t, \omega)$,其中, $\omega_0(t, \omega)$ 为纯谐波信号频率。因此,同步提取算子可以写成

$$O_{\text{SET}}(t, \omega) = \begin{cases} 1, & -j \cdot \frac{s_{\text{STFT}}^{g'}(t, \omega)}{s_{\text{STFT}}(t, \omega)} = 0; \\ 0, & -j \cdot \frac{s_{\text{STFT}}^{g'}(t, \omega)}{s_{\text{STFT}}(t, \omega)} \neq 0. \end{cases} \quad (7)$$

根据式(7),得到地空频率域电磁数据的 SET 表达式为

$$s_{\text{SET}}(t, \omega) = s_{\text{STFT}}(t, \omega) \cdot \delta(\omega - \omega_0(t, \omega)) = \begin{cases} s_{\text{STFT}}(t, \omega), \omega = \omega_0(t, \omega); \\ 0, \omega \neq \omega_0(t, \omega). \end{cases} \quad (8)$$

对上述 GAFDEM 数据进行 SET,结果如图 1b 所示,可以看出与 STFT 相比,SET 得到的时频谱结果能量集中在 32、50、64 Hz 处。

1.3 基于贪心算法的脊线提取方法

使用 SET 方法提取信号幅度,首先要解决的问题就是如何在 SET 时频图中提取出高能量带,即脊线的位置。脊线提取方法基于贪心算法(greedy algorithm)实现,经过前向、后向两次搜索,具体步骤如下。

1)选取间隔点,初始化脊线位置和能量。设信号长度为 N ,间隔点数组 $I(n)$ 选取原则为从 0 到 N 之间均匀取 n 个点,默认设置 $n=40$ 。以 I 中第一个值 I_1 对应的 SET 矩阵中的数据为脊线位置初始值,对应的复数模为能量初始值。

2)前向搜索。从 I_1 位置向前,搜索到 N 为止,在设定的阈值范围内搜索能量比当前值大的点,如果有,则更新最大能量点,对应更新脊线矩阵。

3)后向搜索。从 I_1-1 的位置向后搜索到 1 位置为止,原理同上,更新能量点及其对应脊线矩阵。

4)对 $I_1, I_2, \dots, I_n$ 均执行上述操作,结束后输出脊线位置矩阵 R 和对应的能量矩阵 P 。

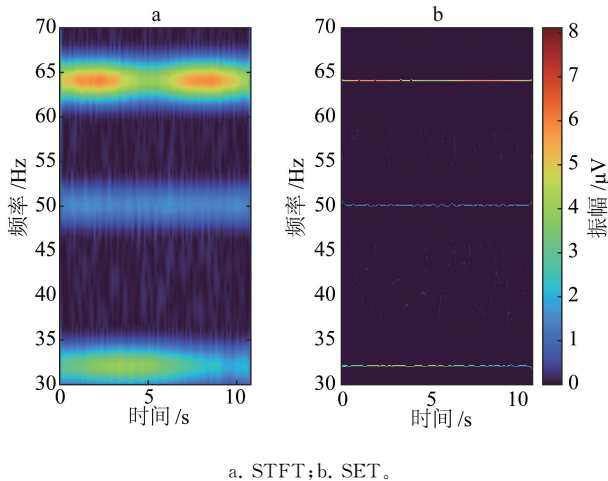


图 1 地空频率域电磁数据的时频分析结果
Fig.1 Time-frequency analysis results of ground-airborne frequency-domain electromagnetic method data

由于采用了贪心算法,提取到的脊线为局部最优解。若在设定阈值范围内没有找到最优解,则可能会导致某个点无法提取到脊线,从而使得脊线矩阵出现预期外的 0 值,影响幅度提取的过程。由于信号幅度变化为线性的,通常情况下,选取合适的搜索阈值可以避免脊线 0 值点的出现,即使脊线中出现 0 值点,一般为稀疏的 0 值,难以出现连续的 0 值。为了消除脊线 0 值对信号幅度提取造成的影响,将脊线中的 0 值替换为空值“NaN”,采用自回归建模方法,对 NaN 点进行填补。此方法从剩余样本的正向和反向自回归拟合推断出估计值,替换信号中存在的所有 NaN,消除了脊线 0 值的影响。优化效果如图 2 所示。其中:图 2a 为采用贪心算法实现的提取方法,可以看出存在若干断点;图 2b 为采用此方法处理过的信号,可见断点均已得到补充,曲线平滑。

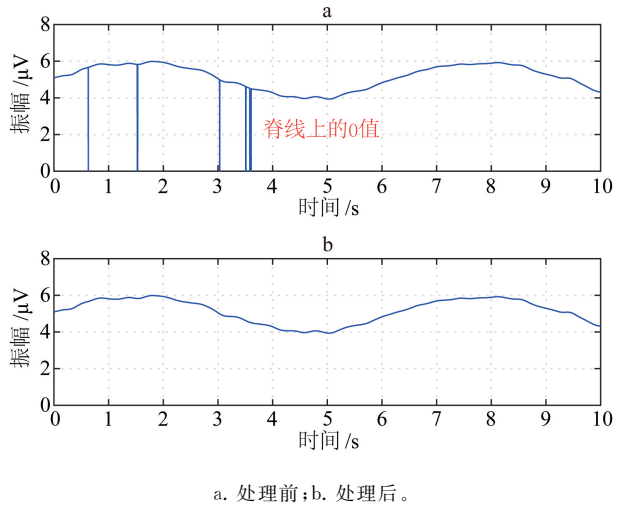
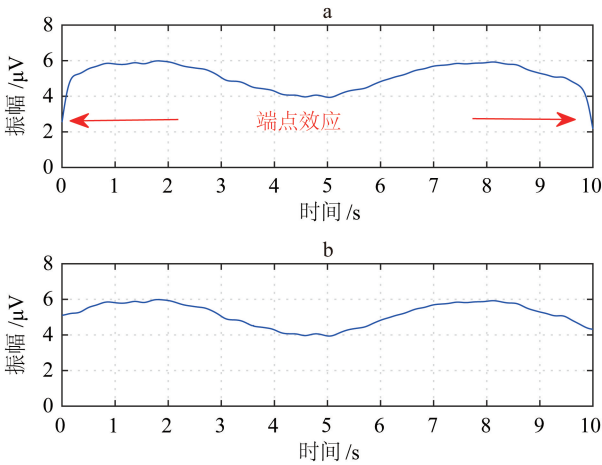


图 2 脊线含 0 值导致的提取断点
Fig.2 Extraction breakpoint caused by ridge line containing 0 value

自回归建模方法同样可以用以解决 SET、STFT 由于加窗函数而引起信号两端出现的端点效应。设信号窗宽为 h ,在信号两端各补充长度为 $h/2$ 的 NaN,对补充后的信号做 SET、STFT,输出长度取 $[\frac{h}{2}+1, N-\frac{h}{2}]$ 即可。脊线提取效果如图 3 所示。其中,图 3a 为处理前的提取效果,图 3b 为处理后的效果,可以明显地看出端点效应得到了解决,提取信号两端完整,符合预期。

图 4 为采用贪心算法对图 1b 中仿真信号进行

脊线提取到的结果。在提取到的数据矩阵中,能量点位置值为 1,其余位置值为 0,有效地表示了混叠信号中各频率分量的信息。从图 4 可以看出,贪心算法可以准确提取 GAFDEM 数据经 SET 后的脊线。



a. 自回归建模方法处理前;b. 自回归建模方法处理后。

图 3 窗函数导致的端点效应

Fig.3 Endpoint effect caused by window function

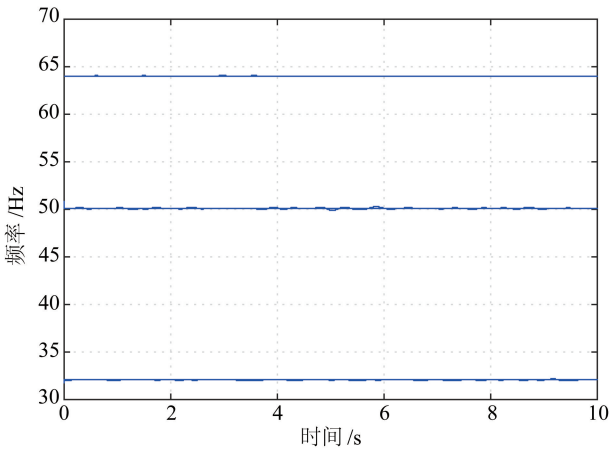


图 4 应用贪心算法提取到的仿真信号 SET 脊线

Fig.4 SET ridges extracted from simulated signals using greedy algorithms

2 仿真分析

仿真信号由幅度缓慢变化的倍频信号、50 Hz 工频以及噪声信号混叠而成,仿真时间取 10 s,采样频率 1 kHz。其中,倍频信号由 16、32、64、128、256 Hz 等频率分量组成;幅度变换采用一次函数、正弦函数、对数函数、e 指数函数等实现,混叠信号的表

达式如下:

$$s(t) = s_{16} + s_{32} + s_{64} + s_{128} + s_{256} + s_{50} + s_n \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} s_{16}(t) &= [0.2 \log_2(3t + 1) + 0.5 \sin(0.01t)] \sin(2\pi \times 16t); \\ s_{32}(t) &= [\sin(0.005t) + 3] \sin(2\pi \times 32t); \\ s_{64}(t) &= [\sin(0.01t) + 5] \sin(2\pi \times 64t); \\ s_{128}(t) &= (e^{-0.0003t} + 7) \sin(2\pi \times 128t); \\ s_{256}(t) &= (0.005t + 2) \sin(2\pi \times 256t); \\ s_{50}(t) &= 1.5 \sin(2\pi \times 50t). \end{aligned}$$

式中, $s_n(t)$ 为噪声信号。噪声信号为随机高斯噪声,满足

$$s_n(t) = a \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$

式中: a 为噪声信号强度; σ 和 μ 分别为高斯分布的标准差和均值。 a 、 σ 、 μ 根据设计的不同信噪比选取,默认取 $a = 1$; $\sigma = 1$; $\mu = 0$ 。混叠信号及噪声的时域波形如图 5 所示。

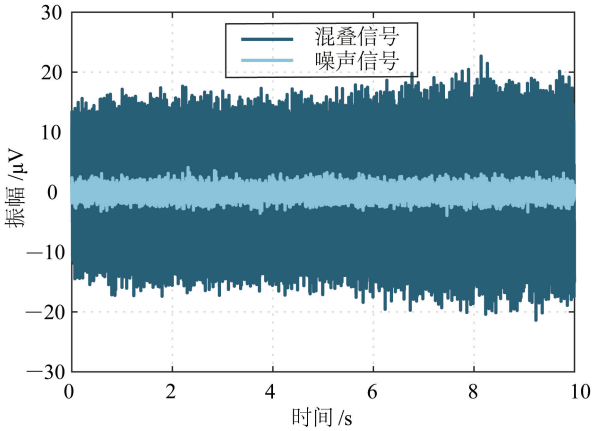


图 5 混叠信号及噪声

Fig.5 Aliasing signal and noise

经过上述处理后,我们提取到了 SET 的脊线,根据脊线所在的位置,可以找到对应的能量点复矩阵,对复矩阵中的元素求模即可得到其幅度。采用 SET 提取到的各信号分量振幅如图 6 所示,可以看出基于 SET 方法得到的不同频率的振幅(实线)与仿真信号幅度(虚线)基本重合,验证了基于 SET 的地空频率域电磁信号幅度提取的有效性。

为了进一步评估本方法的性能,本文研究了不同信噪比条件下 SET 方法对地空频率域电磁信号

幅度提取结果的影响。仿真产生 1 组地空频率域电磁信号,分别加入 4 组不同的高斯噪声,使其信噪比分别为 20、15、10 和 5 dB。采用式(11)分别计算了不同频率幅度提取结果的相对均方根误差,结果见表 1。

$$e_{\text{RRMSE}} = \sqrt{\frac{1}{N}(\frac{A_i - A'_i}{A_i})^2} \times 100\%。$$
 (11)

式中: e_{RRMSE} 为相对均方根误差; A_i' 为利用 SET 方法提取得到的振幅。

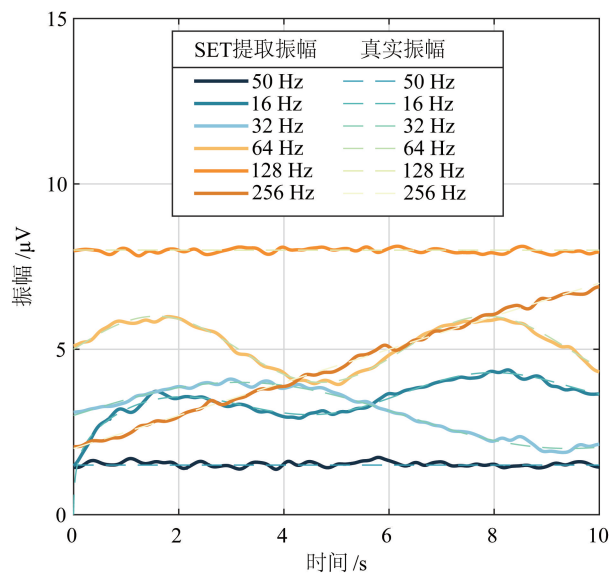


图 6 SET 方法提取的振幅-时间图

Fig.6 Amplitude-time diagram extracted by SET method

表 1 不同信噪比时提取结果的相对均方根误差
Table 1 Relative root mean square error of extracted results at different signal-to-noise ratios

频率/Hz	相对均方根误差/%			
	20 dB	15 dB	10 dB	5 dB
50	0.9	1.8	4.1	5.4
16	0.5	0.9	1.7	2.6
32	0.7	1.5	3.1	4.3
64	2.1	4.9	7.1	12.1
128	1.4	2.9	5.1	8.3
256	1.9	5.1	7.9	11.4
平均值	1.3	2.9	4.8	7.4

由表 1 可以看出:当信噪比大于等于 10 dB 时,提取结果的平均相对均方根误差均小于 5%,且各频率分量最大相对均方根误差不大于 10%;当信噪比小于 10 dB 时,提取结果的平均相对均方根误差在 10%以内。

3 实测数据验证

实测信号为新疆霍拉山隧道工程勘察项目的地空频率域电磁系统测量数据,信号采样频率为 12 kHz,测量时间为 30 s,发射信号频率分量包含 32、128、208、256、272、336、448、688、752、1 280 Hz 等 10 个频率分量,接收到的信号包含对应频率信号及其高次谐波,同时,信号中也含有 50 Hz 工频噪声、随机高斯噪声和尖峰噪声等,其时域波形如图 7 所示。

应用上述方法,对该信号进行 SET,提取结果如图 8a 所示。为了进一步提取各频率分量的幅度信息,提取其脊线,结果如图 8b 所示。从图 8 中可以看出,除发射信号的 10 个频率分量外,在 0~1 400 Hz 频带内还含有其他谐波分量。

从图 8b 的脊线中选取欲提取的 10 个频率,先计算其振幅,得到 SET 方法的振幅提取结果,如图 9a 所示。图 9b 为图 9a 在 0.1 s 内的局部放大图。然后将幅度转换为频率域电磁法的磁感应强度^[6],与 FFT 方法进行对比,结果如图 9c 所示。可以看出,相较于 FFT 方法,SET 方法在保证提取精度的同时,显著提高了提取结果的分辨率。

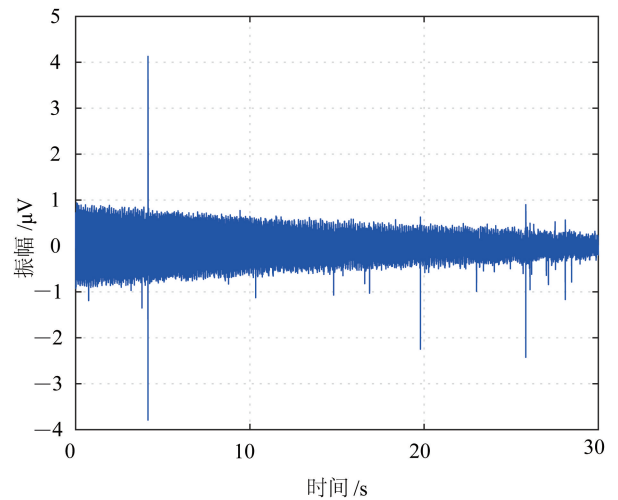
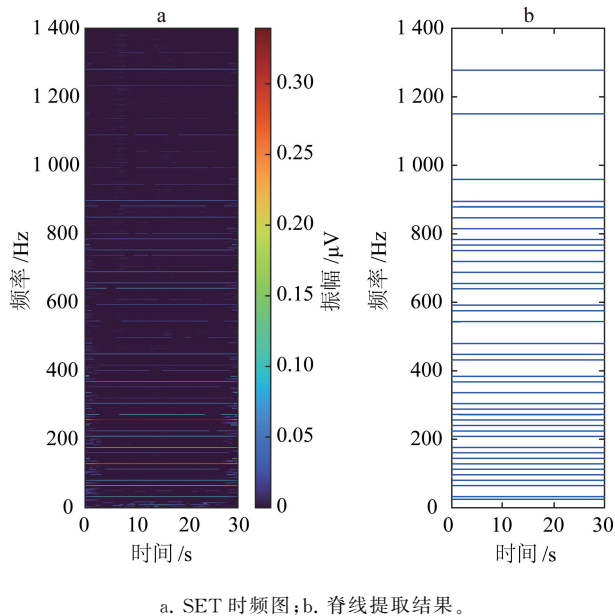


图 7 实测地空频率域电磁数据时域波形

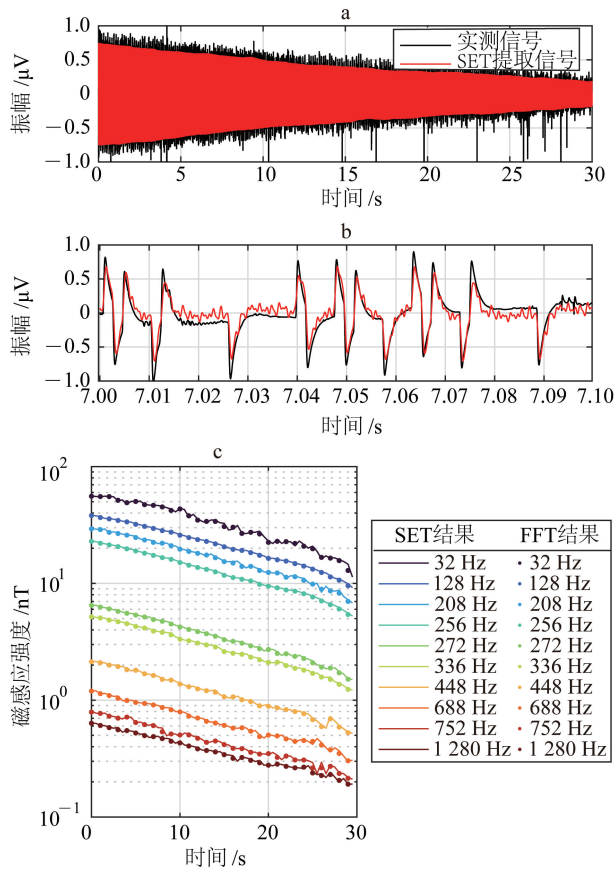
Fig.7 Time-domain waveform of measured ground-airborne frequency-domain electromagnetic method data



a. SET 时频图;b. 脊线提取结果。

图 8 实测地空频率域电磁数据的 SET 结果

Fig.8 SET results of measured ground-airborne frequency-domain electromagnetic method data



a. 实测信号与 SET 提取的信号;b. a 图的局部放大图;c. SET 与 FFT 的磁感应强度对比结果。

图 9 实测数据的 SET 结果及与 FFT 方法的对比

Fig.9 SET results of measured data and comparison with FFT method

4 结论

本文针对地空频率域电磁数据特征,提出了基于同步提取变换的地空频率域电磁信号幅度提取方法,得到如下结论。

1) 当信噪比大于等于 10 dB 时,幅度提取结果的平均相对均方根误差均小于 5%,且各分量的最大相对均方根误差不大于 10%;当信噪比小于 10 dB 时,幅度提取结果的平均相对均方根误差在 10% 以内。提取效果较好。

2) 将同步提取变换方法应用于新疆霍拉山隧道工程勘查项目的实测数据处理中,成功提取了信号的幅度,且同步提取变换方法比快速傅里叶变换方法具有更好的空间分辨率。

参考文献 (References):

[1] 周海根. 多场源地空频率域电磁探测方法研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2017.
Zhou Haigen. Research on Ground-Airborne Frequency-Domain Electromagnetic Methods with Multiple Sources [D]. Changchun: Jilin University, 2017.

[2] Ward S H, Hohmann G W. Electromagnetic Theory for Geophysical Applications [J]. Electromagnetic Methods in Applied Geophysics, 1988, 1: 131 - 311.

[3] 康利利. 地空频率域电磁探测系统运动噪声抑制技术研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2019.
Kang Lili. Research on the Motion Noise Suppression Technology of the Electromagnetic Detection System in the Ground-Air Frequency Domain [D]. Changchun: Jilin University, 2019.

[4] Ito H, Kaieda H, Mogi T, et, al. Grounded Electrical-Source Airborne Transient Electromagnetics (GREATEM) Survey of Aso Volcano, Japan [J]. Exploration Geophysics, 2014, 45(1): 43 - 48.

[5] Gao L, Yu S, Zhou H, et, al. Depth-Focused Waveform Based on SHEPWM Method for Ground-Airborne Frequency-Domain Electromagnetic Survey [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2019, 12 (6): 1981 - 1990.

[6] 刘长胜, 朱文杰, 马金发, 等. 地空频率域电磁法探测范围与深度分析 [J]. 中国矿业大学学报, 2020, 49 (5): 1006 - 1012.
Liu Changsheng, Zhu Wenjie, Ma Jinfa, et al. Analysis of the Detection Range and Depth of the Electromagnetic Method in the Ground-Air Frequency

- Domain[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2020, 49(5): 1006–1012.
- [7] Pons L J, Antonino D J A, Riera G M, et al. Advanced Induction Motor Rotor Fault Diagnosis via Continuous and Discrete Time-Frequency Tools[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(3): 1791–1802.
- [8] Yang Y, Peng Z K, Dong X J, et al. General Parameterized Time-Frequency Transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(11): 2751–2764.
- [9] Auger F, Flandrin P. Improving the Readability of Time-Frequency and Time-Scale Representations by the Reassignment Method[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1068–1089.
- [10] Daubechies I, Lu J, Wu H T. Synchrosqueezed Wavelet Transforms: An Empirical Mode Decomposition-Like Tool [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2): 243–261.
- [11] Oberlin T, Meignen S, Perrier V. Second-Order Synchrosqueezing Transform or Invertible Reassignment? Towards Ideal Time-Frequency Representations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(5): 1335–1344.
- [12] Yu G, Yu M, Xu C. Synchroextracting Transform[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10): 8042–8054.
- [13] Bao W, Li F, Tu X, et al. Second-Order Synchroextracting Transform with Application to Fault Diagnosis [J/OL]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 70. doi: 10.1109/TIM.2020.3045841.
- [14] Huang Z L, Zhang J H, Zhao T H, et al. Synchrosqueezing S-Transform and Its Application in Seismic Spectral Decomposition [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(2): 817–825.
- [15] 冯敏,陈辉,邓居智,等.地空频率倾子测深法及一维正演特征分析[J].石油地球物理勘探,2022,57(3): 728–737, 497–498.
- Feng Min, Chen Hui, Deng Juzhi, et al. Ground-Air Frequency Dipper Sounding Method and Analysis of One-Dimensional Forward Modeling Characteristics [J]. Petroleum Geophysical Exploration, 2022, 57(3): 728–737, 497–498.
- [16] 齐彦福,李貅,孙乃泉,等.电性源短偏移距瞬变电磁地形影响特征分析[J].吉林大学学报(地球科学版), 2022, 52(1): 247–260.
- Qi Yanfu, Li Xiu, Sun Naiquan, et al. Analysis of Influence Characteristics of Topography on Grounded-Source Short-Offset Transient Electromagnetic Responses[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2022, 52(1): 247–260.
- [17] 李建华,林品荣,张强,等.可控源电磁法中关键技术研究与应用[J].吉林大学学报(地球科学版), 2022, 52(3): 713–724.
- Li Jianhua, Lin Pinrong, Zhang Qiang, et al. Research and Application of Key Technology of Controlled Source Electromagnetic Method [J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2022, 52(3): 713–724.
- [18] 王新宇,严良俊,毛玉蓉,等.起伏地形条件下长偏移距瞬变电磁三维正演[J].吉林大学学报(地球科学版), 2022, 52(3): 754–765.
- Wang Xinyu, Yan Liangjun, Mao Yurong, et al. Three-Dimensional Forward Modeling of Long-Offset Transient Electromagnetic Method over Topography [J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2022, 52(3): 754–765.